

Sommaire

EDITORIAL		
Quelles mathématiques en ce 21 ^{ème} siècle ?		3
VIE DE L'ASSOCIATION		
Concours du mathématicien de l'année		4
Des nouvelles du groupe Jeux		20
ÉTUDE MATHÉMATIQUE		
Honneur aux D.A.M. !		8
MATHS ET MÉDIAS		
Et si on votait en tirant à "pile ou face" ?		16
Le Rapido		22
Le millénaire, c'était hier (billet d'humeur)		21
RUBRIQUE PROBLÈME		
Problème n°65 et solutions du pb. précédent		15, 25
DU NOUVEAU A NANCY-1 (Deug Mias)		6

LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N°CPPAP : 2 814 D 73 S. N°ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : mars 2001.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), BP 239. 54506-VANDEOEUVRE

Ce numéro a été tiré à 450 exemplaires.

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 38 F/5.80 euros.

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"

Joindre règlement à l'ordre de : APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)



LE PETIT VERT

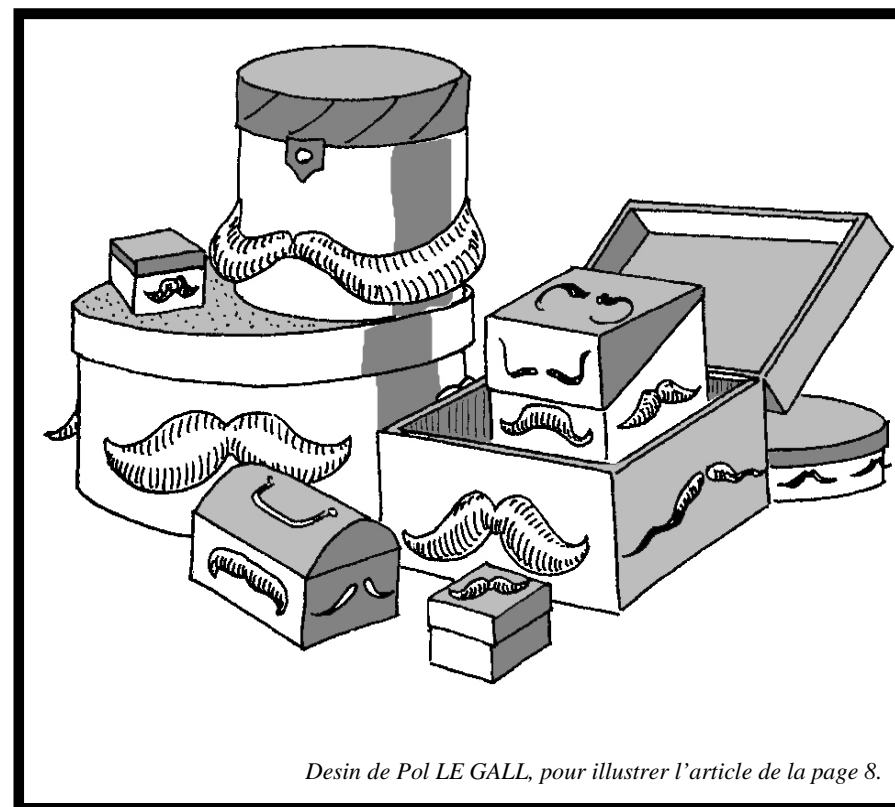
ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°65

MARS 2001

Abonnement 4 n^{os}
par an : 38 F (5,80€)



Desin de Pol LE GALL, pour illustrer l'article de la page 8.

ANNONCE SÉMINAIRE POINCARÉ

La séance nancéienne du séminaire Heidelberg-Nancy-Strasbourg d'Histoire des Mathématiques (organisé par les archives Poincaré) aura lieu à Nancy le 30 mars. Le thème de la journée sera histoire et philosophie de la géométrie. Trois conférenciers sont annoncés :

Hervé Barreau (Strasbourg), Rudolf Bkouche (Lille), Guiseppe Longo (ENS Ulm, CNRS).

Nous donnerons de plus amples informations sur notre site.

