

# **Au Jardin des Enfants de la Science**

*APMEP Lorraine*



## Sommaire et table des matières

Présentation	Page 3
Le dossier « <b>B</b> ridoux 2013 »	Page 5
<b>B1</b> Pions symétriques	Page 6
<b>B2</b> Le « Petit L » à différentes échelles	Page 10
<b>B3</b> Le Puzzle à trois pièces	Page 15
<b>B4</b> Partageons les mathématiques (les sept pièces du Carré de Metz)	Page 20
<b>B5</b> L'étoile du 15	Page 33
<b>B6</b> Le puzzle de Lewis Carroll	Page 36
<b>B7</b> Des rectangles recouverts avec des pièces « p » et « q »	Page 40
<b>B8</b> Un triangle rectangle et trois carrés	Page 47
Le dossier « <b>S</b> olides »	Page 54
<b>S1</b> Deux sortes de pyramides	Page 55
<b>S2</b> Des pièces pour trois puzzles	Page 62
<b>S3</b> Quatre pyramides pour une pyramide	Page 77
<b>S4</b> Des fractions de cube	Page 80
<b>S5</b> Prisme et pyramide	Page 82
<b>S6</b> Le cube Soma	Page 85
Le dossier « <b>C</b> odage »	Page 89
<b>C1</b> La sacoche de Girolamo	Page 90
<b>C2</b> Un rendez vous secret	Page 94
<b>C3</b> Les messages secrets de Jules César	Page 104
<b>C4</b> Le carré de Vigenère	Page 109
<b>C5</b> Le carré de Polybe	Page 112
<b>C6</b> Scytales	Page 118

## Présentation

Depuis 2004, des objets mathématiques de l'APMEP Lorraine sont utilisés lors de la Fête de la Science sur le campus de Metz-Bridoux pendant un atelier du Jardin des Sciences créé à cette occasion.

Une enseignante universitaire incite ses étudiants à venir animer les stands face des élèves essentiellement scolarisés en cours moyen. Le jeudi et le vendredi a lieu l'accueil des classes, de leurs enseignants et des parents accompagnants, le dimanche est une journée grand public : les élèves reviennent souvent avec des adultes de leur famille pour montrer ce qu'ils ont fait les jours précédents. Pendant ces trois journées ainsi que pendant le temps d'installation du mercredi, des adhérents joueurs de l'APMEP Lorraine viennent en renfort, rassurant parfois les étudiants, et échangeant avec les adultes découvrant le contenu de cet atelier.

Dès le début, l'habitude a été prise de diffuser auprès des enseignants et des parents d'élèves rencontrés les documents qui étaient présentés. <http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=5> permet d'accéder au contenu de l'exposition « Objets mathématiques » initialement présentée. Le lien donne aussi accès ainsi aux versions en allemand, anglais, espagnol, italien, et turque (la version en arabe n'est pas encore sur le site de l'APMEP Lorraine.).

Pour l'emprunter, contacter : [Andre.Stef@univ-lorraine.fr](mailto:Andre.Stef@univ-lorraine.fr) (54), [joelle.agamis@free.fr](mailto:joelle.agamis@free.fr) (55), [michel.ruiba@ecopains.net](mailto:michel.ruiba@ecopains.net) (57), [baliviera.marie-jose@orange.fr](mailto:baliviera.marie-jose@orange.fr) (88) et [pierre-alain.muller@wanadoo.fr](mailto:pierre-alain.muller@wanadoo.fr) (langues étrangères et Est mosellan). Dix euros sont demandés pour aider à renouveler les objets manipulés.

Petit à petit, diverses propositions sont venues compléter les activités initiales, l'habitude a été prise d'utiliser au maximum des matériaux de récupération pour montrer qu'avec peu d'argent mais un peu de goût pour le bricolage, il était possible de recycler des matériaux pour en faire des supports d'activités mathématiques.

Dès **2013**, un premier groupe d'activités a été mis à disposition sur l'ancien site de la régionale : leur nom commence par « **B** » (comme **B**ridoux). Ont été mis à disposition de quoi reproduire les panneaux et les objets présentés, ainsi que quelques remarques faites lors de leur utilisation pendant la Fête de la Science.

Ce premier dossier est actuellement encore accessible à l'adresse [http://apmeplorraine.fr/old/modules/espaces/ecole/Boite\\_a\\_idees/Metz\\_Bridoux\\_2013.zip](http://apmeplorraine.fr/old/modules/espaces/ecole/Boite_a_idees/Metz_Bridoux_2013.zip).

En **2014**, un deuxième dossier a été créé, proposant la manipulation de solides réalisés pour la plupart en carton. Le nom des activités commence par « **S** » (comme **S**olides). Le grand succès rencontré par ce thème nous incite à le compléter régulièrement.

En **2015**, un troisième dossier a été créé, proposant des activités de codage et de décodage à l'aide de matériels facilement reproductibles. Le nom des activités commence par « **C** » (comme **C**odage). Les activités proposées nécessitent plus d'explications que celles contenues dans les deux dossiers précédents, mais elles intéressent beaucoup les enfants et les adultes à qui elles sont présentées.

En **2016** a été initiée l'écriture de cette brochure : elle remplace en les complétant ces trois dossiers « **B** », « **S** » et « **C** » mis auparavant à disposition des visiteurs à partir du site personnel de l'enseignante universitaire à l'initiative de la venue de ces « objets mathématiques » à la Fête de la Science.

Les remarques faites lors des utilisations ont été actualisées, l'ensemble du dossier « **C** » relatif aux activités de codage et décodage a été largement complété.

Voici la présentation en **2016** de l'atelier:

<https://www.fetedelascience.fr/pid35201/fiche-evenement.html?identifiant=13508100>

### ***Des objets mathématiques qui ne coûtent pas cher ?***

*Cet atelier a pour objectif de proposer des animations sur des sujets relatifs aux mathématiques pour le grand public et le public scolaire. Des objets réalisés essentiellement avec des matériaux de récupération sont le support de jeux et d'activités. Leur manipulation donne du sens à des contenus mathématiques présentés sous forme ludique afin de faciliter l'acquisition des concepts. Casse-têtes mathématiques, puzzles, pavages...*

### **Dans le Petit Vert**

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf> (pages 14 et 15)

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV128.pdf> (page 12)

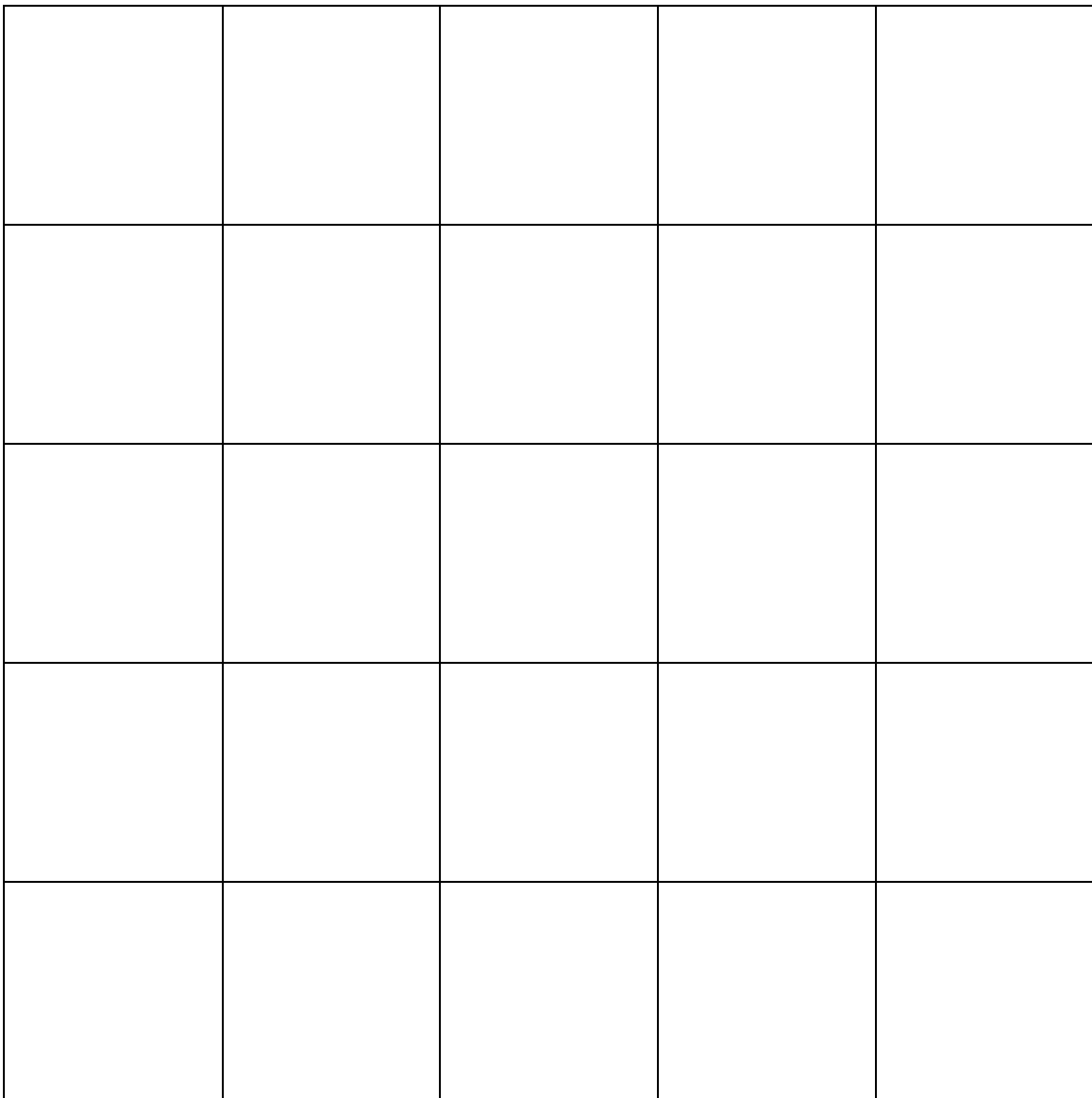
Les photos insérées dans ces deux articles montrent aussi que cet atelier est l'occasion de tester de nouvelles activités. Le Petit Vert n°121 montre le pavage par des quadrilatères, ce pavage a été intégré dans la brochure « AVEC NOTRE EXPOSITION OBJETS MATHÉMATIQUES ». Le Petit Vert n°128 montre l'utilisation des « circuits de François Boule » évoqués dans le Petit Vert n°129 ainsi que l'utilisation des pièces de la « pyramide aztèque » pour tester des activités de « Jeux École Géométrie ».

# **1 – BRIDOUX 2013**

## B1 – Pions symétriques (a)

**Matériel :** quatre pions de même couleur

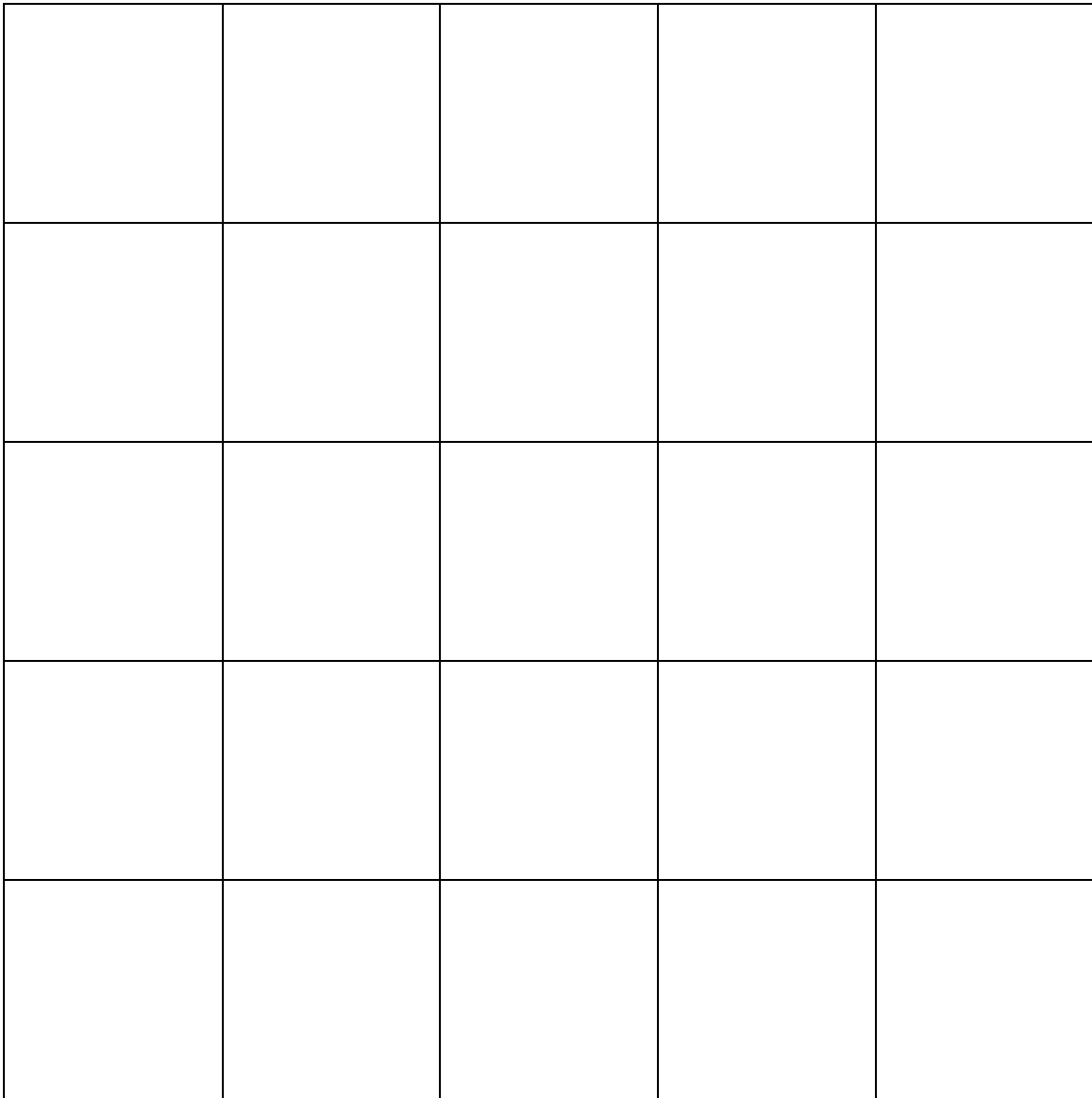
Pouvez-vous placer les pions dans les cases de la grille de telle sorte que l'ensemble n'ait pas d'axe de symétrie ? un axe de symétrie ? deux axes de symétrie ? quatre axes de symétrie ?



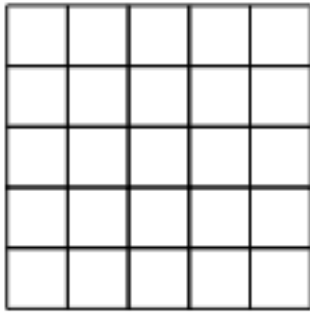
## B1 – Pions symétriques (b)

**Matériel** : cinq pions de même couleur

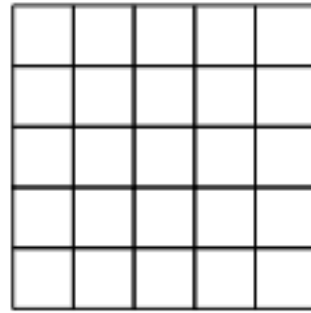
Pouvez-vous placer les pions dans les cases de la grille de telle sorte que l'ensemble n'ait pas d'axe de symétrie ? un axe de symétrie ? deux axes de symétrie ? quatre axes de symétrie ?



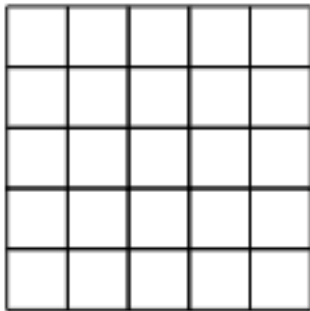
## Recueil des solutions des activités B1a et B1b



Avec 1 axe de symétrie

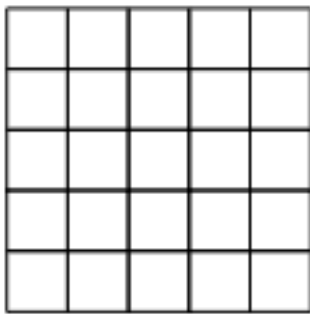


Avec 2 axes de symétrie

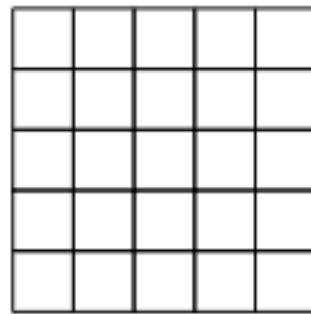


Avec 4 axes de symétrie

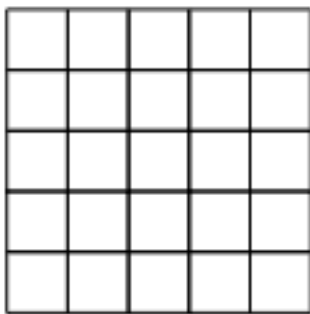
## Recueil des solutions des activités B1a et B1b



Avec 1 axe de symétrie



Avec 2 axes de symétrie



Avec 4 axes de symétrie



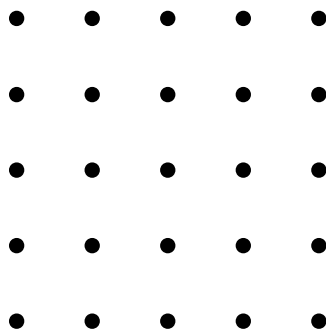
## Avec les élèves

Les axes de symétrie « verticaux » sont privilégiés par les élèves. En faisant pivoter le plateau de jeu, l'animateur réussit à faire prendre conscience que les axes de symétrie peuvent être « horizontaux », ou dans la direction des diagonales des carrés du plateau.

Placer des pions sur les axes de symétrie reste une difficulté pour beaucoup d'élèves.

Des placements comportant exactement trois axes de symétrie sont impossibles à réaliser. Le choix a été fait pour l'atelier de ne pas confronter les élèves à cette difficulté. Cette activité reprise en classe pourrait être une occasion de faire la différence entre « pour l'instant, je n'ai pas trouvé » et « c'est impossible, parce que... ».

L'activité pourra être complétée par une activité papier crayon : placements de croix dans des ensembles de points comme celui ci-dessous.



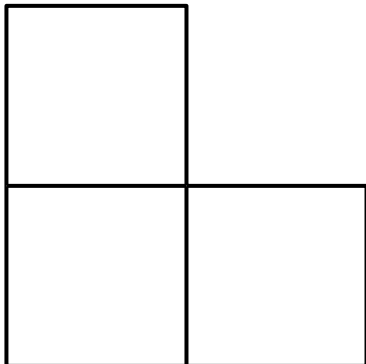
Elle pourra être poursuivie par le classement des quadrilatères selon leur nombre d'axes de symétrie. Le cerf-volant et le trapèze isocèle vont regretter leur absence dans les programmes de cycle 3 (et de cycle 4...).

Les élèves ont été perturbés par la demande de placements symétriques de pions. Les pions étaient placés au hasard sur la grille, la recherche d'un éventuel axe de symétrie se faisant par la suite. La réalisation de configurations symétriques semblait être une chose nouvelle pour eux. Considérer la symétrie orthogonale comme un outil pour réaliser des configurations devra certainement être repris en début de collège.

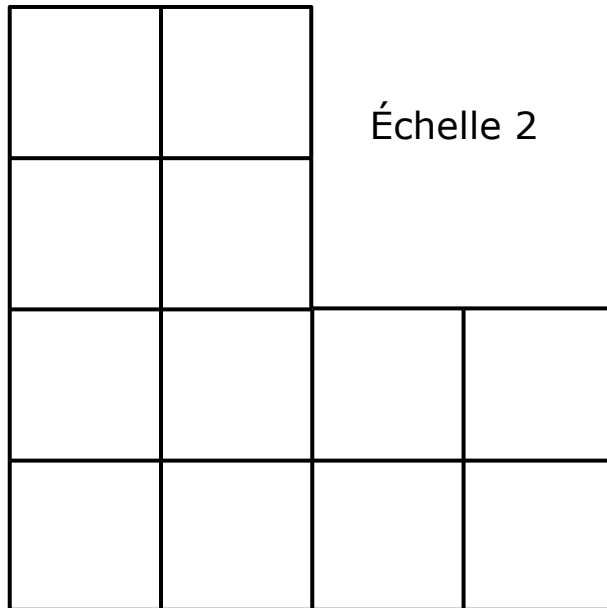
Pour la validation des placements des pions, nous avons envisagé de fournir un miroir ou un fin tasseau de bois pour aider à visualiser les éventuels axes de symétrie.

[http://apmeplorraine.fr/old/modules/espaces/ecole/Boite\\_a\\_idees/avec\\_d\\_es\\_pions\\_1.zip](http://apmeplorraine.fr/old/modules/espaces/ecole/Boite_a_idees/avec_d_es_pions_1.zip) pour des jeux utilisant des placements de pions : un certain nombre d'entre eux sont utilisables avec des élèves de cycle 3.

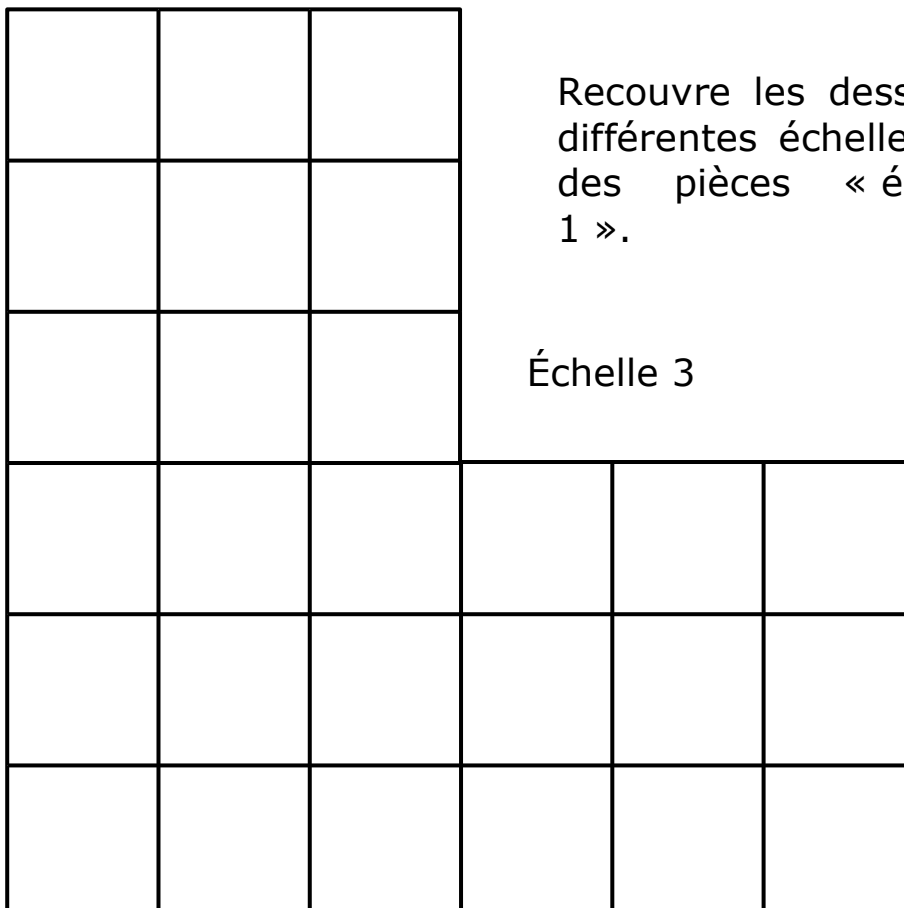
## B2 - Le « Petit L » à différentes échelles



Échelle 1

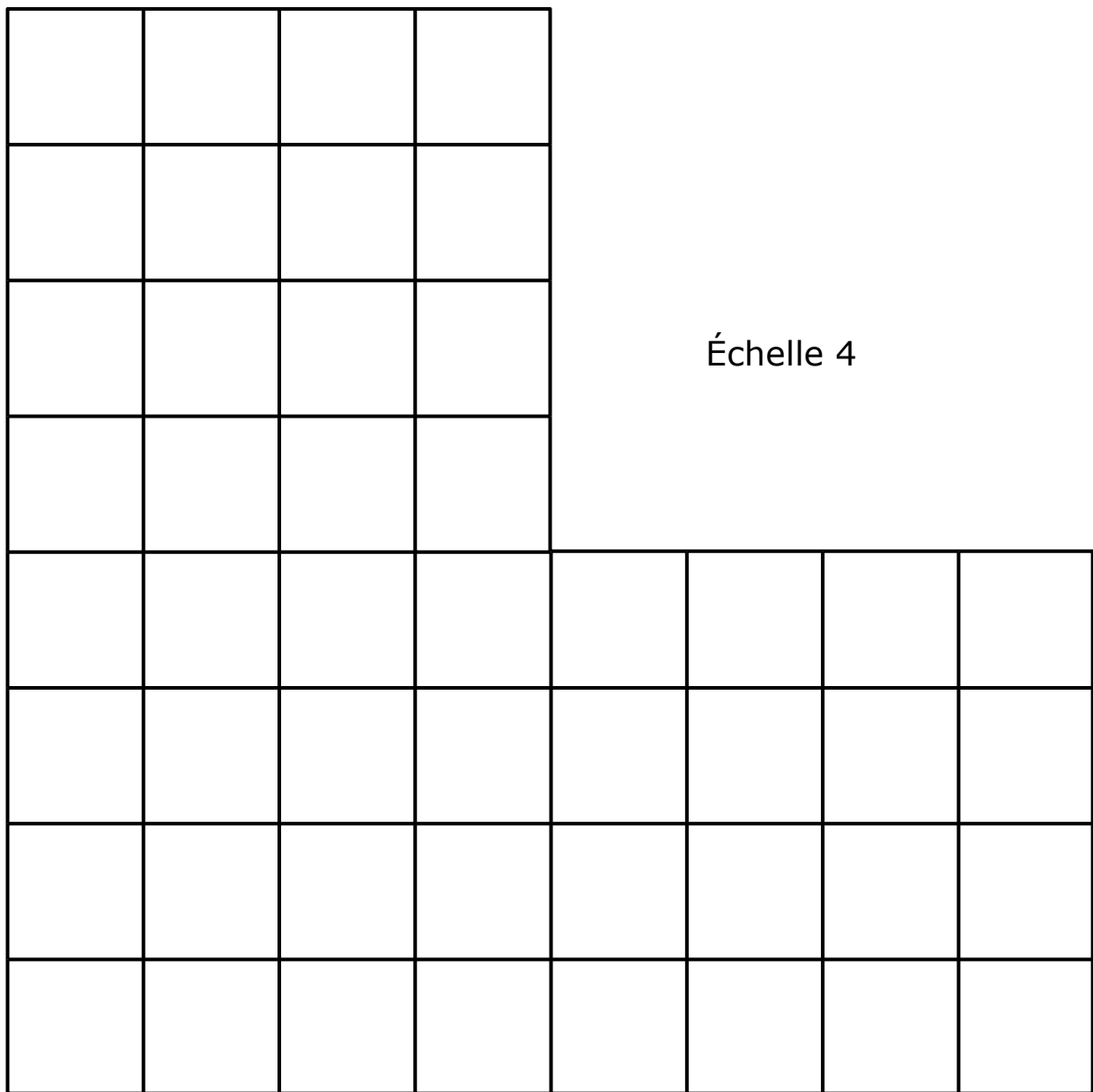


Échelle 2



Recouvre les dessins à différentes échelles par des pièces « échelle 1 ».

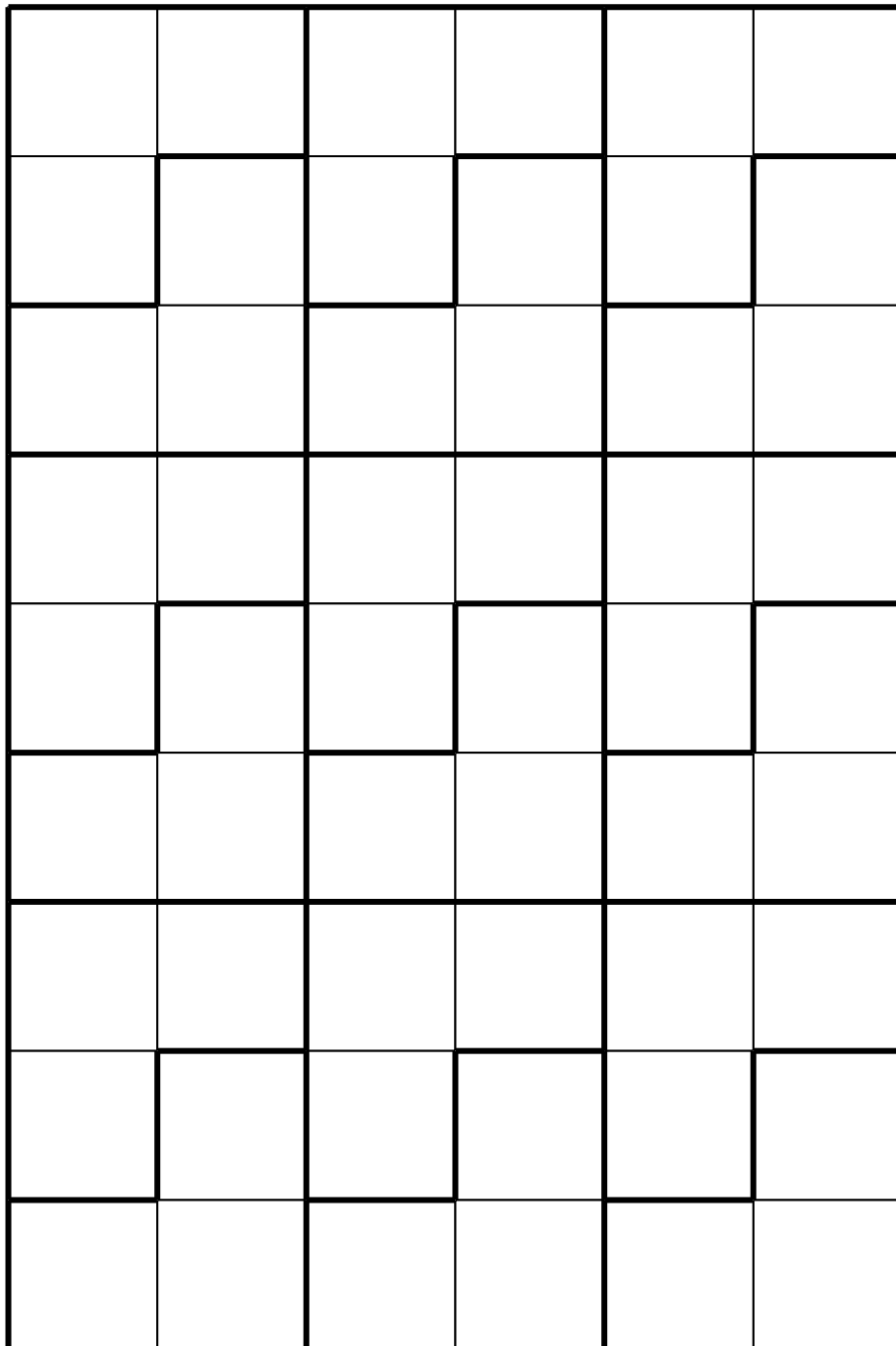
Échelle 3



Recouvre le dessin à l'« échelle 4 » par des pièces à l'« échelle 1 ».

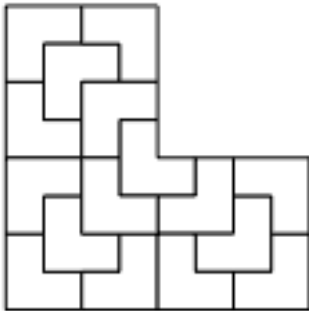
Combien faudrait-il de pièces à l'« échelle 1 » pour recouvrir le dessin à l'« échelle 10 » ?

**Des « Petits L » à dupliquer sur du papier de couleur**

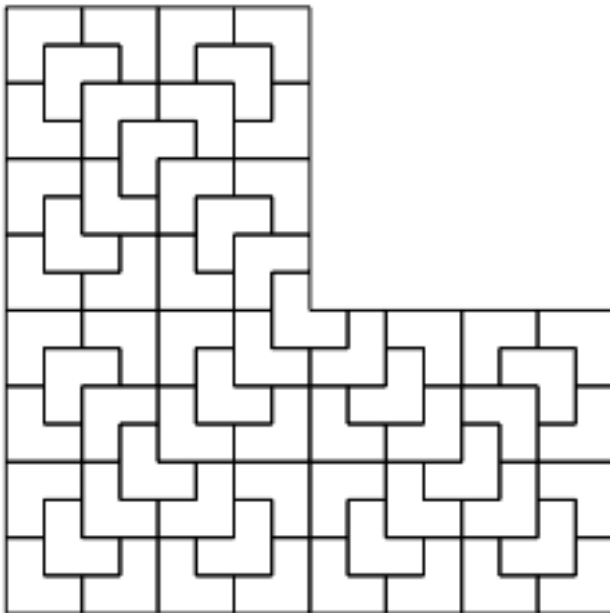


*Dupliquer cette page sur du papier de plusieurs couleurs permet de faire vivre par la manipulation l'activité de coloriage « échelle 4 » évoquée dans la suite de ce document.*

## Des solutions et une activité complémentaire

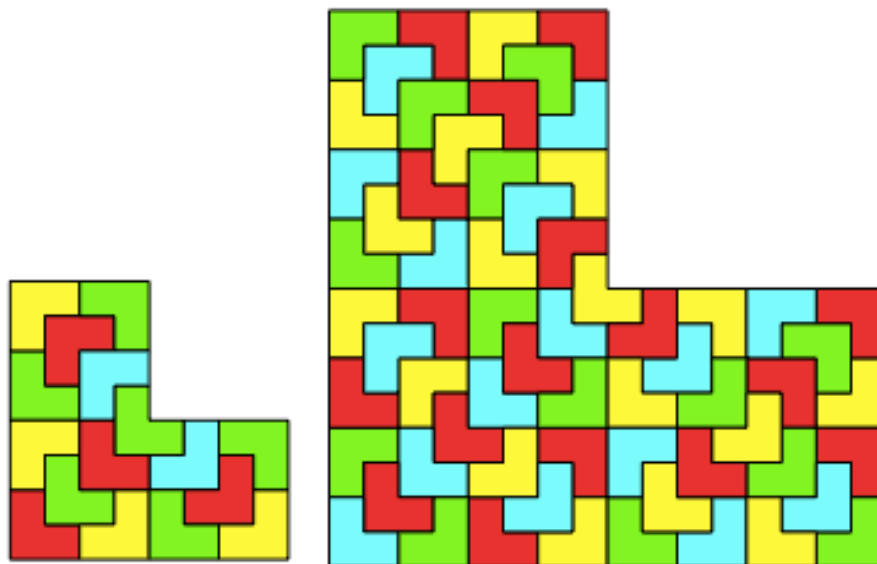


Avec le moins de couleurs possible, colorie le « Petit L » à l'échelle 4 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.



Avec le moins de couleurs possible, colorie le « Petit L » à l'échelle 8 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.

## Coloriages avec quatre couleurs



Les « Petits L » font partie des « Rep figures » évoquées dans la brochure « Comment se jouer de la Géométrie », coéditée en 2009 par l'APMEP et les éditions VUIBERT.

Les pièces utilisées à la Fête de la Science sont découpées dans du revêtement de sol, elles sont plus agréables à manipuler que des pièces en papier plastifiées : un peu d'épaisseur facilite leur préhension.

<http://apmeplorraine.fr/pv/PV124.pdf> (pages 11 à 16) contient un compte rendu d'utilisations en classe de CM1 et CM2 ainsi que des éléments de solutions aux défis proposés dans le numéro précédent ( <http://apmeplorraine.fr/pv/PV123.pdf> ).

Les « Sphinx », autres « Rep figures » sont présents dans le stand n°5 de l'exposition « Objets Mathématiques » de l'APMEP Lorraine.

Par ailleurs, les pièces « p » et « q » utilisées dans le document B7 sont également des « Rep figures ».

La proposition de coloriage de solutions aux échelles 4 et 8 pourra être mise en relation avec les patrons à colorier rencontrés dans la brochure « Jeux 5 » de l'APMEP et dans le stand n° 12 de l'exposition « Objets Mathématiques de l'APMEP Lorraine ».

