

Sommaire

EDITORIAL	3
VIE DE L'ASSOCIATION	
Rapport d'activité 1999	4
Bilan financier 1999	6
ÉTUDE MATHÉMATIQUE	
Une formule probabiliste unitaire	7
DANS NOS CLASSES	
Arithmétique au collège	11
MATHS ET MÉDIAS	18
RUBRIQUE PROBLÈME	
Énoncé du problème n°61	26
Solutions du problème précédent	24
ANNONCES DIVERSES	2,17,23,27

LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N°CPPAP : 2 814 D 73 S. N°ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : Mars 2000.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), BP 239. 54506-VANDEOEUVRE

Ce numéro a été tiré à 550 exemplaires.

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 38 F/5.80 euros.

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"

LE PETIT VERT

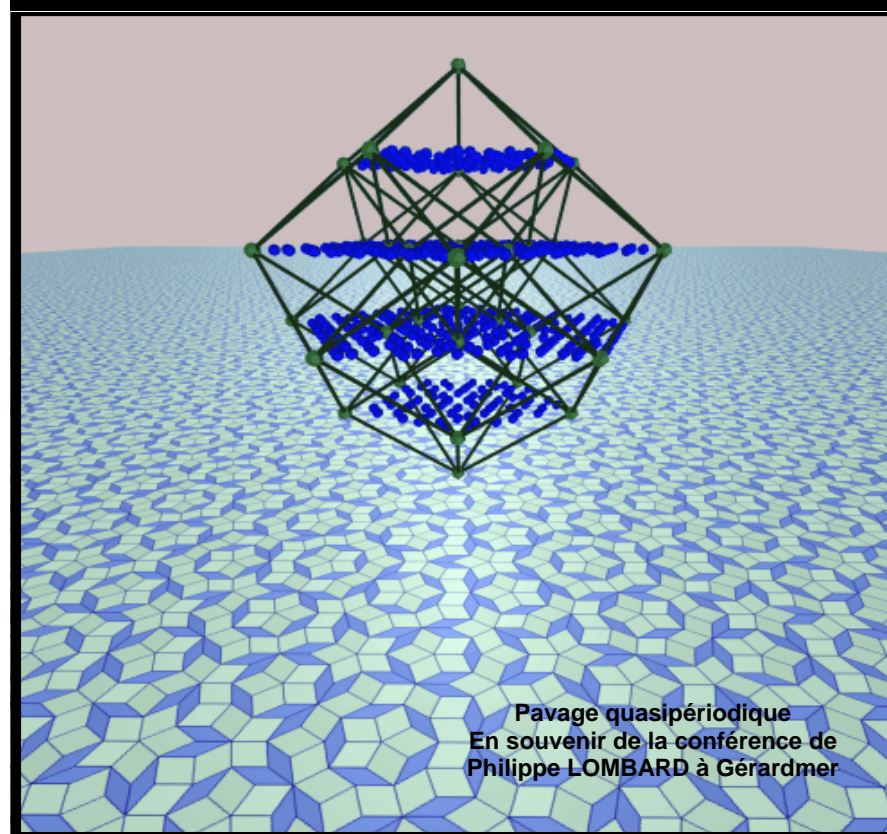


ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°61

MARS 2000

Abonnement 4 n°s
par an : 38 F (5,80€)

Pavage quasipériodique
En souvenir de la conférence de
Philippe LOMBARD à Gérardmer

JOURNÉES NATIONALES DE NICE

Nous avons reçu un long message de Michèle PÉCAL, présidente de la Régionale de Nice, organisatrice des Journées Nationales 2000 (samedi 28, dimanche 29 et lundi 30 octobre 2000, plus « excursions » le lundi 31) :

(Larges extraits) *L'objet de ce message est un petit sondage en ce qui concerne les prévisions d'hébergement et de transport par avion... car nul n'ignore que Nice est très loin des lieux habités ! De plus c'est une ville très fréquentée par les touristes, ce qui a quelques inconvénients dans notre cas...*

*Nous avons d'une part des hôtels dans la ville de Nice : de l'ordre de 280 F la chambre (en 2 **); d'autre part des hébergements en V.V.F. ou Pierre-et-Vacances, à l'extérieur de Nice (La Colle sur Loup, Villeneuve-Loubet), dont un assez proche d'une petite gare (Villeneuve Loubet, près de Marina Baie des Anges). Dans tous les cas, c'est à moins d'une demi-heure en voiture du lieu du congrès, même aux heures de circulation importante.*

Nous avons aussi des deux pièces pour 4 personnes (dont un grand lit) qui reviendraient à 660 F pour les 3 nuits, ou à 1540 F pour une semaine pour ceux qui souhaitent profiter de ce déplacement pour passer les vacances de Toussaint sur la Côte d'Azur (les prix indiqués comprennent draps et linge de toilette, je crois, avec four micro-ondes, lave-vaisselle) mais avec nécessité de faire soi-même le ménage. Cela peut être intéressant notamment pour des familles. Il y en a aussi d'un peu plus chers à Villefranche-sur-Mer sur la Basse Corniche (la plus proche de la mer).

La période de Toussaint est encore une période de tourisme dans la région et il nous faut réserver à l'avance ; ces prix sont pour des groupes.

Aussi nous aimerions savoir si certains sont intéressés par la réservation type appartements, pour 3 jours (on doit aussi pouvoir négocier 4 jours pour un peu plus cher que les 660 F), pour la semaine, etc.

D'autre part nous pouvons avoir des tarifs d'avion intéressants. En provenance de Paris il y aura sans doute pas mal de demandes, mais il nous serait utile de savoir si certains d'entre vous seraient intéressés en provenance d'autres villes : Strasbourg par exemple. Question complémentaire : départ le vendredi soir ou le samedi matin aux aurores ?

Dernière précision : il paraît difficile de combiner l'avion et l'hébergement à l'extérieur de Nice, sauf à s'être arrangé avec des collègues venus en voiture.

Merci de me donner des réponses (qui ne vous engagent évidemment pas définitivement !) pour mi-mars environ. Nous pourrions alors nous faire une idée de ce qu'il est raisonnable de préparer pour vous accueillir au mieux.

Je suis à votre disposition pour toutes précisions : michele.pecal@fnac.net

La demande que nous formulons aux adhérents lorrains donc est la suivante :

Si vous avez l'intention de participer aux Journées de NICE, pouvez-vous envoyer dès que possible à Michèle PÉCAL vos desiderata relatifs à l'hébergement (même si ce n'est qu'un projet : rien ne peut encore être définitif si tôt...).

Par ailleurs, les Lorrains qui viennent en voiture s'arrangent souvent pour réserver des chambres dans le même hôtel « bas de gamme » (genre 1^{ère} Classe). Que ceux qui préféreraient cette

solution le fassent savoir également à Jacques : j.verdier@ac-nancy-metz.fr, tél.

03 83 20 94 72.

Aide pédagogique à domicile pour enfants malades

Dans de nombreux départements français, les services académiques, en collaboration avec les associations départementales des Pupilles de l'Enseignement Public (PEP) ont mis en place des services gratuits d'aide pédagogique à domicile au profit d'élèves absents pour raison médicale.

Ces services concernent l'école élémentaire, le secondaire et ont pour objectifs :

- Eviter la rupture de scolarité des élèves,
- Maintenir les liens avec les camarades scolarisés, les enseignants,
- Conserver les acquis, poursuivre les apprentissages,
- Atténuer la souffrance physique et psychologique de l'élève,
- Organiser un lien entre l'école et le domicile, le plus souvent par la présence régulière à domicile d'enseignants, de préférence, ceux de l'enfant, ou d'un collègue de l'établissement.

Dans le secondaire, les matières les plus souvent demandées sont les mathématiques, le français et les langues.

Ces interventions à domicile peuvent être bénévoles ou rémunérées, soit par les PEP, soit par l'éducation nationale par des HSE.

Trouver des enseignants volontaires n'est pas toujours simple, c'est pourquoi les AD-PEP lancent un appel aux bonnes volontés.

Si vous êtes volontaires, contactez :

Pour la Meurthe et Moselle :

Hôpital d'enfants secteur scolaire, Allée du Morvan, 54511 VANDOEUVRE

Tel : 03 83 15 48 60. Secondaire : Madame Jeanne CHASSARD

Pour la Moselle : Inspection académique BP 31044, 57036 METZ CEDEX

Monsieur CUNIN : 03 87 38 63 63

Pour les Vosges : ADPEP, 43 rue du Struthof, BP 576, 88020 EPINAL CEDEX

Monsieur Eric DUFOUR : 03 29 64 80 80

Pour la Meuse : pas de dispositif académique ou PEP.