 * Société Belge des Professeurs de Mathématiques *
 * Les 21, 22 et 23 août 2001 *
 * 26^{ème} congrès annuel *
 * **Situations-Problèmes** *
 * (Conférences, exposés, ateliers, débats, visites, etc.) *
 * A l'Athénée Royal Vauban *
 * **CHARLEROI** *
 * Renseignements, horaires et formulaire d'inscriptions *
 * disponibles dès juin en s'adressant à : *
 * S.B.P.M.E.F., rue de la Halle 15, à B-7000-MONS *
 * ou à <http://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm/> *
 * La SBPMef (Société Belge des Professeurs de mathématiques d'expression *
 * française) est une association amie de l'APMEP. Elle édite les revues *
 * 'Mathématiques et Pédagogie', 'Math-Jeunes Junior' et 'Math-Jeunes'. *
 * Son congrès est l'équivalent des Journées Nationales de l'APMEP, et *
 * l'ambiance y est très conviviale (l'hébergement se fait sur place) : de *
 * nombreux Lorrains y participent régulièrement, et en reviennent toujours *
 * extrêmement contents, avec plein de nouvelles idées pour la rentrée. *
 * Nous donnerons de plus amples détails dans notre Petit Vert de juin. *
 * *****

EXPOSCIENCE

Le comité PERL organise une Exposcience départementale au Centre social Saint-Exupéry à FAREBERSVILLER du jeudi 29 mars au dimanche 1^{er} avril 2001. Y seront exposés des projets de jeunes dans le cadre scolaire ou associatif réalisés à partir d'un thème scientifique. La régionale lorraine de l'APMEP présentera son exposition d'objets mathématiques à manipuler.

Pour tous renseignements, contacter PERL :

27 rue de la République, 54000 NANCY

Tel: 03 83 41 39 89. Fax : 09 83 90 21 63. E-mail : perl.lor@wanadoo.fr

Conférence

L'I.U.T. 'A' de l'Université de Nancy-2 et le Forum-IRTS de Lorraine ont le plaisir de vous inviter à la conférence de :

Christian HOUZEL

Professeur des Universités à l'IUFM de Reims

Ancien président de la Société Mathématique de France

Ancien professeur à l'Ecole Polytechnique

Histoire de l'invention et du développement de l'algèbre par les mathématiciens de langue arabe

Outre les différentes doctrines mathématiques héritées des grecs, les mathématiciens de langue arabe ont inventé et développé un secteur entièrement nouveau, l'algèbre, à partir du 9^{ème} siècle. Il s'agissait de traiter une vaste classe de problèmes par des méthodes élaborées a priori, avec des concepts d'inconnue et d'équation. Le calcul sur les expressions contenant l'inconnue (les polynômes) a suivi de près.

Alors que les équations de degré au plus deux admettaient une résolution algorithmique, par des formules, les Arabes ne connaissaient pas de telles méthodes pour les équations de degré trois. Ils ont élaboré une méthode de résolution géométrique pour ces équations. Enfin, ils disposaient de méthodes de résolution numérique approchée très efficace.

La conférence aura lieu

le jeudi 15 mars à 20 h 30

dans l'amphithéâtre Pierre Botté

I.U.T., 2^{ter} boulevard Charlemagne, 54000 NANCY

$$\begin{aligned}
 D_{n+1} &= D_n \times \frac{n+1}{n} - 20 \\
 &= \left[100n - 20n \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right] \times \frac{n+1}{n} - 20 \\
 &= 100(n+1) - 20(n+1) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) - 20 \\
 &= 100(n+1) - 20(n+1) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right)
 \end{aligned}$$

L'hypothèse de récurrence est donc vérifiée au rang $n+1$; comme elle est vraie au rang 1, elle est donc vraie pour tout entier $n \geq 1$:

La distance séparant les deux escargots au bout de n jours est égale à

$$D_n = 100n - 20n \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

Il faut donc regarder si cette distance peut devenir nulle, soit :

$$\begin{aligned}
 100n - 20n \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow 5 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) &\leq 0 \\
 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) &\geq 5
 \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^n \frac{1}{p} = +\infty$$

Ceci est bien évidemment possible puisque

Un petit calcul simple montre que, pour $n = 82$,

$$\sum_{p=1}^{82} \frac{1}{p} = \frac{44139711531918267142140457772773}{8845597978580177157715301537899200} < 5$$

Alors que, pour $n = 83$,

$$\sum_{p=1}^{83} \frac{1}{p} = \frac{3372441655127796364812512959533039359}{734184632222154704090370027645633600} > 5$$

Les deux escargots amoureux se rejoignent le 83^e jour.