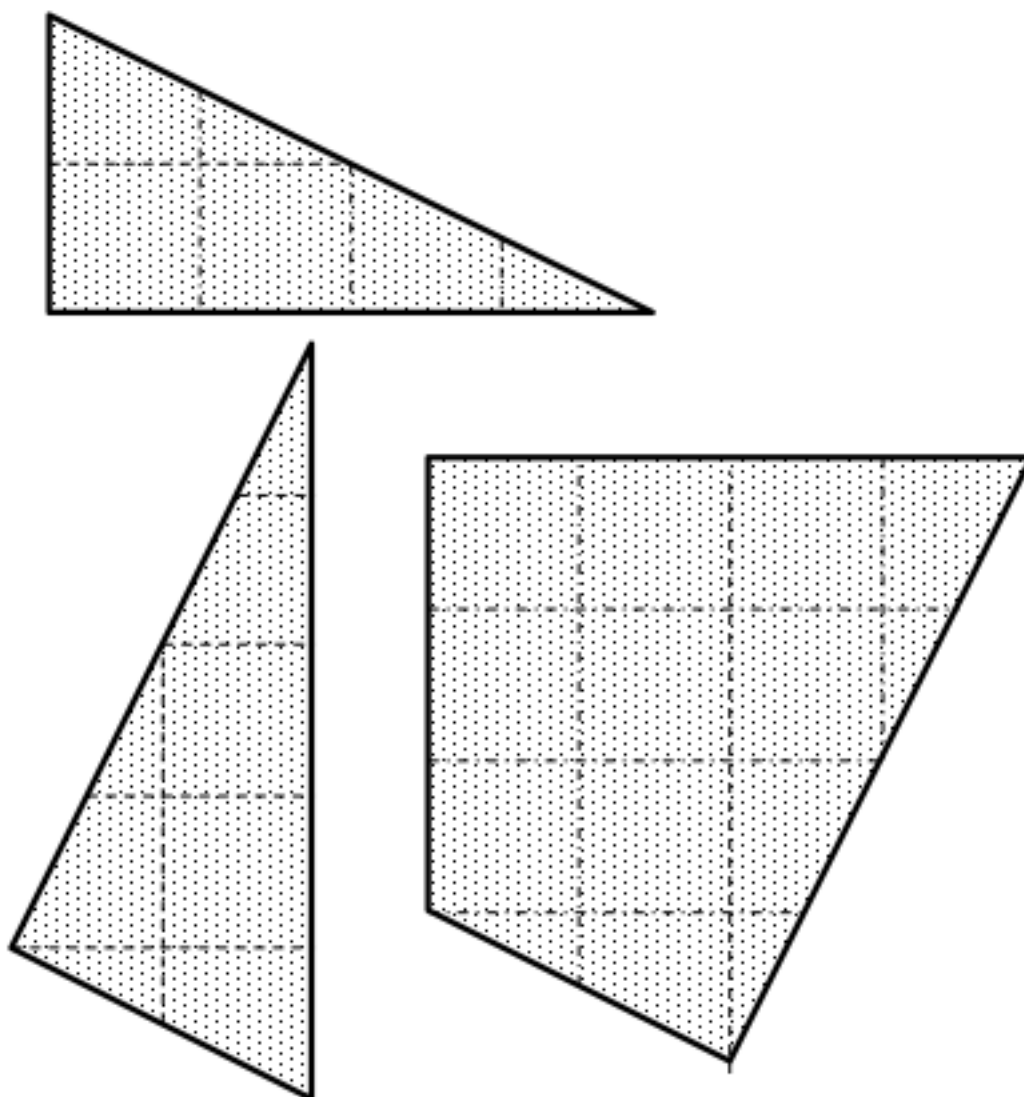
Voici deux liens permettant l'accès à des patrons à colorier accessibles à des élèves de Cycle 3 :

[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Patrons\\_paves\\_colorier.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Patrons_paves_colorier.pdf)

[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Patrons\\_paves\\_a\\_colorier.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Patrons_paves_a_colorier.pdf)

Dans le cas des patrons à colorier, le nombre minimum de couleurs à utiliser est quatre et n'a pas à être annoncé aux élèves. Concernant ces assemblages de « Petits L », trois couleurs suffisent. Les coloriages obtenus par les élèves de cycle 3 admettent un axe de symétrie : l'envie vient alors de rechercher des assemblages non symétriques. Ceci n'a pour l'instant été obtenu que par les animateurs de l'atelier.

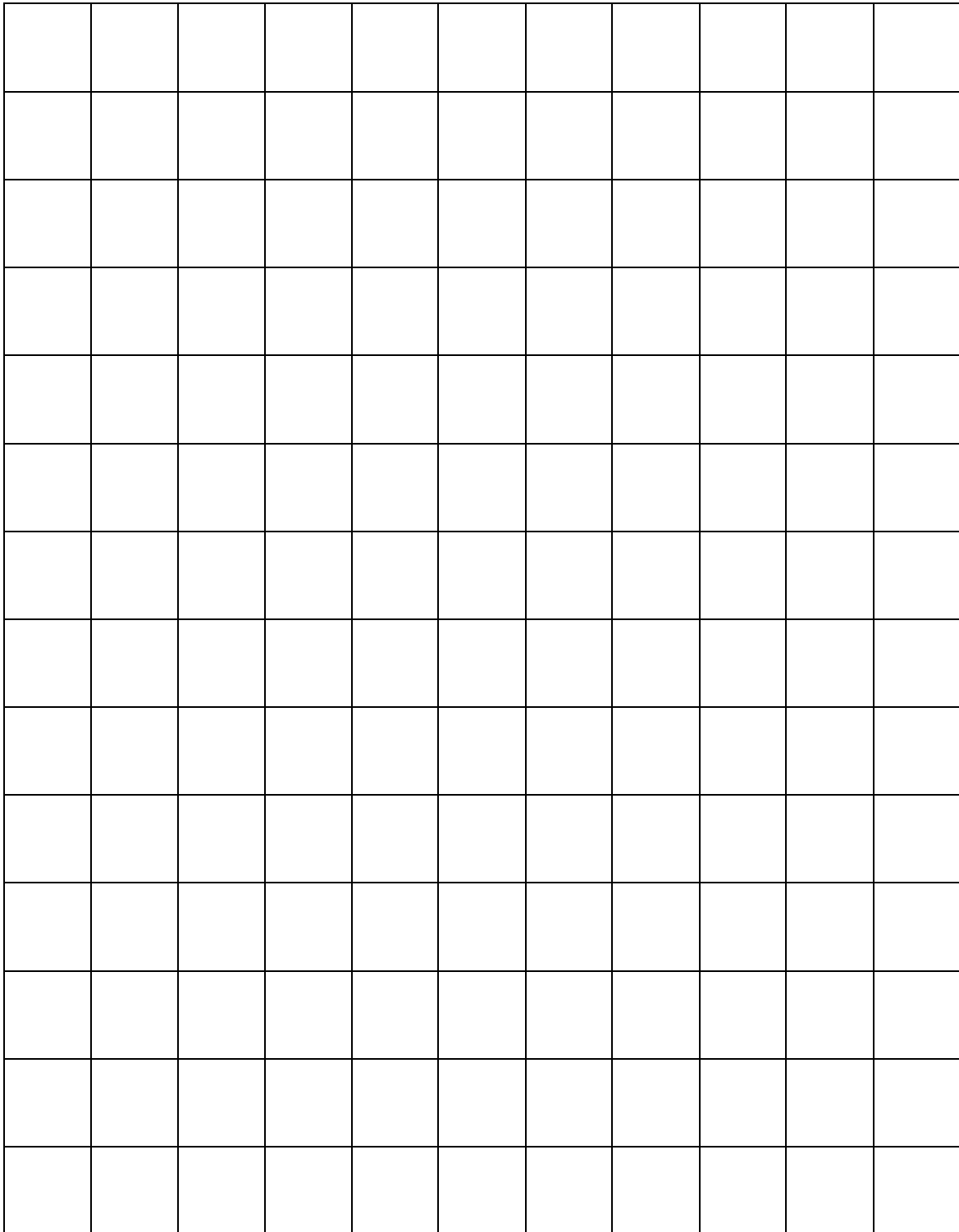
### B3 - Le Puzzle à trois pièces



Avec ces trois pièces, réaliser un carré, un triangle rectangle, un parallélogramme, un quadrilatère qui a deux angles droits et un rectangle.

Reproduire ce qui a été trouvé dans le quadrillage de la feuille jointe.

*Un quadrillage pour reproduire les polygones construits avec les trois pièces du puzzle*





Ce puzzle géométrique a été créé pour la brochure « Jeux 1 » de l'APMEP. Il est l'objet d'un important dossier dans la brochure « Jeux 9 ». À cette occasion, des quadrillages visibles sur les pièces ont commencé à être utilisés.

Ce puzzle est présent dans l'exposition « Objets Mathématiques » de l'APMEP Lorraine (stand n°9).

<http://www.apmep.fr/article5917> Ce puzzle est présent dans le Bulletin Vert n°496 de l'APMEP et un complément pour l'école élémentaire est accessible sur le site de l'association.

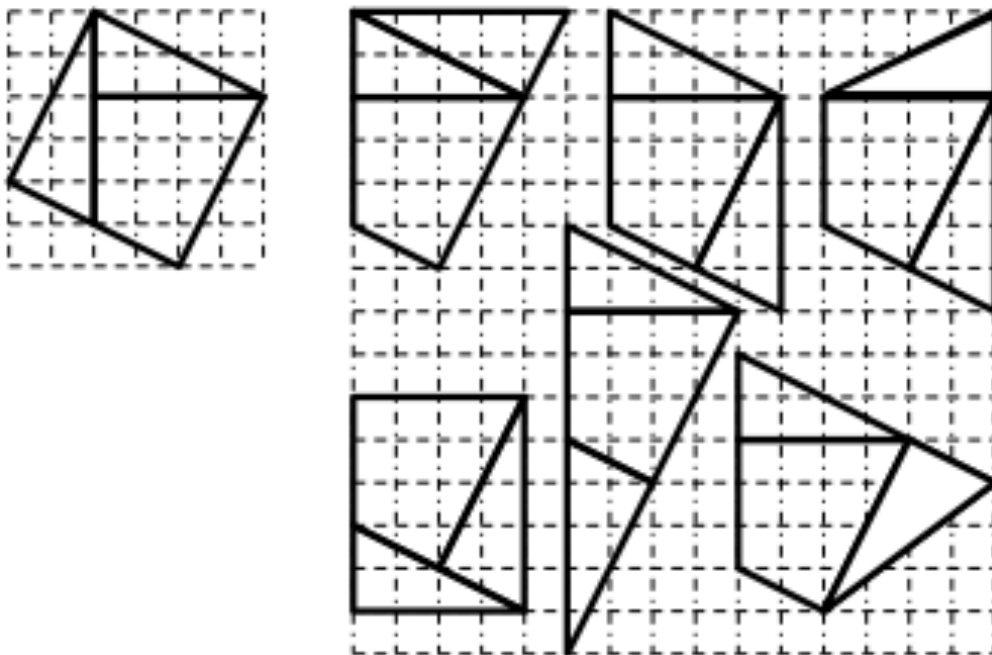
[http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/Puzzle\\_3\\_pieces\\_elementaire.pdf](http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/Puzzle_3_pieces_elementaire.pdf)

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV126.pdf> pages 61 et 62. « Sept pièces pour un carré ». Le puzzle à trois pièces est présent dans cette variante. L'activité présentée en particulier lors de la Fête de la Science est jointe dans ce document.

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV127.pdf> pages 15 à 24: « Deux exemples d'utilisation du puzzle à trois pièces au Cours Moyen ».

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV128.pdf> pages 15 à 18. « Trois pièces qui ne manquent pas d'aire ».

### Des solutions



## Avec les élèves

Reconstituer le carré se fait difficilement car ses côtés ne sont pas parallèles aux lignes du quadrillage apparent sur les pièces. De plus, les élèves démontent rapidement ce qui est obtenu et un travail est à faire avec eux pour leur demander d'observer le carré et de ne déplacer qu'une pièce pour obtenir un parallélogramme, un triangle, etc.

Il pourra être précisé oralement que le rectangle attendu ne doit pas être un carré et que le parallélogramme ne doit pas être un rectangle, cependant, aucun élève n'a encore affirmé « J'ai construit un carré donc un rectangle et un parallélogramme ».

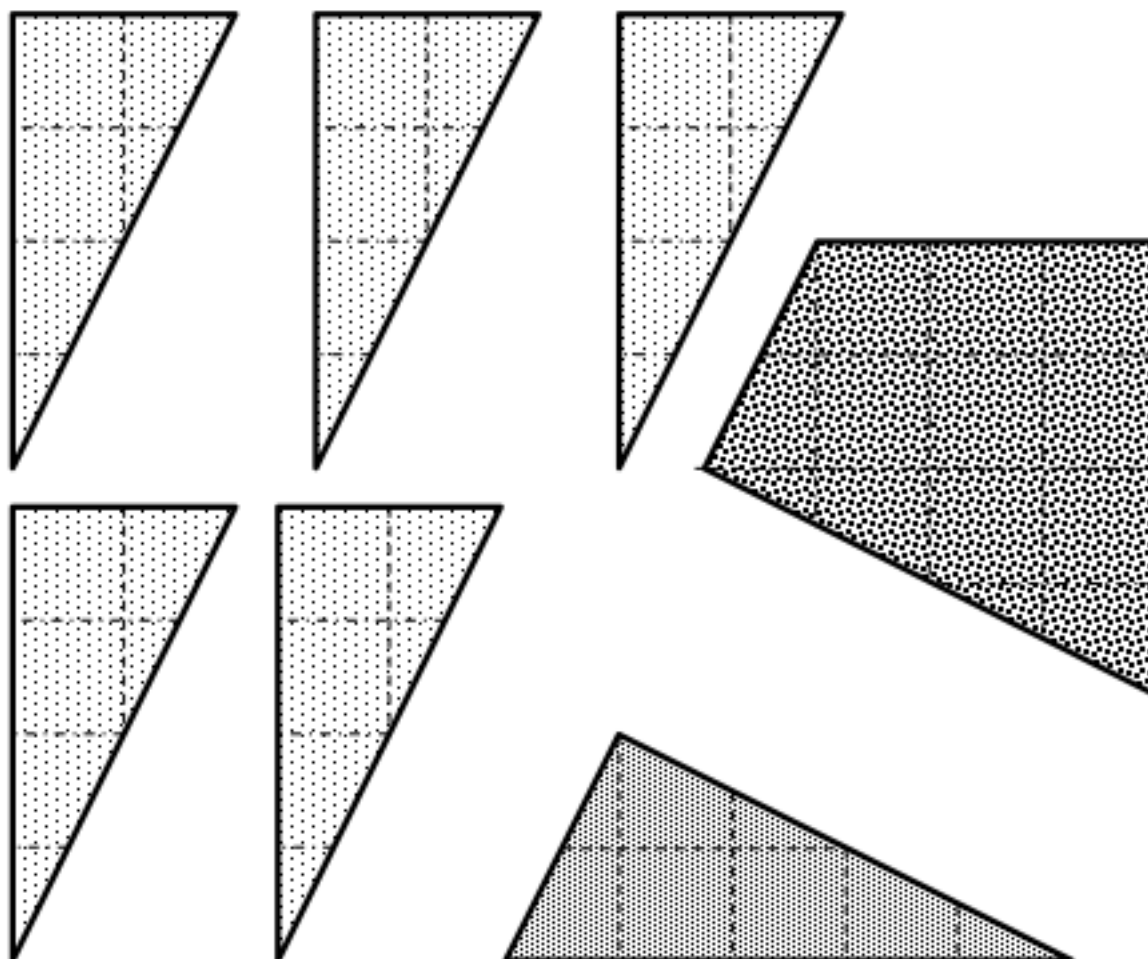
Avec les trois pièces, trois trapèzes pourraient également être obtenus. Deux d'entre eux sont isocèles et figurent dans le recueil de solutions page précédente.

Un troisième trapèze non isocèle peut être obtenu. Il n'a jamais été évoqué par les élèves et n'a été découvert que récemment par les animateurs de l'atelier !



La création de ces trapèzes nécessite le retournement d'un triangle, perturbant la vision du quadrillage présent sur une des faces des pièces. Par ailleurs, les trapèzes ont disparu depuis quelque temps des programmes de cycle 3 (et de cycle 4). Leur recherche reste cependant possible en évoquant des quadrilatères dont deux côtés sont parallèles.

## Sept pièces pour trois carrés



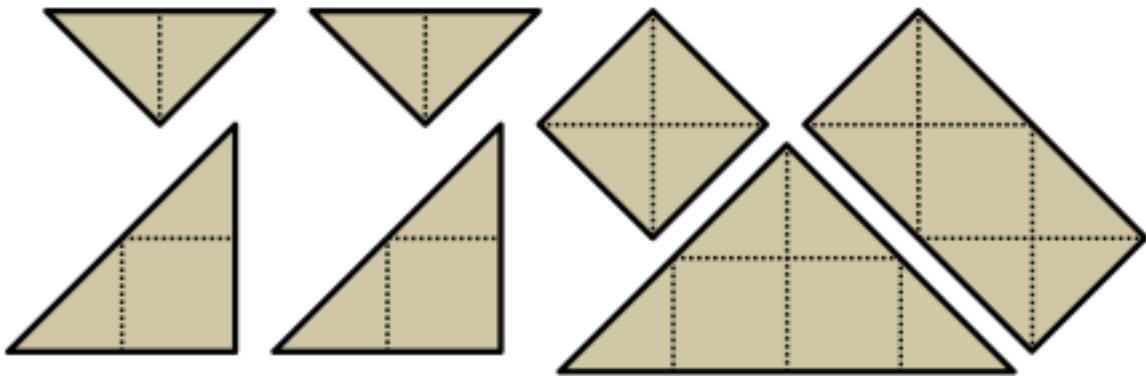
En utilisant trois pièces, construis un carré.

En utilisant quatre pièces, construis un carré.

En utilisant les sept pièces, construis un carré.

## B4 - Partageons les mathématiques Les sept pièces du Carré de Metz (a)

*Ce puzzle a été créé à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP qui se sont déroulées en 2012 à Metz.*



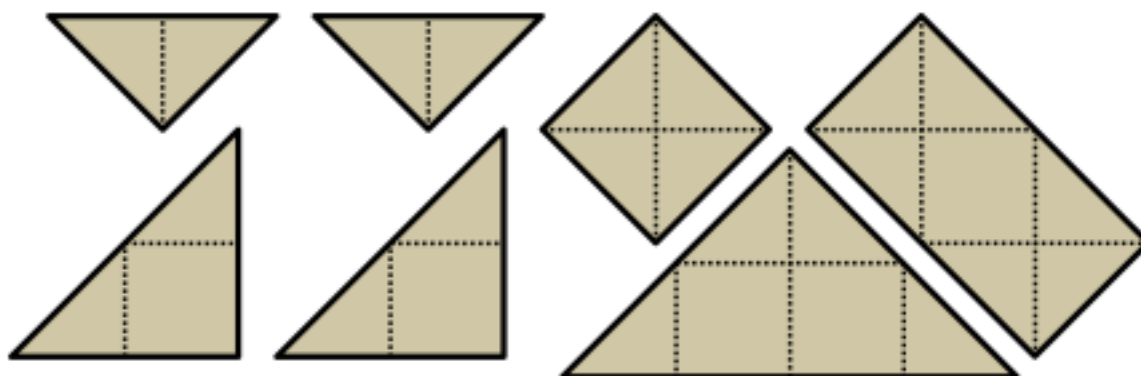
Avec une pièce je sais obtenir un carré. Réussiras-tu avec deux pièces ? trois pièces ? quatre pièces ? Cinq pièces ? sept pièces ?

Es-tu sûr que ce que tu as construit est un carré ?

Si tu ne réussis pas, est-ce parce que la construction est impossible ou est-ce parce que tu ne l'as pas encore trouvée ?

## B4 - Partageons les mathématiques Les sept pièces du Carré de Metz (b)

*Ce puzzle a été créé à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP qui se sont déroulées en 2012 à Metz.*



Avec une pièce je sais obtenir un rectangle. Réussiras-tu avec deux pièces ? trois pièces ? quatre pièces ? cinq pièces ? six pièces ? sept pièces ?

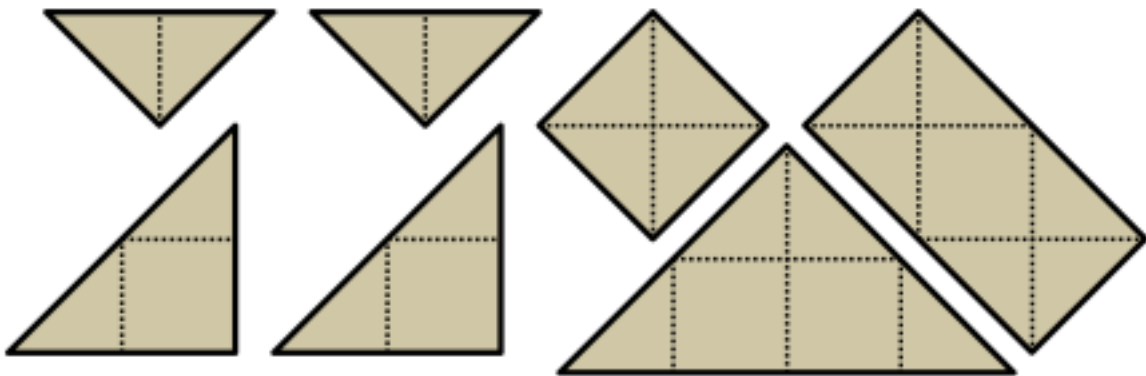
Es-tu sûr que ce que tu as construit est un rectangle ?

Si tu ne réussis pas, est-ce parce que la construction est impossible ou est-ce parce que tu ne l'as pas encore trouvée ?

**Remarque :** nous ne chercherons ici que les rectangles non carrés.

## B4 - Partageons les mathématiques Les sept pièces du Carré de Metz (c)

*Ce puzzle a été créé à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP qui se sont déroulées en 2012 à Metz.*



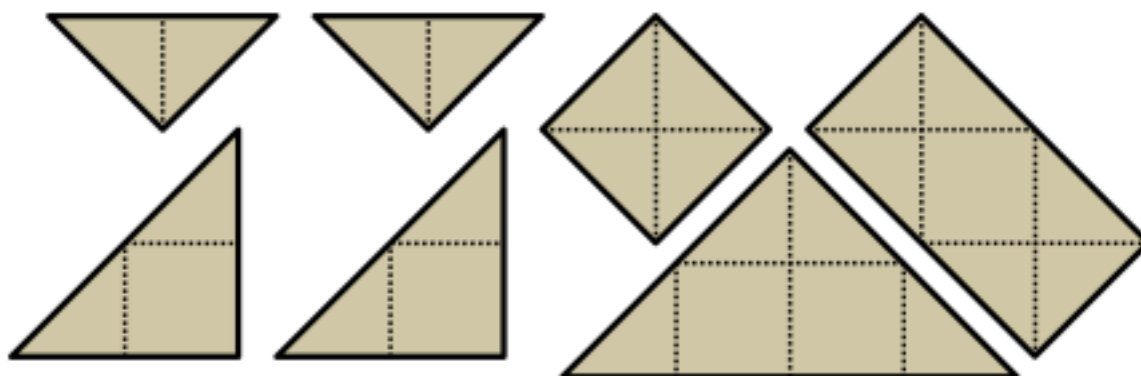
Avec une pièce, je sais obtenir un triangle rectangle isocèle. Réussiras-tu avec deux pièces ? trois pièces ? quatre pièces ? cinq pièces ? sept pièces ?

Es-tu sûr que ce que tu as construit est un triangle rectangle isocèle ?

Si tu ne réussis pas, est-ce parce que la construction est impossible ou est-ce parce que tu ne l'as pas encore trouvée ?

## B4 - Partageons les mathématiques : les sept pièces du Carré de Metz (d)

*Ce puzzle a été créé à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP qui se sont déroulées en 2012 à Metz.*



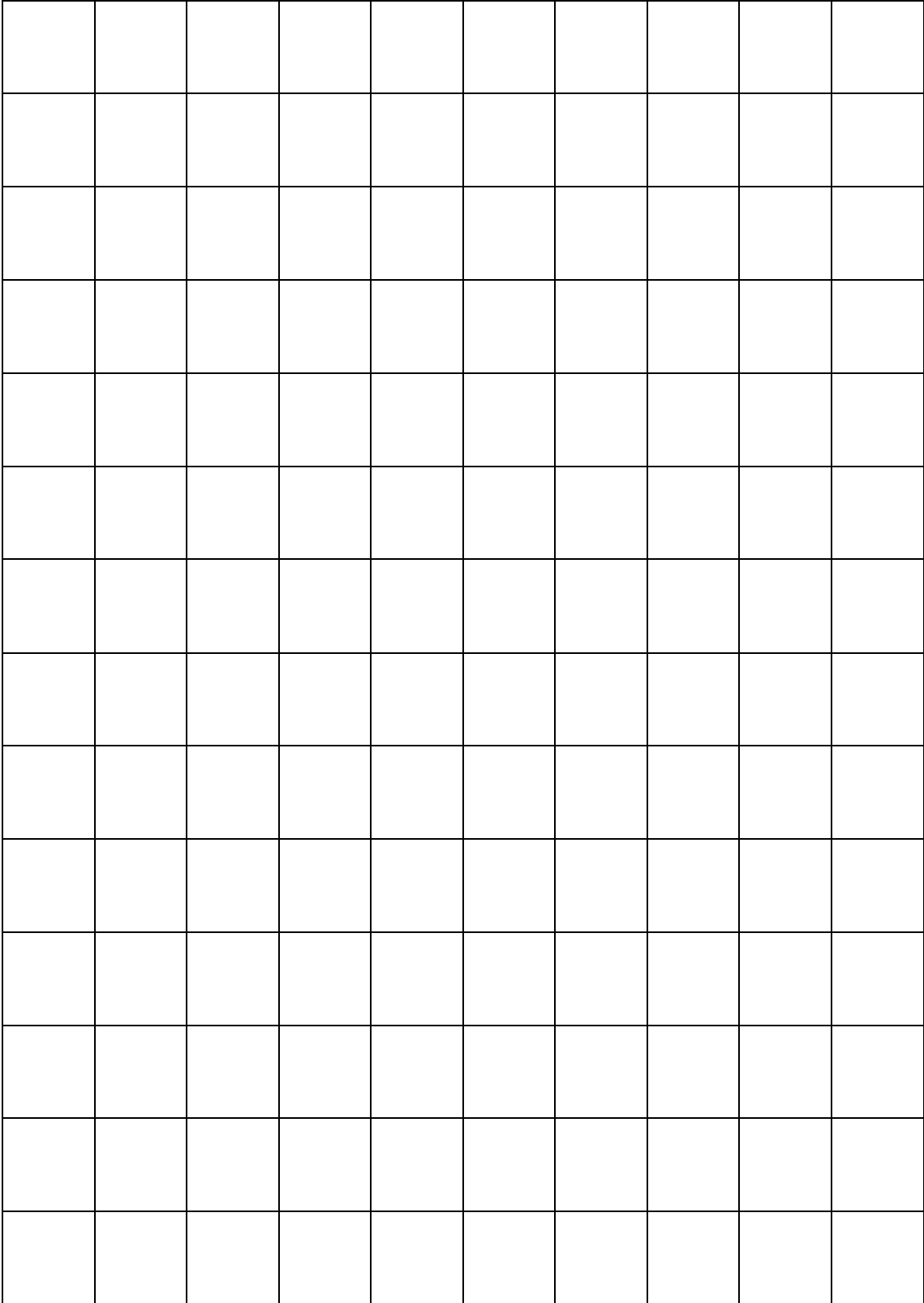
Avec une pièce, je ne sais pas obtenir un parallélogramme. Mais réussiras-tu avec deux pièces ? trois pièces ? quatre pièces ? cinq pièces ? six pièces ? sept pièces ?

Es-tu sûr que ce que tu as construit est un parallélogramme ?

Si tu ne réussis pas, est-ce parce que la construction est impossible ou est-ce parce que tu ne l'as pas encore trouvée ?

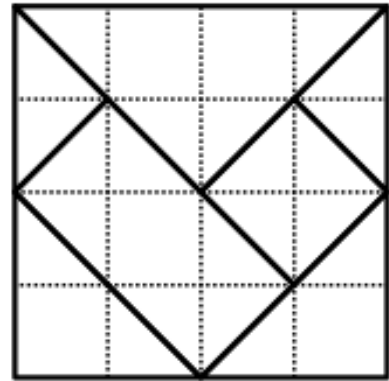
**Remarque :** nous ne chercherons ici que les parallélogrammes non rectangles et non carrés.

**Un quadrillage pour dessiner les polygones construits avec le Carré de Metz**





Le puzzle a été créé en 2010 pour les Journées Nationales de l'APMEP à Metz fin octobre 2012. Des pièces possédant au moins un axe de symétrie ont été privilégiées. De plus, sont apparentes des lignes du quadrillage dans lequel a été construit le carré, facilitant en particulier la reproduction de ce qui a été trouvé par les élèves.



[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2\\_02\\_Carre\\_de\\_Metz.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2_02_Carre_de_Metz.pdf)

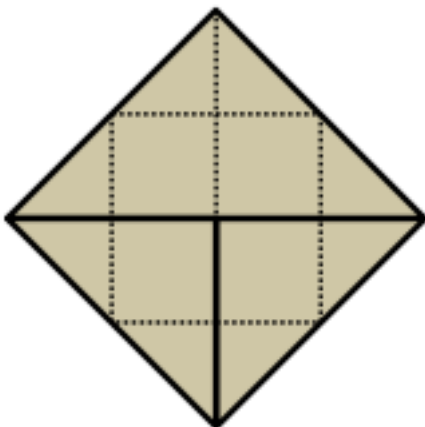
[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2\\_02\\_Compte\\_rendu.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2_02_Compte_rendu.pdf)

[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2\\_02\\_Diaporama.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/P2_02_Diaporama.pdf)

Il a été présenté lors de l'atelier P2-02 des Journées de Metz.

[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Carre\\_Metz\\_Drouin.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Carre_Metz_Drouin.pdf) Il a été présenté dans le numéro 42 de la revue PLOT (APMEP).

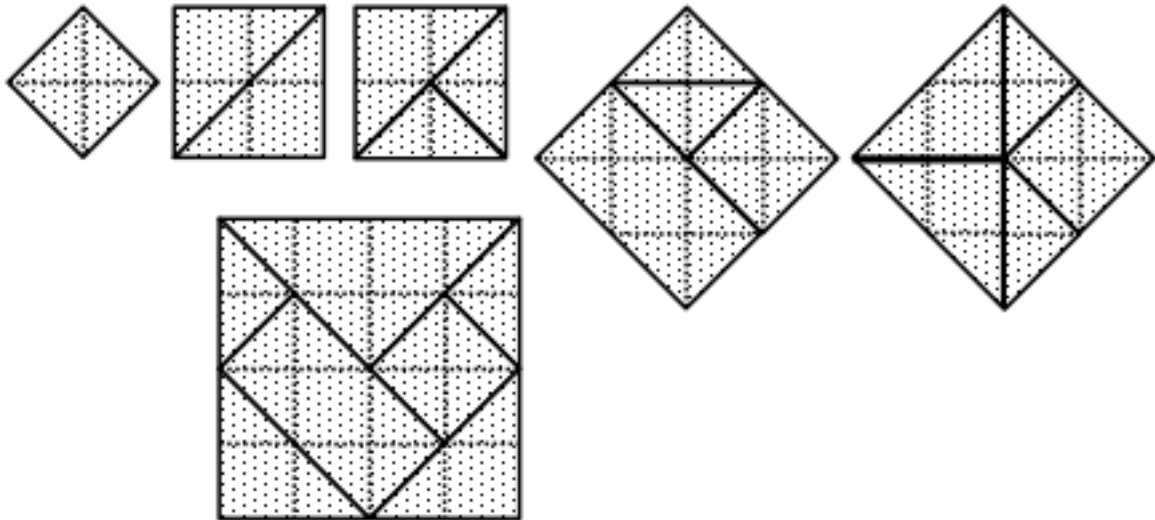
La brochure « Le Carré de Metz et le Pavé de Metz » éditée par l'APMEP Lorraine présente de nombreuses pistes d'utilisations à l'école élémentaire et pendant les premières années du collège.



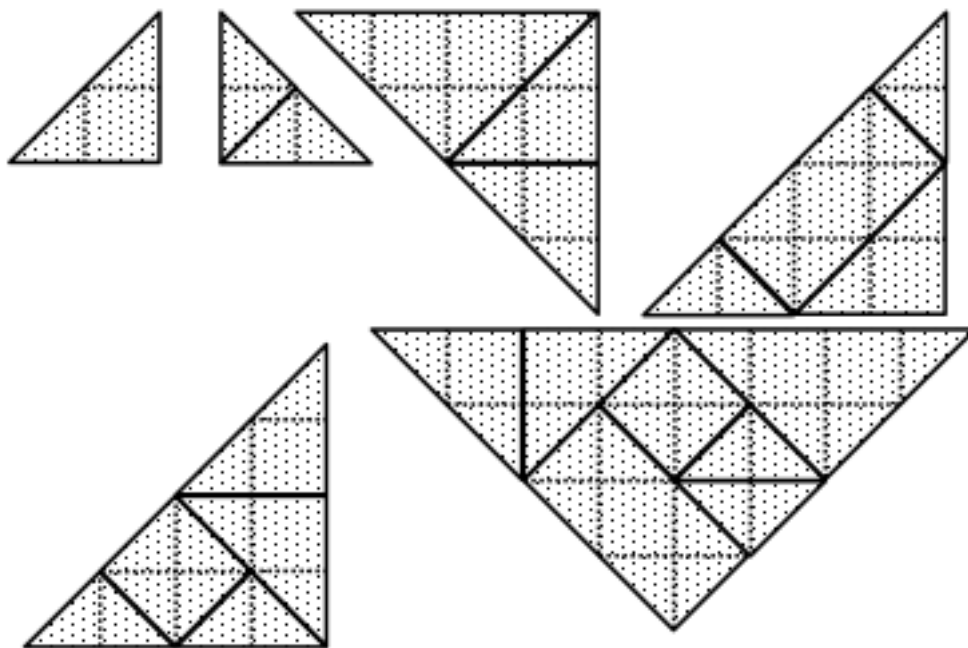
Pour justifier que cet assemblage est un carré et quitter la géométrie perceptive, l'élève pourra, avec ses instruments de géométrie, affirmer que le quadrilatère obtenu ayant quatre côtés égaux et quatre angles droits est un carré (géométrie instrumentée). S'il sait que les triangles rectangles isocèles ont deux angles égaux à des demi angles droits et que les diagonales de carreaux du quadrillage ont même longueur, il pourra aborder un peu de géométrie déductive.

## Quelques solutions

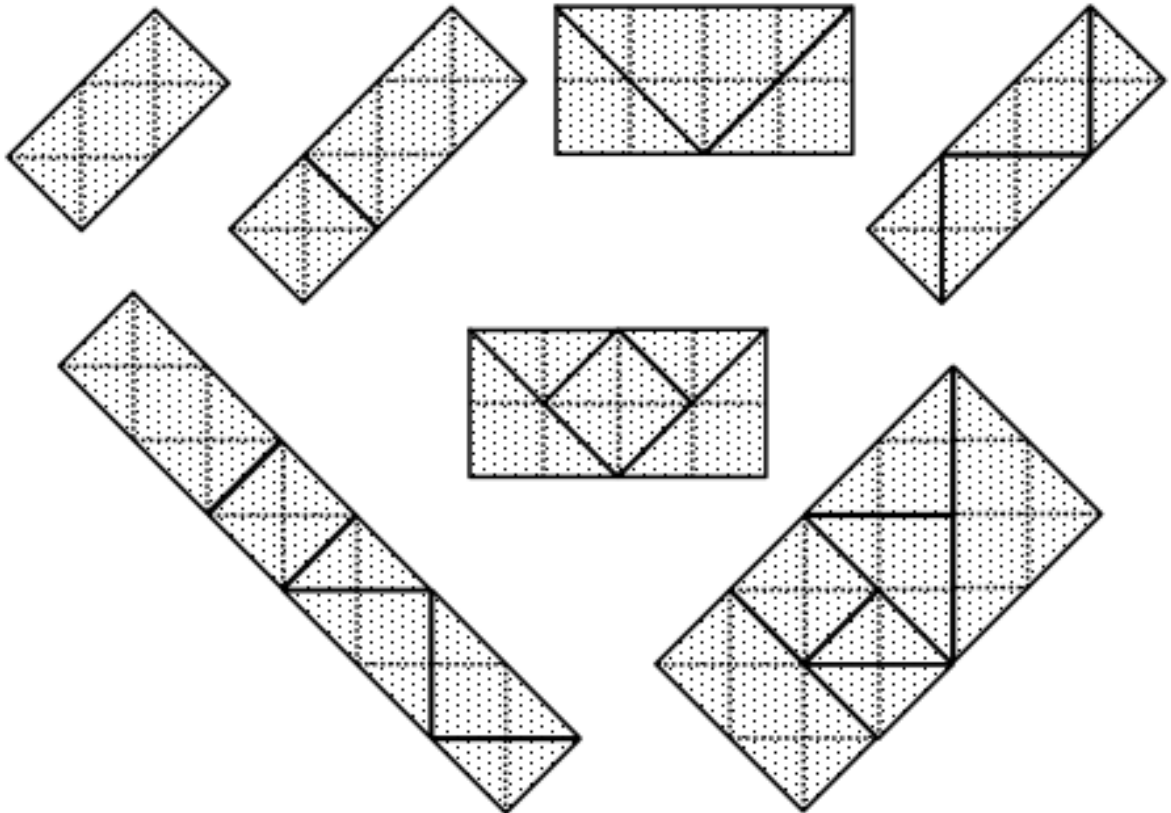
### Des carrés



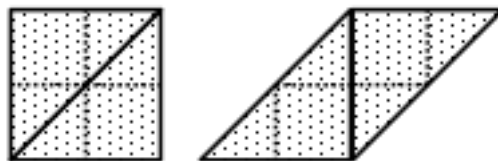
### Des triangles rectangles



## Des rectangles non carrés et des parallélogrammes



Les parallélogrammes obtenus avec 3, 4, 5, 6 ou 7 pièces pourront être obtenus à partir d'une translation de pièce de forme « triangle rectangle isocèle ». Celui obtenu avec deux pièces sera obtenu par une translation d'un des deux triangles rectangles formant un carré.