Information transmise par Jean-Pierre RICHETON :

Site intéressant :

Un collègue vient de dénicher un freeware qui réalise tous les papiers dont nous avons besoin, notamment en BTS (semi-logarithmique, papier de Weibull, ...), mais aussi en collège ou en lycée pour varier de type de quadrillages (triangulaire, hexagonal, losange, etc.) :

l'adresse est : <http://perso.easynet.fr/~philimar/>

C'est un médecin de Metz qui a réalisé le travail. Pour sa rémunération il souhaite une carte postale de la région, un petit commentaire sur l'utilisation qu'on en fait et un beau timbre pour lui envoyer le tout.

Sympa non ? surtout quand on voit la qualité du produit.

Fonctions génératrices de (u_n) et de (f_n) .

$$U(s) = \sum_{n \geq 0} u_n s^n = \sum_{n \geq 0} C_{2n}^n (pq)^n s^{2n}$$

Or $C_{2n}^n = (-4)^n C_{-1/2}^n$ donc $U(s) = \sum_{n \geq 0} C_{-1/2}^n (-4pq s^2)^n = (1 - 4pq s^2)^{-1/2}$

La fonction génératrice de f_n est : $F(s) = \sum_{n \geq 0} f_n s^n$

Reprenons le résultat : $u_n = \sum_{k=1}^n f_k u_{n-k}$, et prenons la fonction génératrice de chacun des deux

membres de cette égalité :

▪ au premier membre, il y a la suite (u_n) , $n > 0$, avec le terme $u_0 = 0$,

on a $\sum_{n > 0} u_n s^n = U(s) - 1$.

▪ au second membre figure la convolution des suites (f_n) et (u_n) , la fonction génératrice est $F(s)U(s)$ (théorème connu).

On a donc $U(s) - 1 = F(s)U(s)$, donc $F(s) = 1 - \frac{1}{U(s)} = 1 - \sqrt{1 - 4pq s^2}$

calcul de $f = P(\{T < +\infty\})$:

$$f = \sum_{n > 0} f_n = F(1) = 1 - \sqrt{1 - 4pq} \text{ d'où } P(\{T < +\infty\}) = 1 - \sqrt{1 - 4pq}, \text{ d'où pour } p = \frac{3}{4} \text{ et } q = \frac{1}{4},$$

$$r = P(\{T < +\infty\}) = \frac{1}{2}.$$

La loi de probabilité de X est donc $P(X=k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k$ et $E(X) = 2$.

Problème du trimestre n°61

Proposé par Pol LE GALL, I.U.F.M. de Lorraine

Une boîte de sucres contient des sucres. Boîte comme sucres sont des parallélépipèdes rectangles. Les dimensions respectives de la boîte et d'un sucre sont telles que l'on peut placer exactement a sucres dans une longueur de la boîte, b sucres dans une largeur et c sucres dans une hauteur, (a, b, c) entiers naturels non nuls.

Combien de sucres seraient traversés par un rayon laser qui transpercerait la boîte de sucres suivant sa plus grande diagonale ?

Envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à
Pol LE GALL, 2 place du Chaussy, 57530 COURCELLES

édito

"Année 2000, année des Mathématiques" décidée par l'UNESCO.

Cela nous change des risques de bogue ou de fin du monde annoncés... mais sans la vitalité du milieu associatif, cela aurait pu passer inaperçu en Lorraine : les collègues de l'Athénée Royal de MONS nous prêtent leur exposition sur Pythagore, nos adhérents nous ouvrent les portes de l'EST REPUBLICAIN et du REPUBLICAIN LORRAIN, nous permettant d'y glisser un peu de Mathématiques dans leurs pages.

Profitions donc de cette année 2000 pour populariser les Mathématiques, mais aussi pour populariser la spécificité du monde associatif. Contrairement à ce que certains laissent entendre, ce que nous réalisons à l'A.P.M.E.P LORRAINE se fait sans décharge horaire, ni rémunération financière

Je pense à nos jeunes collègues, qui en fin de formation initiale, ont du mal à s'y retrouver parmi les sigles I.U.F.M, IREM, A.P.M.E.P. Rappelons leur notre indépendance par rapport aux institutions, et le formidable réseau d'adhérents prêts à discuter et à échanger avec eux, en toute convivialité. Le bizutage est par ailleurs interdit, mais que leurs premières années sont plus difficiles que celles que nous avons vécues !

Et si être nommé dans un établissement où existe déjà un adhérent A.P.M.E.P pouvait être considéré comme une chance ? A plusieurs, c'est plus facile de parler de ce qui va (ou de ce qui ne va pas) dans nos classes, d'envoyer des contributions au(x) groupe (s) de travail de la Régionale, d'envoyer des propositions d'articles, de problèmes (ou de solutions) pour le Petit Vert, de venir aux goûters de l'A.P.M.E.P Lorraine, à sa journée régionale, ou aux journées nationales...

François DROUIN

RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE BILAN D'ACTIVITÉS 1999

Les Journées Nationales

Elles ont eu lieu du mercredi 3 au samedi 6 novembre 1999 (pendant les vacances scolaires) à GÉRARDMER (Vosges), essentiellement à l'Espace-Lac (palais des Congrès) et au Lycée La Haie Griselle. Elles ont rassemblé environ 700 professeurs de mathématiques autour du thème "Mathématiques Grandeur Nature".

La séance inaugurale a rassemblé à la tribune le Recteur de l'académie de Nancy-Metz, le doyen de l'Inspection Générale, des représentants des collectivités territoriales, l'IUFM de Lorraine, l'ADIREM, et les présidents régional et national de l'APMEP. Des représentants de nombreuses associations (en particulier associations européennes de professeurs de mathématiques), syndicats, fédérations de parents, étaient également présents.

Le schéma général de ces Journées a été le suivant :

Six conférences plénières : Hubert Curien, Physicien, ancien Ministre de la Recherche, ancien directeur du C.N.R.S : "Mathématiques, Culture et Société"; Philippe Meirieu, directeur de l'INRP : "Rapport au savoir, rapport à la vérité, et construction de la citoyenneté"; Philippe Lombard, Université Henri Poincaré de Nancy, et I.R.E.M. de Lorraine: "Pavages quasi-périodiques"; Vincent Lécuyer, Professeur à l'Institut National Polytechnique Lorrain : "Les nombres astronomiques"; Mustapha Nadi, Directeur du Laboratoire d'Instrumentation Électronique de Nancy : "Aspects mathématiques de la mesure et conséquences pratiques"; André Antibé, président de l'ADIREM : "La Motivation en maths : celle du prof ? celle de l'élève ?".

Soixante dix-neuf ateliers couvrant tous les niveaux d'enseignement, et dont les thèmes portaient sur les contenus de l'enseignement des mathématiques en France et hors de France, la didactique des mathématiques, la culture mathématique et scientifique, les manipulations et jeux en mathématiques, l'apport de méthodes actives à l'apprentissage, la pédagogie, l'utilisation des nouvelles technologies dans l'informatique et la communication, etc.

Vingt groupes de réflexion et de débat sur des thèmes au choix et d'actualité dans le domaine de l'enseignement des mathématiques.

Une dizaine d'expositions (de l'Astrolabe au Nombre d'Or en passant par les mathématiques dans la nature et des travaux d'élèves) dans divers lieux de la Ville de Gérardmer.

Des stands d'exposition de livres et de matériel pédagogique, animés par les éditeurs, les fabricants de calculatrices, les IREM, et des associations amies de l'ApmeP.

Parallèlement aux travaux des enseignants de mathématiques, des activités diverses étaient organisées pour leurs conjoints et leurs enfants, venus très nombreux ; par ailleurs, des spectacles ont été présentés tous les soirs.

Journée régionale du 17 mars 1999

Inscrite au P.A.F (stage à public désigné). Tous les professeurs de l'académie y sont conviés : la Régionale a fait envoyer un courrier par le rectorat dans tous les établissements.

Les adhérents ont été aussi prévenus par le Petit Vert (bulletin de la Régionale).

Environ 60 participants. Quelques (rares) nouvelles adhésions.

Une conférence : Henri Poincaré, un savant contemporain ? par M. Jean-Louis Greffe , professeur de mathématiques à l'école des mines de Nancy.

Notons à présent le point important de la démonstration :

L'événement "Premier retour à zéro", de probabilité r , se réalise si et seulement si le "temps de retour à zéro", donc T , est fini, donc si et seulement si l'événement $\{T < +\infty\}$ se réalise.

On aura donc $P(\{T < +\infty\}) = r$.