édito

Quelles mathématiques en ce 21^{ème} siècle ?

Au goûter organisé par la Régionale le 17 janvier dernier à Epinal, Bernard ROYNETTE nous a montré que les mathématiques du siècle seraient 'probabilistes'. Il a étayé son propos par quelques exemples pris dans divers domaines de la recherche : en mathématiques financières (les options et les cours de la bourse, avec un objet primordial dans ce domaine, le mouvement brownien) ; en physique, avec la percolation (percolation par liens et percolation par sites, qui utilisent des graphes stochastiques) ; en mécanique statistique (le modèle d'Ehrenfest) ; en biologie (systèmes tampons, où l'on retrouve le mouvement brownien) ; en génomique, avec la recherche des informations codées par les gènes....

Le 21 février à Metz (encore un goûter organisé par la Régionale), Jean-Pierre KAHANE, en réponse à la même question, nous montrait que les valeurs mathématiques (développer l'imagination, la rigueur, etc.) étaient permanentes depuis l'antiquité, mais que notre regard sur les 'objets mathématiques' (en analyse, en géométrie...) évoluaient au cours du temps. Et de nouveaux objets (donc de nouvelles théories) apparaissent : par exemple le mouvement brownien (théorie de la mesure de Winner), incontournable désormais en probabilités, et les graphes aléatoires (issus des travaux de Ramsey en théorie des graphes).

Ce numéro 64 du Petit Vert est donc tout à fait 'dans le vent', puisqu'il contient deux articles de probabilité et statistique : l'un sur les fameuses 'boîtes à moustaches' qui sont apparues dans nos programmes de lycée (cf. page 8), et l'autre à propos des tirages aléatoires et des fluctuations d'échantillonnage (en rebondissant sur les élections américaines en Floride, cf. page 16)). On y trouve aussi, comme objet 'permanent', un exemple d'analyse combinatoire, mais avec le regard de celui qui joue au 'RAPIDO' en sirotant sa bière préférée au bistrot du coin ! (cf. page 22).

En espérant que de plus en plus d'adhérents-lecteurs apporteront leur contribution à cette modeste publication (notamment pour la rubrique 'Dans nos classes'), nous vous souhaitons de bonnes vacances de printemps (qui débiteront sous le signe de la loi de Poisson, et finiront sous celui de la célèbre courbe en cloche !).

Pour le Comité Régional,
Jacques Verdier.

2^{ème} ANNONCE

Concours du mathématicien de l'année

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) de Lorraine propose, à partir de l'année scolaire 2000-2001, un concours intitulé "Le mathématicien de l'année".

Ce concours, doté de prix pour une valeur de 2 500 F, est ouvert aux établissements scolaires, classes, groupes d'élèves de l'académie de Nancy-Metz.

Pour y participer, les groupes d'élèves devront fournir une contribution consacrée à un des deux mathématiciens de l'année 2000/2001 : évocation de son œuvre ou de sa biographie ou de l'impact actuel de ses découvertes, ou recherche mathématique en rapport avec l'œuvre, etc. ; aucune piste n'est interdite quant au fond de la contribution. La forme peut également prendre divers aspects : production artistique, exposition, pages Internet...

Le cadre de réalisation de la contribution peut être : des parcours diversifiés, des travaux croisés, des travaux personnels encadrés, l'activité d'un club de mathématiques, ou une initiative ponctuelle.

Les deux mathématiciens choisis pour la première édition du concours sont Charles HERMITTE, mathématicien originaire de Dieuze, dont nous commémorerons le centenaire de la disparition en 2001, et Charles RENARD, originaire de Damblain (Vosges).

Les productions devront être adressées pour le **15 mai 2001**, au plus tard, à :

APMEP
IREM - Faculté des Sciences
B.P.239
54506 VANDOEUVRE-CEDEX

N.B. Ce concours a le soutien de l'Inspection Pédagogique Régionale, et de Monsieur le Recteur (cf. page suivante)

SOLUTION DU PROBLÈME N°64

Sur la planète Caoutchouc, deux escargots sont amoureux l'un de l'autre. Ils habitent à 100 mètres l'un de l'autre, de part et d'autre d'une prairie. Ils décident de se rejoindre. Chaque jour, chaque escargot avance de 10 m. Malheureusement chaque nuit, pendant que les deux escargots sommeillent, la planète caoutchouc se dilate : la largeur de la prairie augmente de 100 mètres, uniformément répartis. Ainsi les escargots, distants de 100 m le premier matin, de 80 m le premier soir, se trouvent-ils distants de 160 m le second matin, car la prairie mesure maintenant 200 m de large, mais le chemin parcouru a aussi augmenté pendant la nuit. Les escargots se rejoindront-ils ? Si oui, au bout de combien de jours ? Si non, pourquoi ?