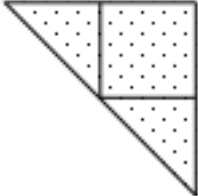
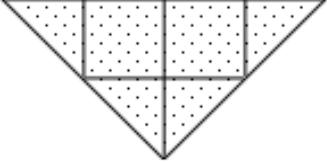
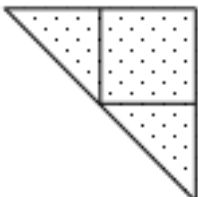
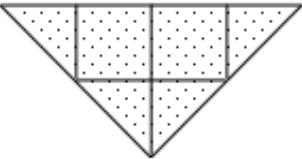
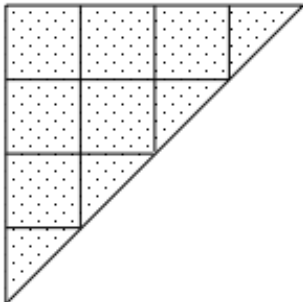
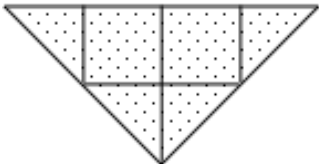
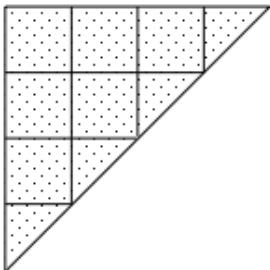
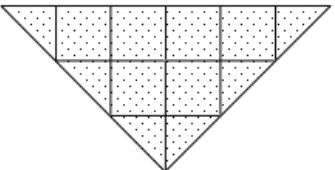
### Remarque

Avec six pièces, il est impossible de réaliser un carré ou un triangle rectangle isocèle. Une preuve se trouve dans la brochure « le Carré de Metz et le Pavé de Metz » éditée par l'APMEP Lorraine.

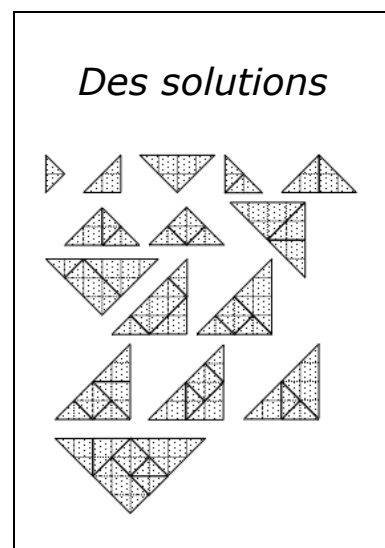
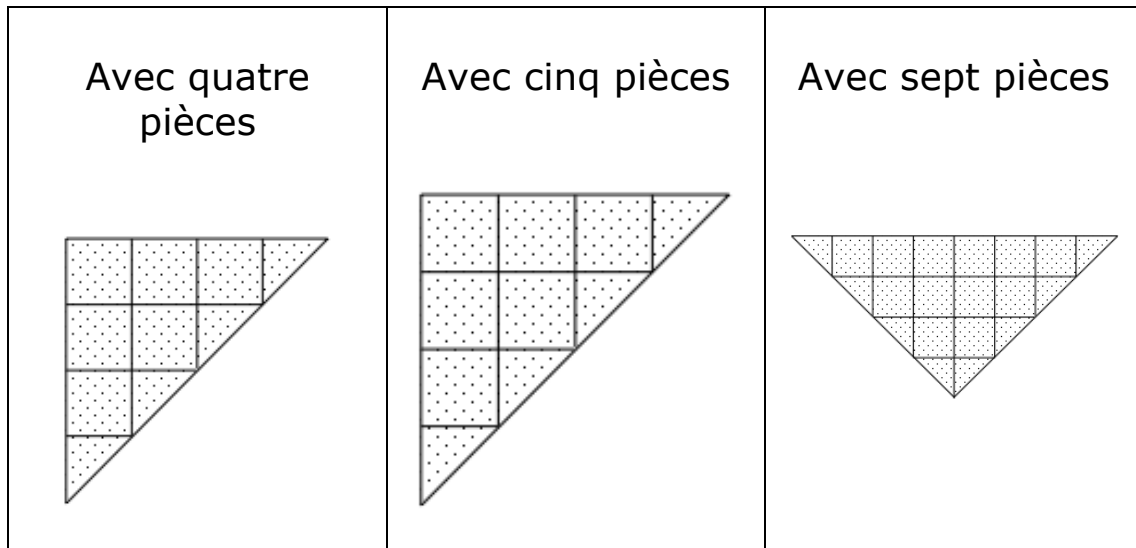


Les recherches proposées se sont avérées difficiles pour les élèves. En aide des séries de cartes ont été imaginées : il leur reste à savoir gérer le quadrillage présent sur les polygones à réaliser.

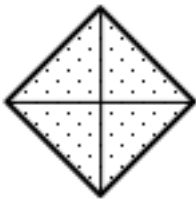
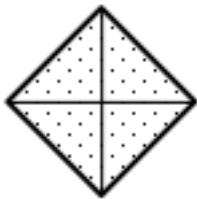
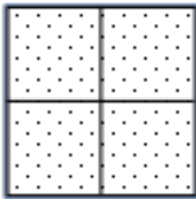
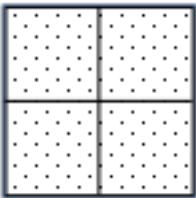
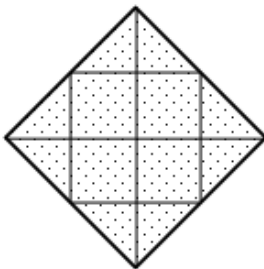
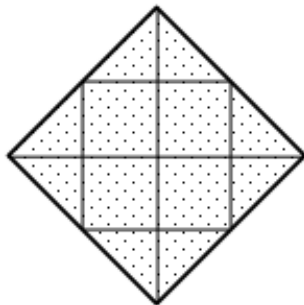
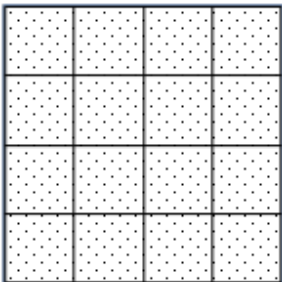
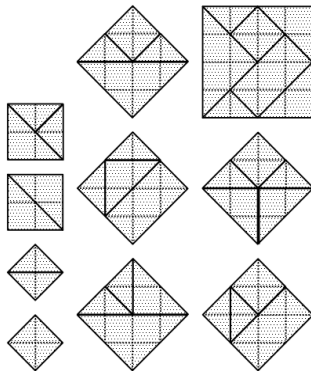
**Pour des triangles (1)**

<p>Avec une pièce</p> 	<p>Avec une pièce</p> 	<p>Avec une pièce</p> 
<p>Avec deux pièces</p> 	<p>Avec deux pièces</p> 	<p>Avec deux pièces</p> 
<p>Avec trois pièces</p> 	<p>Avec trois pièces</p> 	<p>Avec trois pièces</p> 

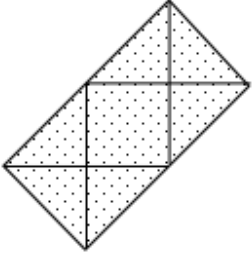
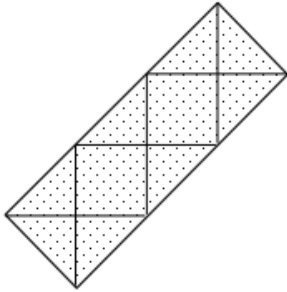
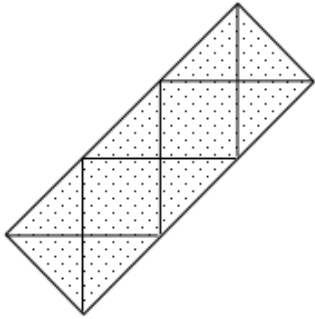
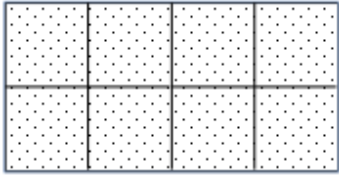
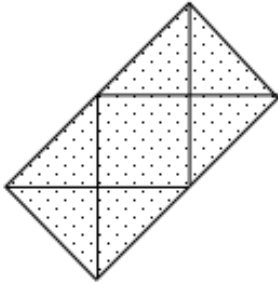
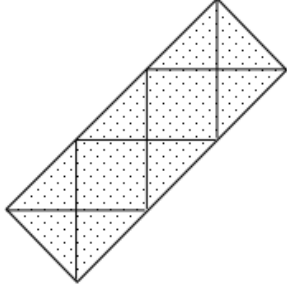
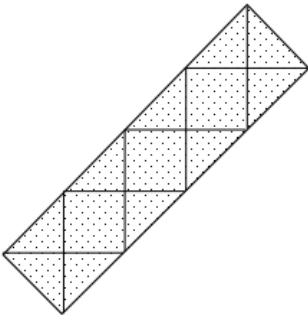
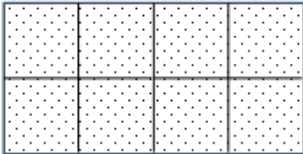
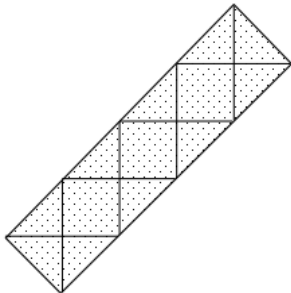
## Pour des triangles (2)



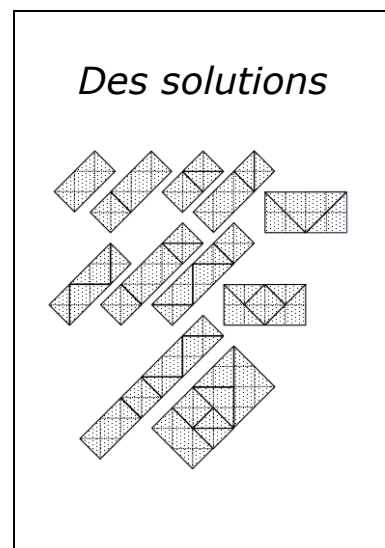
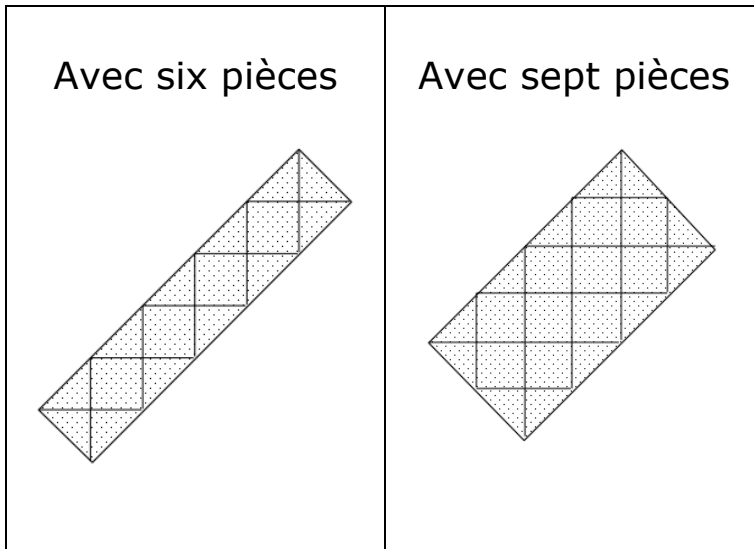
**Pour des carrés**

<p>Avec une pièce</p> 	<p>Avec deux pièces</p> 	<p>Avec deux pièces</p> 
<p>Avec trois pièces</p> 	<p>Avec quatre pièces</p> 	<p>Avec cinq pièces</p> 
<p>Avec sept pièces</p> 		<p><i>Des solutions</i></p> 

**Pour des rectangles (1)**

<p>Avec une pièce</p> 	<p>Avec deux pièces</p> 	<p>Avec trois pièces</p> 
<p>Avec trois pièces</p> 	<p>Avec trois pièces</p> 	<p>Avec quatre pièces</p> 
<p>Avec quatre pièces</p> 	<p>Avec cinq pièces</p> 	<p>Avec cinq pièces</p> 

**Pour des rectangles (2)**

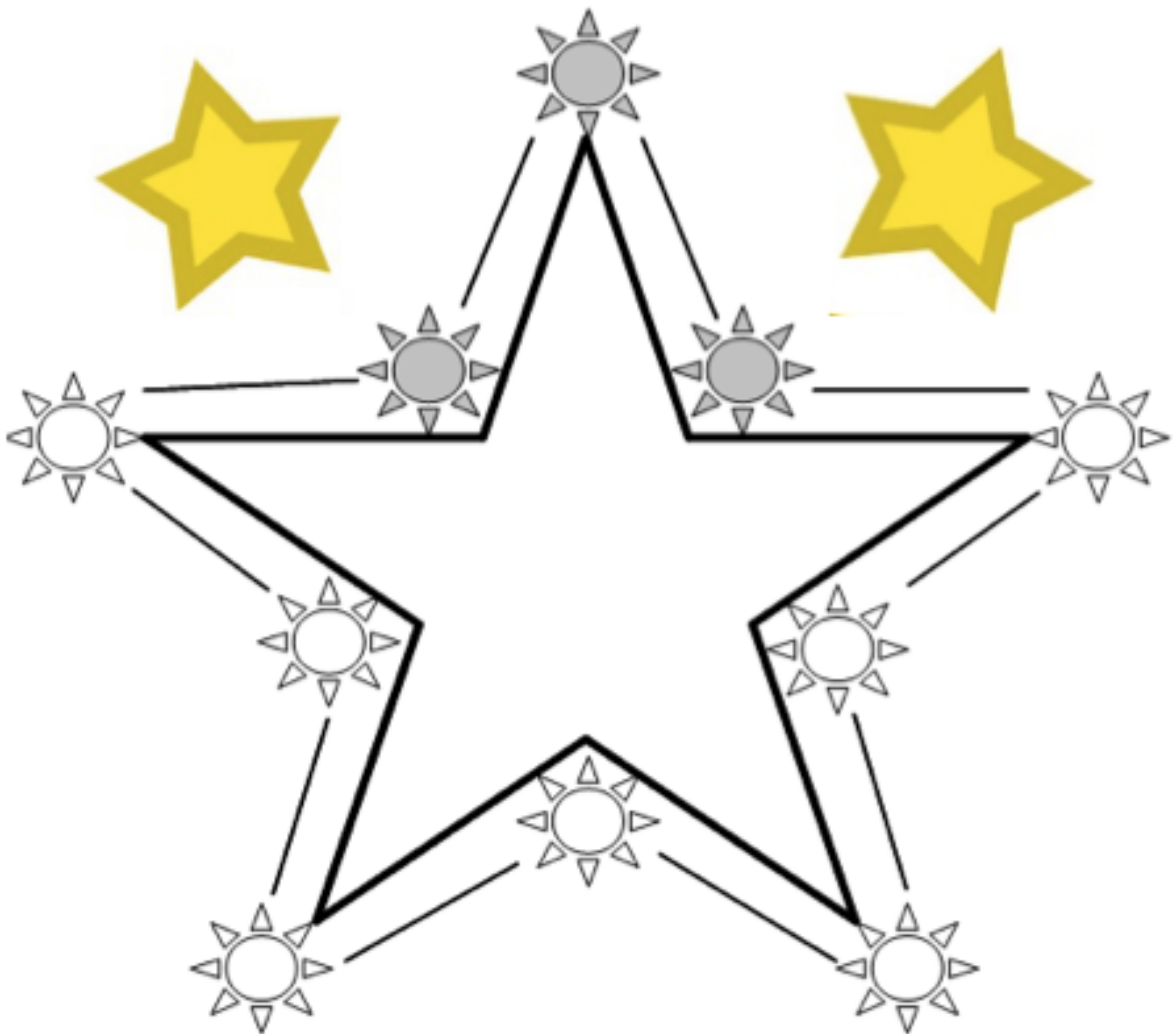




## B5 – L'étoile du 15

On place des nombres entiers différents, choisis parmi les nombres de 1 à 12, dans les dix soleils de ce dessin de telle sorte que la somme des nombres des trois soleils de chaque branche de l'étoile soit égale à 15.

Chaque branche de cette étoile est entourée de trois soleils comme dans l'exemple ci-dessous.



## B5 - Une feuille de recherche pour « l'étoile du 15 »



Ce problème a été créé en 2013 par des étudiants de l'I.U.F.M. de Lorraine, site de Metz-Montigny, pendant un temps de leur formation.

Pendant la Fête de la Science, lors de recherches avec les étudiants-animateurs, trois solutions avaient été trouvées, sans garantie qu'il n'y en ait pas d'autres.

Avec des élèves, la recherche exhaustive des sommes de trois entiers différents égales à 15 pourra être proposée en préalable.

$$12 + 2 + 1 = 15$$

$$11 + 3 + 1 = 15$$

$$10 + 4 + 1 = 15$$

$$10 + 3 + 2 = 15$$

$$9 + 5 + 1 = 15$$

$$9 + 2 + 4 = 15$$

$$8 + 6 + 1 = 15$$

$$8 + 5 + 2 = 15$$

$$8 + 4 + 3 = 15$$

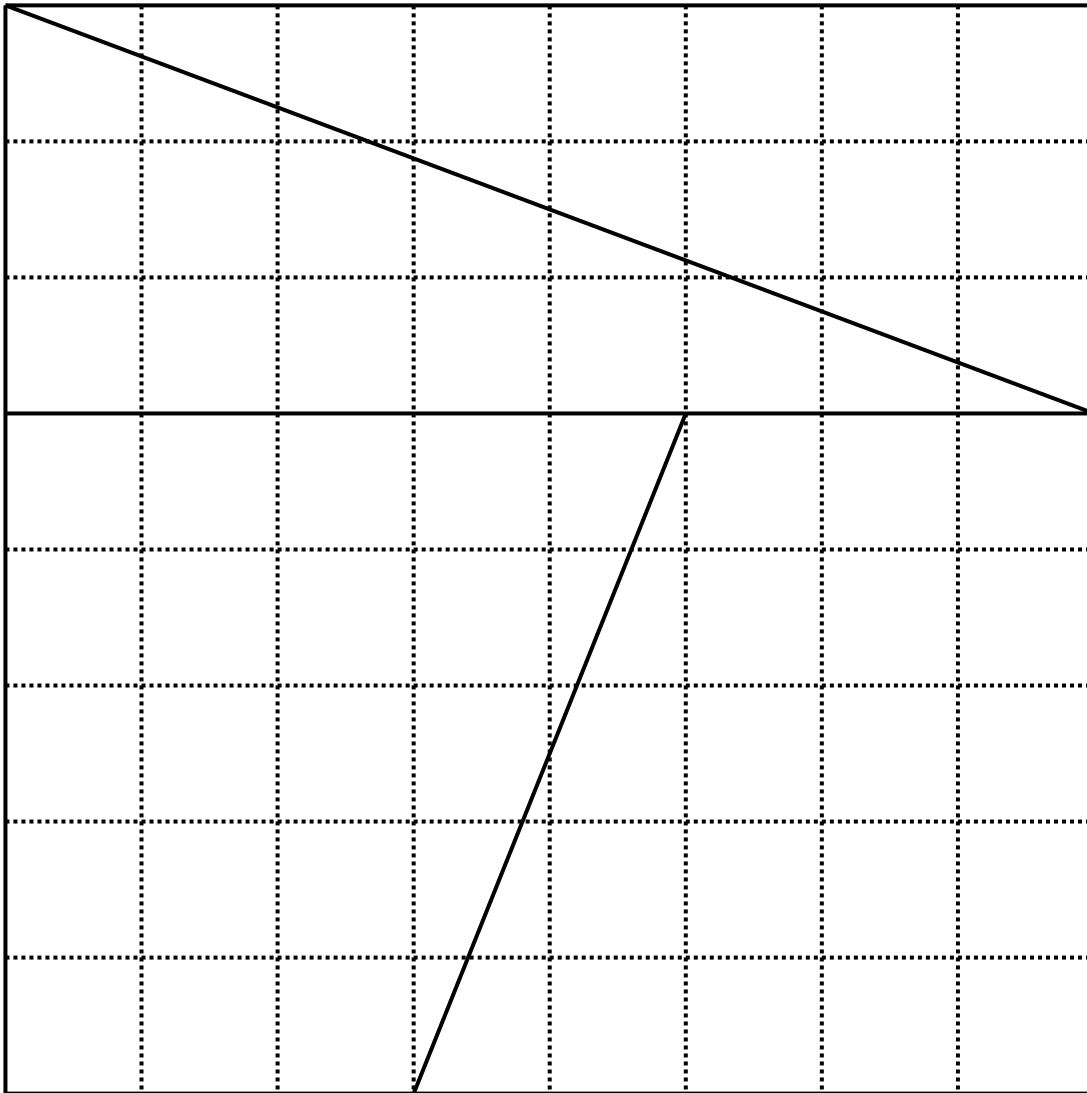
$$7 + 6 + 2 = 15$$

$$7 + 5 + 3 = 15$$

$$6 + 5 + 4 = 15$$

Les sommes intervenant dans les branches de l'étoile seront choisies parmi cette liste.

## B6 - Le puzzle de Lewis Carroll

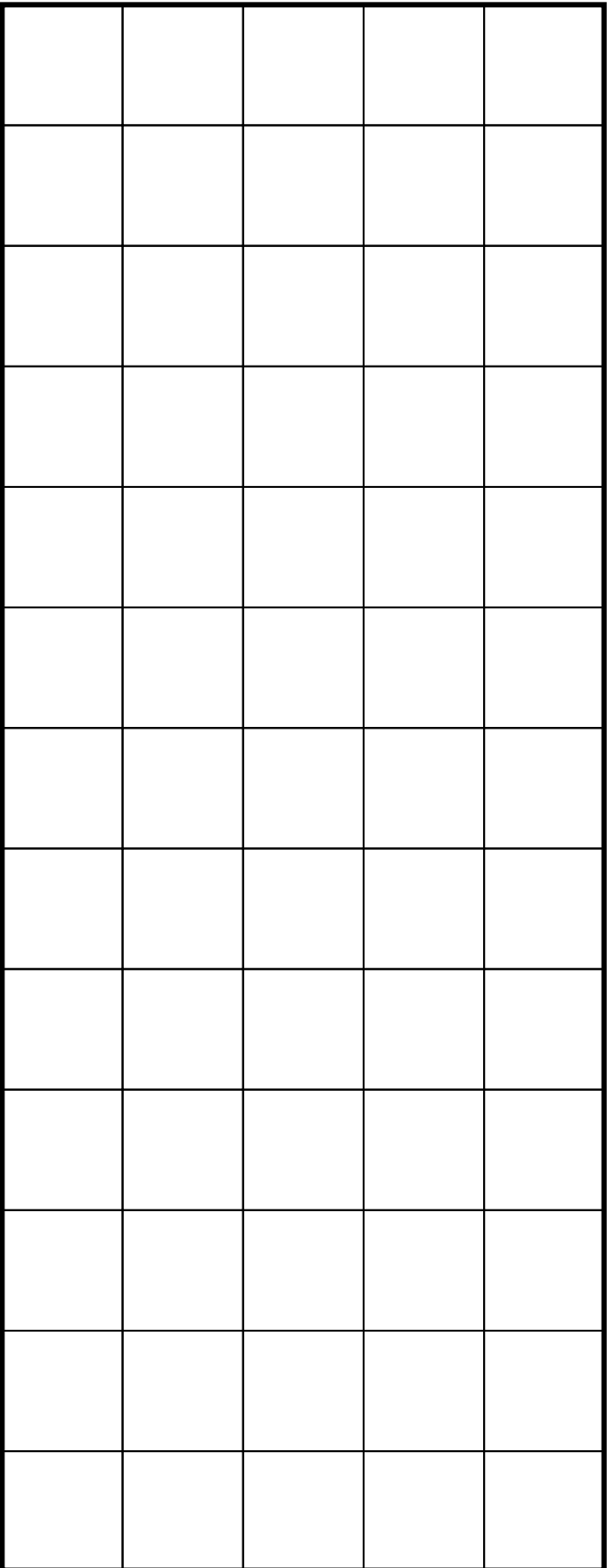


Voici le découpage du carré  $8 \times 8$  imaginé par Lewis Carroll.

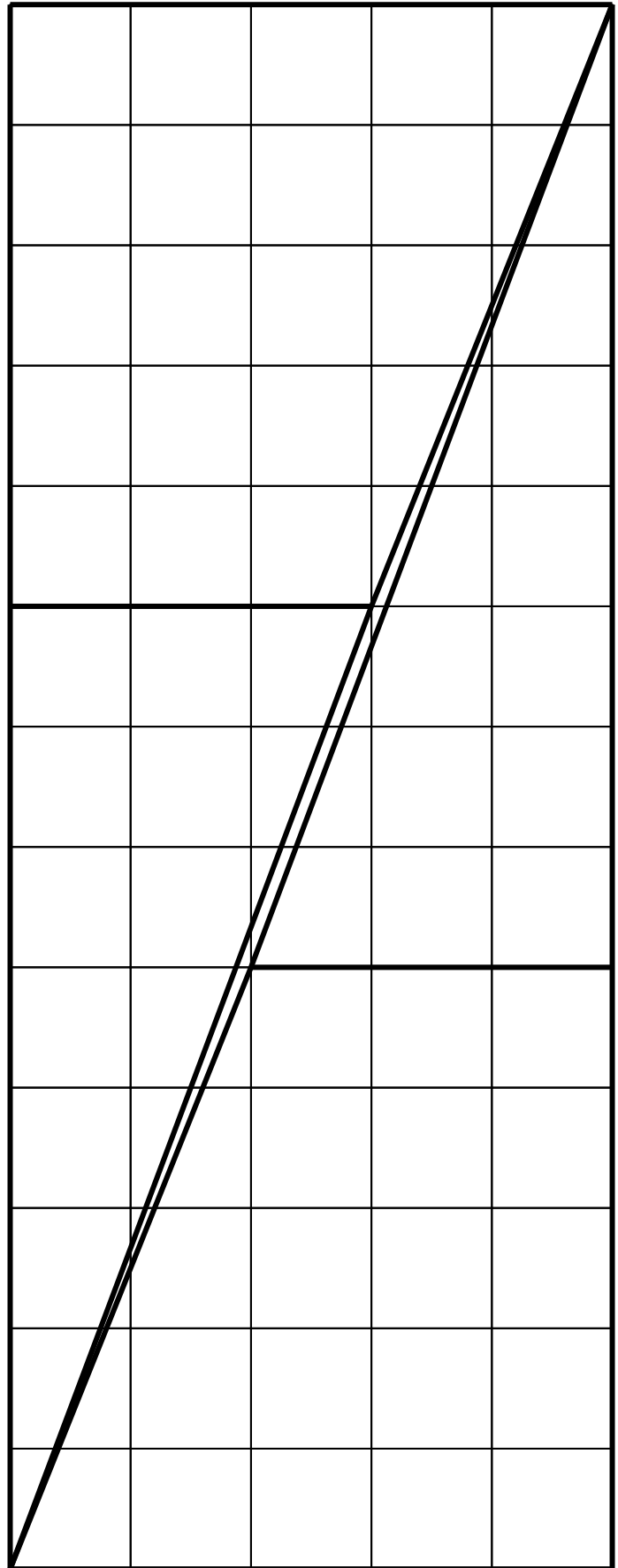
Si l'aire d'un carreau du quadrillage est l'unité d'aire, l'aire du carré est 64.

Avec les quatre pièces, réaliser un rectangle non carré.  
Quelle sera son aire ?

**B6** : Voici le rectangle réalisé. Dessine avec précision son recouvrement par les quatre pièces du puzzle de Lewis Carroll. Que se passe-t-il ?



Dans le rectangle, sont dessinées les quatre pièces du puzzle de Lewis Carroll. Un parallélogramme d'aire 1 est à remarquer.



64 est l'aire du carré initial, 65 est l'aire du rectangle obtenu. La manipulation des pièces ne laisse pas apparaître à l'intérieur du rectangle le parallélogramme d'aire 1. Un dessin des pièces placées dans le rectangle quadrillé le rend visible.

À partir du collège, d'autres arguments pourront être avancés, en particulier des non alignements de segments : la trigonométrie ou plus tard les coordonnées cartésiennes seront utilisées.

Cette activité a pour but de faire prendre du recul devant ce qui est vu, quitter la géométrie perceptive pour la géométrie instrumentée (le quadrillage étant considéré comme un outil permettant de faire vivre de la géométrie) et plus tard utiliser la géométrie déductive.

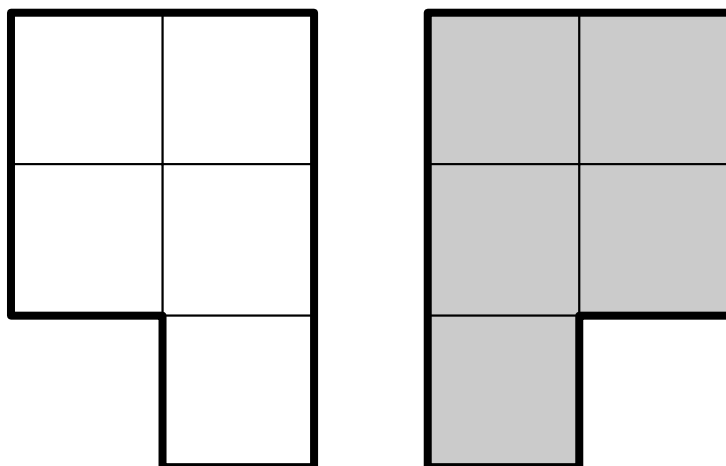
Les élèves de cycle 3 rencontrés pendant la Fête de la Science n'ont guère été perturbés par les deux valeurs différentes obtenues. Le fait que les pièces utilisées devaient permettre d'obtenir des aires égales pour les assemblages construits n'est pas pour eux une évidence : ils préfèrent peut-être s'arrêter à des valeurs numériques obtenues par l'utilisation de formules.

Il est à noter que l'aire du carré de départ et l'aire du rectangle obtenu ne sont pas obtenues immédiatement par les élèves. Cela vient peut-être du fait que les mesures des côtés intervenant dans les formules ne sont pas données dans les dessins à étudier et également du fait que l'unité d'aire n'est ni le  $\text{cm}^2$ , ni le  $\text{m}^2$ . Il sera sans doute nécessaire de revenir à un dénombrement de carreaux unité.

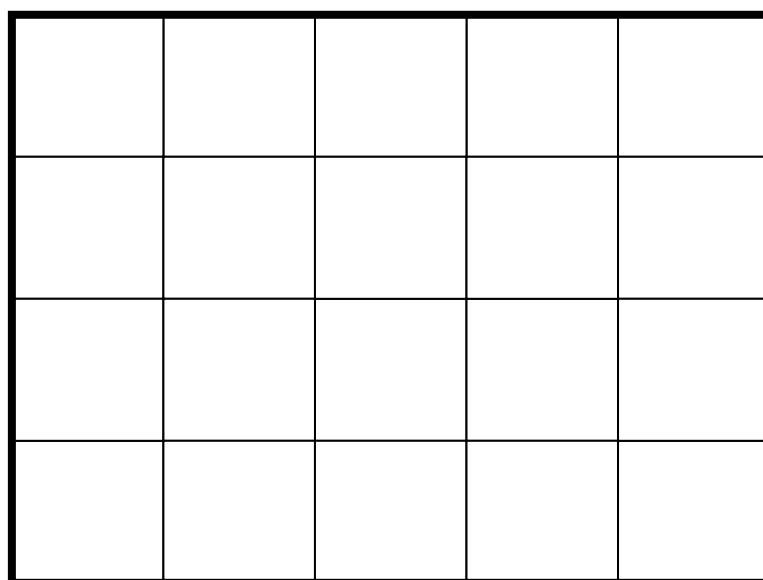
La brochure « Jeux 8 » de l'APMEP contient un important dossier à propos de ces « puzzles paradoxaux ».

## B7 - Des rectangles recouverts avec des pièces « q » et « p »

**Matériel :** des pièces « q » et « p » de mêmes dimensions que celles dessinées ci-dessous



### Un premier rectangle à recouvrir



En n'utilisant que des pièces « p », recouvre le rectangle ci-dessus.

En n'utilisant que des pièces « q », recouvre le rectangle ci-dessus.

En utilisant autant de pièces « p » que de pièces « q », trouve deux manières différentes de recouvrir le rectangle ci-dessus.

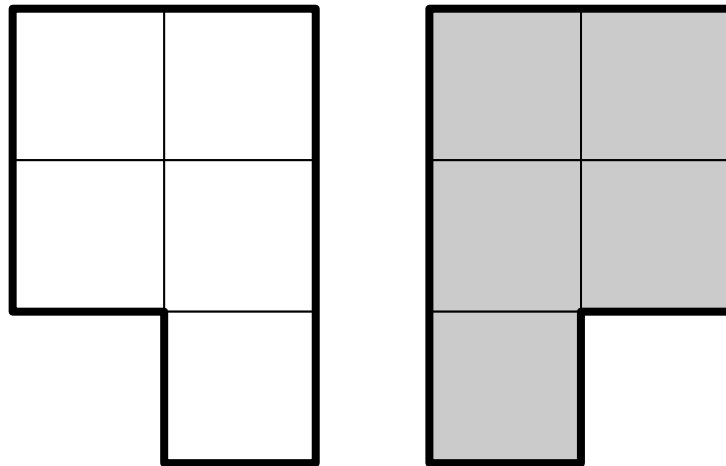
En n'utilisant pas autant de pièces « p » que de pièces « q », pourras-tu recouvrir le rectangle ci-dessus ?

Colorie tes solutions dans la feuille quadrillée jointe.

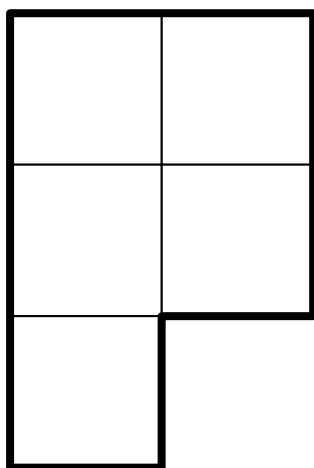


## Les pièces « p » à différentes échelles

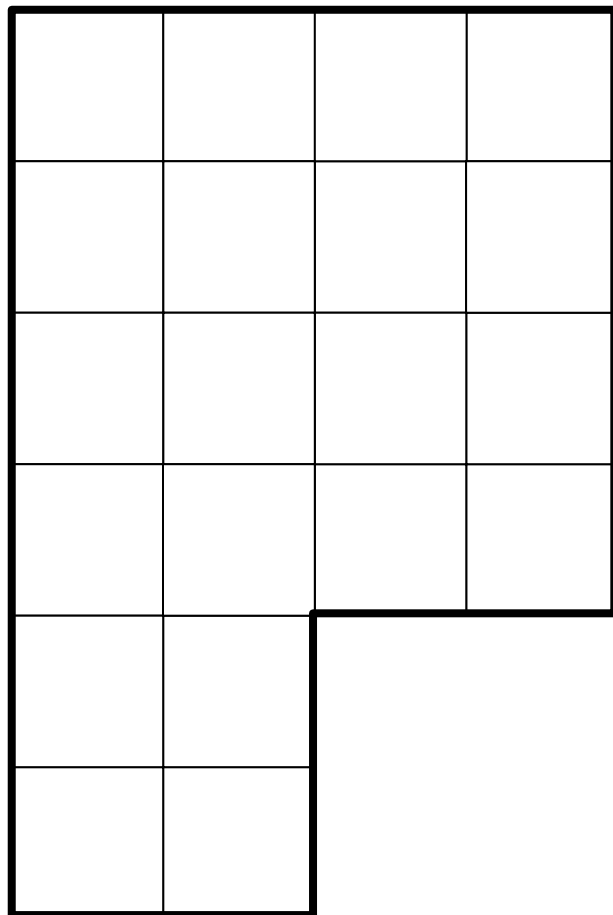
**Matériel :** des pièces « q » et « p » de mêmes dimensions que celles dessinées ci-dessous



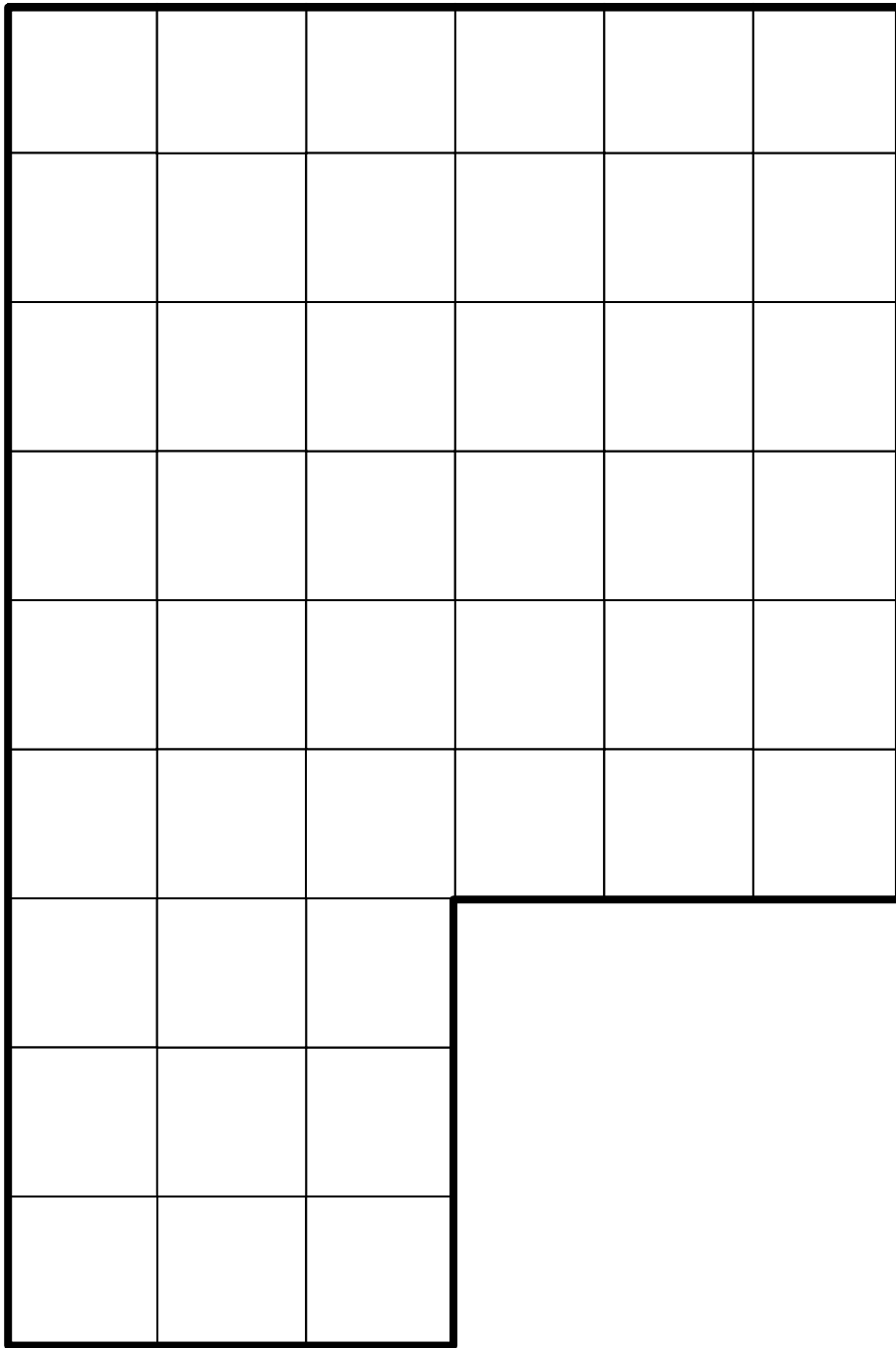
En utilisant des pièces « q » ou « p », recouvre les pièces « p » dessinées ci-dessous à différentes échelles.