A partir de là, il est aisé de déterminer la loi de probabilité de X :

L'événement $\{X=1\}$ se réalise si et seulement si, après l'origine, il n'y a plus de retour à zéro,

d'où $P(\{X=1\}) = 1-r$.

L'événement $\{X=2\}$ se réalise si et seulement si, après l'origine, il se produit un retour à zéro, mais plus de retour par la suite, d'où $P(\{X=2\}) = r(1-r)$.

De façon générale, l'événement $\{X=k\}$, $k \geq 1$, se réalise si après l'origine, il se produit $k-1$ retours à zéro, mais plus de retour à zéro ensuite, d'où $P(\{X=k\}) = r^{k-1}(1-r)$. Ceci indique que X suit une loi géométrique de paramètre r , son espérance est :

$$E(X) = \sum_{k>0} kP(X=k) = (1-r) \sum_{k>0} kr^{k-1} = \frac{(1-r)}{(1-r)^2} = \frac{1}{1-r}. \text{ Il reste à calculer } r.$$

Considérons l'événement $E_n = \{S_n = 0\}$: "retour à zéro à la date n ".

Posons $u_0 = 1$ et $u_n = P(E_n)$, $n \geq 1$.

On a $u_{2n+1} = 0$ car il ne peut il y avoir de retour à zéro après un nombre impair d'expériences.

On a $u_{2n} = C_{2n}^n p^n q^n$: sur les $2n$ expériences, il y en a n dans chaque sens, c'est à dire n naissances et n décès, et il y a C_{2n}^n manières d'ordonner ces $2n$ événements.

Considérons l'événement F_n "retour à zéro pour la première fois à la date n ", on a :

$F_n = \{S_1 \neq 0, \dots, S_{n-1} \neq 0, S_n = 0\}$. F_n est l'événement consistant en le fait que, partant de l'origine, le cheminement aléatoire recoupe l'axe des x pour la première fois à la date n .

Posons $f_0 = 0$ et $f_n = P(F_n)$, $n \geq 1$.

(Le calcul explicite de f_n est compliqué, mais on n'en a pas besoin.)

Notons que la suite (f_n) peut être considérée comme la loi de probabilité de la variable aléatoire T , qui prend ses valeurs dans $\mathbb{N}^* \cup \{+\infty\}$. La quantité $P(\{T < +\infty\})$ qui nous intéresse est alors donnée par :

$$P(\{T < +\infty\}) = \sum_{n>0} f_n = f.$$

D'autre part, on a : $u_n = \sum_{k=1}^n f_k u_{n-k}$, $n \geq 1$, autrement dit, la suite (u_n) est le produit de convolution des suites (f_n) et (u_n) .

Démontrons le :

L'événement E_n est la réunion de n événements disjoints A_k : "le premier retour à zéro se produit à la date $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ puis après $n-k$ nouvelles expériences on arrive à un nouveau retour à zéro".

Solution du problème n°60

LES SIX MILLIARDIÈMES

Extraits d'un article d'Hervé LE BRAS paru dans LIBERATION du 08/10/99 :

Il y aura peut-être en effet six milliards d'hommes le 12 octobre prochain pendant quelques dixièmes de seconde (il naît en moyenne 3 enfants par seconde dans le monde), mais il peut y avoir plusieurs six milliardièmes humains qui ne garderont en outre ce rang que pendant quelques dixièmes de seconde. Pendant que trois personnes naissent dans le monde, il en meurt en effet en moyenne une. Si une naissance fait passer la population mondiale à 6 000 000 000 exactement, elle peut être suivie immédiatement par un décès, ce qui fait retomber la population à 5 999 999 999 personnes. Qu'une nouvelle naissance survienne alors, et on aura un second six milliardième humain. Cette oscillation de la natalité et de la mortalité peut se répéter.

Le problème est le suivant : combien pouvait-on espérer qu'il y ait eu de six milliardièmes humains ; en d'autres termes, si on appelle X la variable aléatoire correspondant aux nombres de six milliardièmes tels que définis par Hervé LE BRAS dans son article, quelle est l'espérance mathématique de X ?

Ce problème a donné lieu à diverses explorations : expérimentale par simulation sur calculatrice de la part de Jacques Verdier et Daniel Vagost, et théorique de la part d'Aimé Fuchs, professeur à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. Ce dernier a démontré ce que les deux autres avaient constaté et conjecturé, à savoir que le nombre de six milliardièmes humains suivait une loi géométrique de paramètre 1/2, et donc que l'espérance cherchée valait 2.

Voici la démonstration d'Aimé Fuchs.

J'adopte le modèle d'un cheminement aléatoire pour lequel, à chaque expérience, on associe soit un vecteur montant (avec la probabilité $p = \frac{3}{4}$), soit un vecteur descendant (avec la

probabilité $q = \frac{1}{4}$). Le cheminement commence à l'origine (0,0) et l'on suppose que les

expériences sont indépendantes. Désignons par (n, S_n) , $n \in \mathbb{N}$, le point atteint après n expériences. S_n est l'ordonnée de ce point à la date n, de sorte que $6000000000 + S_n$ représente le nombre d'habitants sur la planète à la date n.

Nous nous intéressons à la variable aléatoire X qui représente le nombre d'intersections du cheminement aléatoire et de l'axe des abscisses (l'origine comprise).

Étudions l'événement "Premier retour à zéro" consistant en le fait que le cheminement aléatoire, partant de l'origine, retourne pour la première fois à zéro. Cet événement peut ne pas se réaliser, il est essentiellement aléatoire. Désignons par r sa probabilité. Pour la calculer, il convient d'introduire la variable aléatoire T : "temps de retour à zéro" qui représente le nombre d'expériences qu'il faut effectuer pour que le cheminement aléatoire, partant de l'origine, retourne pour la première fois à zéro. (Il convient de remarquer que T peut être infini.)

L'assemblée générale de la Régionale a eu lieu à l'issue de cette journée régionale.

Autres réunions

Dans les locaux de l'I.R.E.M. de Lorraine, réunion de synthèse des sujets de Bac et du Brevet, annoncée dans le Petit Vert.

Relations avec l'I.U.F.M.

Comme les années passées, une campagne d'adhésion a été organisée auprès des stagiaires I.U.F.M.

Un B.G.V. de présentation des journées de Gérardmer a été donné à tous avant la Toussaint. Tous (PE, PLC, PLP) pouvaient s'inscrire gratuitement aux journées nationales.

Une présentation plus complète a été faite par des adhérents non formateurs à l'I.U.F.M. en décembre.

A cette occasion, un petit goûter a été organisé. En plus d'un bulletin d'adhésion, des documents présentant l'A.P.M.E.P leur ont été remis et des brochures leur ont été présentées. Les deux derniers "Petit Vert" leur ont été donnés.

Bulletin régional (Le Petit Vert)

4 numéros dans l'année, d'une trentaine de pages chacun.

Envoyé gratuitement à tous les adhérents lorrains et aux présidents de Régionale, plus à une vingtaine d'abonnés payants.

Le bulletin est inscrit à la C.P.P.A.P. et bénéficie du tarif postal "journaux et périodiques"

Un site Internet

Mis en page et régulièrement actualisé par un adhérent. Hébergé par le site académique CIEL.

Bibliothèque régionale par correspondance

39 ouvrages et une cassette vidéo relativement peu empruntés en dehors des membres du comité régional.

Parmi eux, 4 mémoires professionnels de stagiaires I.U.F.M.

Exposition "objets mathématiques"

Les dix stands dupliqués en 4 exemplaires ont circulé dans l'académie (et dans l'Aube...).

Un Fax envoyé par le rectorat dans les collèges et lycées professionnels de l'académie a créé de nouvelles demandes de prêts. Un nouveau tirage de la brochure d'accompagnement a été fait.

Un représentant de la régionale

a assisté au C.A. de l'I.R.E.M. et aux conseils de l'U.F.R.-S.T.M.I.A. de l'université H. Poincaré.

L'A.P.M.E.P n'a pas été invitée aux réunions de préparation du PAF. Cependant comme les années précédentes, les journées nationales et la journée régionale sont inscrites au P.A.F. (public désigné et sans remboursement de frais).

Notre quota de brochures

a été vendu et même dépassé lors de notre journée régionale, à l'aide de bulletins de commande insérés dans le Petit Vert, et lors des journées de Gérardmer.