Plusieurs réponses (Renaud Dehaye, François Pétiard, Jacques Chauné, Philippe Fevotte) qui aboutissent à la même conclusion : oui les escargots se rejoindront ! Philippe Fevotte indique joliment "*une fois n'est pas coutume, la divergence de la série harmonique va rapprocher les amoureux et annuler la différence*". Ci dessous la solution de François Pétiard.

Appelons D_n la distance séparant les deux escargots à la fin du n^e jour et calculons les premiers termes :

A la fin du premier jour ($n = 1$) : $D_1 = 100 - 20$.

A la fin du deuxième jour ($n = 2$) : Toutes les distances ont été multipliées par

$$\frac{100+100}{100} = 2$$

et les escargots ont fait 20 m dans la journée, donc :

$$D_2 = (100 - 20) \times 2 - 20 = 100 \times 2 - 20 \times 2 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

A la fin du troisième jour ($n = 3$) : Toutes les distances ont été multipliées par

$$\frac{200+100}{200} = \frac{3}{2}$$

et les escargots ont fait 20 m dans la journée, donc :

$$D_3 = \left[100 \times 2 - 20 \times 2 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right)\right] \times \frac{3}{2} - 20 = 100 \times 3 - 20 \times 3 \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

Hypothèse de récurrence : au rang n ($n \geq 1$),

$$D_n = 100n - 20n \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right)$$

Au matin du $(n+1)^e$ jour, toutes les distances ont été multipliées par

$$\frac{100n+100}{100n} = \frac{n+1}{n}$$

, puis les escargots ont fait 20 m dans la journée, donc :

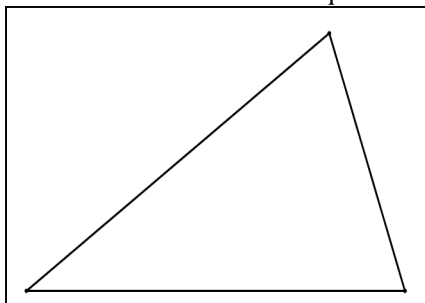
PETIT EXERCICE DE GEOMETRIE

Un triangle est tracé dans un plan, dont on n'aperçoit qu'une partie dans le cadre d'une fenêtre.

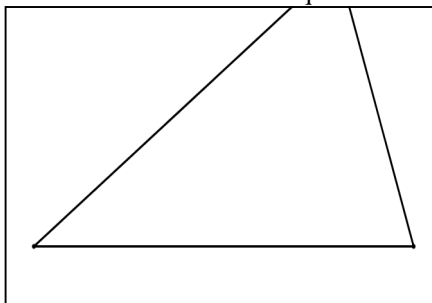
Peut-on, avec les instruments de dessin "habituels" (règle et compas) déterminer le centre de gravité de ces triangles ? Contrainte : il est interdit de faire des tracés en dehors du cadre.

Il est vivement recommandé de commencer à chercher cet exercice le 1^{er} dimanche des vacances de printemps...

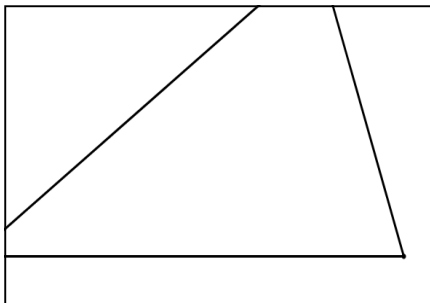
en cinquième...



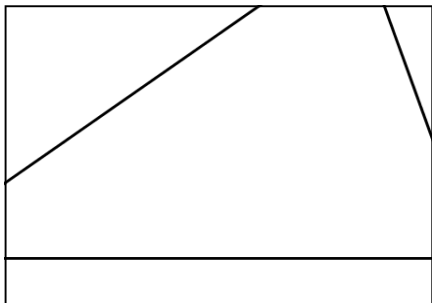
en quatrième...