Échelle 1



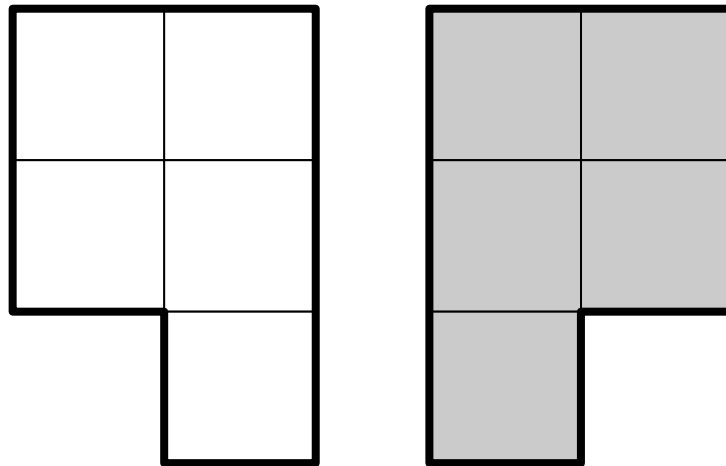
Échelle 2



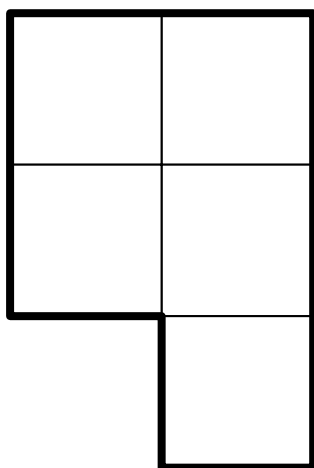
Échelle 3

## Les pièces « q » à différentes échelles

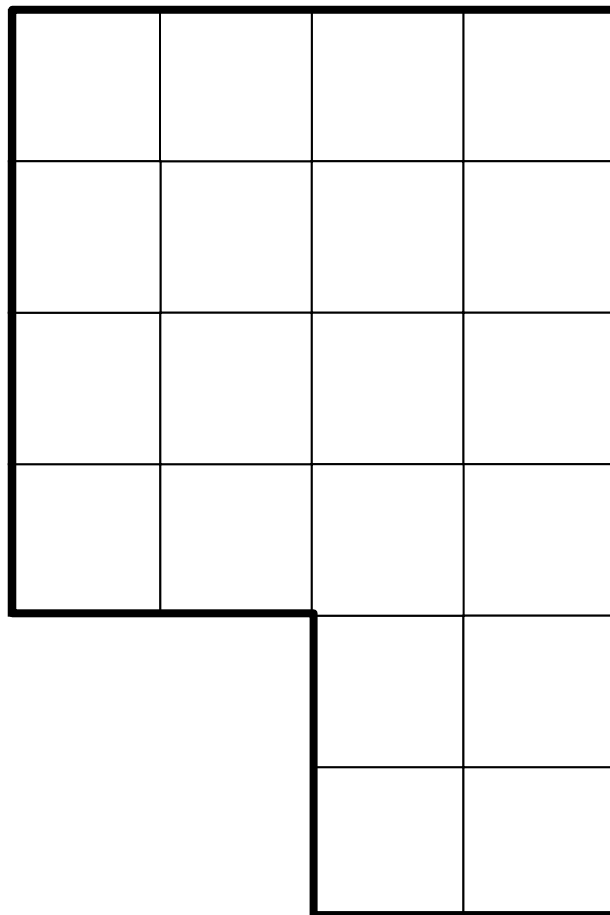
**Matériel :** des pièces « q » et « p » de mêmes dimensions que celles dessinées ci-dessous



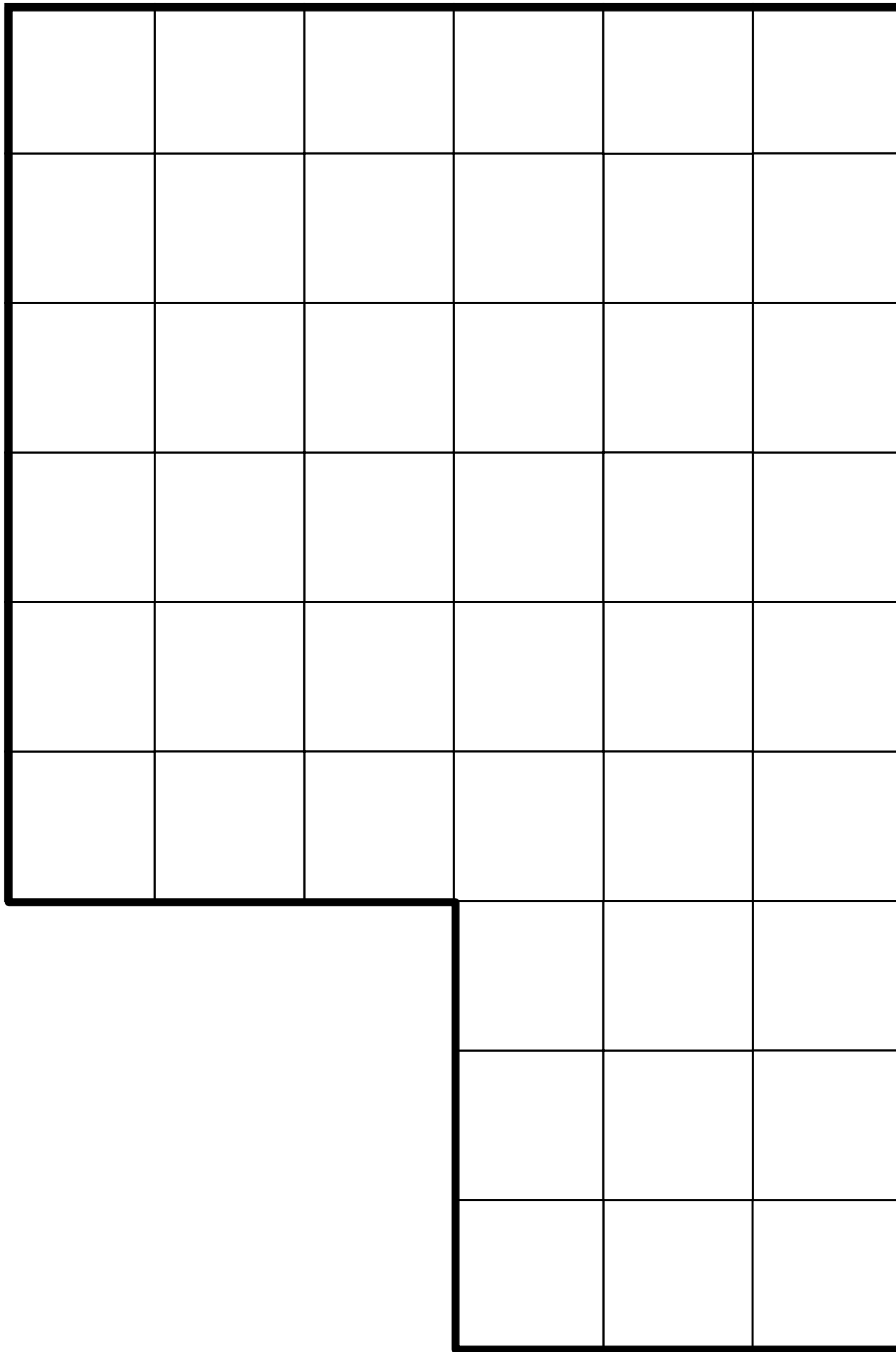
En utilisant des pièces « q » ou « p », recouvre les pièces « p » dessinées ci-dessous à différentes échelles.



Échelle 1

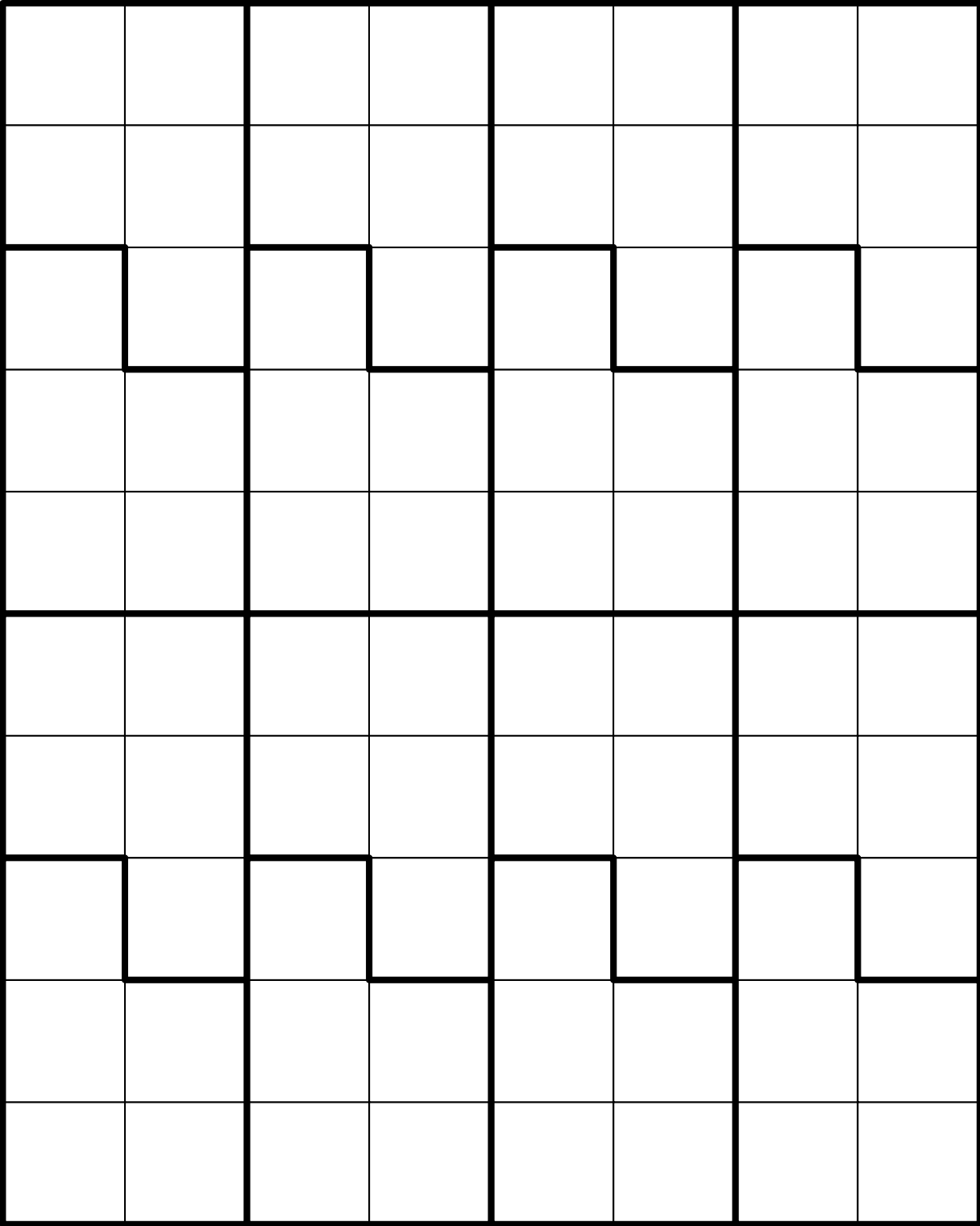


Échelle 2

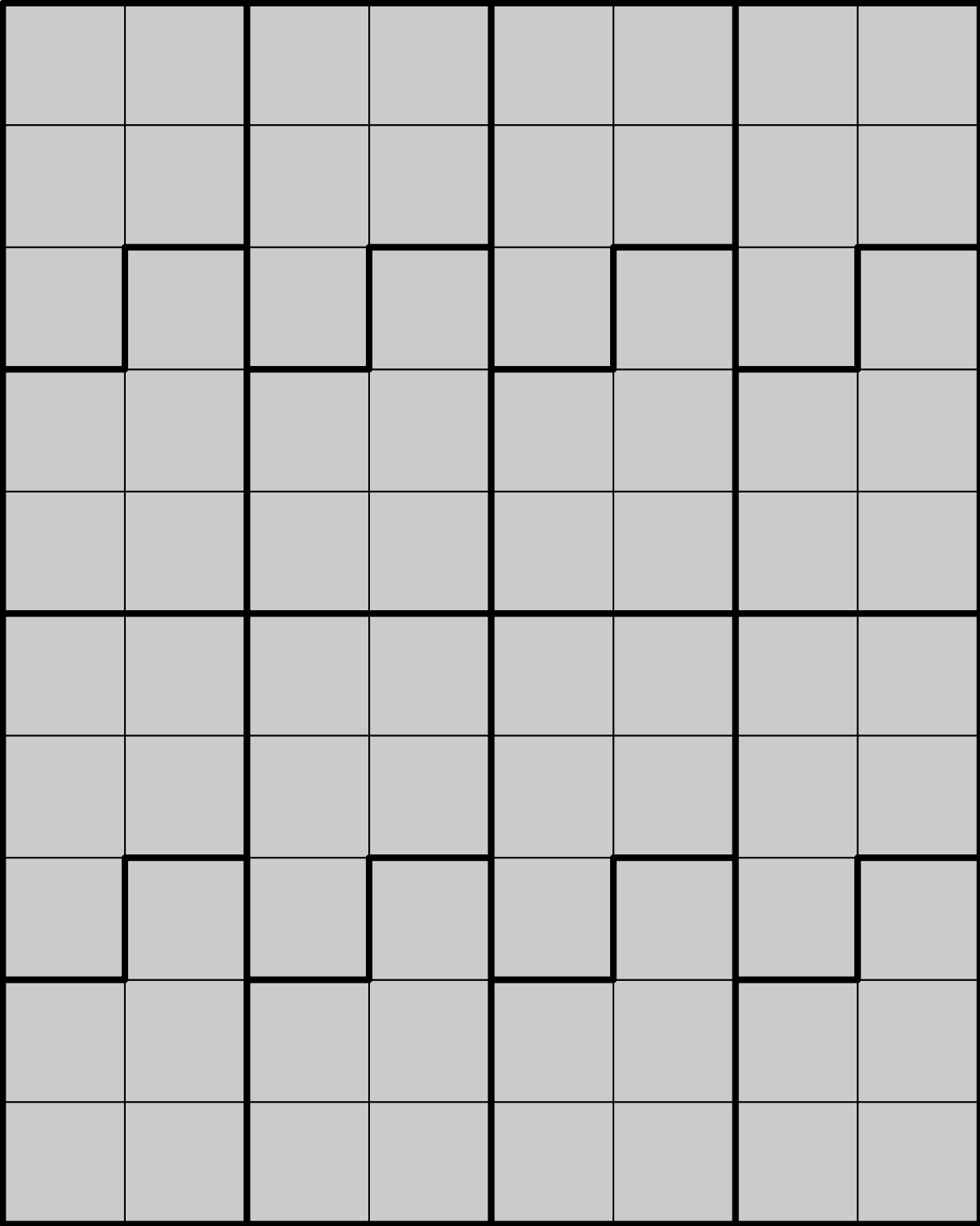


Échelle 3

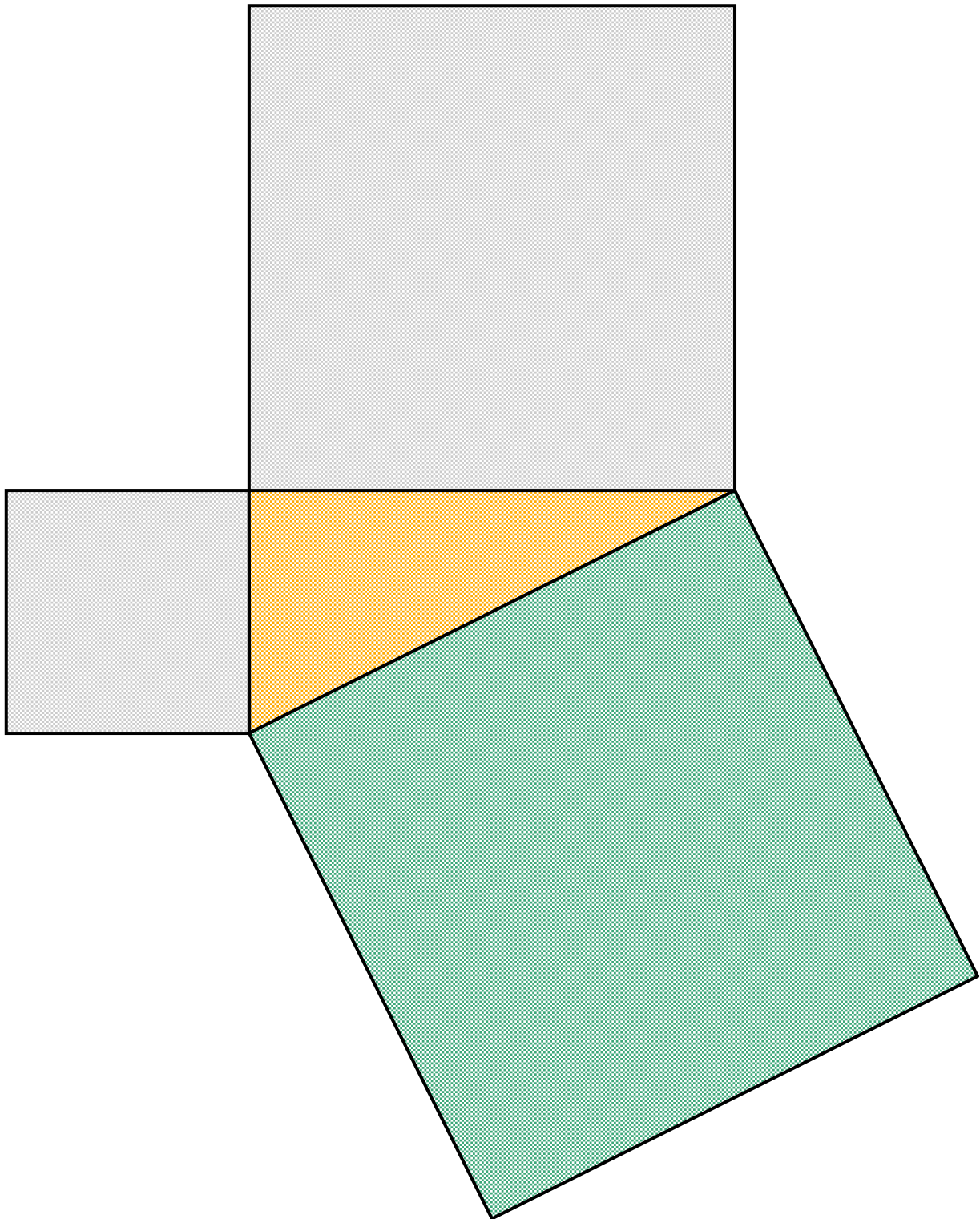
*Des pièces « q »*



Des pièces « q »

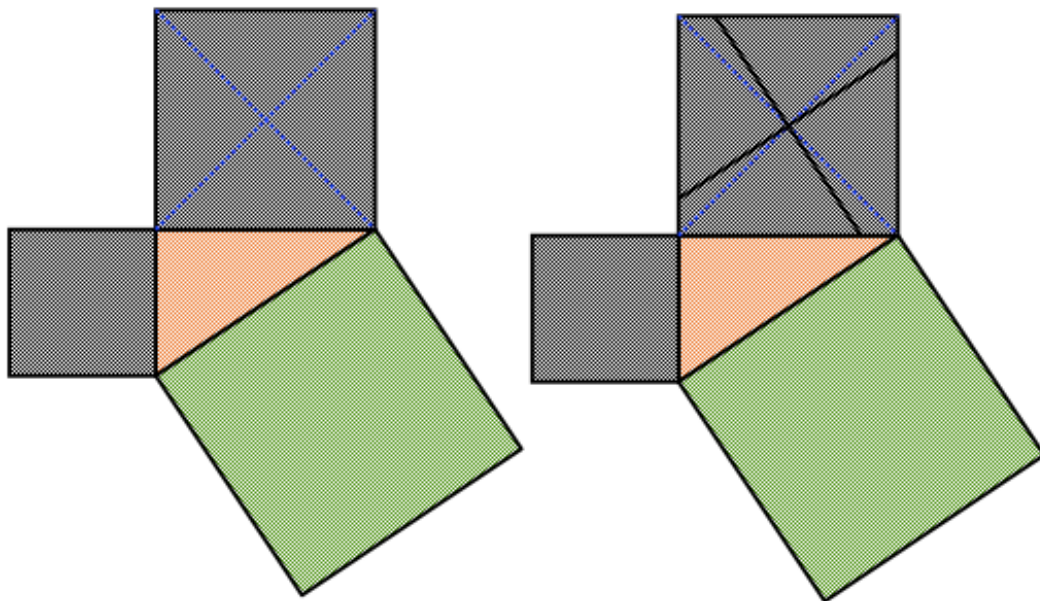


## B8 - Un triangle rectangle et trois carrés

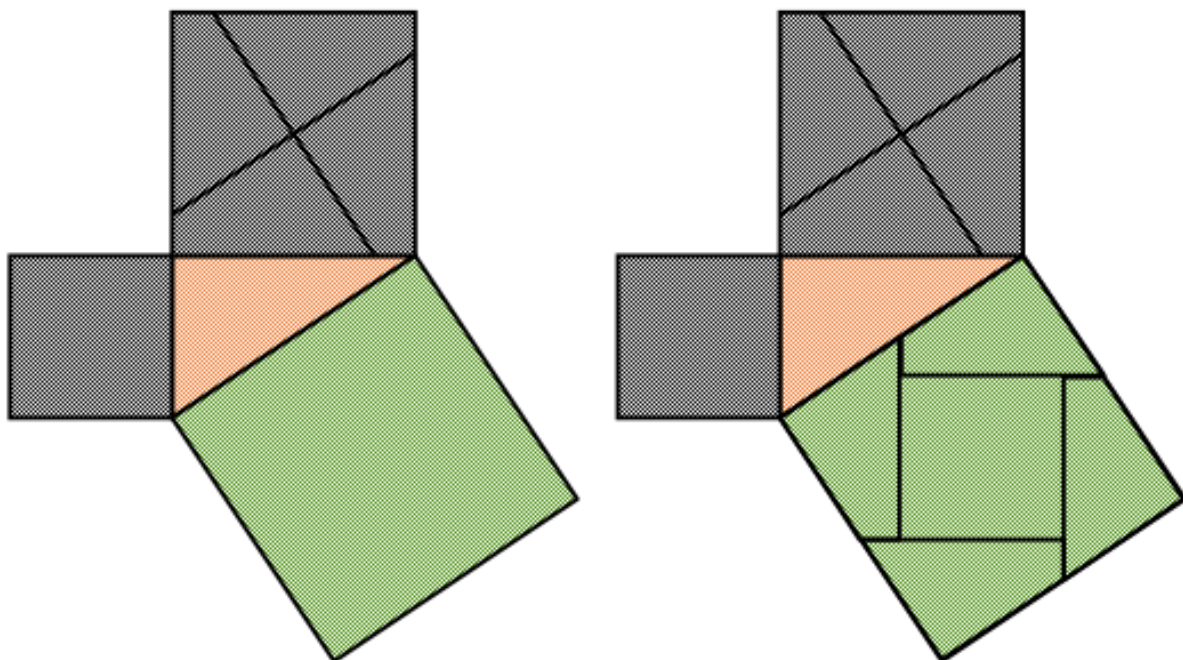


Avec les pièces du puzzle, recouvre les carrés gris.  
Puis avec les **mêmes pièces**, recouvre le carré vert.

## Et maintenant, construis ton puzzle :

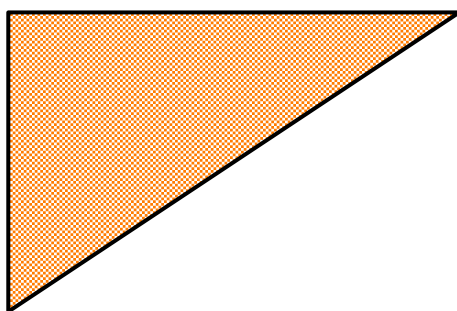


Le triangle rectangle est entouré par trois carrés. Le centre du « moyen » carré est le point d'intersection de ses diagonales. À partir de ce centre, sont tracées des parallèles aux côtés du grand carré. Le « moyen » carré est ainsi découpé en quatre pièces. En y joignant le « petit » carré, le « grand » carré pourra être recouvert.

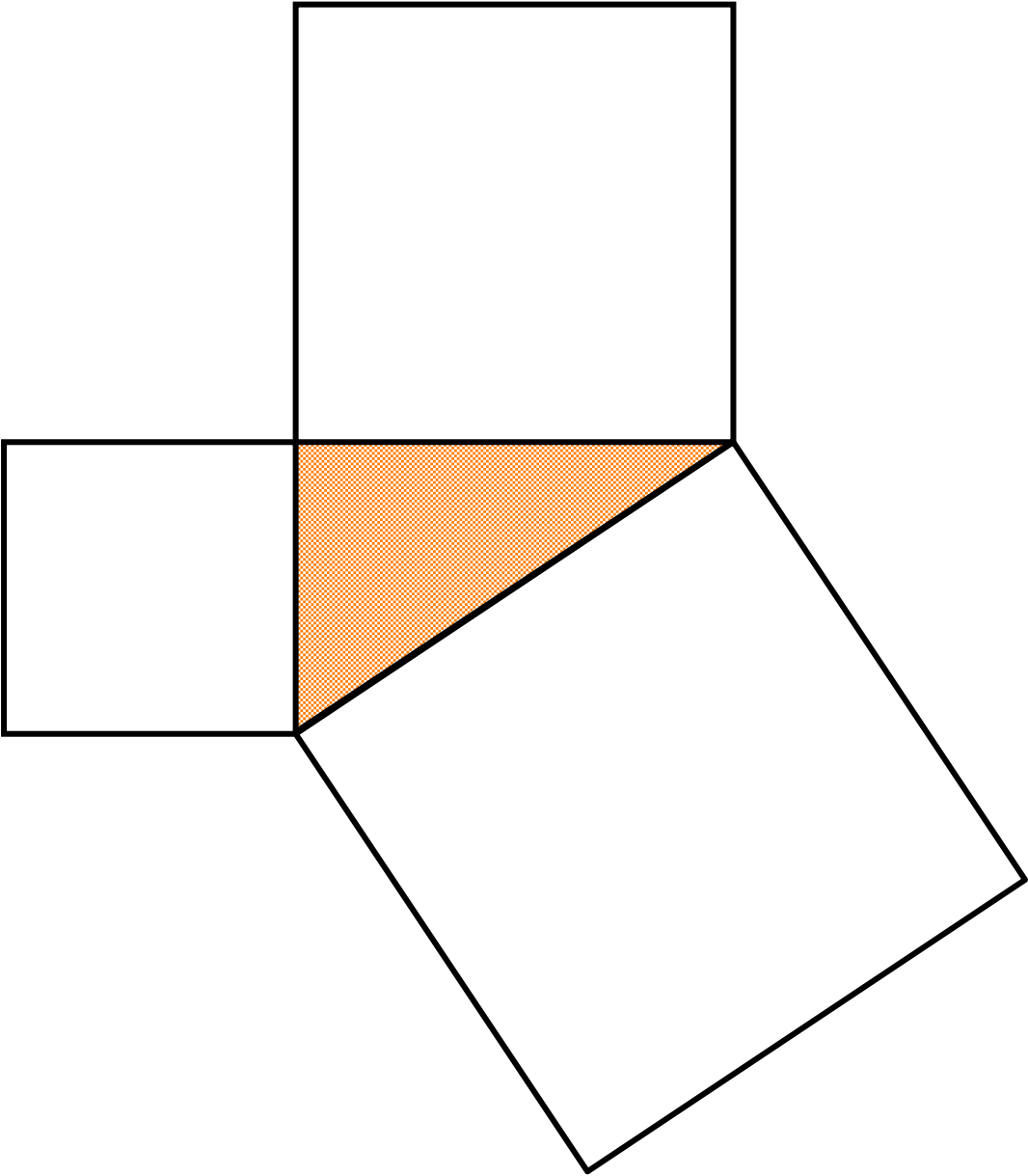




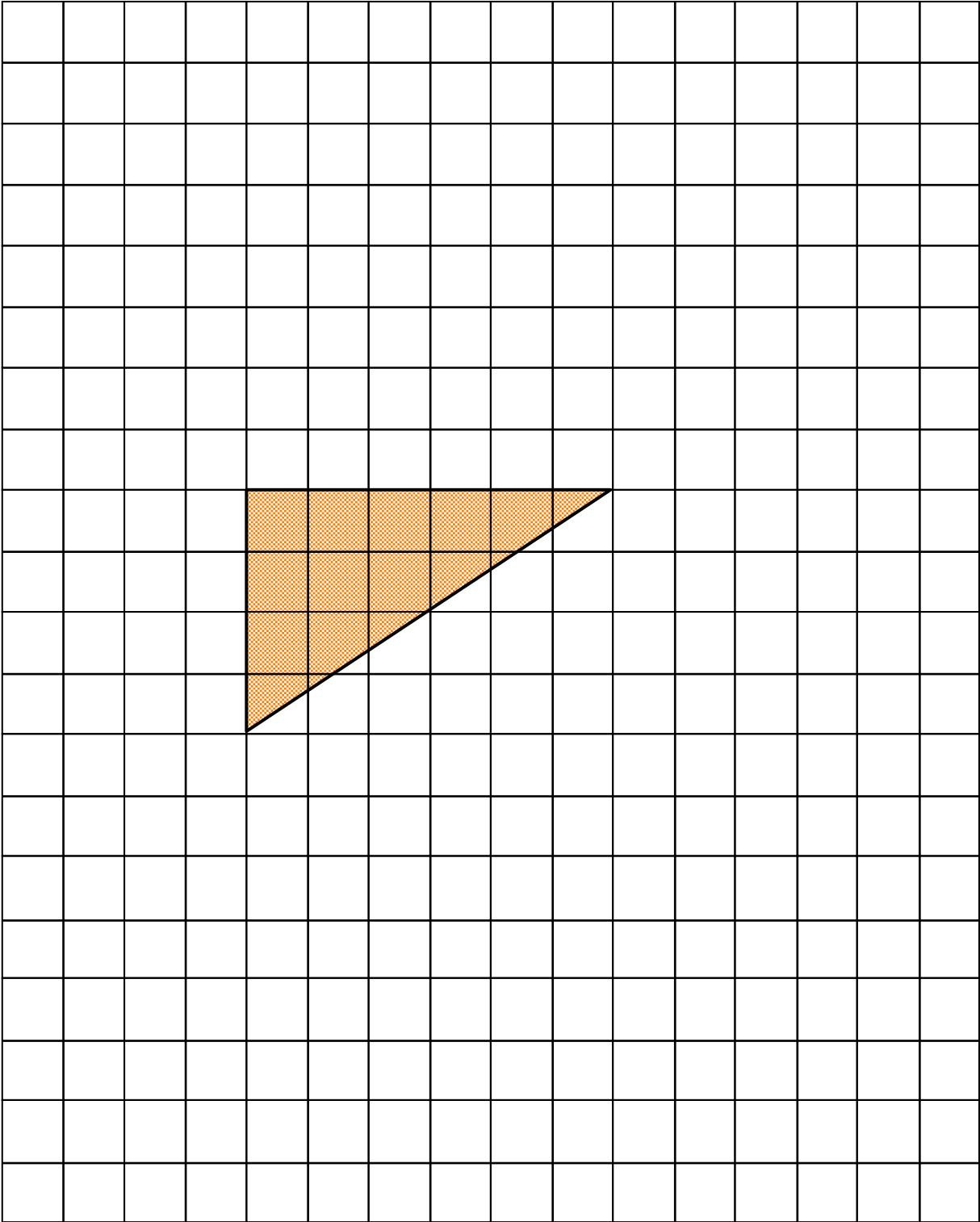
*Pour des tracés à la règle et à l'équerre des trois carrés qui entourent le triangle rectangle*



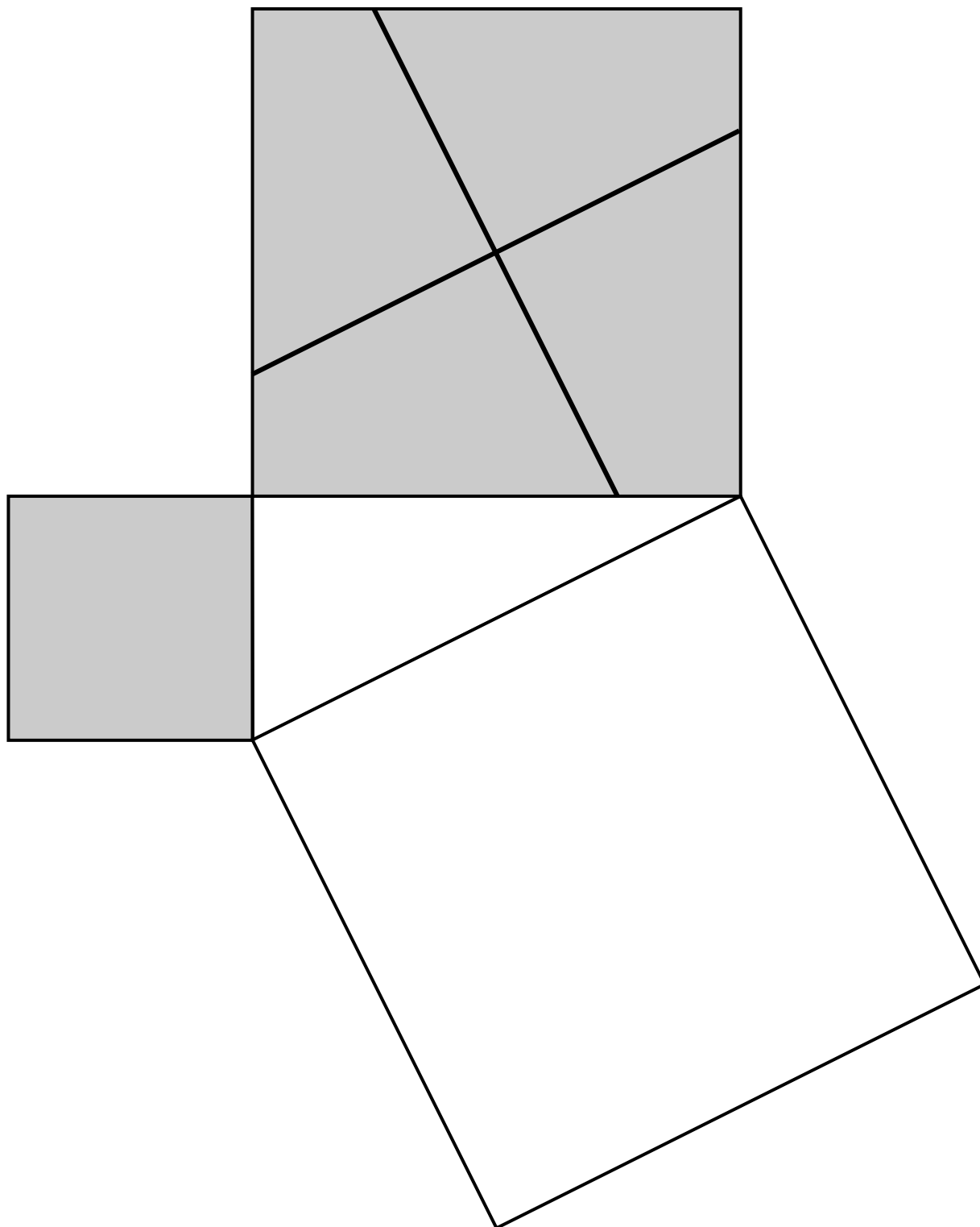
*Pour les tracés des pièces du puzzle*



*Pour un tracé dans un quadrillage*



*Les pièces à découper*



Les pièces du puzzle sont le « petit » carré et les quatre pièces formant le « moyen » carré. Les dessins à compléter précédemment utilisent un autre triangle rectangle.