Bilan financier de l'exercice 1999

Recettes	1999	1998
Cotisations (Ristourne du "National")	7 240,00 F	6 920,00 F
Abonnements Petit Vert	418,00 F	580,00 F
Intérêts Livret A	1 353,10 F	1 337,11 F
Journées Nationales (voir remarque)	396 764,00 F	4 700,00 F
Vente de brochures	7 093,00 F	13 504,90 F
Total	412 868,10 F	27 042,01 F
Dépenses		
Assurance	307,36 F	303,92 F
Bibliothèque	388,00 F	- F
Déplacements	7 300,00 F	4 473,00 F
Frais bancaires	8,00	7,00 F
Journées Nationales (voir remarque)	290 081,22 F	6 944,62 F
Goûters	177,80 F	724,70 F
Frais informatique (logiciels, cartouches,,)	667,00 F	203,80 F
Affranchissement Petit Vert	1 046,34 F	1 951,87 F
Impression Petit Vert	4 449,25 F	4 000,00 F
Secrétariat, frais postaux	3 928,27 F	2 043,00 F
Cotisations CCSTI, Grand Savoy	100,00 F	100,00 F
Frais de port des brochures	463,90 F	776,90 F
Achat de brochures	64,82	5 908,09 F
Total	308 981,96 F	27 436,90 F
Solde de l'exercice	103 886,14 F	- 394,89 F

Remarque importante :

Ce bilan 1999 est purement formel : comme la comptabilité des Journées Nationales de Gérardmer porte sur trois années civiles (1998, 1999 et 2000), les sommes affectées à ce titre sur l'année 1999 n'ont pas de signification particulière. Il n'est pas possible pour autant de regarder l'exercice 1999 en oubliant la ligne "journées" car lesdites journées ont eu des incidences sur plusieurs postes : davantage de réunions, donc de frais de déplacements, moins de « goûters »,...

a comme **association amie****b** comme **bonne bière belge****c** comme **convivialité****d** comme **deux mille**

Le 26^{ème} Congrès de la SBPMef (équivalent belge de l'APMEP) aura lieu du mardi 22 au jeudi 24 août 2000 à l'Athénée Provincial « Air Pur » à SERAING (banlieue sud-ouest de LIEGE). Accueil dès le lundi à 17 h.

Le thème principal en est « **2000 : année des mathématiques ; 2000 années de mathématiques** ».

Au programme de ce congrès figurent :

- six plages d'ateliers (exposés, recherche commune, manipulations, etc.) ;
- des « forums d'idées » ;
- une conférence plénière de Michel BAILLEU : « Histoire de l'algèbre », une autre de Jean DOYEN : « Autour de NEWTON » ;
- une exposition des réalisations « artistiques » des professeurs de mathématiques ;
- des activités de détente, de culture, de tourisme ;
- un banquet ;
- de nombreuses possibilités d'échanges, notamment entre collègues belges et français...

La participation aux travaux de ces Journées est gratuite.

Tous les adhérents de l'APMEP ayant déjà participé à un congrès de la SBPMef sont revenus enchantés par ces moments de grande convivialité et d'échanges mathématiques fructueux : c'est aussi bien qu'à Gérardmer !

Les coûts d'hébergement sont très modiques (les participants sont logés sur place, à l'Athénée) ; par exemple : nuit et petit déjeuner aux alentours de 200 BEF, repas de midi à 230 BEF, etc. (1 BEF = 1/40,3399 euro, donc environ 16,3 centimes français).

Demander le programme complet (parution en juin) et le bulletin d'inscription à : François DROUIN, 2 allée du Cerisier, F-55300-CHAUVONCOURT, ou à : j.verdier@ac-nancy-metz.fr.

Pour calculer la baisse totale, il faut calculer les « coefficients multiplicateurs » :

- une baisse de 6% correspond à une multiplication par 0,94 ;
- une baisse de 3,5% correspond à une multiplication par 0,965 ;
- une baisse de 2,25% correspond à une multiplication par 0,9775.

Sur quatre ans, on multiplie donc par $0,94 \times 0,965 \times 0,9775 \times 0,9775 \approx 0,8667$ (arrondi).

Ce qui fait une baisse d'environ 13,3% : la publicité est donc **mensongère**.

On remarque par ailleurs que la baisse « moyenne annuelle » n'est pas la moyenne arithmétique des baisses : il faut chercher le coefficient multiplicateur x tel que $x^4 \approx 0,8667$, ce qui donne $x \approx 0,9649$: la baisse moyenne annuelle est d'environ 3,5%. Le coefficient multiplicateur moyen est la moyenne **géométrique** des coefficients.

Par ailleurs, cette publicité était ambiguë : l'astérisque placé après le 14% renvoyait à une minuscule note de bas de page, pratiquement illisible : * *en moyenne et en francs constants, hors tarifs en extinction*.

Bien sûr (pour le mathématicien...) ce « *en moyenne* » ne pouvait correspondre à la baisse moyenne annuelle (cf. ci-dessus) ; il ne pouvait donc s'agir que d'une moyenne des baisses des différents tarifs. Comment est calculée une telle moyenne, on ne le sait pas... mais il faut faire confiance à EDF qui sait si bien compter !

Un de nos adhérents, Alain SIBLOT, de Rollainville, a envoyé à E.D.F. la lettre suivante le 07/10/99 :

(...) J'ai bien remarqué que $6 + 3,5 + 2,25 + 2,25 = 14$, mais je suis surpris que ce nombre 14 soit qualifié de baisse moyenne pour la période 1997/2000, même en francs constants et hors tarifs en extinction.

De même $6 + 3,5 + 2,25 = 11,75$ soit environ 11,6. Mais est-ce ainsi que l'on détermine la baisse moyenne du prix de l'électricité, en francs constants, depuis 1997 ?

Je vous serais reconnaissant de bien vouloir m'apporter au moins la lumière sur les procédés de calcul qui vous ont permis d'établir ces moyennes de 14% et 11,6%.

N'ayant pas obtenu de réponse, il réitère sa demande le 19/12/99, terminant sa lettre par :

(...) Je reste persuadé que votre société a le souci réel d'informer clairement ses clients, et j'espère donc une réponse claire et rapide de votre part.

Toujours sans réponse le 09/02/2000, il nous a fait parvenir copie de ses courriers. La rédaction du Petit Vert a donc décidé d'écrire elle aussi à E.D.F., mais en se basant sur le fait que cette publicité est mensongère, et en envoyant copie de son courrier à diverses associations de consommateurs. Si elle obtient une réponse, elle sera publiée dans nos colonnes.

Rubrique ... à SUIVRE

Envoyer vos coupures de presses ou suggestion à
Jacques VERDIER
46 rue de la Grande Haie,
54510-TOMBLAINE

PETITE FORMULE PROBABILISTE UNITAIRE

Cet article nous a été envoyé par Edith KOSMANEK, de l'Université de Paris I-Sorbonne, après qu'elle a lu l'article « Simulation d'un exercice de probabilités » paru dans le Petit Vert n°56 de décembre 1998.

1. Le modèle générateur

Le modèle : le tirage d'un échantillon dans une urne bicolore à N boules (N_p blanches, N_q noires), avec ou sans remise, en fixant soit le nombre n « d'essais » (la taille de l'échantillon), soit le nombre k de « succès » (tirage d'une boule blanche), génère quatre lois de probabilités dites usuelles :

- binomiale $B(n, p)$
- hypergéométrique $H(N, n, p)$
- Pascal avec remise $G(k, p)$
- Pascal sans remise $S(N, k, p)$

Les formules associées, telles qu'elles paraissent dans la littérature, peuvent sembler disparates. En fait, il s'agit de ces particuliers d'une même formule de base.

2. La formule unitaire (1)

$$P(k, n) = C_{n-\varepsilon}^{k-\varepsilon} \cdot \frac{N_p^{[k]} \cdot N_q^{[n-k]}}{N^{[n]}}$$

Avec les notations suivantes :

$$P(k, n) = \begin{cases} P(X_n = k) \\ P(X_k = n) \end{cases}$$

où X_n est la variable aléatoire 'nombre de succès à n fixé',
et où X_k est la variable aléatoire 'nombre d'essais à k fixé' ;

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ est fixé} \\ 1 & \text{si } k \text{ est fixé} \end{cases} ;$$

$$x^{[k]} = \begin{cases} x \cdot x \cdot \dots \cdot x = x^k & \text{(puissance) si tirage avec remise} \\ x \cdot (x-1) \cdot \dots \cdot (x-k+1) = \frac{x!}{(x-k)!} & \text{(produit factoriel) si tirage sans remise} \end{cases}$$

Par ailleurs :

Le facteur $C_{n-\varepsilon}^{k-\varepsilon}$ désigne le nombre de n-suites distinctes possibles à k blanches

et (n-k) noires ; il vaut donc C_n^k pour n fixé, et $C_{n-1}^{k-1} = \frac{k}{n} \times C_n^k$ pour k fixé.