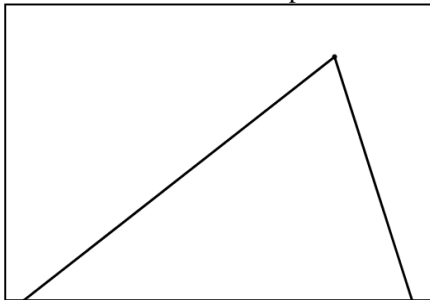
en troisième...



en seconde...



en première S...



en terminale...



A propos de ce concours, présenté à la page précédente, la Régionale A.P.M.E.P. vient de recevoir une lettre de Monsieur le Recteur :

*Le Recteur de l'Académie de Nancy-Metz
Chancelier des Universités*

Nancy, le 27 février 2001.

Objet : Concours " le mathématicien de l'année "

Monsieur le Président,

L'heureuse initiative prise par la Régionale de Lorraine de l'APMEP, et dont vous me faites part dans votre courrier du 10 janvier 2001, témoigne, s'il en était besoin, de la vitalité et du dynamisme de votre association, ouverte aux nécessaires évolutions de l'enseignement des mathématiques. Cette démarche s'inscrit tout droit dans la mise en place des nouvelles pratiques pédagogiques telles que les travaux croisés ou les travaux personnels encadrés. Je ne peux que vous encourager à poursuivre dans cette voie, et vous assure de mon total soutien. L'Inspection Pédagogique Régionale, que j'ai consultée, et qui se montre également très favorable à votre projet, vous aidera dans la diffusion, par courrier électronique, de l'information aux établissements.

Je vous félicite et vous remercie à la fois pour l'excellent travail que vous réalisez, tant dans le soutien apporté aux professeurs de mathématiques que dans la promotion et la défense de votre discipline, ou l'intérêt porté aux élèves qui nous sont confiés.

Je vous prie de croire, Monsieur le Président, à l'expression de mes sentiments distingués.

Le Recteur,
Joseph LOSFELD

(Suite de la page 6)

Enfin la licence pluridisciplinaire à dominante Mathématiques-Informatique permettra de s'orienter après un DEUG vers la préparation du concours du professorat des écoles ou d'autres concours administratifs.

La création d'un IUP, l'amélioration de l'orientation, de l'encadrement et du suivi des étudiants devraient accroître sensiblement le taux de réussite dans la filière mathématiques-informatique qui se situe aujourd'hui aux alentours de 2/3 en première et deuxième année de DEUG.

DU NOUVEAU A NANCY-1 : RÉORGANISATION DES ÉTUDES MATH & INFO

La lecture des formations offertes par l'Université aux bacheliers n'est généralement pas très aisée.

Dans un souci de clarté, l'UFR STMIA, qui regroupe au sein de la Faculté des Sciences et Techniques, les activités d'enseignement et de recherche en Mathématiques, Informatique, Automatique et Electronique-Electrotechnique présente aujourd'hui une architecture simplifiée des différents cursus qu'elle propose. Le schéma général des études "longues" se conjugue en deux modes principaux (voir également tableau de la page ci-contre) :

- un cursus "classique" DEUG - Licence - Maîtrise - DEA - Thèse qui, suivant le niveau que l'on atteint, permet de préparer les métiers de l'enseignement et de la recherche :
 - après la licence ou la maîtrise, l'enseignement primaire et secondaire,
 - après la thèse, l'enseignement supérieur et la recherche publique ou privée.

La maîtrise permet aussi l'accès à un DESS (mathématiques, informatique, productive...).

- un cursus professionnalisé, en Institut Universitaire Professionnalisé, suivi d'un DESS adapté. Le choix de l'IUP s'effectue dès la seconde année d'Université. Les métiers proposés à la sortie sont ceux d'ingénieurs dans tous les domaines couverts par l'UFR STMIA, dans des entreprises des secteurs des services et de l'industrie.

Dans ce schéma, la première année de DEUG se présente comme une année d'orientation en deux temps : un premier semestre pour choisir un domaine parmi Mathématiques-Informatique, Physique-Chimie, Automatique-Electronique-Electrotechnique suivi d'un second semestre pour affiner ce premier choix : par exemple, plutôt mathématiques ou plutôt informatique dans une filière professionnalisée, ou alors dans une filière conduisant à l'enseignement ou la recherche. L'admission en IUP se fait sur dossier en fin de première année. L'effectif est restreint et l'encadrement renforcé : petits groupes de TD et TP, encadrement des projets et travaux personnels.