Les adultes utilisateurs reconnaîtront certainement un puzzle permettant de visualiser le théorème de Pythagore. Il n'est pas question d'enseigner ce théorème au Cycle 3 (c'est un chapitre important du programme de Cycle 4), mais de faire constater des égalités d'aires sans passer par des calculs, puis en traçant un nouveau puzzle, comprendre comment celui-ci est conçu. Le tracé d'un carré sur papier uni reste une difficulté pour certains élèves, surtout lorsqu'aucun des côtés du carré n'est parallèle aux bords de la feuille. Pour le dessin des pièces dans le « moyen » carré, le tracé des parallèles qui interviennent n'est pas aisé : il faut penser à prolonger des côtés du « grand carré » : il y a là l'occasion de revenir sur le fait que le côté d'un carré est un segment et que va être tracée une droite parallèle à une autre droite passant par un point donné.

Ce puzzle de Pythagore est présent dans l'exposition « Objets Mathématiques » de l'APMEP Lorraine (stand n°10). Les documents d'accompagnement de cette proposition peuvent être obtenus à l'adresse [http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=5&dir=10\\_puzzle\\_de\\_Pythagore](http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=5&dir=10_puzzle_de_Pythagore).

L'activité proposée pourra être complétée par d'autres dessins de triangles rectangles « entourés » par trois carrés. Après avoir mesuré ce qui est nécessaire, les élèves vérifieront que l'aire du « grand » carré semble très voisine de la somme des aires des deux autres carrés. L'aspect « mesure » de l'aire est alors abordé.

### **Avec les élèves**

Ceux-ci n'ont compris la conclusion « La somme des aires des carrés gris est égale à l'aire du carré vert » qu'avec l'aide d'un animateur. Elle a été par la suite retirée des documents diffusés. La notion d'aire reste dans leur esprit très liée à un calcul, décomposer des figures puis les réassembler n'amène pas immédiatement dans leur esprit la conservation de l'aire de départ.

Par ailleurs, des élèves se sont montrés peu à l'aise dans la manipulation des pièces.

Une aide pourra consister à utiliser des pièces dont les faces sont différenciées et qu'il ne sera pas utile de retourner. Ceci est le cas de celles fournies ici.

# 2 - Solides

## S1 - Deux sortes de pyramides en Meuse



Les pyramides à base carrée sont très présentes en architecture.

Cet exemple est visible en haut d'un pilier à Saint-Mihiel.



Ces obstacles antichars visibles à Maizey ont prouvé la solidité des tétraèdres réguliers.



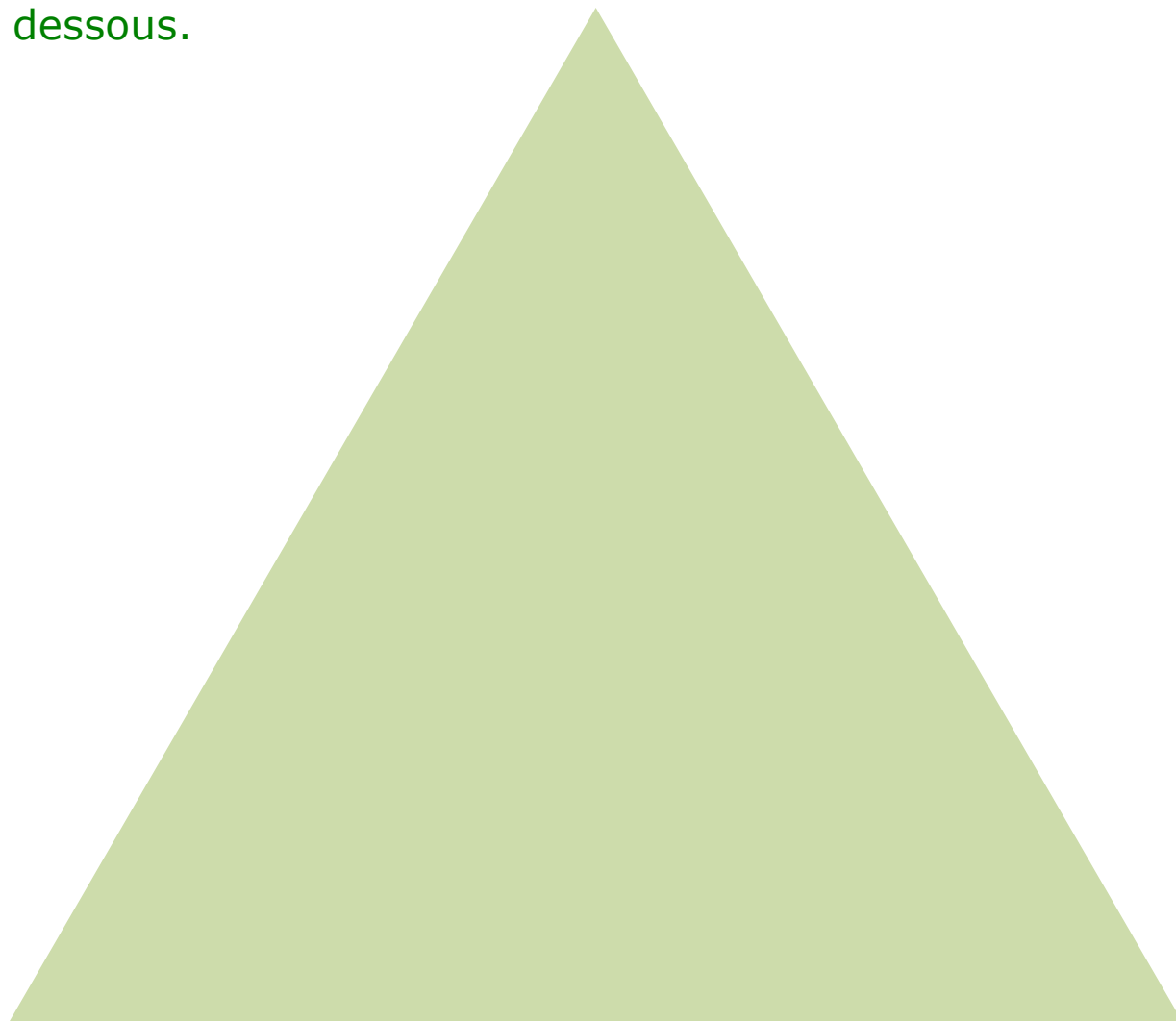
L'assemblage de pyramides à base carrée et de tétraèdres était la base de la structure portant le nom de cet hypermarché à Verdun.

## S1 - Deux sortes de pyramides

En utilisant des pyramides à base carrée et des pyramides à base triangulaire, réalise une autre pyramide à base triangulaire.



La base de cette nouvelle pyramide est dessinée ci-dessous.





## S1 - Deux sortes de pyramides

En utilisant des pyramides à base carrée et des pyramides à base triangulaire, réalise une autre pyramide à base carrée.



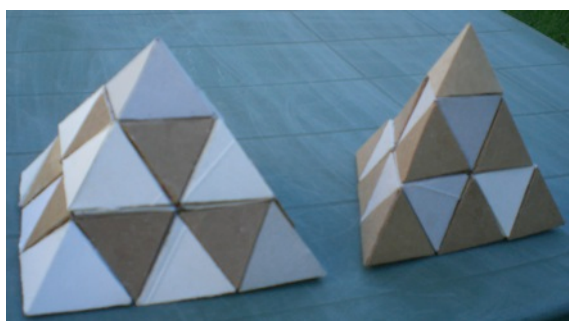
La base de cette nouvelle pyramide est dessinée ci-dessous.



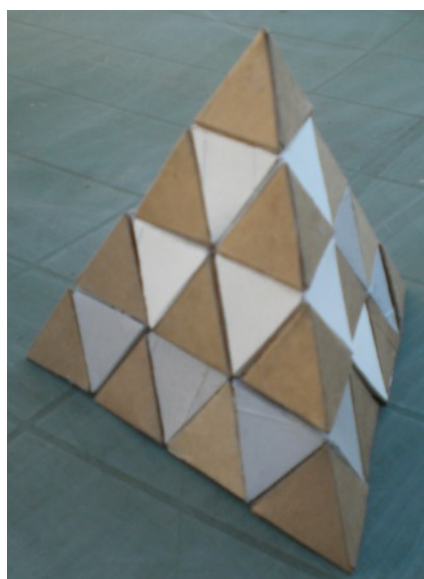
## S1 – Des pyramides régulières



Combien de pyramides à base carrée et de tétraèdres ont été utilisés pour construire les solides à l'échelle 2 ?



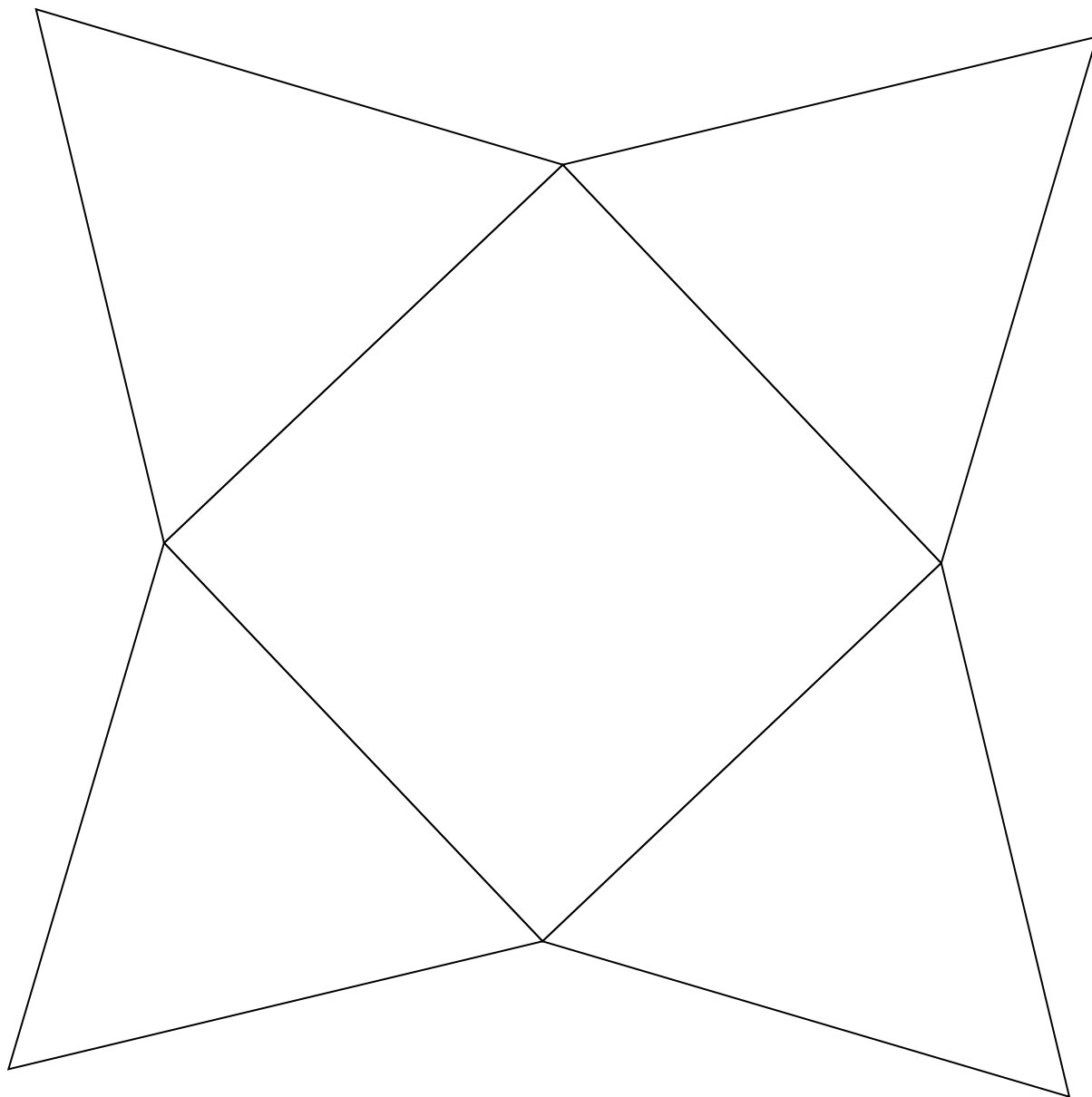
Combien de pyramides à base carrée et de tétraèdres ont été utilisés pour construire les solides à l'échelle 3 ?



Combien de pyramides à base carrée et de tétraèdres ont été utilisés pour construire le tétraèdre à l'échelle 4 ?

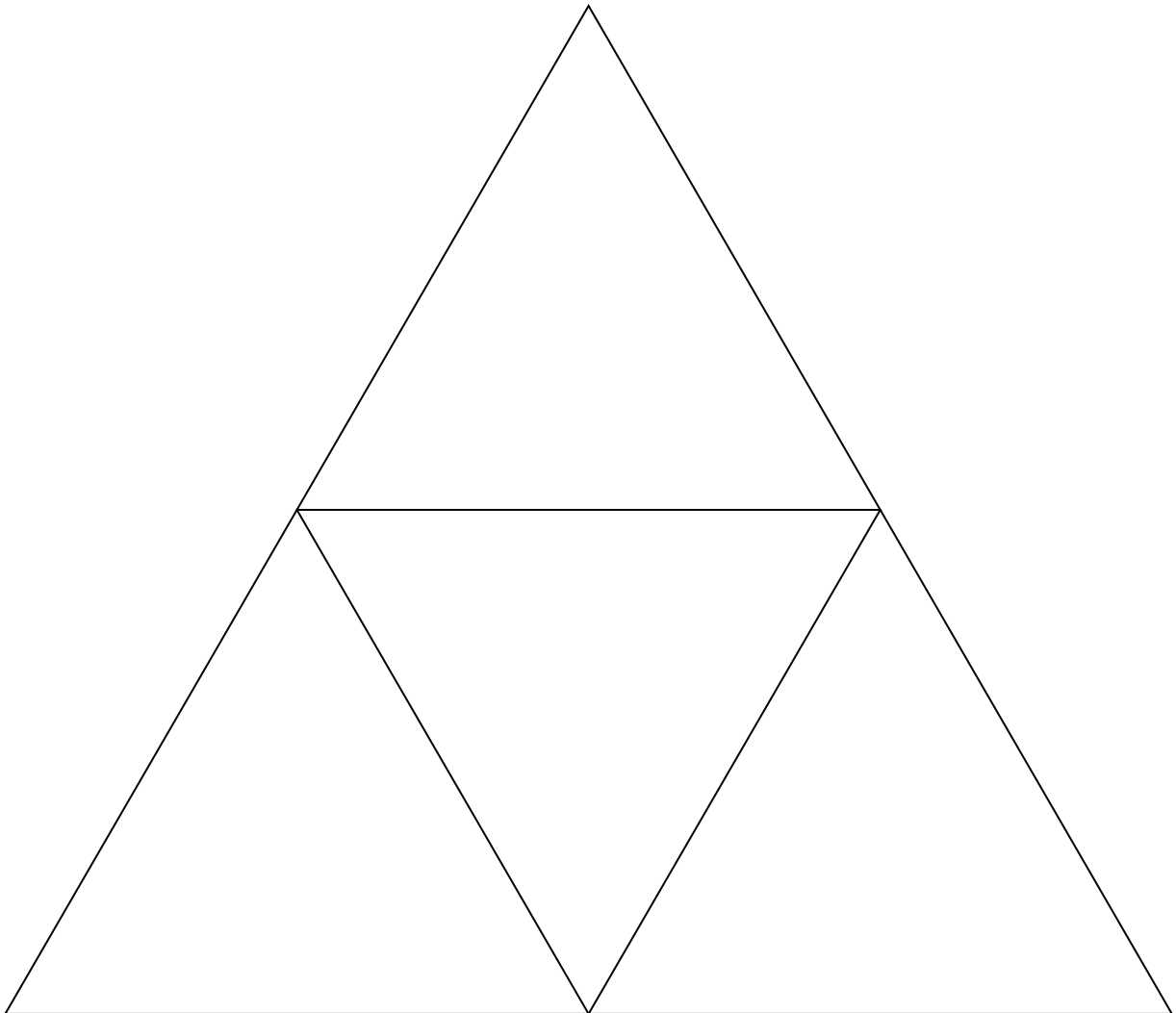
Combien de pyramides à base carrée et de tétraèdres faudrait-il pour construire à l'échelle 4 la pyramide à base carrée ?

*Voici un patron d'une des pyramides régulières à base carrée.  
Réaliser une dizaine d'exemplaires de cette pyramide.*



*Voici un patron d'une des pyramides régulières à base triangulaire.*

*Réaliser une dizaine d'exemplaires de cette pyramide.*



*Ces pyramides ont même arête que les pyramides à base carrée.*

## Avec les élèves

Attirés par les photos, ils ne prennent parfois que le nombre de pyramides représentées. Les phrases « En utilisant des pyramides à base carrée et des pyramides à base triangulaire, réalise une autre pyramide à base triangulaire » et « En utilisant des pyramides à base carrée et des pyramides à base triangulaire, réalise une autre pyramide à base carrée » sont sans doute lues trop rapidement, le sens du mot « des » leur a échappé, les photos étant considérées comme des aides.

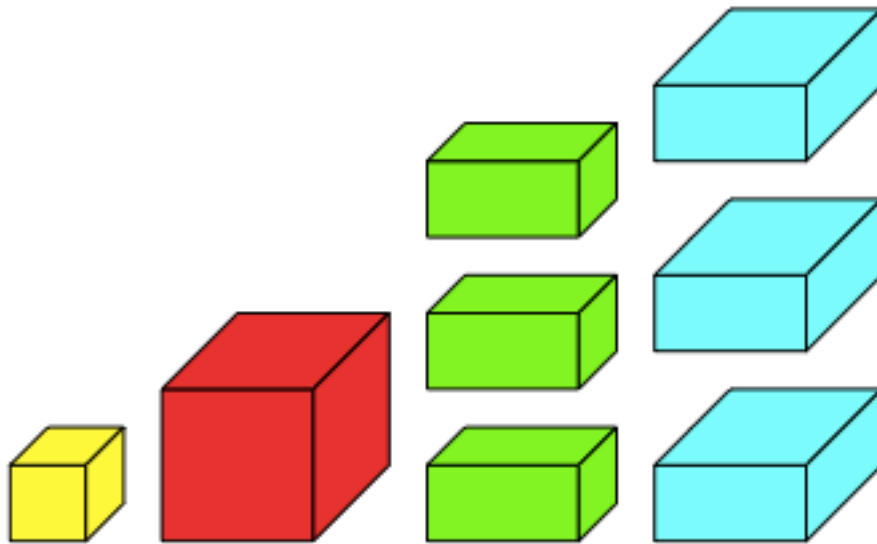
Devons-nous modifier les photos ? Nous avons préféré ne pas le faire et laisser la possibilité aux animateurs de donner le nombre de pièces à utiliser : quatre tétraèdres et deux pyramides à base carrée pour le tétraèdre à l'échelle 2, quatre tétraèdres et six pyramides à base carrée pour la pyramide à base carrée à l'échelle 2. Les pyramides sont fournies en nombre largement suffisant, il semble important que l'élève se concentre sur le placement des pièces dans les portions d'espace envisagées.

La base des pyramides à construire est dessinée sur les plateaux de jeu. Cependant les pièces en carton glissant sur les feuilles plastifiées, nous avons construit des plateaux en carton possédant un rebord. La construction des pyramides s'est trouvée facilitée.



Pour augmenter le nombre de pyramides mises à disposition des élèves, nous avons réalisé une seconde série de solides et de plateaux pour des pyramides plus petites (arête 4,5 cm).

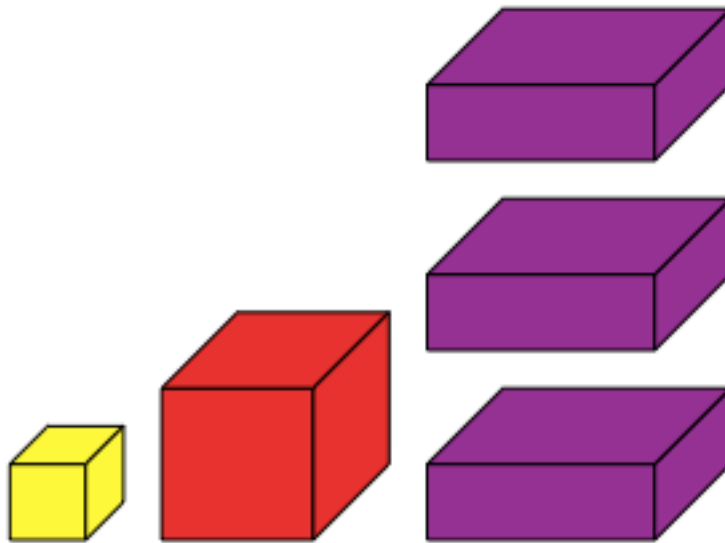
## S2 - Les pièces pour trois puzzles Le puzzle « remarquable »



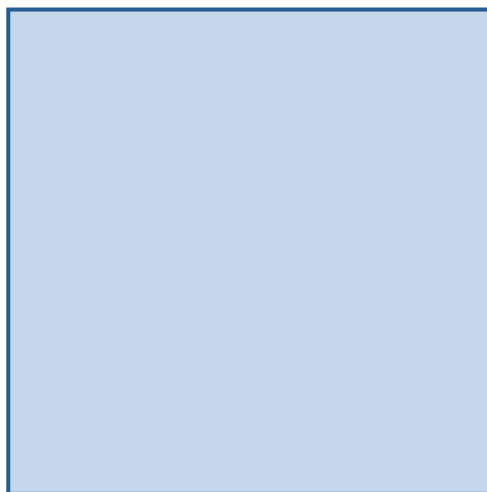
Avec les sept pièces, réalise un cube. Une de ses faces est dessinée ci-dessous.



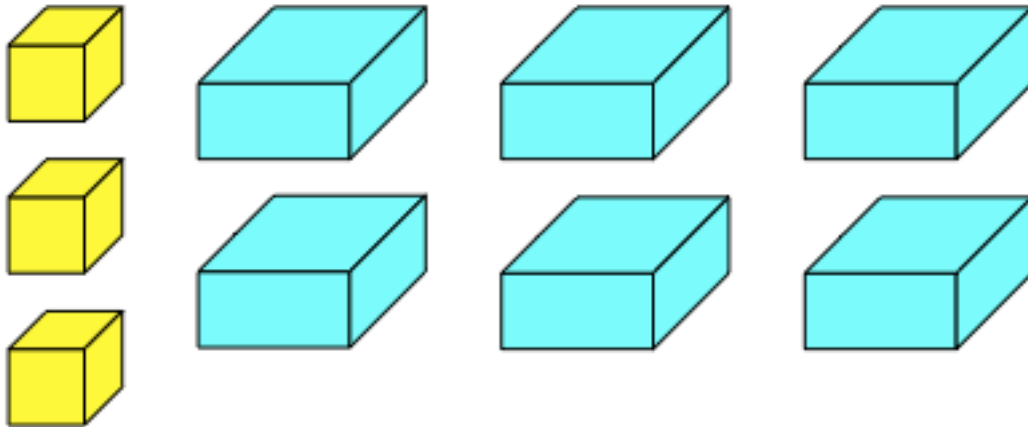
## S2 - Les pièces pour trois puzzles Le puzzle de Cardan



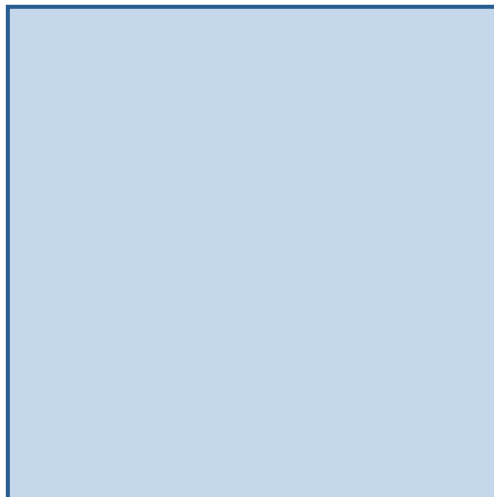
Avec les cinq pièces, réalise un cube. Une de ses faces est dessinée ci-dessous.



## S2 - Les pièces pour trois puzzles Le puzzle de Conway



Avec les neuf pièces, réalise un cube. Une de ses faces est dessinée ci-dessous.





## S2 - Des pavés et des cubes

### Une première étape : la réalisation des pavés

La réalisation des pièces découpées dans des tasseaux de bois facilite la compréhension de la notion de volume à partir d'une référence à la quantité de bois utilisée, cependant tout le monde n'a pas un bricoleur dans son entourage. Lors de la Fête de la Science, nous utilisons des pièces réalisées en carton. Ci-dessous des patrons sont fournis, pour des pièces un peu plus petites que celles utilisées lors de l'atelier (nous utilisons des petits cubes d'arête 3 cm, dans les pages qui suivent, des petits cubes d'arête 2,4 cm seront réalisés (en carton ou en papier rigide).

### Quelques conseils

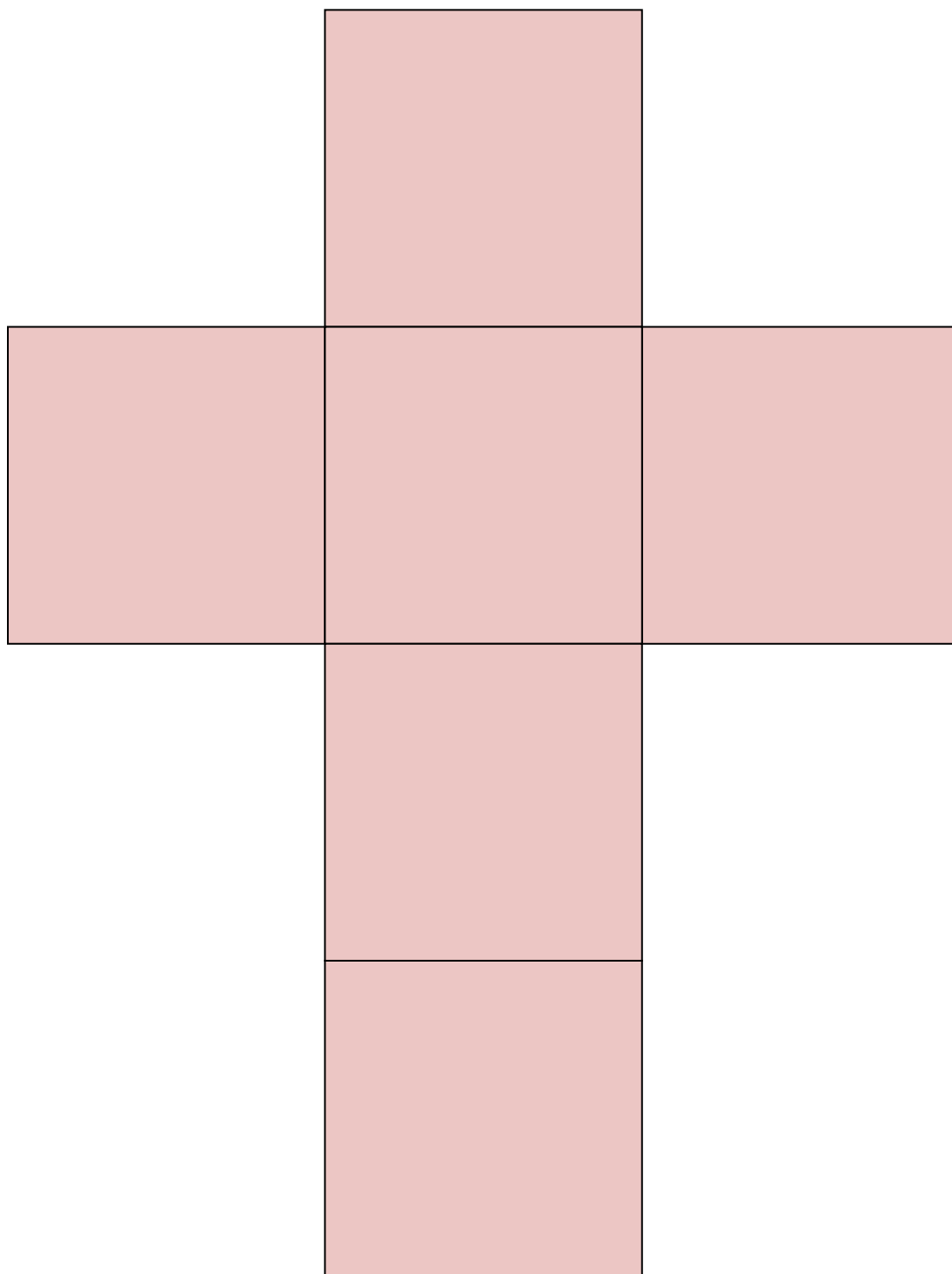
Imprimer les patrons. À l'aide de la pointe d'un compas par exemple, marquer les sommets des développements.

Récupérer du carton (boîtes de pâtes, de céréales, emballages de surgelés, etc.). Les mathématiques vont apporter leur contribution à la valorisation des déchets. Poser la feuille de papier avec les « sommets percés » sur le carton de récupération (côté non imprimé). Marquer les sommets. En utilisant par exemple une lame de couteau, marquer sur le carton les plis qui seront faits sur le patron. Anticiper les « languettes de collage ». Il reste à découper et à coller. D'expérience et sans faire de publicité pour quelque produit, il faut reconnaître que la colle gel « Scotch » en tube permet un collage rapide.

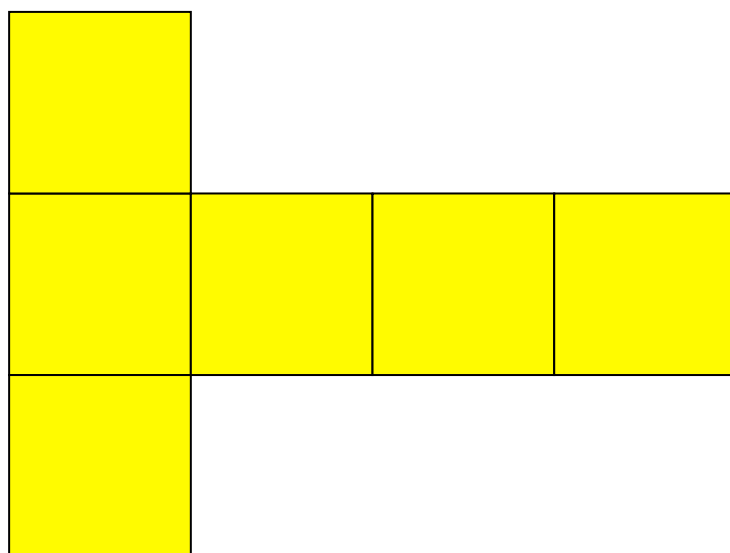
La présentation des pièces de puzzle réalisées avec des cubes accolés permettrait la visualisation de la mesure des volumes de ces pièces. En fin de document, des patrons permettent ces visualisations.

Il est possible de construire les trois puzzles de façon séparée ou de réaliser les pièces permettant, en les choisissant, la réalisation du puzzle choisi.

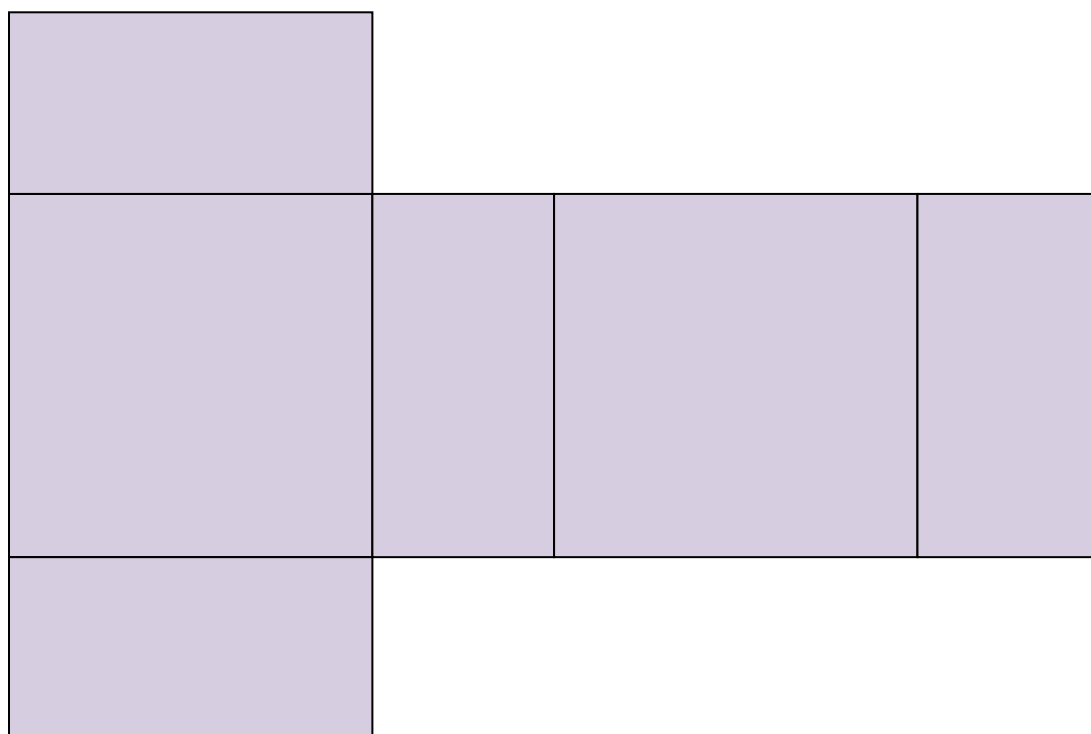
## Des patrons



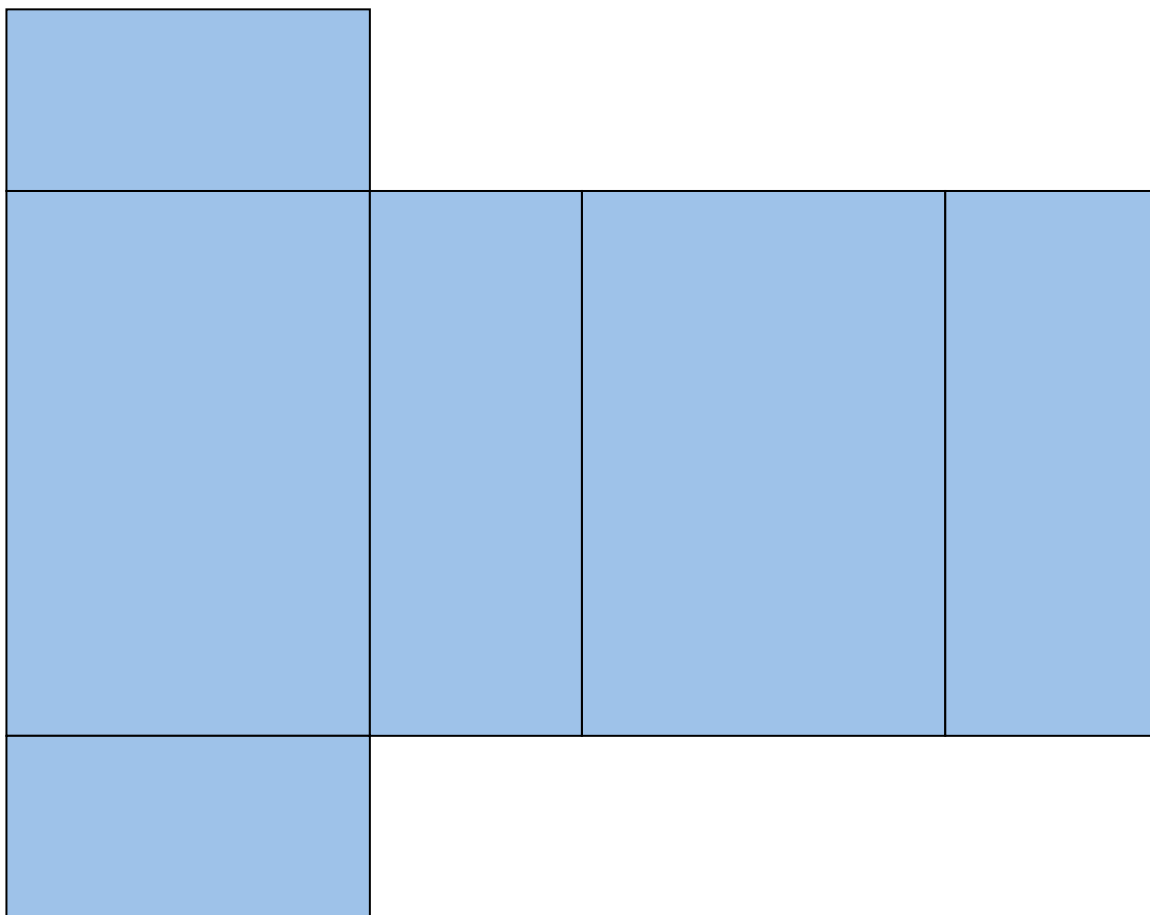
À réaliser en deux exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
À réaliser en un exemplaire pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



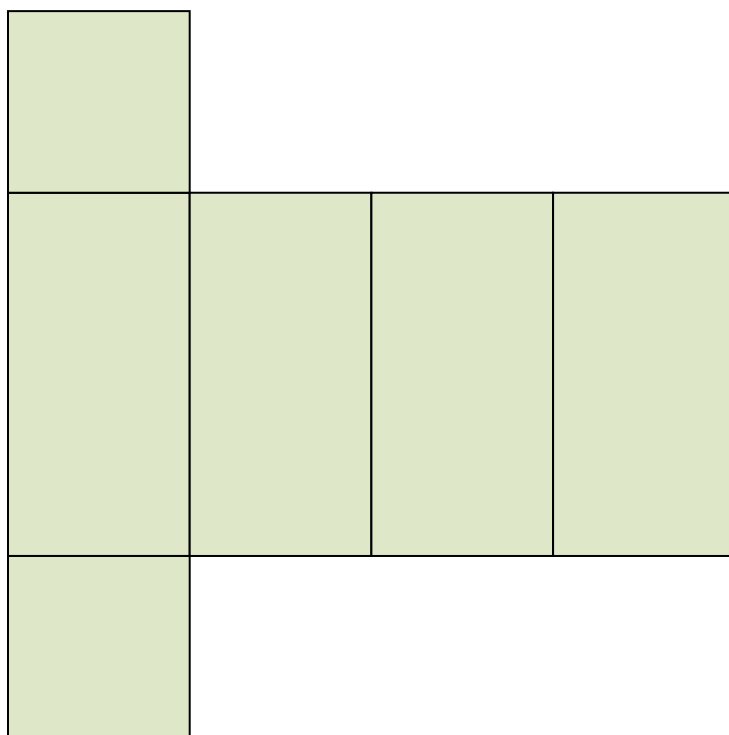
À réaliser en cinq exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



À réaliser en neuf exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
À réaliser en six exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.