On passe donc du cas « n fixé » au cas « k fixé » en multipliant par le « taux de succès » k/n, que le tirage soit avec ou sans remise.

Le facteur $\frac{N_p^{[k]} \cdot N_q^{[n-k]}}{N^{[n]}}$ représente la probabilité associée à l'une quelconque

de ces suites. Il vaut $p^k \cdot q^{n-k}$ dans le cas avec remise (puissance), et $\frac{C_{N-p}^{Np-k}}{C_N^{Np}}$

(formule 2) dans le cas sans remise (produit factoriel). Cette dernière expression est

aussi égale à : $\frac{C_{Np}^k \cdot C_{Nq}^{n-k}}{C_n^k \cdot C_N^n}$ (formule 3)

On retrouve ainsi pour P(k,n) les quatre formules de base.

3. Tableau récapitulatif des 4 formules de base

ε	avec remise (puissance)	sans remise (produit factoriel)
0	Binomiale $C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$	Hypergéométrique $\frac{C_n^k \cdot C_{N-p}^{Np-k}}{C_N^{Np}}$
1	Pascal avec remise $C_{n-1}^{k-1} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$	Pascal sans remise $\frac{C_{n-1}^{k-1} \cdot C_{N-p}^{Np-k}}{C_N^{Np}}$

En utilisant la variante (3) de la formule (2), on retrouve l'autre expression de la probabilité hypergéométrique, qui manifeste la dualité entre n et N_p , et donc entre

$$(N-n) \text{ et } N_q : P(k,n) = \frac{C_{Np}^k \cdot C_{Nq}^{n-k}}{C_N^n}$$

1997. Baisse.
1998. Baisse.
1999. Baisse.
2000. Le prix de l'électricité
aura baissé de 14 %*.

Acheminer l'électricité partout en France et au meilleur

coût, telle est la vocation d'EDF. Ainsi, depuis 1997, le prix de

l'électricité a diminué en moyenne de 11,6 % en francs constants.

Et EDF s'engage à le faire baisser de 2,25 % supplémentaires

d'ici la fin de l'an 2000. Partager avec les consommateurs nos

gains de productivité en baissant nos prix, c'est comme cela

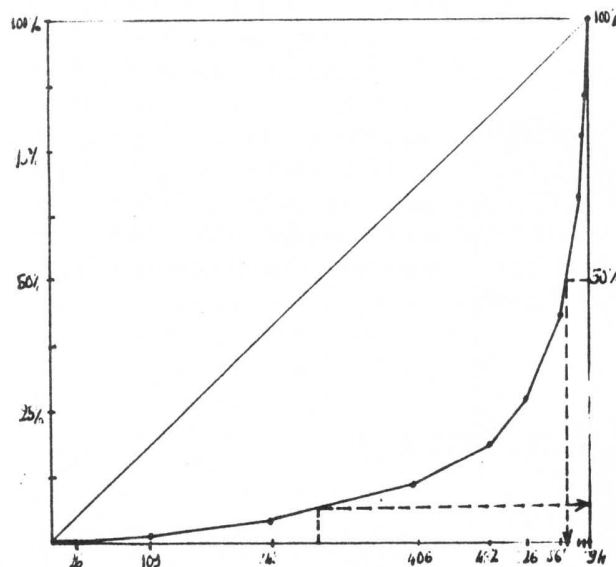
que, chez EDF notre énergie sera toujours à vos côtés. www.edf.fr



2000



Nous vous devons plus que la lumière.



On peut y lire par exemple que les 50% de communes les plus petites ne représentent que 7% (environ) de la population du département. On y lit aussi que pour atteindre 50% de la population, il faut 570 communes (96% du nombre des communes). On voit comme la situation est « déséquilibrée ». Une mesure de ce « déséquilibre » est l'indice de GINI, rapport de l'aire comprise entre la diagonale et la courbe à l'aire du demi-rectangle. Cet indice est

donc compris entre 0 et 1, et le « déséquilibre » est d'autant plus fort que cet indice est proche de 1.

Remarque relative aux deux exemples précédents :

Lorsqu'on étudie une statistique, on dispose au départ de « données brutes » : par exemple, la liste des 11 812 personnes qui se sont suicidées, avec leur date de naissance ; ou la liste des 594 communes avec leur population. C'est à partir de ces données que l'on peut calculer la médiane et la moyenne. Cependant, pour présenter ces informations plutôt « rébarbatives » au grand public, on les regroupe souvent en classes (ce qui facilite énormément la lecture synthétique des données, mais fait disparaître une grande partie de l'information). Une fois ce travail fait, on ne peut plus calculer ni médiane, ni moyenne... sauf à faire des approximations, parfois injustifiées. Il faut que les élèves (et leurs professeurs) soient bien conscients que ce qu'ils trouvent le plus souvent dans les media (et dans les manuels) ne sont pas les

BAISSE SPECTACULAIRE A E.D.F.

Dans le numéro du 30/09/99 du Nouvel Observateur, une publicité s'étalant sur une double page vantait les baisses de tarif de l'électricité en France (voir photo page ci-contre). Elles étaient chiffrées ainsi : -6% en 1997 ; -3,5% en 1998 ; -2,25% en 1999 ; -2,25% en 2000 (prévision). Si la somme de ces quatre nombres est bien 14, il n'en reste pas moins que la baisse totale (sur les quatre années) n'est pas de 14% : les pourcentages ne peuvent ainsi s'additionner.

Pour le cas « Pascal sans remise », on a aussi les écritures suivantes :

$$P(k,n) = \frac{k}{n} \times \frac{C_{Np}^k \cdot C_{Nq}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_{Np}^{k-1} \cdot C_{Nq}^{n-k}}{C_N^{n-1}} \times \frac{N_p - k + 1}{N - n + 1}$$

résultant d'un raisonnement direct : (k - 1) blanches pour les (n - 1) premiers tirages, et donc (n - 1) - (k - 1) = n - k noires, suivies d'une blanche au dernier tirage.

4. Comportement asymptotique

La formule unitaire (1) a aussi l'avantage de rendre évidentes les convergences, pour $N \rightarrow \infty$, de la loi binomiale vers la loi hypergéométrique, et de la loi 'Pascal sans remise' vers la loi 'Pascal avec remise', puisque le produit factoriel $x(x-1)...(x-k+1)$ tend vers la puissance x^k , pour $x \rightarrow \infty$, à k fixé. La convergence des moments se vérifie aisément sur le tableau suivant :

Moment	Loi binomiale	Loi hypergéométr.	Pascal avec remise	Pascal sans remise
Espérance	np	np	$\frac{k}{p}$	$k \frac{N+1}{N_p+1}$
Variance	npq	$npq \frac{N-n}{N-1}$	$\frac{kq}{p^2}$	$kq \frac{N(N+1)(N_p-k+1)}{(N_p+1)^2(N_p+2)}$

5. Cas particuliers

- $n = 1$ dans $B(n,p)$ et $H(N,n,p) \Rightarrow$ loi de Bernoulli $B(1,p)$
 - $k = 1$ dans $G(k,p) \Rightarrow$ loi géométrique $G(1,p)$
 - $k = 1$ et $p = 1/N$ dans $S(N,k,p) \Rightarrow$ loi uniforme $U(n)$
- On vérifie dans ce dernier cas que les formules de la dernière colonne du tableau précédent, un peu compliquées, donnent bien les expressions simples

des moments d'une variable uniforme : $E(X) = \frac{N+1}{2}$ et $V(X) = \frac{N^2-1}{12}$