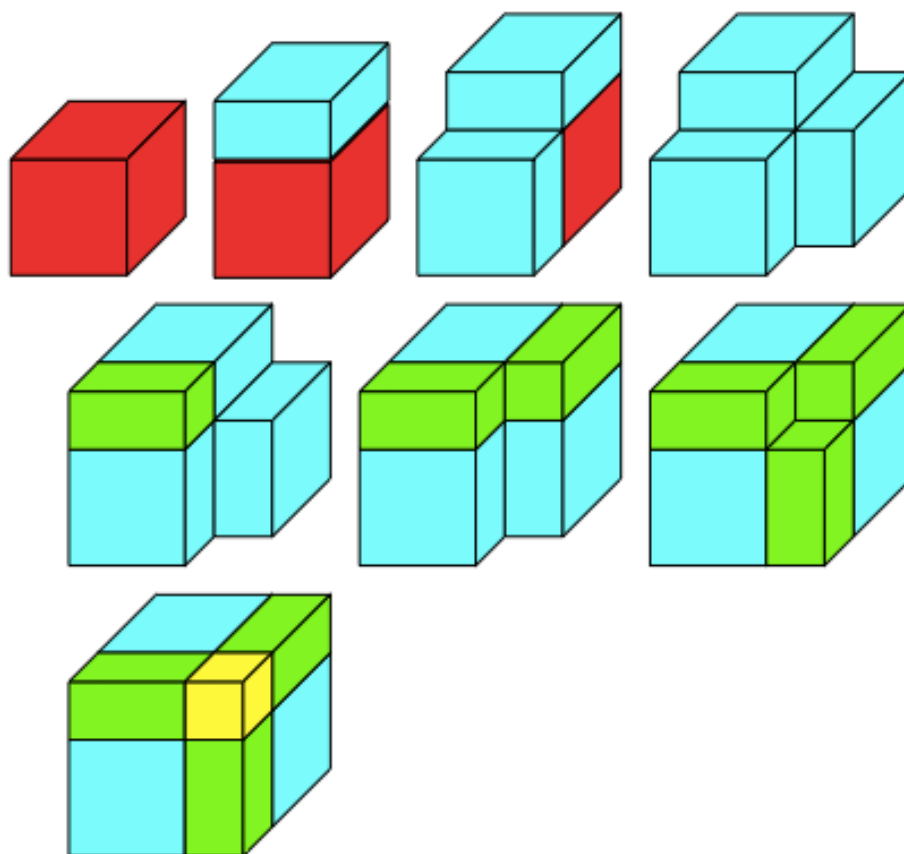


À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
 À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.

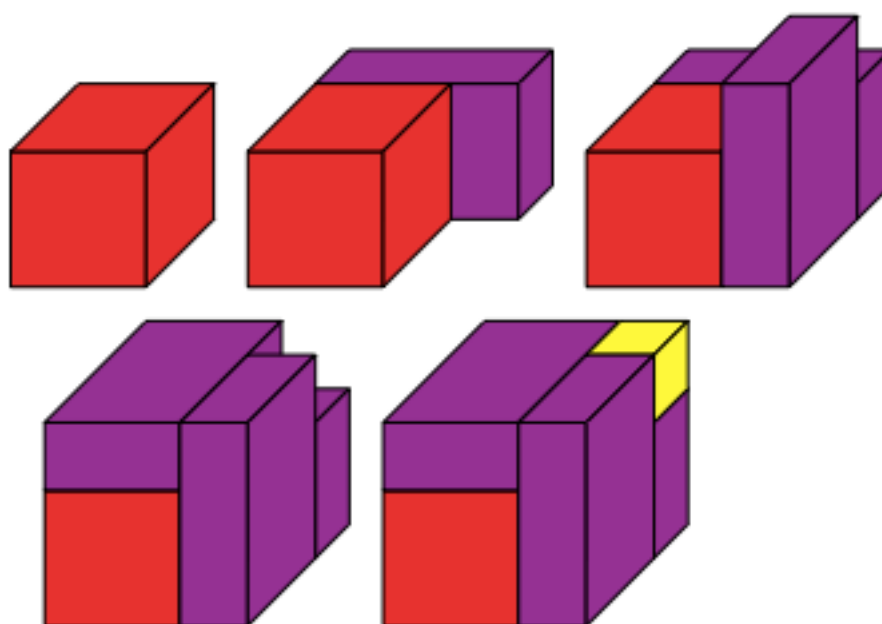


À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
 À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.

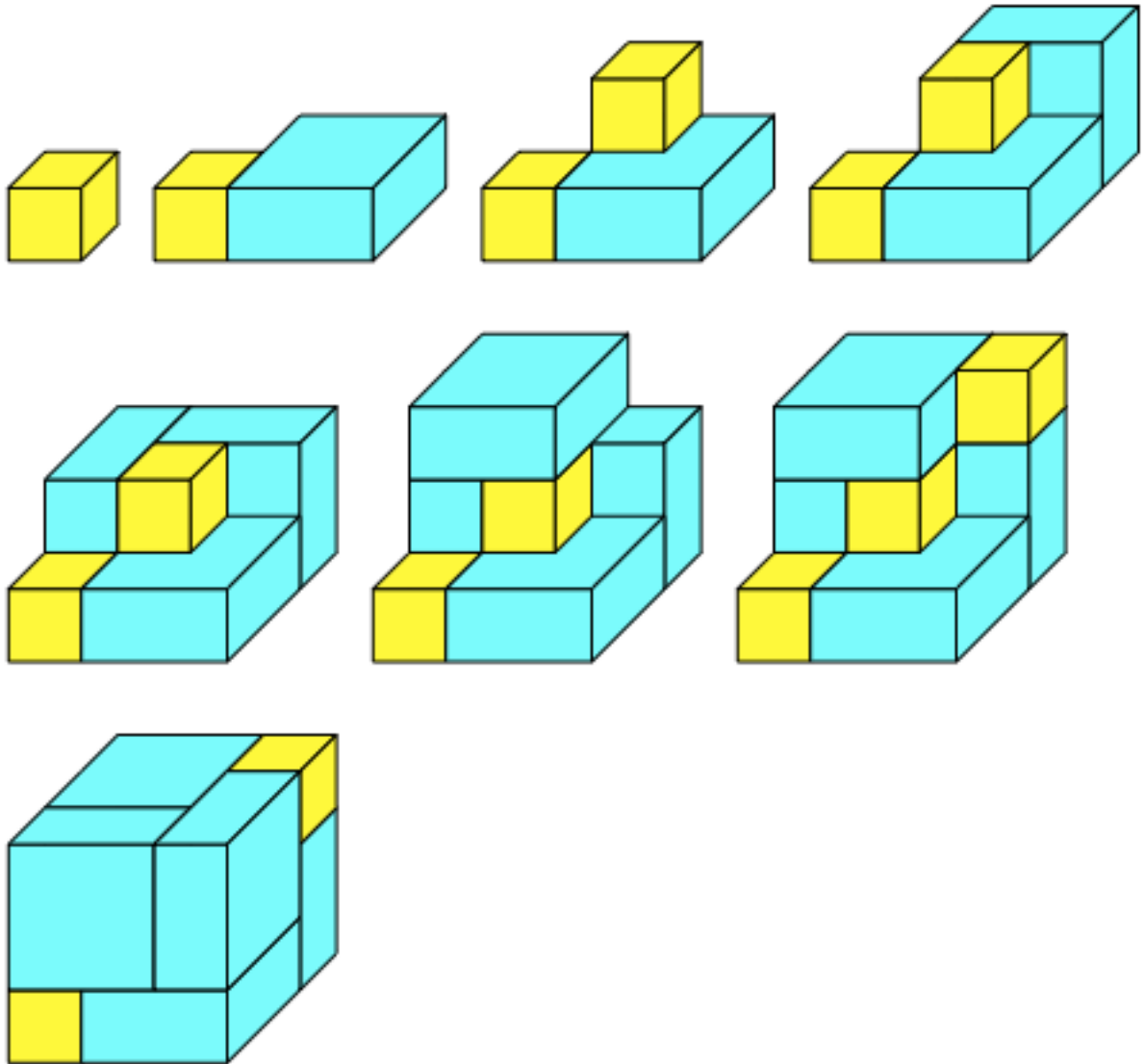
**Huit étapes pour réaliser un cube avec les pièces du puzzle « remarquable »**



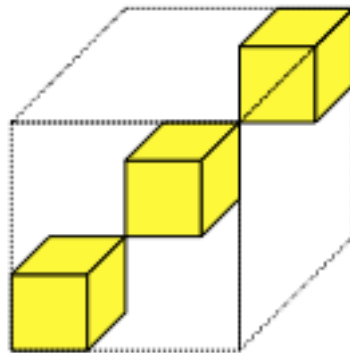
**Cinq étapes pour réaliser un cube avec les pièces du puzzle de Cardan**



## Neuf étapes pour réaliser un cube avec les pièces du puzzle de Conway

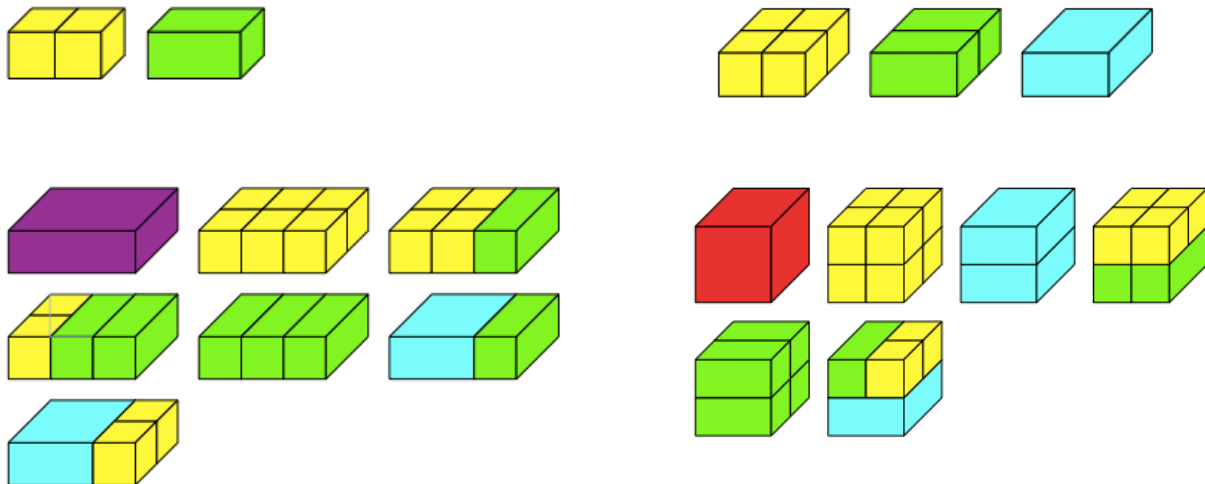


Les trois petits cubes forment la « diagonale » du grand cube construit.

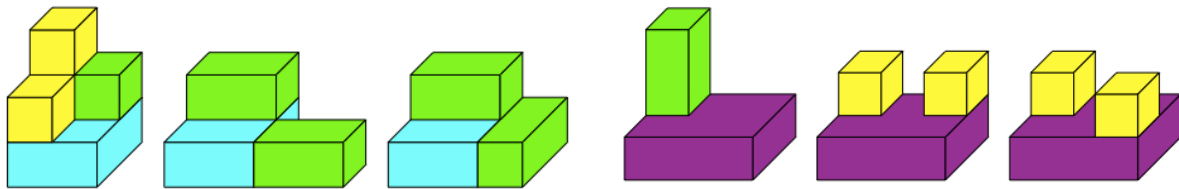


Voici quelques liens entre les pièces pouvant être exploités en abordant la notion de volume ou en faisant vivre des situations utilisant des écritures fractionnaires.

### Des solides de même « forme » et de même volume



### D'autres solides de même volume, mais de « forme » et de dimensions différentes



### Comment expliquer à un élève ce qu'est un cube ?

Un cube est un solide dont toutes les faces sont des carrés.

Un carré est un quadrilatère (un polygone à quatre côtés) possédant quatre côtés de même longueur et quatre angles égaux (quatre angles droits).

### Comment expliquer à un élève ce qu'est un pavé ?

Un pavé est un solide dont toutes les faces sont des rectangles.

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles égaux (quatre angles droits). Un carré a quatre angles égaux (quatre angles droits), c'est un rectangle.

Un rectangle est un quadrilatère (un polygone à quatre côtés) possédant quatre angles égaux (quatre angles droits). Cette caractérisation est utilisée en classe : avec l'équerre, je vérifie (géométrie instrumentée) que les quatre angles de la figure sont des angles droits.

Les cubes sont des pavés particuliers.

## Comment expliquer à un élève ce qu'est un prisme ?

Un prisme est un solide dont deux des faces sont identiques et dont toutes les autres faces sont des rectangles. Les faces identiques sont les bases, les autres faces sont les faces latérales. En conséquence, les cubes et les pavés sont des prismes particuliers. Les élèves ont du mal à imaginer des prismes à bases non triangulaires.

Il sera intéressant de présenter un exemple de ces puzzles réalisés en bois. Des phrases telles que « Il y a autant de bois dans ces deux constructions » ou « il y a deux fois plus de bois dans cette construction... » feront travailler sur la notion de volume.

## Origine des noms des puzzles

Le puzzle « remarquable » est une visualisation de l'identité remarquable «  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  ». Sur chacune des faces du cube reconstitué est visualisée l'identité remarquable «  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ».

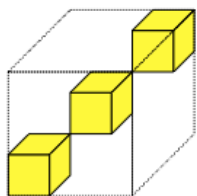
Le puzzle de « Cardan » est une visualisation d'une autre façon d'écrire l'identité remarquable précédente, façon attribuée à Cardan : «  $(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$  ».

Le puzzle de « Conway » porte le nom de son créateur.

Ces origines ne sont pas précisées aux élèves !

## Avec les élèves

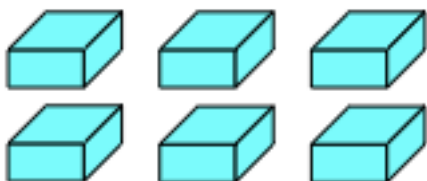
La reconnaissance des pièces à utiliser à partir de leur dessin en perspective n'a pas toujours été facile. Les pièces dont un patron est indiqué dans ce document seront peut-être plus faciles à utiliser car elles sont de même couleur que celles dessinées. Il restera à les réaliser dans un matériau suffisamment rigide.



Concernant le **puzzle de Conway**, ce dessin montrant les trois petits cubes sur une « diagonale » du cube s'est révélé difficile à interpréter par des élèves de Cycle 3.

En aide, il a été dit qu'il devait y avoir un petit cube dans toute tranche horizontale ou verticale du cube à réaliser.

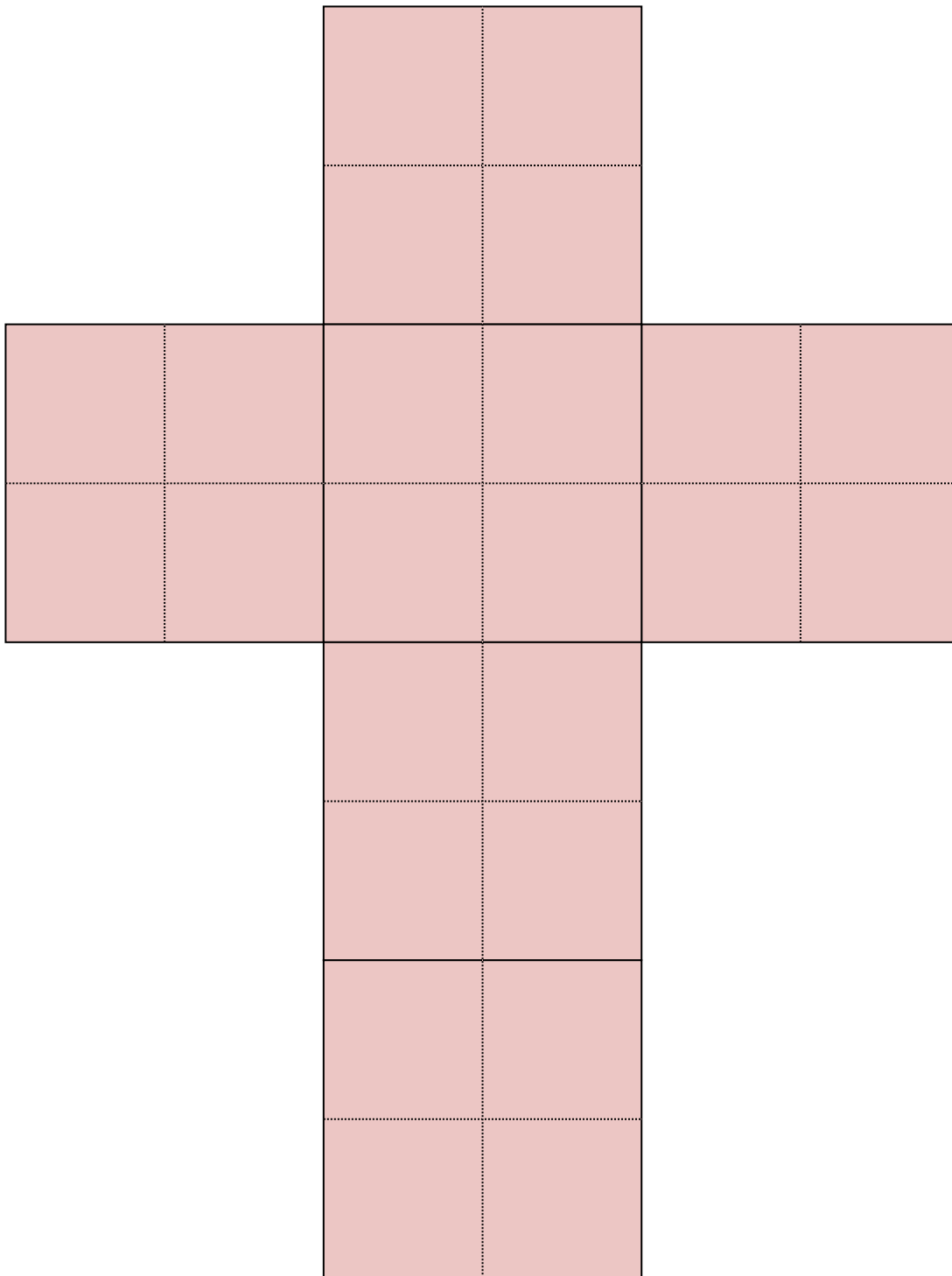
Une autre aide consiste à présenter une construction pas à pas telle que dans ce document.



Par ailleurs des élèves ont dû compter ces pièces une à une, n'ayant pas reconnu de manière immédiate une configuration de 6 dessins identiques ou 2 rangées de 3 ou 3 colonnes de 2.

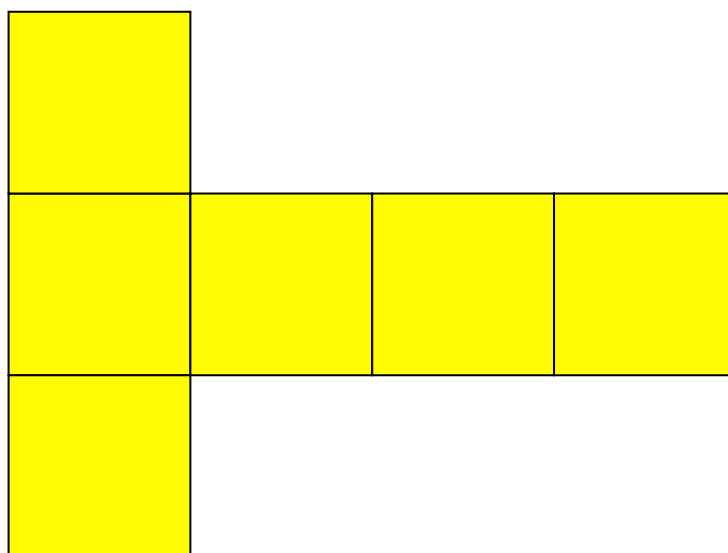


## Des patrons : les cubes unitaires sont visualisés

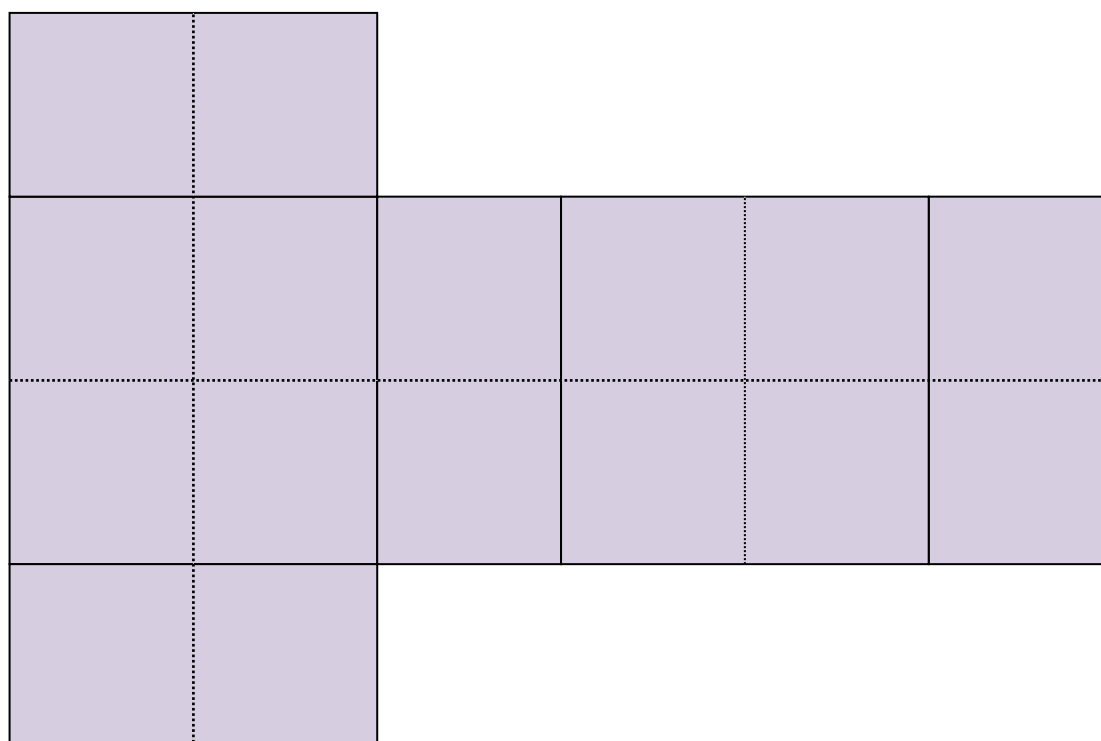


À réaliser en deux exemplaires pour la construction des trois puzzles.

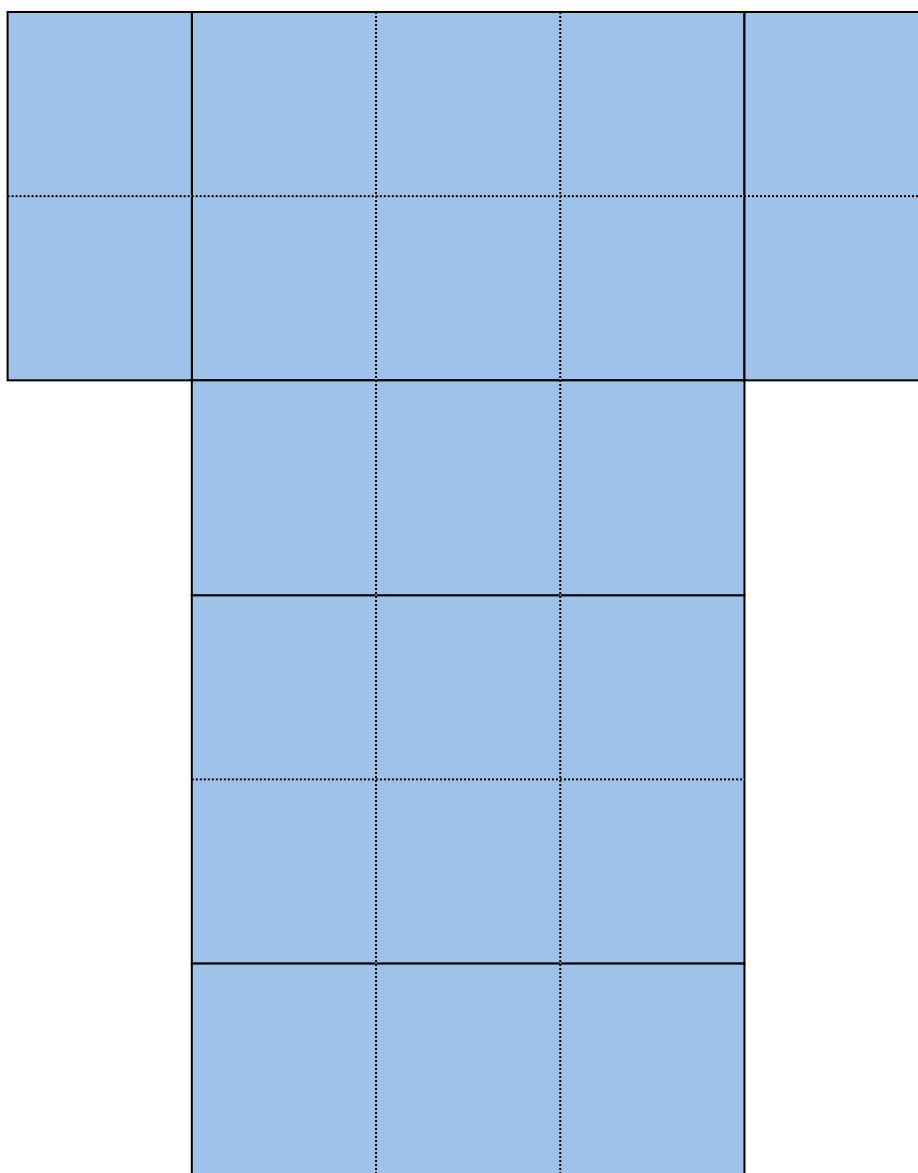
À réaliser en un exemplaire pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



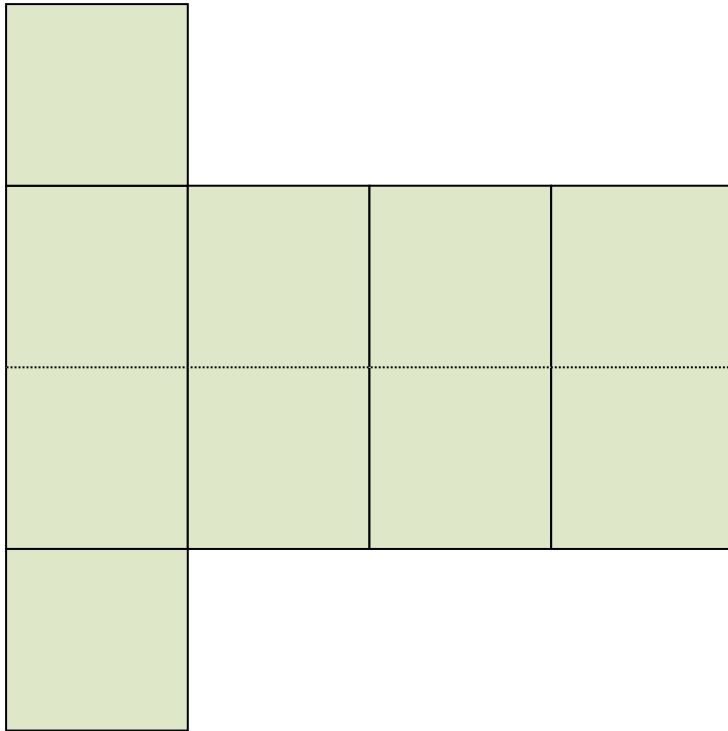
À réaliser en cinq exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
 À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



À réaliser en neuf exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
 À réaliser en six exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.



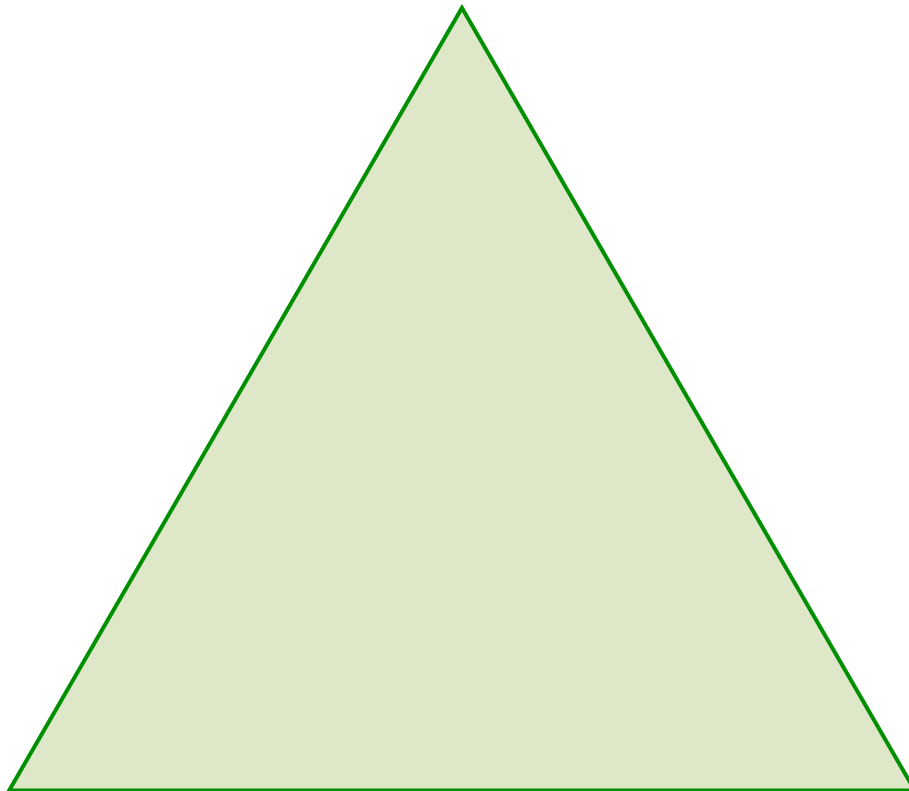
À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles.  
À réaliser en trois exemplaires pour la construction des trois puzzles en choisissant parmi les pièces.

### S3 - Quatre pyramides pour une pyramide

En utilisant les quatre pyramides, réalise une pyramide à base triangulaire.

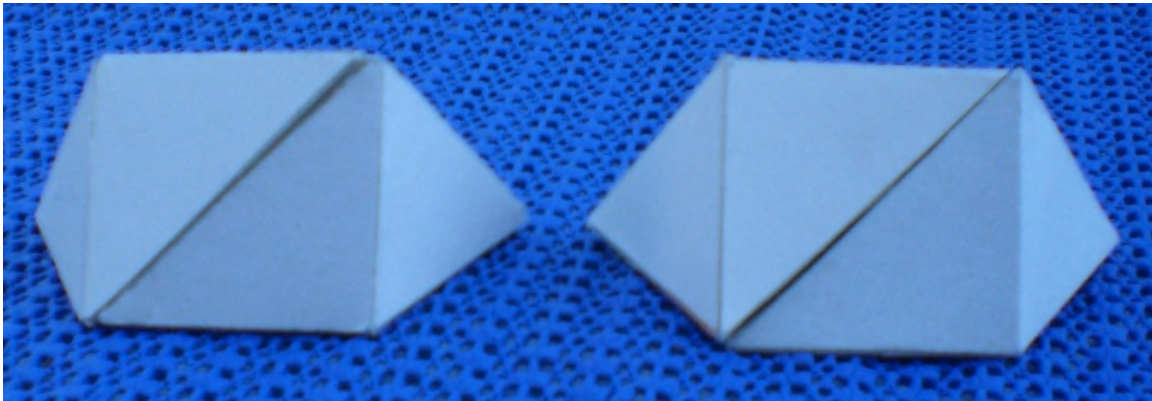


La base de cette nouvelle pyramide est dessinée ci-dessous.

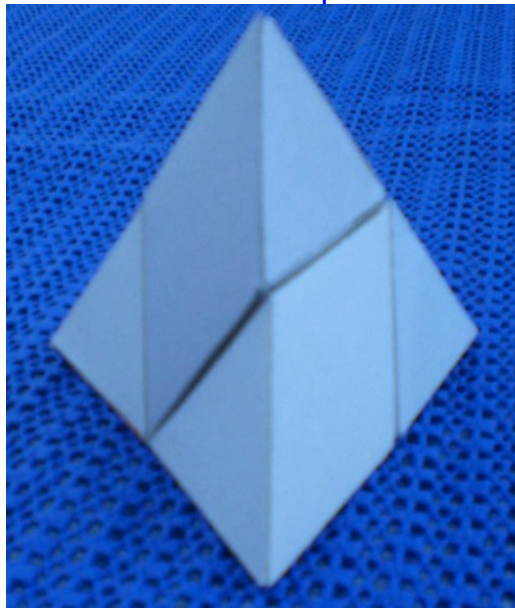


### Aide pour l'utilisateur

En assemblant les pyramides deux par deux, ces deux solides identiques peuvent être construits.

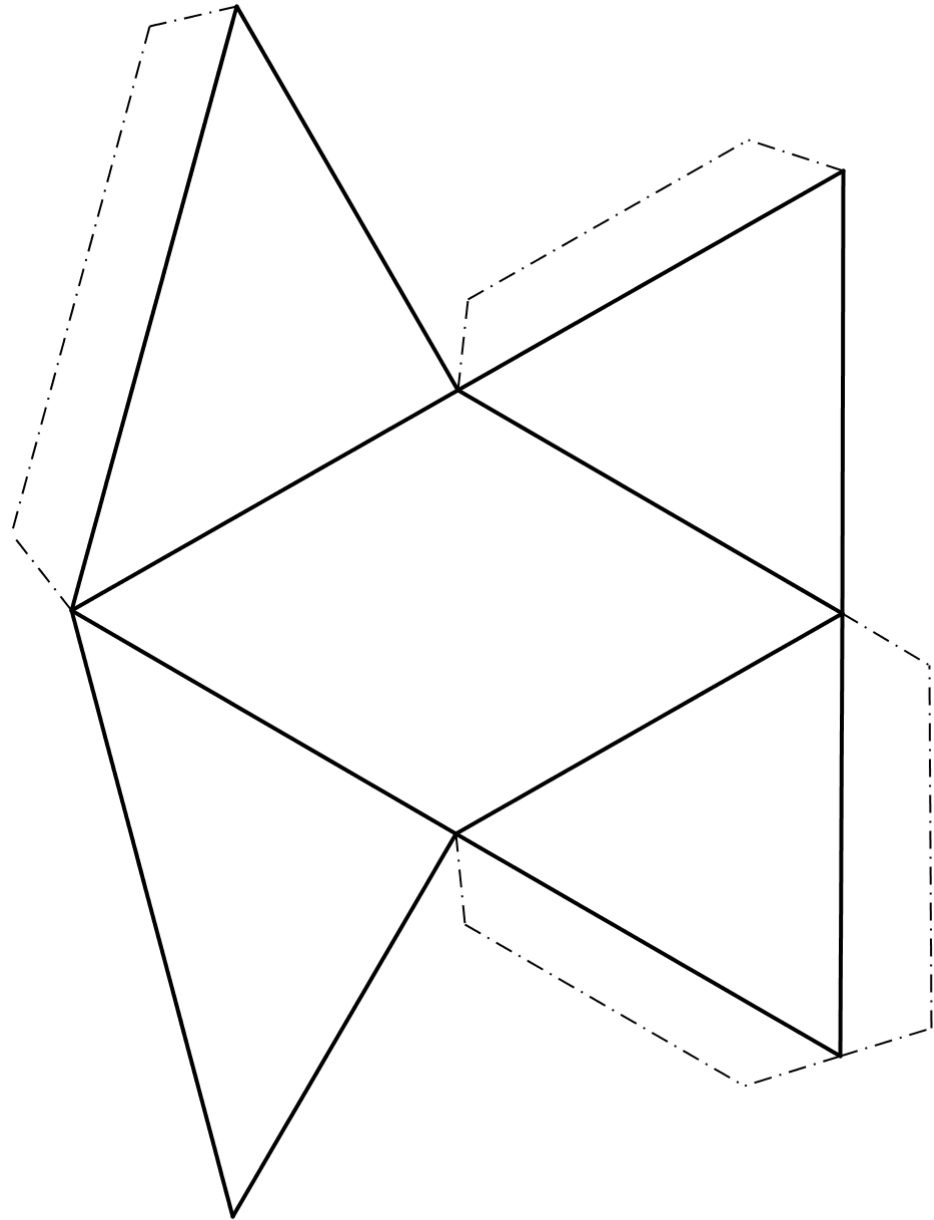


La pyramide se construit en les accolant par leur face carrée.