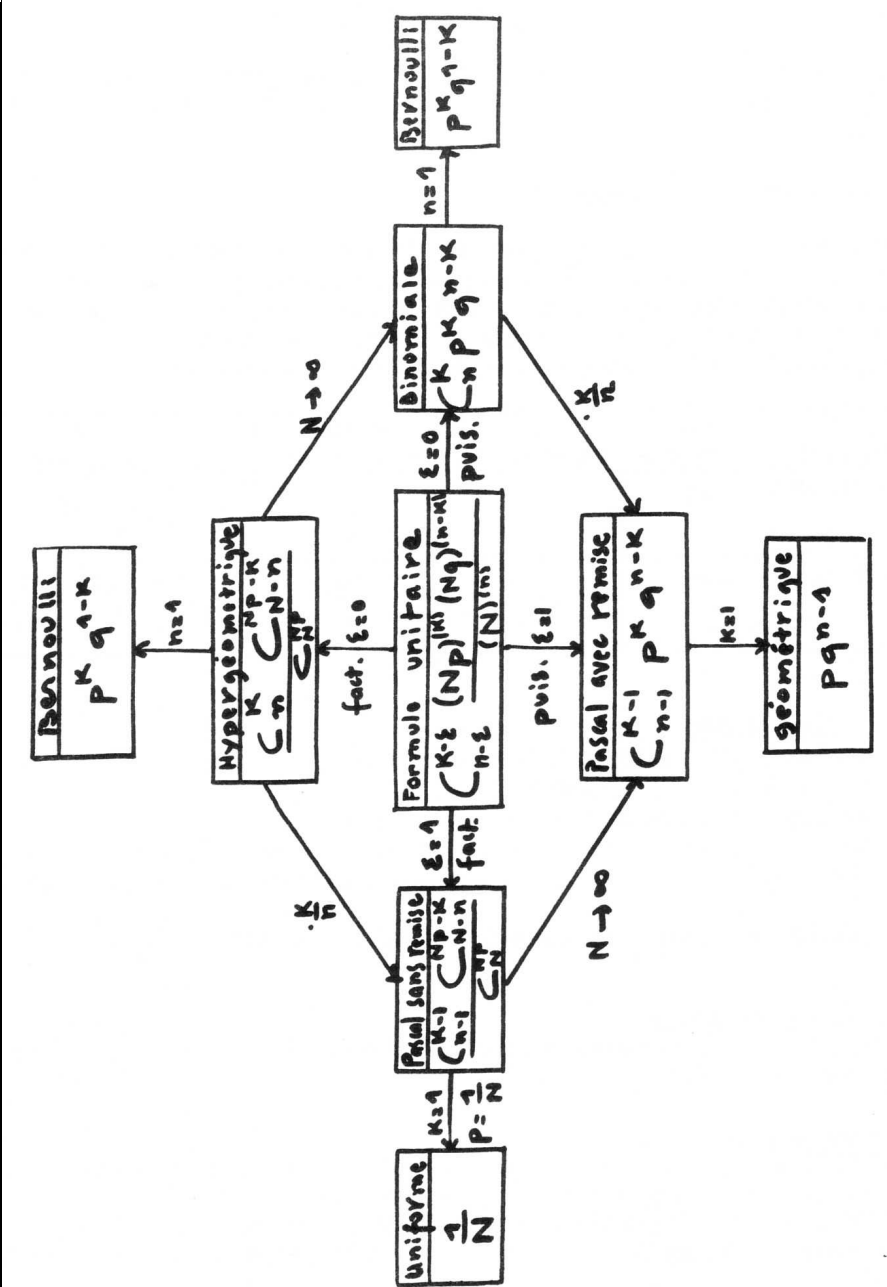
6. Tableau synoptique

Voir page suivante le tableau synoptique des probabilités 'basiques' et des relations qui existent entre elles.

7. Bibliographie

[1] KOSMANEK, Edith, « Simples remarques à propos d'un tableau d'aide mémoire », bulletin APMEP n°370 de septembre 1989.
 [2] KOSMANEK, Edith, « Comment mémoriser les lois de probabilités discrètes usuelles sans trop se fatiguer », revue L'OUVERT (IREM de Strasbourg), n°63, 1991.

TABLEAU SYNOPTIQUE DES LOIS "BASQUES"

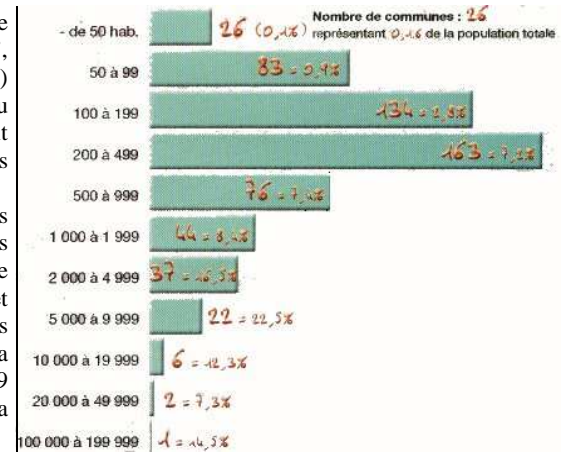


75-79 ans). Ou alors adapter la largeur des tranches de l'histogramme (qui, notons-le au passage, devraient être contiguës, le caractère étant continu, voir remarque précédente) et faire en sorte que ce soit l'aire, et non la hauteur, qui corresponde aux effectifs. On obtiendrait alors le diagramme suivant, où on a fait en plus l'hypothèse 10-14 ans au lieu de moins de 14 ans, et 80-94 ans au lieu de plus de 80 ans (il s'agit bien sûr d'années révolues).

A partir de cet exemple, il pourrait être intéressant d'étudier une autre variable statistique : le TAUX de suicide dans la population ; on le calculerait en faisant le rapport du nombre de suicides à la population de la même tranche d'âge. Il faut donc se munir pour cela d'une pyramide des âges. Et l'on s'apercevrait alors que le taux de suicide est bien plus élevé chez les personnes âgées que chez les 35-40 ans, contrairement à l'impression visuelle que peut résulter d'une lecture (trop) rapide du graphique.

713 670 MEURTHE-ET-MOSELLANS

A la page 14 de la brochure "MEURTHE & MOSELLE", magazine distribué (gratuitement) par le Conseil Général du département éponyme, on pouvait lire quelques résultats intéressants relatifs au dernier recensement. Le graphique ci-contre nous donnait simultanément deux séries de renseignements : le nombre de communes dans chaque tranche, et la part de la population qu'elles représentent. Par exemple, il y a 134 communes de 100 à 199 habitants, représentant 2,8% de la population totale.



A partir de ces données, il pourrait être intéressant de faire le travail suivant (en 1^{ère} E.S. cette année, ou en 1^{ère} L l'an prochain) : représenter le cumul de la population en fonction du cumul du nombre de communes (celles-ci étant classées de la plus petite à la plus grande). Soyons plus explicites :

- les 26 plus petites communes (moins de 50 habitants) cumulent 0,1% de la population ;
- les 109 plus petites communes (moins de 100 habitants ; y sont donc incluses les 26 communes précédentes) cumulent 1,0% de la population (0,1% + 0,9%) ;
- les 243 plus petites communes (moins de 200 habitants ; y sont donc incluses les 109 communes précédentes) cumulent 3,8% de la population (0,1% + 0,9% + 2,8%) ;
- et ainsi de suite...

D'où le graphique, appelé diagramme de GINI (voir en haut de la page suivante).

RUBRIQUE MATH & MEDIA ... suite

SUICIDES

Le graphique ci-contre a été relevé dans Libération du 04/02/2000. On y retrouve deux erreurs récurrentes.

1. Les tranches d'âge sont notées 15-19 ans, 20-24 ans, etc. Est-ce à dire qu'on ne peut pas avoir entre 19 et 50 ans ?

Implicitement, on pourrait supposer qu'il s'agit ici d'années **révolues** (mais cela serait mieux si c'était clairement explicite). Auquel cas on a « 14 ans » depuis le jour de son 14^{ème} anniversaire jusqu'à l'instant précédant immédiatement (!?) son 15^{ème} anniversaire, c'est à dire pendant toute sa quinzième année.

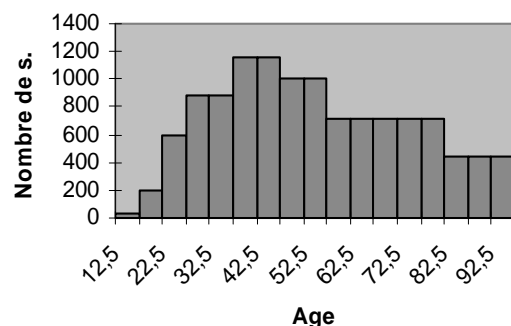
Mais on pourrait considérer aussi que l'on a 14 ans quand on est plus proche de la date « de ses 14ans » que de la date de ces 13 ans ou de ses 15 ans (c'est ce que l'on fait habituellement quand on arrondit « au plus proche » une mesure physique) ; 14 ans correspondrait alors à l'intervalle [13,5 ; 14,5[.

Cette différence d'interprétation n'est pas sans incidence : elle fait varier la moyenne et la médiane de 0,5 année.

Les données étant supposées en années révolues, l'âge moyen auquel on se suicide est 52,5 ans, et l'âge médian 50 ans (c'est à dire qu'il y a autant de suicides chez les moins de 50 ans que chez les plus de 50 ans).



Suicides par classe d'âge



2. Erreur beaucoup plus grave ici, car elle fausse la lecture « globale » du graphique : certaines tranches ont une amplitude de 5 ans (ex. 20-24 ans), d'autres de 10 ans (ex. 35-44 ans), voire même de 15 ans (65-79 ans). Ce qui donne l'impression qu'il y a presque autant de suicides chez les 65-79 ans que chez les 35-44 ans. Il est indispensable de rapporter ces chiffres à des tranches de même amplitude (ce qui donnerait ici 1149 suicides pour les 35-39 ans et les 40-44 ans, et 710 suicides chez les 65-69 ans, les 70-74 ans et les

Quelques remarques à propos du retour de l'arithmétique en troisième.

Nous avons reçu de Jean Pilloy (professeur au collège Edmond de Goncourt à Pulnoy), en décembre 1999, l'article suivant que nous soumettons au débat.

J'enseigne depuis 8 ans dans un collège réputé « favorisé » (80% de réussite au brevet) et souhaite faire part de mes premières réactions après avoir passé un quinzaine de jours à réduire des fractions avec mes deux classes de troisième. Je précise que la plupart de mes élèves est motivée et désireuse d'apprendre.

DIVISEURS ET MULTIPLES.

Les notions de diviseur et de multiple ne semblent pas faire problème dans la tête de mes élèves. En revanche, les critères de divisibilité classiques, qui ne sont plus exigibles dans les programmes des niveaux précédents, sont assez mal connus ; ce qui est, somme toute, logique. On reconnaît toujours les nombres pairs et les multiples de 5 et de 10. Pour les multiples de 3 et de 9, les élèves pianotent les touches de leur calculette. Ce tâtonnement donne des résultats assez rapides mais le calcul mental n'est guère mobilisé.

ALGORITHME D'EUCLIDE.

A mon avis, un des grands avantages de l'introduction nouvelle de l'algorithme d'Euclide est de remettre en scène la division euclidienne. Celle-ci paraît en effet bien lointaine pour beaucoup d'élèves, y compris parmi les meilleurs. « On ne sait plus faire ça M'sieur, ça fait trop longtemps... » . Nous avons passé près d'une heure à refaire des divisions « à la main » et à réfléchir sur le sens de l'égalité $a=bq+r$. Ne serait-ce que pour cette raison, j'approuve l'introduction de l'algorithme d'Euclide.

Je m'interroge néanmoins sur le sens de l'expression « on construit alors un algorithme, celui d'Euclide ou un autre » qui figure dans les commentaires du programme officiel. Que signifie « construire » ? Faut-il démontrer tel ou tel algorithme ? Pour cette année, j'ai renoncé à justifier en détails le principe de l'algorithme d'Euclide. Si le fait que la somme ou la différence de deux multiples de k soient aussi multiples de k me paraisse accessible à mes élèves, il y a dans la démonstration de l'algorithme un problème beaucoup plus redoutable à mon sens : celui qui traite de l'ensemble des diviseurs communs aux deux entiers. Précisons : si je divise a par b , je me sens capable d'expliquer à mes élèves qu'un diviseur commun à a et à b est aussi un diviseur commun à b et à $r=a-bq$. En revanche, l'énoncé réciproque me paraît beaucoup plus délicat à envisager et ce d'autant plus qu'il faudra d'abord persuader les élèves de l'utilité de cette réciproque. N'oublions pas que les notions d'ensemble et de double inclusion sont aujourd'hui aussi familières à nos élèves que la grammaire chinoise de l'époque Han...

J'ai donc renoncé. Nous n'avons rien « construit » du tout et avons appliqué l'algorithme qui a été justifié par sa réelle efficacité. Ai-je eu tort ? L'avis de mes collègues à ce sujet m'intéresserait.

TOUCHES SPÉCIALES FRACTION ET DIVISION EUCLIDIENNE.

La plupart des calculatrices récentes (TI, Casio, Sharp) sont dotées d'une touche qui permet de simplifier les fractions. A partir de 4 chiffres au numérateur et au dénominateur, les capacités de la machine sont souvent dépassées. Pour ne léser personne au brevet, il va donc falloir proposer des nombres suffisamment grands. Nous ne pourrions cependant empêcher aucun élève d'utiliser cette touche à partir d'un certain rang dans l'application de l'algorithme d'Euclide. Ceci serait d'ailleurs une preuve de bonne compréhension du processus algorithmique qui consiste bien à diminuer la « taille » des nombres à manipuler. J'envisage pour ma part un DS sans calculatrice sur ce sujet. Pourra-t-on en faire autant au brevet ? Doit-on en faire autant ? Il faudrait en discuter.

D'autres calculettes offrent également la possibilité d'effectuer la division euclidienne de deux entiers. On peut facilement combler l'injustice entre ceux qui ont la touche et les autres en apprenant à retrouver le reste. Ce que nous avons fait après avoir revu la technique « manuelle » Mes élèves ont été frappés par le fait que le quotient n'était qu'un auxiliaire dans ce processus. Ce qu'ils appellent depuis longtemps « le résultat » de la division est en effet ici plutôt le reste que le quotient. Encore une nouveauté intéressante. Il va être difficile d'écrire un sujet de brevet qui ne favorise pas trop les possesseurs de calculatrices récentes. Songeons-y dès maintenant.

UNE SUGGESTION.

Le programme s'articule autour des trois assertions suivantes présentées comme équivalentes, a et b étant deux entiers naturels non nuls :

- (1) La fraction a/b est irréductible.
- (2) a et b sont premiers entre eux.
- (3) Le PGCD de a et de b est 1.

En fait, ce n'est pas tout à fait aussi net puisque les exigibles citent les assertions (1) et (2) alors que le terme « PGCD » n'apparaît que dans les commentaires à propos des algorithmes préconisés. D'autre part, les programmes ne précisent pas si les nombres entiers sont positifs. (J'ai supposé qu'on se limitera à des entiers naturels non nuls en regard du problème à résoudre : réduire des fractions.)

Je suggère, modestement, une modification de l'écriture des programmes: ne conserver que les assertions (1) et (3). En effet, je ne vois pas bien comment on peut se passer du terme PGCD avec les élèves. Mon expérience récente m'a montré que cette notion « passe » sans grande difficulté. En revanche, je ne vois pas ce qu'apporte au niveau troisième l'introduction de l'expression « premiers entre eux » si ce n'est la manipulation de mots qui « font savant ». De plus, j'y vois même un inconvénient : **celui de la confusion chez nos jeunes esprits entre « premiers entre eux » et « premiers »**. Je sais bien que les nombres premiers sont hors programme et jure devant le dieu des mathématiques n'y avoir jamais eu recours depuis la rentrée. N'empêche... que restera-t-il de tout cela dans six mois dans la tête des collégiens ? J'ai des doutes et crains le pire alors qu'il me paraît si simple de ne pas employer le mot « premier » du tout. Qu'en pensez-vous ?

TROIS REMARQUES POUR CONCLURE.

Que faut-il penser de l'exemple proposé dans les textes d'accompagnement du programme



PERL 2000, LES JEUNES DANS L'AVENTURE SCIENTIFIQUE

Comme il y a des passionnés de moto, des fans de hard-rock, il y a les " mordu " des Sciences et Techniques.

Véritable congrès de jeunes qui se sont lancés dans l'aventure scientifique, cette cinquième "Exposcience Jeunes" en Région Lorraine est une occasion privilégiée pour les "chercheurs" en herbe qui ont conçu et réalisé des projets dans leur lycée, leur club, entre copains, d'échanger leurs aventures, leurs projets...

Ces passionnés de l'Espace, de l'Informatique, de la Technique seront à NANCY (Conseil Général de Meurthe-et-Moselle, 48 rue Sergent Blandan) les 23, 24, 25 et 26 mars 2000, prêts à tout partager sans limite d'âge.

Voici un beau projet de sortie pour nos élèves et pour tous les professeurs de Mathématiques de l'académie...

Exposition itinérante en Lorraine : PYTHAGORE, PLUS QU'UN THÉORÈME...

La Régionale Lorraine organise, entre les vacances d'hiver et les vacances de printemps la « circulation » de l'exposition réalisée par des élèves et des professeurs de l'Athénée Royal de MONS (Hainaut, Belgique).

Le thème de l'exposition est bien sûr Pythagore : le VI^{ème} siècle avant J-C, la vie de Pythagore, les triplets pythagoriciens, les Vers d'Or, le Rituel Védique, la musique, etc. sans oublier le célèbre théorème ; soit en tout plus de 55 panneaux, sans compter les puzzles et autres modules.