La manipulation des quatre pièces permet la rencontre avec des pyramides dont la base n'est pas carrée. De plus l'assemblage présenté dans la première aide visualise un solide qui n'est ni un pavé, ni un prisme, ni une pyramide...

## Un patron de pièce



## S4 – Des fractions de cube

**Matériel :** trois exemplaires de la pyramide A, deux exemplaires du prisme B, un exemplaire du cube C, trois exemplaires de la pyramide D et trois exemplaires de la pyramide E.



### Manipulation des solides

Avec les deux prismes B, réaliser un cube de mêmes dimensions que le cube C.

Avec les trois pyramides A, réaliser un cube de mêmes dimensions que le cube C.

Avec une pyramide D et une pyramide E, réaliser une pyramide de mêmes dimensions qu'une pyramide A.

Avec deux pyramides différentes, réalise un prisme de mêmes dimensions qu'un prisme B.

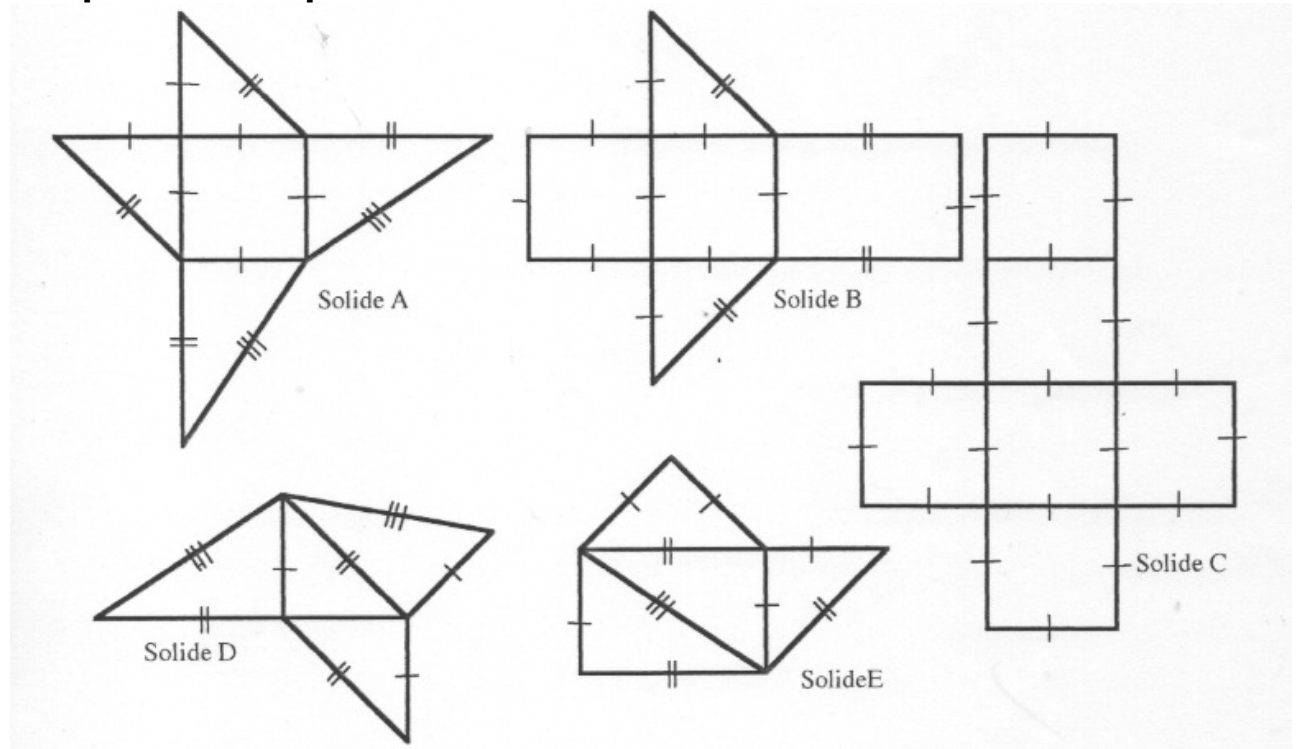
En utilisant trois solides différents, réaliser un cube de mêmes dimensions que le cube C.

### Fractions du cube

Si le volume du cube C est l'unité de volume, quel est le volume d'un prisme B, d'une pyramide A, d'une pyramide D, d'une pyramide E ?



## Les patrons des pièces



### Remarques pour l'utilisateur

Nom de la pièce	C	A	B	D	E
Volume	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Si le volume du cube C est 1, les manipulations de pièces demandées permettent la visualisation de :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ ou } 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 \text{ ou } 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1 \text{ ou } 2 \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

### Avec les élèves

Le nom des pyramides a été écrit sur les solides, les pyramides « D » et « E » posant problème aux élèves. Ceux-ci manipulent, construisent. Les animateurs tentent d'aborder la notion de fraction de cube. Mais en fin de cours moyen, la notion de fraction de quelque chose reste à travailler. Par ailleurs, les volumes restent liés pour eux à des mesures exprimées à l'aide d'unités.

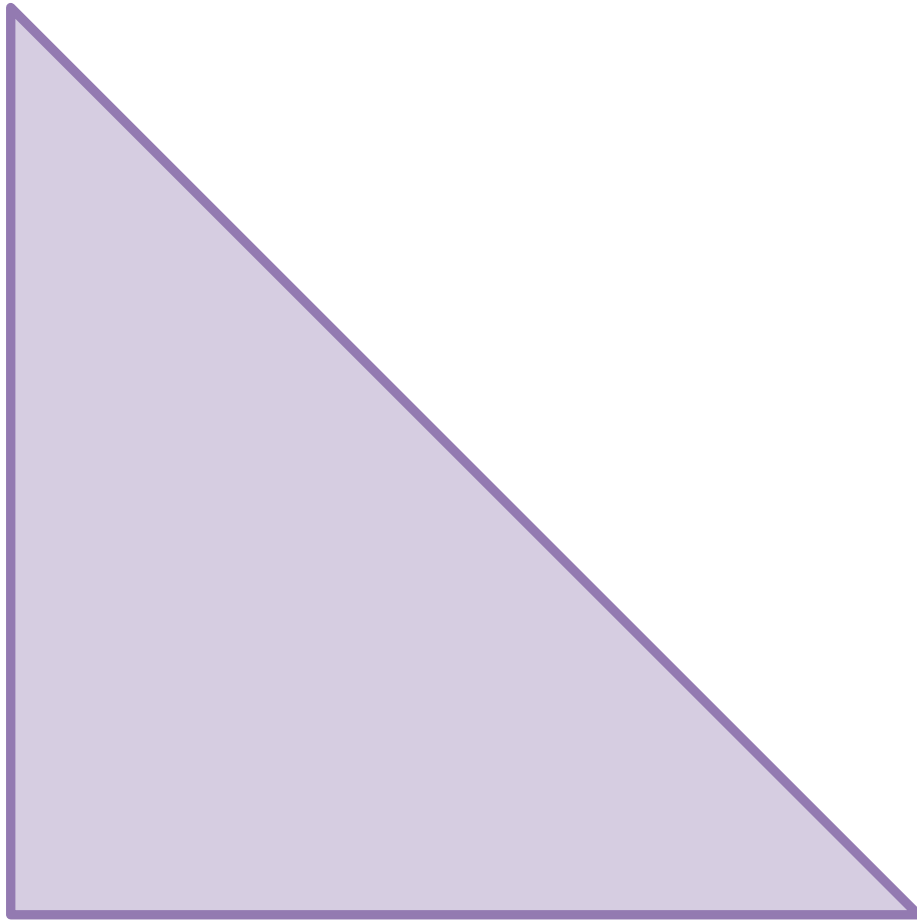
## S5 - Prisme et pyramide



Avec les quatre solides, réalise un prisme ou une pyramide.

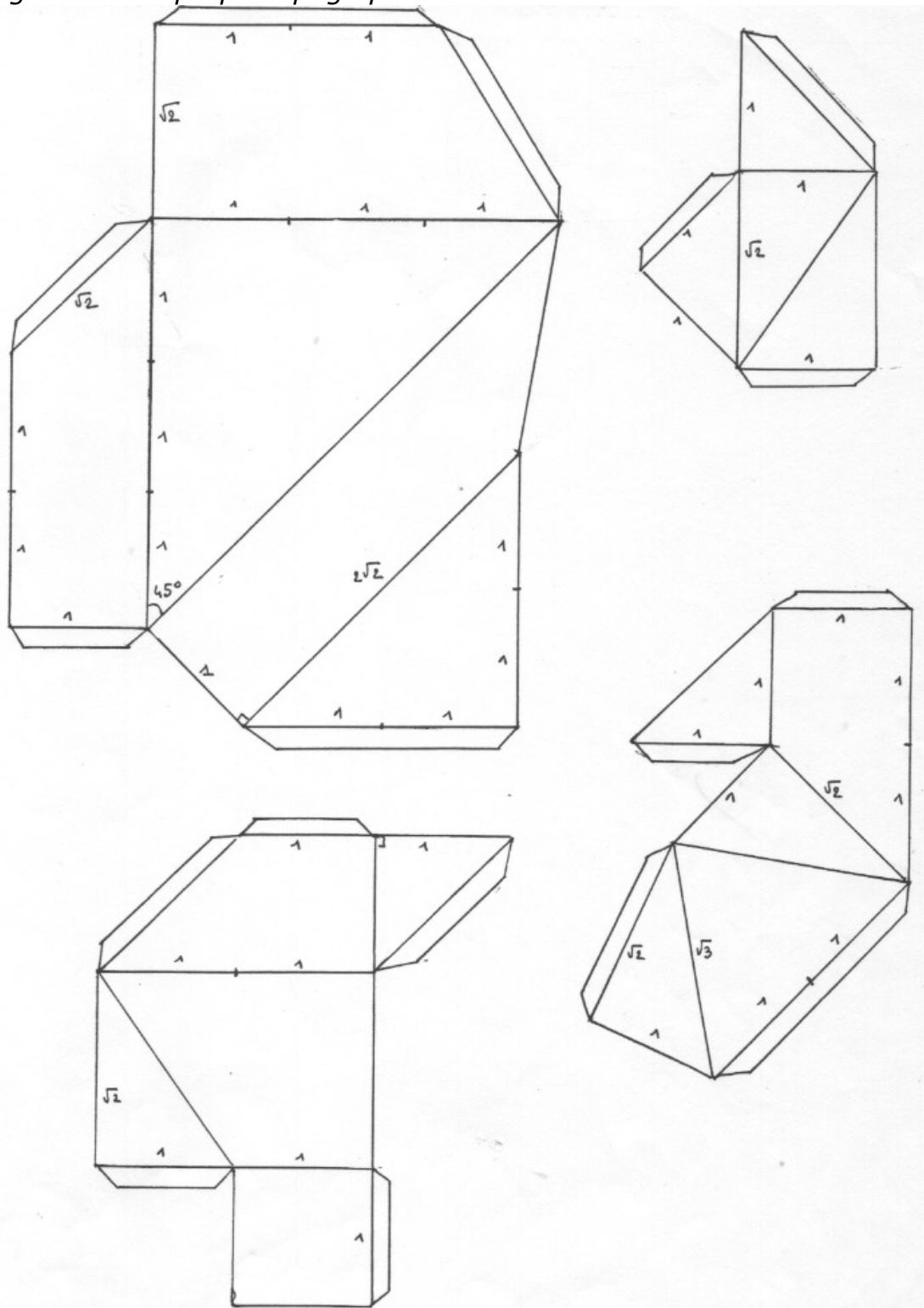
*Une aide : le prisme et la pyramide ont même base triangulaire*

## S5 – Prisme et pyramide



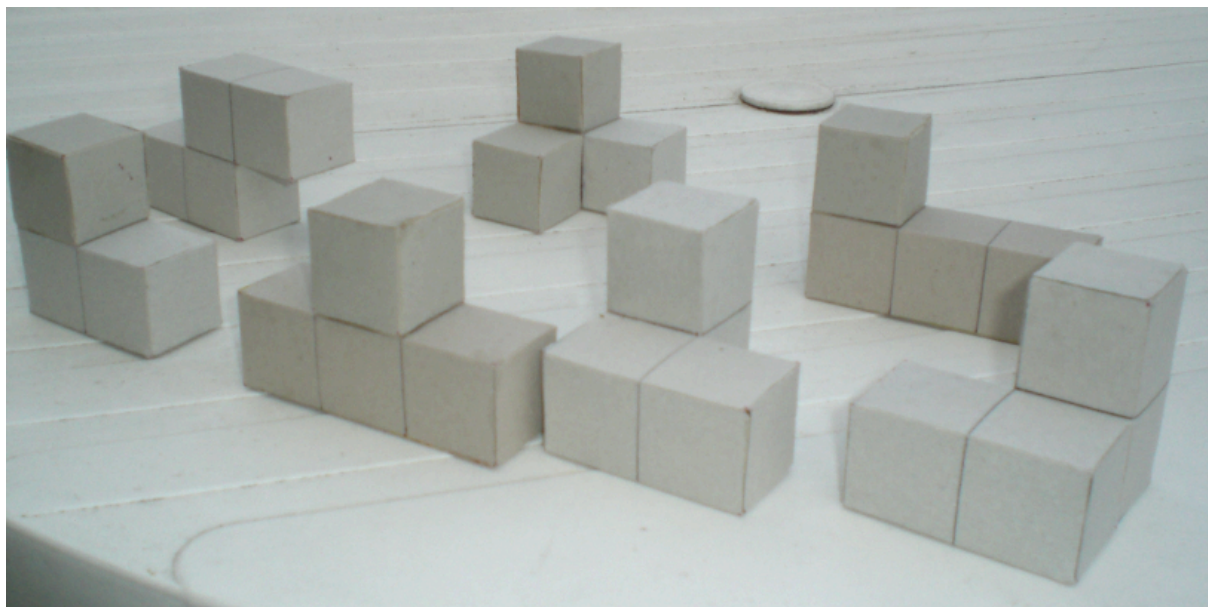
*Le prisme et la pyramide ont même base triangulaire*

Pour réaliser les quatre pièces : ces patrons ne sont pas à l'échelle du triangle de base proposé page précédente.



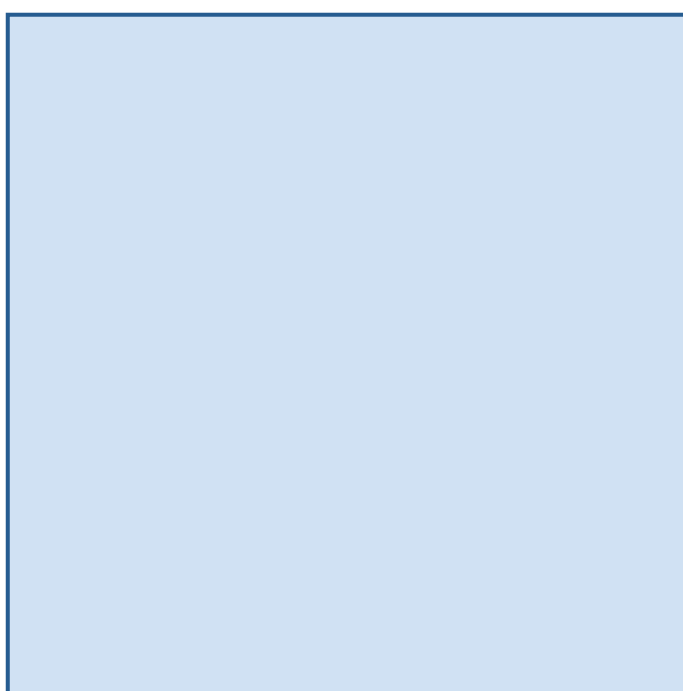
Ce découpage a été trouvé par J.P. Sydler en 1956. Il est présenté dans « La figure et l'espace », actes du 8<sup>ème</sup> colloque Inter - Irem « Épistémologie et histoire des Mathématiques » à Lyon en 1991, édités et diffusés par l'IREM de Lyon.

## S6 – Le cube SOMA

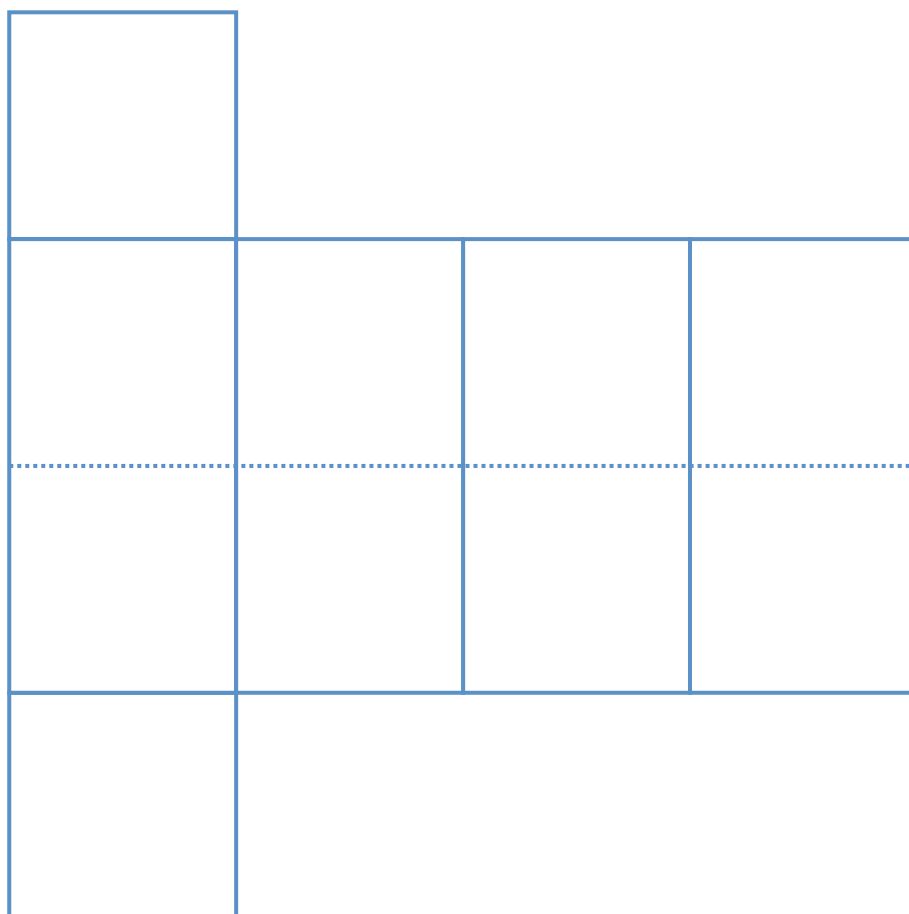
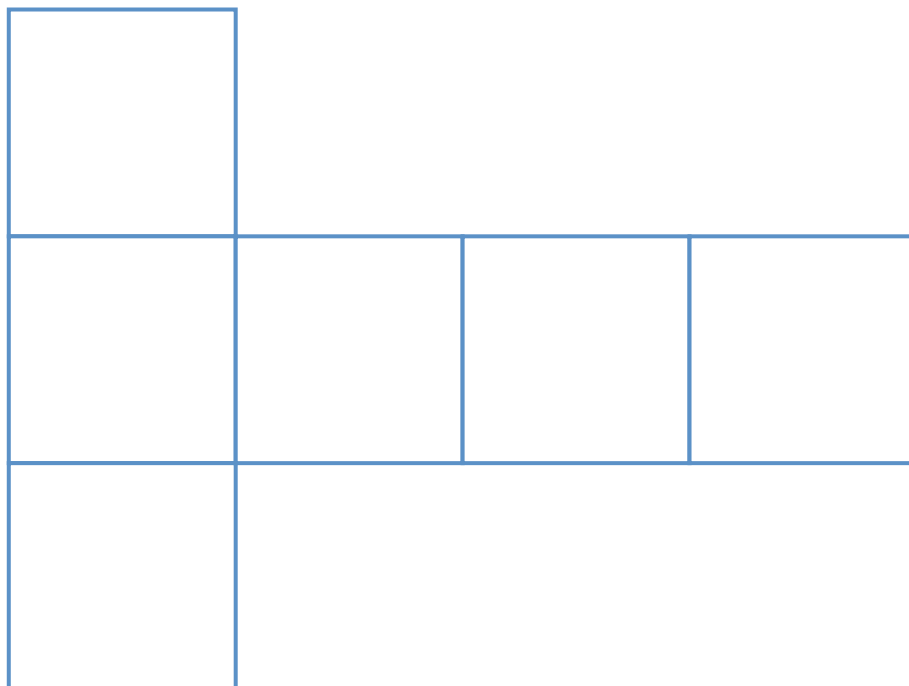


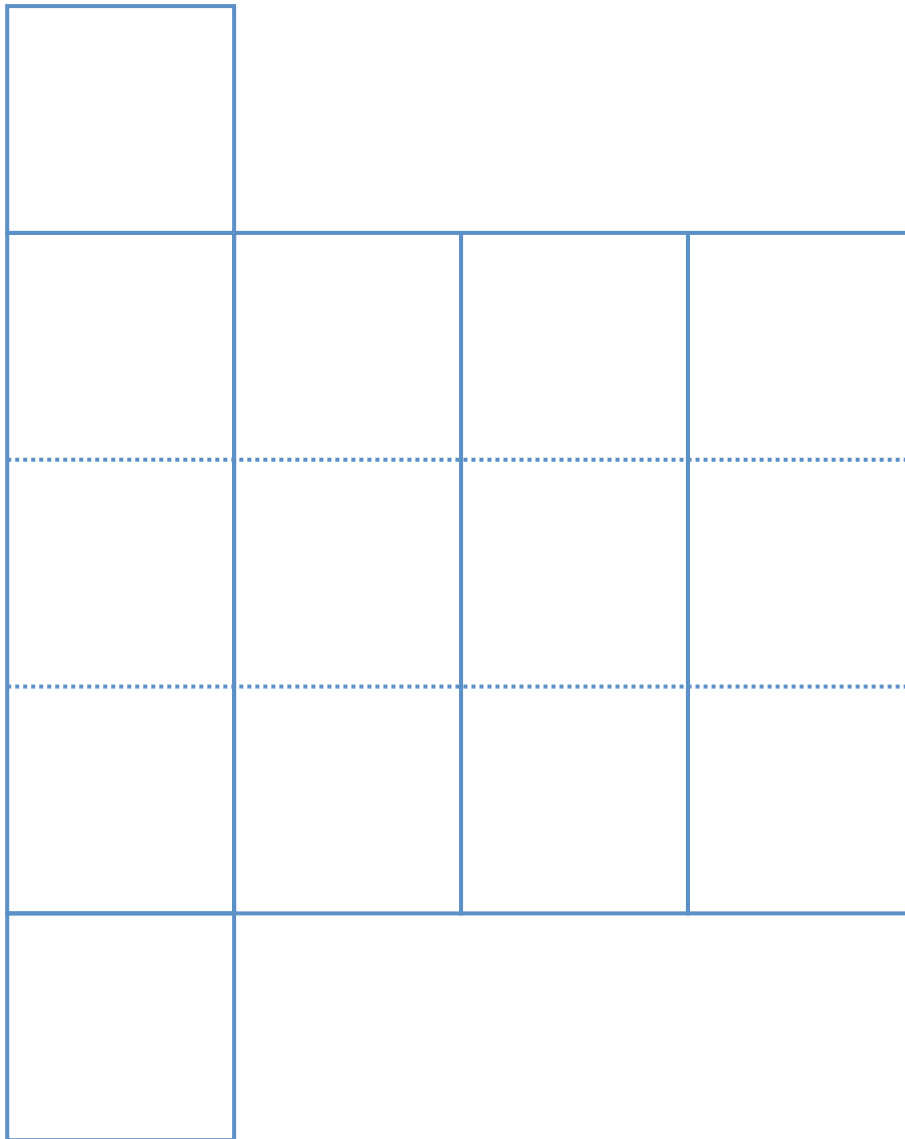
Imaginées dans les années 1930 par le danois Piet Hein, les pièces sont formées de trois ou quatre cubes qui assemblés, ne forment pas de pavé droit.

Avec les sept pièces, réalise un cube. Une de ses faces est dessinée ci-dessous.



Les pièces photographiées et manipulées ont été réalisées à partir d'assemblages de pavés réalisés en carton. Des patrons de ces pavés sont donnés ci-dessous.





Cinq cubes  $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 3\text{cm}$ , deux pavés  $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 9\text{cm}$  et huit pavés  $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 6\text{cm}$  ont été utilisés pour la réalisation des pièces.  
Ces cubes et ces pavés peuvent également être réalisés en bois avec peut-être des dimensions différentes en découpant des tasseaux avec une scie à onglet.

### **Pour des documents complémentaires**

<http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=2>

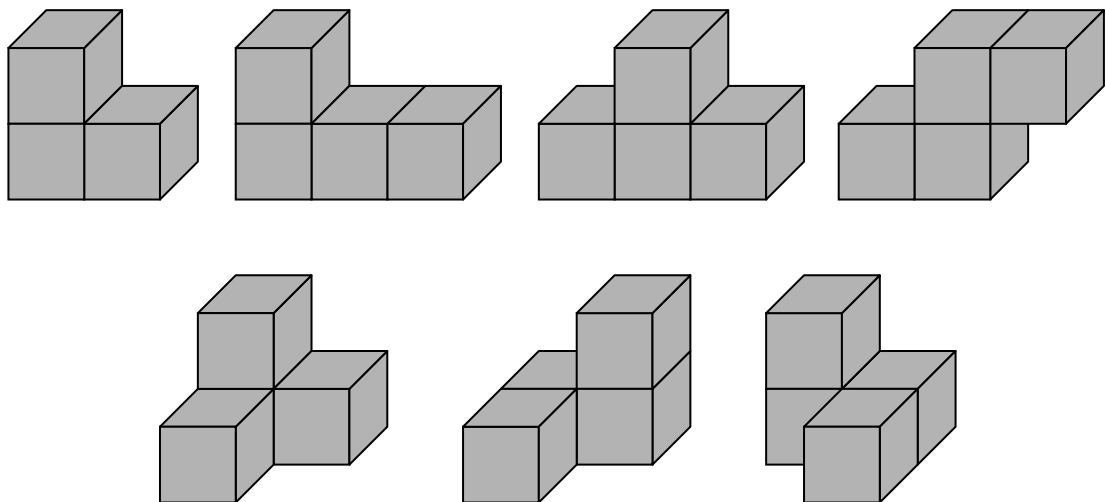
[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Soma\\_CM.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Soma_CM.pdf)

[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/PAGANO\\_Cube\\_SOMA\\_1.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/PAGANO_Cube_SOMA_1.pdf)

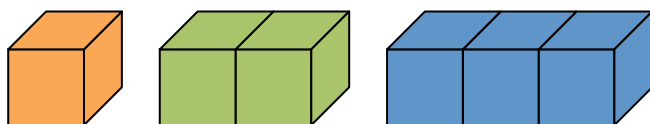
[http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Cube\\_Soma\\_TE\\_FD.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Cube_Soma_TE_FD.pdf) Dans ce document se trouvent des aides utilisées pendant la Fête de la Science.

## Pour faciliter la construction de pièces

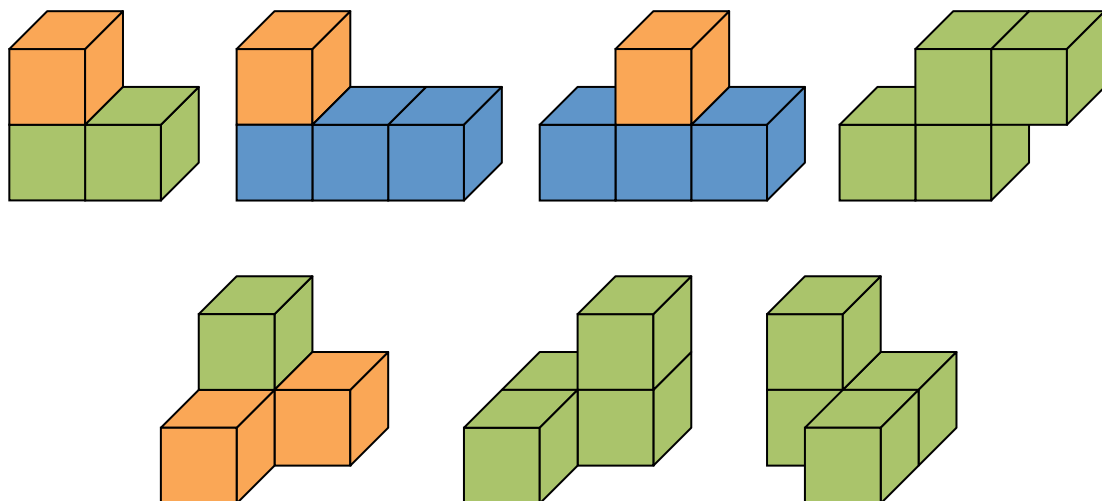
Des dessins des sept pièces



Des dessins des trois types de pavés utilisés



Des dessins des sept pièces réalisées avec les pavés assemblés



## Avec les élèves

Préciser le dessin d'une face du cube est une nécessité pour presque tous. Certains ont de plus besoin de la vision d'un cube aux mêmes dimensions que celui à réaliser. Les aides présentant la construction étape par étape sont les bienvenues.



# 3 - CODAGES

## C1 - La sacoche de Girolamo

Comment retrouver la sacoche pleine de secrets déposée par le savant Girolamo Cardano ?

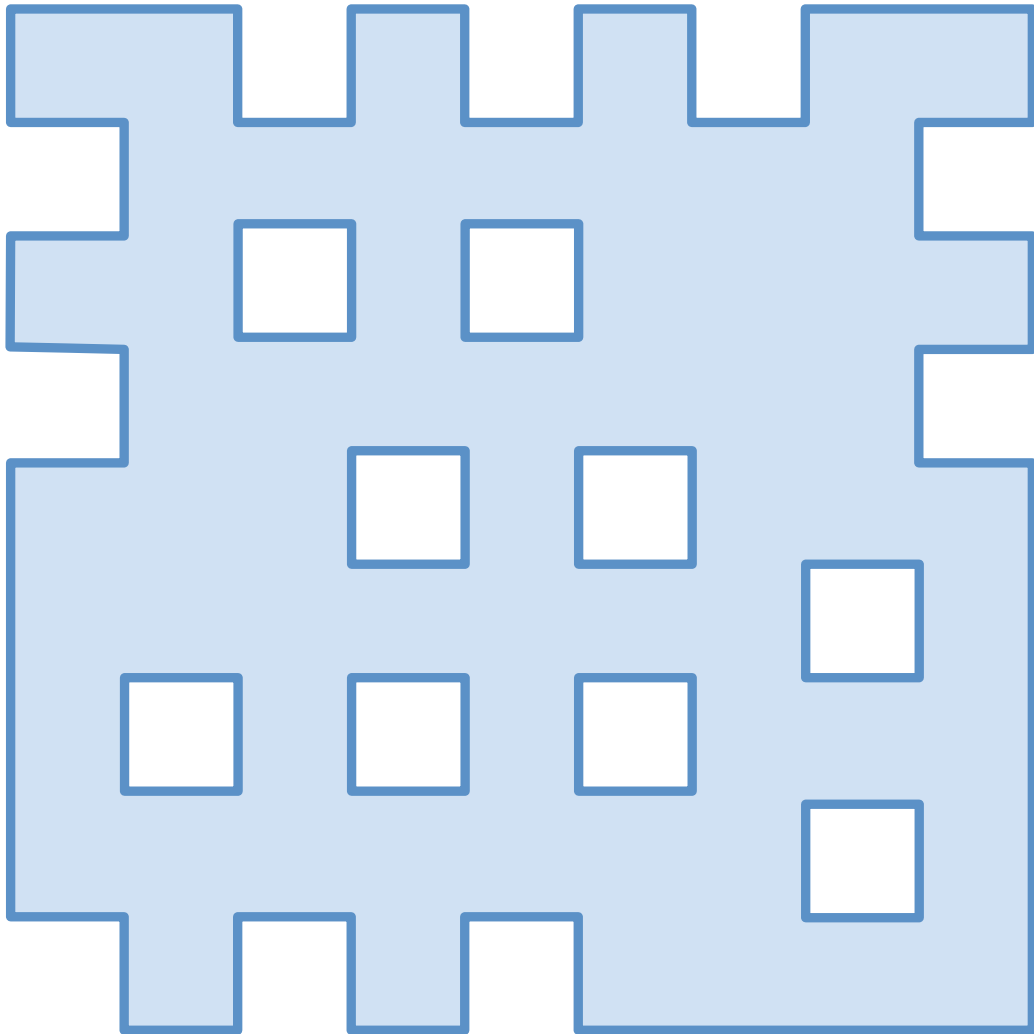
En manipulant le cache en carton, cachées dans cette grille, vont apparaître deux indications à propos du lieu où se trouve cette sacoche.

S	I	S	A	O	U	U	R	L
S	E	L	A	E	P	A	R	L
A	N	S	P	E	E	P	T	I
O	I	E	R	R	L	L	U	N
R	N	L	T	I	D	E	T	V
E	E	I	B	O	F	A	G	E
M	S	O	L	S	A	T	M	L
V	E	V	T	N	P	E	O	E
R	L	N	L	U	T	S	E	E

En utilisant le cache, tu vas maintenant écrire un message à dissimuler dans la grille découvrir.

Complète les cases vides avec des lettres, ton message pourra ainsi être recherché par d'autres personnes.


*Le cache à photocopier et découper sur du papier de couleur peut être tourné et retourné.*



Cette méthode de codage et décodage a été proposée par le mathématicien Jérôme Cardan (1501 - 1576). En italien, son nom est Girolamo Cardano. Le cache utilisé est présent dans « SECRET MESSAGES » (Jeff Hawtin) TARQUIN PUBLICATIONS 1990. D'autres pourront être utilisés pour d'autres codages.

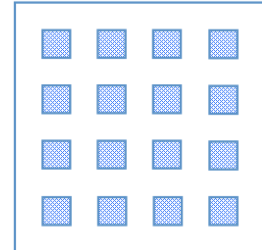
Les indications à retrouver sont : « SOUS LE PONT DE LA MEUSE » et « SUR LA PIERRE VIOLETTE ».

## Pour l'utilisateur

Sur le cache du livre « SECRET MESSAGES » un disque noir en haut et à gauche est visible. Celui-ci n'a pas été reproduit dans ce document pour que puissent être explorées les huit positions possibles du cache.

### Quelques questions à poser

Pourquoi le cache a-t-il huit positions ?  
En plaçant différemment les encoches, peut-on obtenir un cache ayant le moins de positions possibles ? Le modèle ci-contre n'a qu'une position.



Peut-on imaginer l'utilisation d'un cache rectangulaire ?

Pour en savoir plus sur les grilles de Cardan  
[http://fr.wikipedia.org/wiki/Grille\\_de\\_Cardan](http://fr.wikipedia.org/wiki/Grille_de_Cardan)

### **Avec les élèves**

Ils ont trouvé et écrit « SOUSLEPONTDELAMEUSE » et « SURLAPIERREVIOLETTE » mais ont peiné pour retrouver les séparations des mots.

La réalisation de nouvelles grilles prend du temps et n'a pu être proposée que pendant la journée « grand public ».

## C2 - Un rendez-vous secret

Placez le cache sur la grille, le point **rouge** étant en haut à gauche. Notez ligne par ligne les lettres visibles. Recommencez en faisant pivoter le cache d'un premier quart de tour, puis d'un deuxième quart de tour, puis d'un troisième quart de tour.

**Les trois quarts de tour sont faits dans le sens des aiguilles d'une montre.**

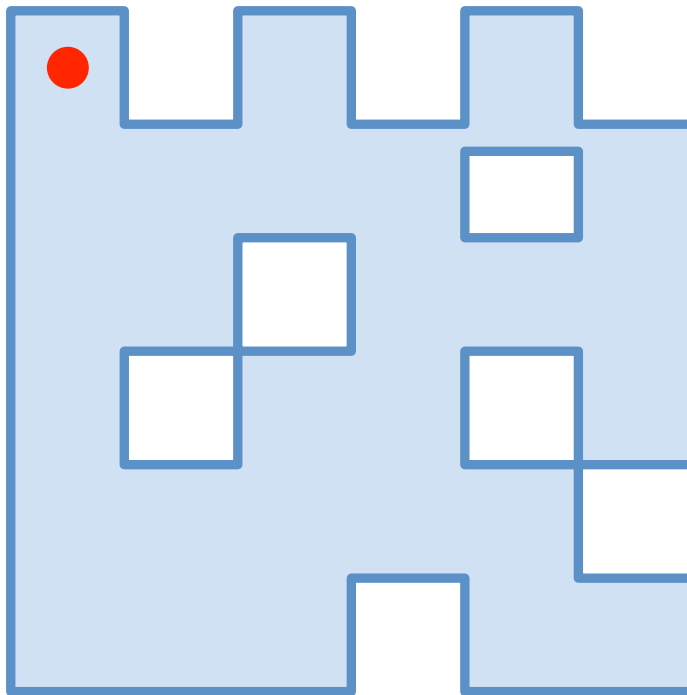
Les lettres visibles mises bout à bout vous indiqueront le lieu et l'heure du rendez vous.

R	C	A	H	E	E
T	S	E	T	Z	J
R	O	L	U	R	E
L	E	N	Z	P	E
T	E	S	E	A	E
H	Q	E	R	U	U

En utilisant le cache, code un message dans la grille ci-dessous. D'autres personnes pourront ensuite le découvrir.


En utilisant le cache, code un message dans la grille ci-dessous. D'autres personnes pourront ensuite le découvrir.


### **Le cache à découper**



<http://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/transpo/tournant.html>.

Le lien présente ce principe de codage et décodage à l'aide d'un cache tournant inventé par le colonel autrichien **Edouard Fleissner von Wostrowitz** et employé dans le roman Mathias Sandorf de Jules Verne.

Le message à découvrir est « CHEZ LE PERE JULES A QUATORZE HEURES TRENTE »

<http://beq.ebooksgratuits.com/vents/Verne-Sandorf.pdf> pour télécharger une version électronique du livre de Jules Verne.

<http://www.bibmath.net/crypto/index.php?action=affiche&quoi=ancienne/sandorf> pour retrouver les extraits dans lesquels le cache intervient.

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf> pages 16 à 24

<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV123.pdf> pages 35 à 40

Les caches tournants sont présents dans ces deux Petits Verts.



ihnalz    zaemen    ruiopn  
 arnuro    trvree    mtqssl  
 odxhnp    estlev    eeuart  
 aeeeil    ennios    noupvg  
 spesdr    erssur    ouitse  
 eedgnc    toeedt    artuee

Dans le roman de Jules Verne, le déchiffrement a été plus complexe que celui proposé dans les pages qui précèdent. Le billet à déchiffrer comporte dix-huit mots disposés comme ci-contre.

Les personnes cherchant à déchiffrer les messages du Comte Sandorf étaient certaines que le message avait été codé à l'aide d'un cache découpé dans une grille en carton. En s'introduisant chez un banquier véreux, elles ont réussi à connaître la taille de la grille et la disposition des cases évidées et donc à en reproduire un exemplaire (la petite croix à l'encre indiquant le côté « supérieur » de la grille a été ici remplacée par un point rouge).

Sur la grille récupérée, elles ont remarqué qu'en faisant pivoter le cache par des quarts de tour, de nouvelles lettres apparaissent, sans laisser visibles des lettres déjà vues. Les six « mots » formant la première colonne du message ont été placés dans un carré 6x6.

i	h	n	a	l	z
a	r	n	u	r	o
o	d	x	h	n	p
a	e	e	e	i	l
s	p	e	s	d	r
e	e	d	g	n	c

Les quatre regroupements « hazrxeirg », « nohaledec », « nadnepedn » et « ilruopess » sont apparus.

Les quatre regroupements « amnetnore », « velessuot », « etseirted » et « zerrevnes » sont ensuite apparus avec le carré construit avec les « mots » de la deuxième colonne du message.

Les quatre regroupements « uonsuoveu », « qlangisre », « imerpuate » et « rptsetuot » sont ensuite apparus avec le carré construit avec les « mots » de la troisième colonne du message.

En écrivant les « mots » déchiffrés les uns après les autres, notez le message obtenu.

En écrivant le message à partir de la fin, en retrouvant les coupures entre les mots, les éléments de ponctuation et le placement de majuscules, notez le message obtenu.

### Pour découvrir le texte évoqué dans le roman de Jules Verne

Le carré formé des six « mots » de la première colonne du message à déchiffrer.

i	h	n	a	l	z
a	r	n	u	r	o
o	d	x	h	n	p
a	e	e	e	i	l
s	p	e	s	d	r
e	e	d	g	n	c

Le carré formé des six « mots » de la deuxième colonne du message à déchiffrer.

z	a	e	m	e	n
t	r	v	r	e	e
e	s	t	l	e	v
e	n	n	i	o	s
e	r	s	s	u	r
t	o	e	e	d	t

Le carré formé des six « mots » de la troisième colonne du message à déchiffrer.

r	u	i	o	p	n
m	t	q	s	s	l
e	e	u	a	r	t
n	o	u	p	v	g
o	u	i	t	s	e
a	r	t	u	e	e

### Le message codé par Jules Verne

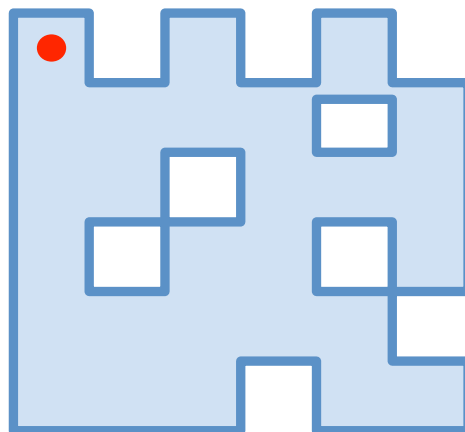
En écrivant les « mots » déchiffrés les uns après les autres, voici le message obtenu :

**hazrxeirgnohaledecnadnepednilruopessamnetnorevelessuotetseirt  
edzerrevnesuonsuoveuqlangisreimerpuaterptsetuot.**

En écrivant le message à partir de la fin, en rétablissant les coupures entre les mots, la ponctuation et des majuscules, est apparu le texte :

**« Tout est prêt. Au premier signal que vous nous enverrez de Trieste, tous se lèveront en masse pour l'indépendance de la Hongrie. Xrzah. »**

### Pour créer de nouveaux caches



Tel qu'il est proposé dans le roman de Jules Verne, le cache montre une attache fragile du carré le plus à droite dans la première ligne. Dans le cache proposé dans ce document, un rectangle non carré assure la solidité de l'ensemble.

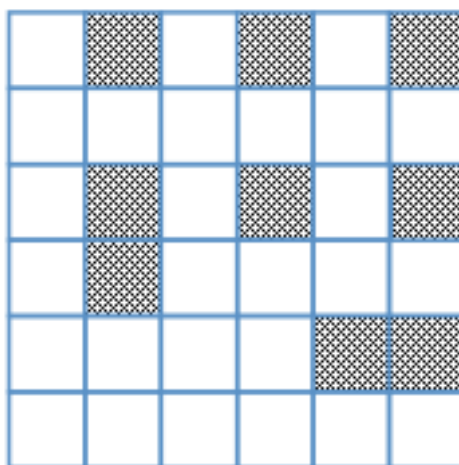
L'idée vient de créer de nouveaux caches fonctionnant comme celui présenté dans le roman.

La découpe d'une case fait que trois autres cases ne pourront pas être évidées.

	1				
					1
1					
				1	

3	1	4	2	5	3
5	6	8	7	6	1
2	7	9	9	8	4
4	8	9	9	7	2
1	6	7	8	6	5
3	5	2	4	1	3

Un nouveau cache est obtenu, permettant le codage et le décodage d'autres messages.



Sur le même principe, voici la création de quatre caches.

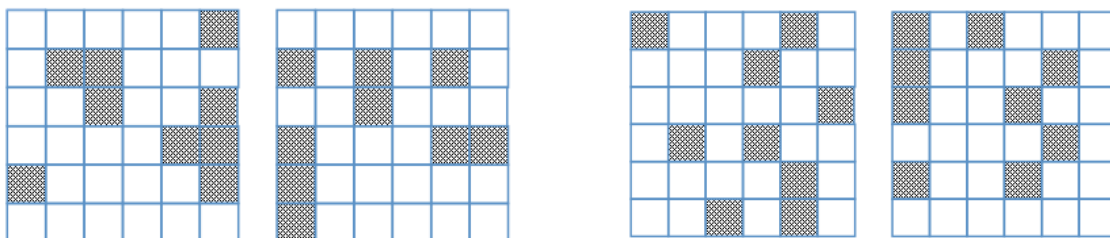
1	5	4	3	2	1
2	7	8	9	7	5
3	9	6	6	8	4
4	8	6	6	9	3
5	7	9	8	7	2
1	2	3	4	5	1

1	3	5	2	4	1
4	6	9	8	6	3
2	8	7	7	9	5
5	9	7	7	8	2
3	6	8	9	6	4
1	4	2	5	3	1

1	3	5	2	4	1
4	6	9	8	6	3
2	8	7	7	9	5
5	9	7	7	8	2
3	6	8	9	6	4
1	4	2	5	3	1

1	2	3	5	4	1
4	7	9	6	7	2
5	6	8	8	9	3
3	9	8	8	6	5
2	7	6	9	7	4
1	4	5	3	2	1

Les quatre caches obtenus



**Remarque :** dans ce document ont été corrigées les erreurs remarquées dans les nouveaux caches carrés construits dans le Petit Vert n°121 et dans le précédent écrit à destination des participants à la « Fête de la Science ».

## Avec les élèves

Lors de la Fête de la Science, comme avec le cache de Cardan évoqué précédemment, les élèves peinent pour retrouver les séparations des mots.

Les grilles carrées ainsi que leurs variantes proposées dans le Petit Vert n° 123 ont été testées dans une classe de C.M.1 – C.M.2. Les élèves ont montré une grande envie de comprendre comment elles ont été réalisées.

	1				
					1
1					
					1

	1	2			
					1
					2
2					
1					
			2	1	

	1	2	3		
					1
					2
3					3
2					
1					
		3	2	1	

	1	2	3	4	
4					1
3					2
2					3
1					4
	4	3	2	1	

5	1	2	3	4	5
4					1
3					2
2					3
1					4
5	4	3	2	1	5

5	1	2	3	4	5
4	6			6	1
3					2
2					3
1	6			6	4
5	4	3	2	1	5

5	1	2	3	4	5
4	6	7		6	1
3				7	2
2	7				3
1	6			6	4
5	4	3	2	1	5

5	1	2	3	4	5
4	6	7	8	6	1
3	8			7	2
2	7			8	3
1	6	8	7	6	4
5	4	3	2	1	5

5	1	2	3	4	5
4	6	7	8	6	1
3	8	9	9	7	2
2	7	9	9	8	3
1	6	8	7	6	4
5	4	3	2	1	5

Les trente-six cases sont coloriées et codées en utilisant des quarts de tour.

## Une grille pour construire des caches tournants

5	1	2	3	4	5
4	6	7	8	6	1
3	8	9	9	7	2
2	7	9	9	8	3
1	6	8	7	6	4
5	4	3	2	1	5

Dans la grille ci-dessous, découper une case « 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 », « 7 », « 8 » et « 9 ». Les cases restantes formeront un cache tournant.

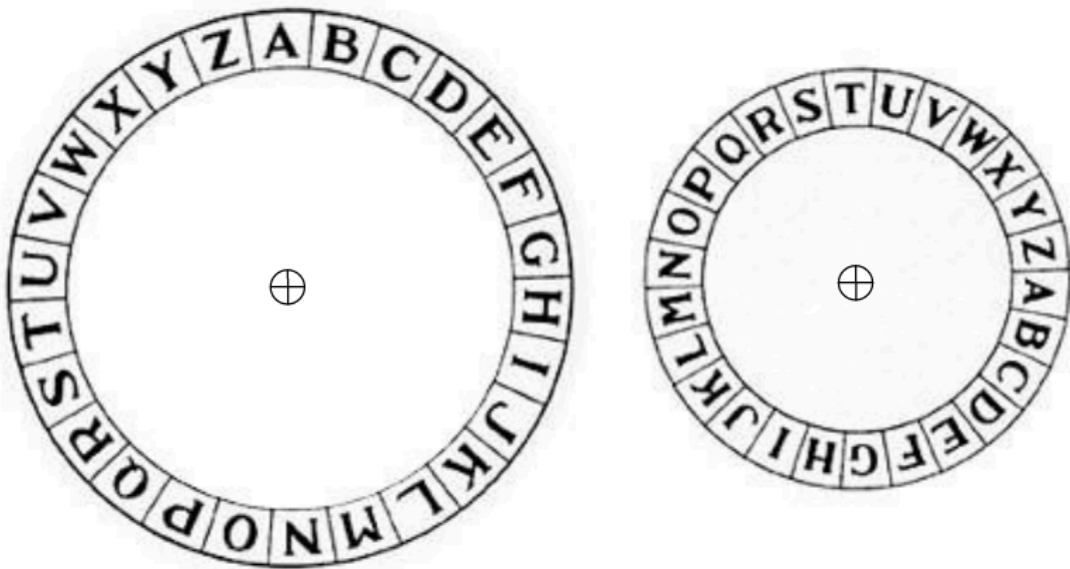
5	1	2	3	4	5
4	6	7	8	6	1
3	8	9	9	7	2
2	7	9	9	8	3
1	6	8	7	6	4
5	4	3	2	1	5

*À partir du Cycle 4, les élèves géreront différemment les rotations utilisées et pourront être confrontés à un algorithme de construction.*

### C3 – Les messages secrets de Jules César

Caius Suetonius Tranquillus (70-140 ap. JC), a écrit une biographie de Jules César. Voici ce qu'il écrit, en ce qui concerne ses correspondances secrètes, en particulier militaire :

*« Il y employait, pour les choses tout à fait secrètes, une espèce de chiffre qui en rendait le sens inintelligible (les lettres étant disposées de manière à ne pouvoir jamais former un mot), et qui consistait, je le dis pour ceux qui voudront les déchiffrer, à changer le rang des lettres dans l'alphabet, en écrivant la quatrième pour la première, c'est-à-dire le d pour le a, et ainsi de suite. » (Vie des douze Césars, Livre I, paragraphe 56)*



La roue de codage et de décodage utilisée été construite sur le modèle de celle proposée sur le site de ce collège :

[http://www.clg-viala.ac-aix-marseille.fr/spip/sites/www.clg-viala/spip/IMG/pdf/Roues\\_de\\_decryptage\\_du\\_code\\_de\\_Cesar.pdf](http://www.clg-viala.ac-aix-marseille.fr/spip/sites/www.clg-viala/spip/IMG/pdf/Roues_de_decryptage_du_code_de_Cesar.pdf)



Un premier tableau à compléter en utilisant la roue de codage et décodage.

Lettre à coder	A	B	C	D	E	K	P	R	Z
Lettre codée	D	E	F						

Un deuxième tableau à compléter en utilisant la roue de codage et décodage.

Lettre à coder	A	B	C						
Lettre codée	D	E	F	G	M	T	X	A	C

Un message à coder : **L'OR EST SOUS LA PIERRE NOIRE**

C'est à dire : **LORESTSOUSLAPIERRENOIRE**

<b>L</b>	<b>O</b>	<b>R</b>	<b>E</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>O</b>	<b>U</b>	<b>S</b>	<b>L</b>	<b>A</b>	<b>P</b>	<b>I</b>	<b>E</b>	<b>R</b>	<b>R</b>	<b>E</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>I</b>	<b>R</b>	<b>E</b>	

Un message à décoder :

**YHUF LQJHWRULADUHQGXOHVDUPHVDDOHVLD**

<b>Y</b>	<b>H</b>	<b>U</b>	<b>F</b>	<b>L</b>	<b>Q</b>	<b>J</b>	<b>H</b>	<b>W</b>	<b>R</b>	<b>U</b>	<b>L</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>U</b>	<b>H</b>	<b>Q</b>

<b>G</b>	<b>X</b>	<b>O</b>	<b>H</b>	<b>V</b>	<b>D</b>	<b>U</b>	<b>P</b>	<b>H</b>	<b>V</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>O</b>	<b>H</b>	<b>V</b>	<b>L</b>	<b>D</b>

## Un autre chiffrement

Jules César avait l'habitude de faire un décalage de trois lettres pour réaliser son codage, mais on peut bien sûr choisir un autre décalage des lettres de l'alphabet.

**HXGBU !**

À vous de trouver le décalage de lettres permettant de décoder ce message !

Message	<b>H</b>	<b>X</b>	<b>G</b>	<b>B</b>	<b>U</b>
Si un décalage de 1 lettre a été fait	G	W	E	A	T
Si un décalage de 2 lettres a été fait					
Si un décalage de 3 lettres a été fait					
Si un décalage de 4 lettres a été fait					
Si un décalage de 5 lettres a été fait					
Si un décalage de 6 lettres a été fait					
Si un décalage de 7 lettres a été fait					

## Les solutions

Un message à coder

Lettre à coder	A	B	C	D	E	K	P	R	Z
Lettre codée	D	E	F	G	H	N	S	U	C

Un message à décoder

Lettre à coder	A	B	C	D	J	Q	U	X	F
Lettre codée	D	E	F	G	M	T	X	A	C

Un message à coder

L	O	R	E	S	T	S	O	U	S	L	A	P	I	E	R	R	E	N	O	I	R	E
O	R	U	H	V	W	V	R	X	V	O	D	S	L	H	U	U	E	Q	R	L	U	H

Un message à décoder

Y	H	U	F	L	Q	J	H	W	R	U	L	A	D	U	H	Q
V	E	R	C	I	N	G	E	T	O	R	I	X	A	R	E	N

G	X	O	H	V	D	U	P	H	V	D	D	O	H	V	L	D
D	U	L	E	S	A	R	M	E	S	A	A	L	E	S	I	A

Un décalage à retrouver pour décoder le message

Message	H	X	G	B	U
Si un décalage de 1 lettre a été fait	G	W	F	A	T
Si un décalage de 2 lettres a été fait	F	V	E	Z	S
Si un décalage de 3 lettres a été fait	E	U	D	Y	R
Si un décalage de 4 lettres a été fait	D	T	C	X	Q
Si un décalage de 5 lettres a été fait	C	S	B	W	P
Si un décalage de 6 lettres a été fait	<b>B</b>	<b>R</b>	<b>A</b>	<b>V</b>	<b>O</b>
Si un décalage de 7 lettres a été fait	A	Q	Z	U	N

Le message est **BRAVO** !

## **Avec les élèves**

L'usage de tableaux à compléter n'est pas encore une habitude chez certains élèves de Cycle 3.

L'usage des roues à coder et décoder facilite la compréhension du fait que le processus peut être automatisé par une « machine ».

## **Sitographie**

<http://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/cesar/> pour coder et décoder en ligne

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffrement\\_par\\_d%C3%A9calage](https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffrement_par_d%C3%A9calage) pour en savoir plus sur le ce type de codage

[http://www.clg-viala.ac-aix-marseille.fr/spip/sites/www.clg-viala/spip/IMG/pdf/Roues\\_de\\_decryptage\\_du\\_code\\_de\\_Cesar.pdf](http://www.clg-viala.ac-aix-marseille.fr/spip/sites/www.clg-viala/spip/IMG/pdf/Roues_de_decryptage_du_code_de_Cesar.pdf) pour la construction des roues de codage et décodage

<http://ww2.ac-poitiers.fr/math/IMG/pdf/codecesar1.pdf>  
<http://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/cesar.pdf> Au cycle 4, Scratch est sollicité.

## C4 – Le carré de Vigenère

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

## C4 – Le carré de Vigenère

Pour pouvoir coder et décoder selon ce principe, il faut se donner un « mot clef » secret, que seuls l'expéditeur et le destinataire du message connaissent.

Ce « mot clef » sert à déterminer les décalages d'alphabet à appliquer, suivant la position des lettres du message.

Voici un exemple où l'on veut coder le mot VIGENERE à l'aide du « mot clef » CLE, en s'aidant de la grille de Vigenère

Message à coder	V	I	G	E	N	E	R	E
Mot clef répété	C	L	E	C	L	E	C	L
Message codé (décalage d'alphabet suivant la lettre du mot clef)	X	T	K	G	Y	I	T	P

La lettre **V** est ainsi codée grâce à la **ligne du C** et la **colonne du V** de la grille, et l'on trouve **X**, la lettre **I** grâce à la **ligne du L** et la **colonne du I**, la lettre **G** grâce à la **ligne du E** et la **colonne du G**, etc.

### Un mot à coder avec la clef CLE

Message à coder	M	A	T	H	E	M	A	T	I	Q	U	E	S
Mot clef répété	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C
Message codé													

### Un message à décoder avec la clé CLE

Message décodé													
Mot clef répété	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C	L		
Message à décoder	F	P	Q	C	T	R	O	L	X	K	Y		

Le **F** se trouve à l'intersection de la **ligne du C** et de la **colonne du D**. Le **F** du message à décoder correspond donc à un **D**.

### Un mot à coder avec la clef MATH

Message à coder	V	I	V	E	L	A	F	E	T	E	D	E	L	A	S	C	I	E	N	C	E
Mot clef répété	M	A	T	H																	
Message codé																					

### Un message à décoder avec la clé YES

Message décodé																					
Mot clef répété	Y	E	S																		
Message à décoder	K	I	K	Q	E	Y	C	W	W	A	V	W	R								

## Les solutions

Message à coder	M	A	T	H	E	M	A	T	I	Q	U	E	S
Mot clef répété	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C
Message codé	O	L	X	J	P	Q	C	E	M	S	F	I	U

Message décodé	D	E	M	A	I	N	M	A	T	I	N
Mot clef répété	C	L	E	C	L	E	C	L	E	C	L
Message à décoder	F	P	Q	C	T	R	O	L	X	K	Y

Message à coder	V	I	V	E	L	A	F	E	T	E	D	E	L	A	S	C	I	E	N	C	E
Mot clef répété	M	A	T	H	M	A	T	H	M	A	T	H	M	A	T	H	M	A	T	H	M
Message codé	H	I	O	L	X	A	Y	L	F	E	W	L	X	A	L	J	U	E	G	J	Q

Message décodé	M	E	S	S	A	G	E	S	E	C	R	E	T
Mot clef répété	Y	E	S	Y	E	S	Y	E	S	Y	E	S	Y
Message à décoder	K	I	K	Q	E	Y	C	W	W	A	V	W	R

## Sitographie

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffre\\_de\\_Vigen%C3%A8re](https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffre_de_Vigen%C3%A8re) Pour en savoir plus à propos du chiffre de Vigenère (Blaise de Vigenère était un diplomate et cryptographe français du XVIème siècle).

<https://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/vigenere/carrevig.html>

<https://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/vigenere/decryptauto.html>

Pour coder et décoder automatiquement.

[http://mathematiques.ac-](http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/lycee2010/voie_generale/Stage_spe_TS/annexe05_chiffrement_de_vigenere.pdf)

[bordeaux.fr/lycee2010/voie\\_generale/Stage\\_spe\\_TS/annexe05\\_chiffrement\\_de\\_vigenere.pdf](http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/lycee2010/voie_generale/Stage_spe_TS/annexe05_chiffrement_de_vigenere.pdf) Au lycée, en terminale S.

## La réglette de Saint-Cyr

<https://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/vigenere/saintcyr.html>

Pendant la Fête de la Science, les élèves ont manipulé une réglette de Saint-Cyr plus aisée à utiliser que le tableau de Vigenère. Le message à décoder était **YYCMRDCHWZEY**.

Message décodé												
Mot clef	S	U	P	E	R							
Message à décoder	Y	Y	C	M	R	D	C	H	W	Z	E	Y

La solution est **GENIALISSIME**.

## C5 – Le Carré de Polybe

*Polybe (208 – 126 av. J.C.) est un général, homme d'état et grand historien grec.*

### Le principe

En regroupant les lettres V et W dans la même case, on peut écrire toutes les lettres de l'alphabet dans un tableau de cinq lignes et cinq colonnes.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>2</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>
<b>3</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>
<b>4</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>
<b>5</b>	<b>U</b>	<b>V/W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>

À l'aide du tableau, on code ensuite chaque lettre du message par un nombre à deux chiffres. Le premier chiffre est le numéro de la ligne et le deuxième celui de la colonne. Par exemple POLYBE est codé en **41 35 32 54 12 15**.



## Deux messages

Un message à décoder : 131533154444112215154445441513431545

Message décodé																		
Message à décoder	13	15	33	15	44	44	11	22	15	15	44	45	44	15	13	43	15	45

Un message à coder : MERCREDI A SIX HEURES

Message à coder	M	E	R	C	R	E	D	I	A	S	I	X	H	E	U	R	E	S
Message codé																		

## Les solutions

Un message à décoder : 131533154444112215154445441513431545

Message décodé	C	E	M	E	S	S	A	G	E	E	S	T	S	E	C	R	E	T
Message à décoder	13	15	33	15	44	44	11	22	15	15	44	45	44	15	13	43	15	45

Le message décodé est : CE MESSAGE EST SECRET

Un message à coder : MERCREDI A SIX HEURES

Message décodé	M	E	R	C	R	E	D	I	A	S	I	X	H	E	U	R	E	S
Message à décoder	33	15	43	13	43	15	14	24	11	44	24	53	23	15	51	43	15	44

Le message codé est : 331543134315142411442453231551431544

## Utilisation d'un mot clef

Pour que le message soit plus difficile à décoder, on va utiliser un mot clef qui permettra de remplir le tableau de Polybe de façon différente de l'ordre alphabétique.

Pour cela, on écrit le mot clef à partir de la première case, ligne par ligne sans répéter les lettres identiques.

On complète les cases vides par les lettres de l'alphabet manquantes dans l'ordre alphabétique. On mettra toujours le V et le WW dans la même case.

Par exemple, avec le mot clef **MATHEMATIQUES**, on obtient le tableau ci-dessous :

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>M</b>	<b>A</b>	<b>T</b>	<b>H</b>	<b>E</b>
<b>2</b>	<b>I</b>	<b>Q</b>	<b>U</b>	<b>S</b>	<b>B</b>
<b>3</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>J</b>
<b>4</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>
<b>5</b>	<b>R</b>	<b>V/W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>

## Un carré de Polybe à construire

Construis un carré de Polybe avec le mot clef **FANTASTIQUE**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>					
<b>2</b>					
<b>3</b>					
<b>4</b>					
<b>5</b>					

## Un message à décoder

**34121313212512421232241524422445341213141532243323245  
15124**

## Les solutions

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>F</b>	<b>A</b>	<b>N</b>	<b>T</b>	<b>S</b>
<b>2</b>	<b>I</b>	<b>Q</b>	<b>U</b>	<b>E</b>	<b>B</b>
<b>3</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>J</b>
<b>4</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>O</b>	<b>P</b>
<b>5</b>	<b>R</b>	<b>V/W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>

Le message à décoder

**34121313212512421232241524422445341213141532243323245  
15124**

En créant les groupes de deux chiffres

**34 12 13 13 21 25 12 42 12 32 24 15 24 42 24 45 34 12 13 14 15  
32 24 33 23 24 51 51 24**

Le message décodé

**HANNIBALADESELEPHANTSDEGUERRE**

En séparant les mots

**HANNIBAL A DES ELEPHANTS DE GUERRE**

## C5 - Le carré de Polybe

Le message à décoder est

**131533154444112215154445441513431545**

Complète la première ligne du tableau en séparant les nombres à deux chiffres, puis décode le message.

<b>13</b>	<b>15</b>								


### Utilisation d'un mot clef

Complète le carré de Polybe avec le mot clef FANTASTIQUE, puis décode le message

**341213132125124212322415244224453412131415322  
4332324515124**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>					
<b>2</b>					
<b>3</b>					
<b>4</b>					
<b>5</b>					

Tableau de décodage



*Document utilisé lors de la Fête de la Science*

## C-5 et C-6 Sitographie

### À propos du carré de Polybe (C-5)

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Carr%C3%A9\\_de\\_Polybe](https://fr.wikipedia.org/wiki/Carr%C3%A9_de_Polybe)

<https://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/subst/polybe.html> Pour coder et décoder en utilisant un mot clef.

### À propos du la bande dessinée « Le bâton de Plutarque »

Dans cette bande dessinée parue en 2014, un carré de Polybe est utilisé. Les auteurs ont choisi de regrouper les lettres I et J dans la même case. Le bâton de Plutarque est une scytale, thème de la partie **C-6** de ce document.

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Le\\_B%C3%A2ton\\_de\\_Plutarque](https://fr.wikipedia.org/wiki/Le_B%C3%A2ton_de_Plutarque)

<http://www.dargaud.com/bd/BLAKE-MORTIMER/Blake-Mortimer/Blake-Mortimer-tome-23-Baton-de-Plutarque-Le>

<https://age-bd.com/2014/12/07/interview-andre-juillard-la-suite-des-7-vies-de-lepervier-pas-avant-2017/> pour une interview d'un des auteurs.

<http://lewebpedagogique.com/mathactic/5-epi/> Ce site relate un travail interdisciplinaire utilisant cet ouvrage.

<http://www.libellus-libellus.fr/2016/06/yves-sente-andre-juillard-le-baton-de-plutarque.html> Ce site présente la BD ainsi que les pages où figure l'utilisation d'un carré de Polybe et du bâton de Plutarque.

### À propos des scytales (C-5)

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Scytale>

## C-6 La scytale de Sparte

### Le principe de la scytale spartiate

La scytale est un morceau de bois utilisé pour lire et écrire des messages sur une lanière de cuir, une bande de papier ou de tissu que l'on a enroulé autour d'un bâton.



<https://fr.wikipedia.org/wiki/Scytale>

La lanière déroulée laisse apparaître une suite désordonnée de lettres. Seul un bâton de même diamètre que celui qui a servi à l'écriture du message permet de déchiffrer ce dernier.

Au cinquième siècle avant J.C., les spartiates utilisent la scytale pendant la guerre du Péloponnèse. C'est le premier dispositif militaire connu.

### Message à décoder

Tu dois découvrir un texte constitué de six phrases codées. Chaque phrase est inscrite sur une bande de tissu et chaque bande de tissu ne peut être lue que sur un seul cylindre. En enroulant les bandes de tissu sur les différents rouleaux, découvre ces six phrases, puis remets les dans l'ordre pour faire apparaître le texte caché.

### Indications

Enroule le rouleau dans le sens de la flèche.

Le tissu doit être bien serré et doit bien recouvrir le cylindre ; il forme une sorte de spirale.

Chaque phrase débute par le caractère plus épais que les autres.

Les mots des phrases sont écrits les uns à la suite des autres, sans espace. À toi de retrouver les espaces entre les mots.

Pou t'aider, voici quelques mots difficiles apparaissant dans les phrases : médiques, Perses, Phidippidès, Hérodote, spartathlon.

## **Le message décodé**

Voici le message à découvrir.

Les guerres médiques ont opposé les Grecs aux Perses.

Elles se sont déroulées au début du Vème siècle avant JC.

En 490 avant JC eut lieu la bataille de Marathon.

Le messager Phidippidès fut envoyé à Sparte pour demander de l'aide.

Selon Hérodote il parcouru 250km en 36 heures.

Le spartathlon est une course qui retrace son parcours.

## **En 2014, lors de la fête de la Science**

L'activité est apparue difficile car comportant trop de messages, même pour les adultes accompagnateurs.

Faire deux regroupements de trois scytales et de leurs messages à décoder faciliterait la tâche.

Il est difficile de donner des consignes permettant aux enseignants de réaliser les mêmes scytales que celles utilisées : il faudrait préciser les diamètres des cylindres utilisés ainsi que la largeur des bandes de tissu sur lesquelles les messages ont été écrits.

Il semble préférable que l'utilisateur un peu bricoleur construise ses propres scytales et ses messages à décoder. Ceux-ci pourront être inspirés par ceux utilisés à Metz-Bridoux.



Des morceaux de manches en bois ou des parties centrales de rouleaux de papier pourront servir à fabriquer les scytales, les messages pourront être écrits sur du papier ou des bandes de tissus vendus en mercerie.

Les scytales utilisées sont visibles sur cette photo



## C6-a Scytales et tasseaux en bois



### Messages à déchiffrer

Ruban de droite

ELTELCEORREBNEAARUD

Ruban de gauche

TAGDIVUOTOENDIAN'RUEOUCRINHSSAAA  
EPTLAPEAUETN

### Des phrases à coder, le choix de la scytale est libre !

CES PREMIERS PANNEAUX SONT PROVISOIRES  
LES MAISONS ETAIENT VIDES ET LES TELEVISEURS  
ETEINTS

### Des phrases à décoder

Scytale à deux faces

IELUPTLBEEURTGIELRPEL

Scytale à quatre faces

ADEPUEMICLOELANRALARIUMRRNIO

*En 2015, ces deux autres scytales ont également été utilisées.*

## Les phrases décodées à l'aide des scytales

Ruban de droite

ELTELCEORREBNEARUD

LECORBEAUETLERENARD

LE CORBEAU ET LE RENARD

Ruban de gauche

TAGDIVUOTOENDIAN'RUEOUCRINHSSAAAEPTLAPEA  
UETN

DONNERSALANGUEAUCHATETAVOIRUNAPPETITD'OI  
SEAU

DONNER SA LANGUE AU CHAT ET AVOIR UN  
APPETIT D'OISEAU

Peut-on imaginer un codage et un décodage sans avoir de scytale ?

## Les phrases décodées sans usage d'une scytale

Scytale à deux faces

IELUPTLBEEURTGIELRPEL

ILPLEUTILPLEUTBERGERE

IL PLEUT IL PLEUT BERGERE

Scytale à quatre faces

ADEPUEMICLOELANRALARIUMRRNIO

AUCLAIRDELALUNEMONAMIPIERROT

AU CLAIR DE LA LUNE MON AMI PIERROT

**C6-a**

## C6-b Scytales et tasseaux en bois

### Codage d'une phrase sans utiliser la scytale à quatre faces

La phrase à coder est : AU CLAIR DE LA LUNE MON AMI  
PIERROT

Écrire la phrase en éliminant les intervalles entre les mots. AUCLAIRDELALUNEMONAMIPIERROT

Il y a vingt-huit lettres, donc la bande tournera sept fois autour de la scytale.

*S'il n'y avait eu que vingt-six lettres, la bande aurait aussi tourné sept fois autour de la scytale, mais le dernier tour serait incomplet.*

Les lettres du message sont regroupées en paquets de sept lettres.

*Avec vingt lettres, le dernier aurait été incomplet.*

A	U	C	L	A	I	R
D	E	L	A	L	U	N
E	M	O	N	A	M	I
P	I	E	R	R	O	T

Le message codé apparaît en lisant chaque colonne de haut en bas, en commençant par la première à gauche. *Des espaces indiqueraient des cases éventuellement laissées vides en fin de message.*

**ADEPUERICLOELANRALARIUMORNIT**

## C6-b Scytales et tasseaux en bois

### Décodage d'une phrase sans utiliser la scytale à quatre faces

La phrase à décoder est :

**ADEPUERICLOELANRALARIUMORNIT**

Il y a vingt-huit lettres, donc la bande a tourné sept fois autour de la scytale.

*S'il n'y avait eu que vingt-six lettres, la bande aurait aussi tourné sept fois autour de la scytale, mais le dernier tour serait incomplet.*

Dans un tableau 7×4, j'écris le message colonne par colonne de haut en bas, en commençant par la première à gauche.

<b>A</b>	<b>U</b>					
<b>D</b>	<b>E</b>					
<b>E</b>						
<b>P</b>						

<b>A</b>	<b>U</b>	<b>C</b>	<b>L</b>	<b>A</b>	<b>I</b>	<b>R</b>
<b>D</b>	<b>E</b>	<b>L</b>	<b>A</b>	<b>L</b>	<b>U</b>	<b>N</b>
<b>E</b>	<b>M</b>	<b>O</b>	<b>N</b>	<b>A</b>	<b>M</b>	<b>I</b>
<b>P</b>	<b>I</b>	<b>E</b>	<b>R</b>	<b>R</b>	<b>O</b>	<b>T</b>

Ligne par ligne, je retrouve le message qui avait été codé. Il reste à retrouver la séparation des mots.

**AUCLAIRDELALUNEMONAMIPIERROT**

**AU CLAIR DE LA LUNE MON AMI PIERROT**

## C6-c Scytales

### Codage d'une phrase sans utiliser une scytale à trois faces

La phrase à coder est : LA NUIT TOUS LES CHATS SONT GRIS

Écrire la phrase en éliminant les intervalles entre les mots.  
Numéroter chaque lettre par cycles de nombres « 1, 2, 3 » (3 est le nombre de faces de la scytale).

L	A	N	U	I	T	T	O	U	S	L	E	S	C	H	A	T	S	S	O	N	T	G	R	I	S
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2

Réécrire les lettres en commençant par celles numérotées « 1 », puis faire de même avec celles numérotées « 2 » puis « 3 ».

L	U	T	S	S	A	S	T	I	A	I	O	L	C	T	O	G	S	N	T	U	E	H	S	N	R
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3

LUTSSASTIAIOLCTOGSNTUEHSNR est le message qui devra être enroulé autour de la scytale.

### Décodage d'une phrase sans utiliser une scytale à trois faces

LUTSSASTIAIOLCTOGSNTUEHSNR est le message à décoder.

Le message comporte vingt-six lettres. 3 est le nombre de faces de la scytale. 27 est le multiple de 3 immédiatement supérieur à 26.  
 $27 = 3 \times 9$ . Les 9 premières lettres seront numérotées « 1 », les 9 suivantes seront numérotées « 2 », les 8 restantes seront numérotées « 3 ».

L	U	T	S	S	A	S	T	I	A	I	O	L	C	T	O	G	S	N	T	U	E	H	S	N	R
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3

Réécrire les lettres par cycles de nombres « 1, 2, 3 ».

L	A	N	U	I	T	T	O	U	S	L	E	S	C	H	A	T	S	S	O	N	T	G	R	I	S
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2

LA NUIT TOUS LES CHATS SONT GRIS est le message à découvrir.