Calendrier de cette exposition :

11 et 12 mars à la Douéra de MAXÉVILLE

13 au 17 mars au C.R.D.P. de NANCY

3 au 8 avril à la cité scolaire de ROMBAS

10 au 14 avril au Casino SARREGUEMINES

(Suite de la page 13)

pas une réponse satisfaisante à ce problème, ni à l'utilisation de l'ordinateur d'ailleurs. Il paraît nécessaire de prolonger la réflexion et de l'élargir à tout le programme. L'utilisation de la calculatrice au collège peut être un thème intéressant pour la commission.

Une réelle gêne est née de part l'utilisation restrictive du mot PGCD dans nos programmes, alors, qu'effectivement, la notion de nombres premiers entre eux n'apporte rien. Certains n'ont pas hésité (même si c'est hors-programme) à évoquer la notion de nombre premier (souvent au travers du crible d'Eratosthène) pour expliquer le vocabulaire de "premiers entre eux" qui n'est pas naturel.

Voilà les quelques réactions à ce texte qui a eu un accueil très favorable au sein de la commission, dont les membres ont rencontré les mêmes difficultés et les mêmes interrogations que Jean Pilloy.

Pour la Commission, Pierre-Alain MULLER

Commission "Collège" de la Régionale Lorraine Compte rendu de la réunion du 19 janvier 2000

Premier axe de travail : parcours diversifiés et travaux croisés.

Parcours diversifiés : beaucoup n'en font pas, et pour ceux qui en font les thèmes sont très divers. Les modalités sont également très diverses : par groupes avec heures prévues dans l'emploi du temps, après-midi "bloqués" et disponibles à tour de rôle, etc.

Se pose le problème de l'évaluation : évaluation du produit du groupe ? évaluation basée sur la participation, le soin, l'investissement personnel, le fait d'aller au bout du travail ?

Une question : quel choix est laissé aux élèves ?

La commission demande de relire les textes de nos inspecteur d'il y a deux ans, et attend des adhérents des "remontées" des pratiques des établissements.

Travaux "croisés" : est-ce en continuité avec les parcours diversifiés ? un thème purement mathématique est-il exclu ? quel est le poids dans le brevet ?

Deuxième axe de travail : arithmétique.

La commission a regardé les divers manuels : dans certains il n'y a aucune démonstration ; parfois des exemples détaillés mais sans démonstration générale.

La notion de nombres "premiers entre eux" ne semble pas pertinente. Certains enseignants emploient le vocable "PGCD", d'autres pas. Faut-il utiliser le "crible d'Eratosthène" ?

Réflexion sur l'usage de la calculatrice : vers une évaluation en deux temps (avec et sans calculatrices) ?

Voir également la réponse à la lettre de Jean Pilloy, ci-dessus.

La Commission souhaite que de nouveaux membres viennent la renforcer. Elle est ouverte à tous les adhérents. La prochaine réunion aura lieu mercredi 15 mars à 16 h 30, à l'issue de la Journée régionale au CRDP.

consistant à « établir directement que les deux nombres 12345678910111213 et 10000000000000007 ne sont pas premiers entre eux »? Les auteurs de ce texte nous indiquent que « l'ordinateur rend aujourd'hui naturelle la considération » de tels grands nombres. Mise à part leur appartenance à l'ensemble des entiers... naturels, en quoi est-il naturel de considérer de tels grands nombres en troisième ? Quel intérêt aurait cet exercice avec nos élèves ? S'agit-il seulement de faire fonctionner un algorithme avec une machine? Qui peut m'éclairer ?

Faut-il envisager une suite à la réintroduction de l'arithmétique dans les futurs programmes de seconde ?

N'ayant pas eu la chance de pouvoir participer à la journée de formation sur les nouveaux programmes de troisième, je n'ai pas pu faire part de mes interrogations à mes collègues et aux IPR. C'est bien dommage. Permettez-moi de penser et de redire ici que la retransmission « de la bonne parole » par mes pairs présents à cette réunion a été nécessaire mais pas suffisante. Permettez-moi aussi de rappeler qu'à mon sens le droit à la formation continue sur le temps de travail est un acquis fondamental des salariés dans notre pays. Restons fermes sur ce point et ne nous laissons pas culpabiliser.

Quelques remarques en réponse à la lettre de Jean Pilloy

Les membres de la commission collège ont évoqué cette lettre lors de la réunion du 19/01/2000 au Collège J. Callot à Vandoeuvre. Voilà certains commentaires qui ont été faits.

Globalement, en 3^{ème}, les notions de diviseurs et de multiples ne posent plus guère de problème à nos élèves.

Les avis sont très partagés sur l'intérêt de passer une heure à refaire des divisions euclidiennes à la main, l'utilisation de la calculatrice se fait immédiatement, ou alors très rapidement. Par contre, il est évident que dans tous les cas, il est essentiel de donner du sens à l'égalité : $a=bq+r$.

Pour l'application de l'algorithme d'Euclide, la démonstration est effectivement assez délicate, au contraire de celle de l'algorithme des soustractions successives. Dans la pratique, on présente souvent les deux méthodes, l'algorithme d'Euclide venant ainsi « naturellement » après celle des soustractions successives lorsque certains remarquent qu'au lieu de soustraire de nombreuses fois un même nombre il serait plus commode d'en soustraire un multiple pour « accélérer » la méthode.

Ce chapitre d'arithmétique pose effectivement de façon encore plus criante le problème de l'utilisation de la calculatrice dans nos cours et à l'épreuve du brevet, sachant que l'introduction artificielle de grands nombres n'est absolument

(Suite page 16)

UN PETIT JEU QUI DEVIENT PROBLEME OUVERT

Pendant l'été 1999, la LIBERTE DE L'EST proposait un petit jeu semblable à celui ci :

LES CHIFFRES CROISES

Complétez chaque case par un chiffre ou un nombre (Jamais en double) pour obtenir le résultat au bout de chaque ligne. Pour vous aider, le nombre le plus grand est déjà placé.
Plusieurs solutions possibles

$$\boxed{} + \boxed{} - \boxed{} = 17$$

+ + +

$$\boxed{} + \boxed{17} - \boxed{} = 18$$

- - -

$$\boxed{} + \boxed{} - \boxed{} = 16$$

= = =

8 16 5

Sa règle du jeu aurait sans doute mérité de figurer dans la rubrique MATHS ET MEDIA du Petit Vert !

Mes élèves de 6^{ème} ayant résolu sans trop de difficulté ce type de problème, je leur ai alors proposé d'en créer d'autres pour les envoyer à leurs camarades de C.M.2 : il suffit de remplir une grille vierge avec des entiers tous différents, faire les opérations proposées puis

recopier la grille en n'écrivant que l'entier le plus grand et les résultats.

Je leur ai ensuite proposé un défi : construire une grille dont les résultats seront 20 et dont le nombre le plus grand sera 21.

Janvier 2000, présenté par les médias comme le passage du 20^{ème} siècle au 21^{ème} siècle donnait l'occasion de remettre les pendules à l'heure et de jouer avec les nombres 20 et 21.

L'année 2000 ayant été déclarée "Année des Mathématiques" par l'UNESCO, pourquoi ne pas en profiter pour organiser un petit concours mathématique ouvert à tous (élèves, adultes...) en proposant un problème par mois ?

Le "jeu de Janvier 2000" est une réponse au premier défi présenté aux élèves. Combien

Défi de janvier 2000

$$\begin{array}{r} \boxed{} + \boxed{} - \boxed{} = 20 \\ + + \\ \boxed{} + \boxed{21} - \boxed{} = 20 \\ - - \\ \boxed{} + \boxed{} - \boxed{} = 20 \\ - - \\ \underline{20} \quad \underline{20} \quad \underline{20} \end{array}$$

➤ Dans chaque case, place un nombre entier naturel.
Il faut obtenir le résultat en bout de chaque ligne et de chaque colonne.
Le nombre le plus grand est déjà placé.
Les neuf nombres placés sont tous différents.

➤ Trouve le maximum de solutions différentes.

(Tu ne passeras au 21^{ème} siècle qu'après le 31 décembre 2000 mais ne tarde pas à rapporter les solutions au foyer ou à ton professeur de mathématiques ...)

admet il de solutions ? Le problème reste ouvert...

Si de tels petits jeux vous inspirent, voici quelques prolongements :

- Sauriez construire une grille pour laquelle tous les résultats seraient 21, et 20 le nombre le plus grand?
- Peut on placer 21 dans n'importe quelle case?
- Peut on prévoir à l'avance le nombre de solutions différentes?

François DROUIN
Collège les Avrils
55300 SAINT MIHIEL

P.S : Les problèmes proposés à nos élèves sont consultables en Intranet sur les postes du collège et bientôt sur son site Internet : www-ac-nancy-metz.fr/pres-etab/Avrils/.html