Bien sûr, les filières ne sont pas étanches, et des réorientations ponctuelles resteront possibles.

A côté de ces deux types de formation, d'autres sorties sont toujours envisageables : concours d'entrée en école d'ingénieurs réservés aux DEUG ou admission sur titres en fin de maîtrise.

(Suite page 5)

Le RAPIDO. Tableau de calcul des probabilités et des espérances de gains :

Dans tout ce tableau, on pose $A = C_{20}^8$

Événement gagnant	Gain pour 5 F (X_i)	Nb. cas favorables	Probabilité P_i	$P_i \cdot X_i$
8 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	50.000 F	1	$\frac{1}{A} \times 0,25$	$\frac{12.500}{A}$
8 numéros dans la grille A	5.000 F	3	$\frac{1}{A} \times 0,75$	$\frac{3.750}{A}$
7 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	750 F	$C_8^7 \cdot C_{12}^1 \times 1$	$\frac{8 \times 12}{A} \times 0,25$	$\frac{18.000}{A}$
7 numéros dans la grille A	250 F	$C_8^7 \cdot C_{12}^3 \times 3$	$\frac{8 \times 12}{A} \times 0,75$	$\frac{18.000}{A}$
6 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	150 F	$C_8^6 \cdot C_{12}^2 \times 1$	$\frac{28 \times 66}{A} \times 0,25$	$\frac{69.300}{A}$
6 numéros dans la grille A	50 F	$C_8^6 \cdot C_{12}^3 \times 3$	$\frac{28 \times 66}{A} \times 0,75$	$\frac{69.300}{A}$
5 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	30 F	$C_8^5 \cdot C_{12}^3 \times 1$	$\frac{56 \times 220}{A} \times 0,25$	$\frac{92.400}{A}$
5 numéros dans la grille A	10 F	$C_8^5 \cdot C_{12}^3 \times 3$	$\frac{56 \times 220}{A} \times 0,75$	$\frac{92.400}{A}$
4 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	5 F	$C_8^4 \cdot C_{12}^4 \times 1$	$\frac{70 \times 495}{A} \times 0,25$	$\frac{43.312,5}{A}$
Total :			$\frac{22.927,5}{A}$	$\frac{418.962,5}{A}$

MATH & MEDIA : LE RAPIDO

Claude RAVIER,
Lemmecourt,
Lycée de Neufchâteau



L'an dernier, le lendemain de la journée APMEP, un de mes élèves de ES option maths, me demandait combien on avait de chance de gagner à ce nouveau jeu qui apparaissait dans certains cafés de la ville : son originalité est qu'il y a une télé dans la salle qui effectue le tirage en temps réel, puis qui laisse le résultat affiché en attendant le tirage suivant (voir photocopie du bulletin, ci-contre).

Ce jeu se joue ainsi : UN TIRAGE TOUTES LES 5 MINUTES.

Cochez la mise de votre choix : 5 F ou 10 F par tirage, ainsi que le nombre de tirages successifs auxquels vous désirez participer.

Pour chaque tirage, 8 numéros sont tirés au sort dans la grille A et 1 numéro est tiré au sort dans la grille B. Vous avez une chance sur 5,5 de gagner.

Pour connaître votre gain reportez-vous au tableau de lots ci-dessous (le tableau des lots correspond au deux premières colonnes du tableau de la page suivante).

La pub annoncée, 1 chance sur 5,5 est-elle vraie ?

Quel gain espérer ?

Les calculs de probabilités (exercice classique de combinatoire) sont faits dans le tableau de la page 23).

La probabilité de gagner: est $22\,927,5 / 125\,880 = 0,1821\dots$ dont l'inverse est 5,4903500.

C'est à dire qu'on a bien 1 chance sur 5,5 de gagner...à condition de compter les 70×495 soit 34 650 cas où l'on a seulement récupéré sa mise de 5 F...

Le gain espéré est donc de $418\,962,5 / 125\,880 = 3,33$ francs pour une mise de 5 f

DEUG M.I.A.S. (Mathématiques, Informatique, Applications aux Sciences) 1 ^{er} semestre : choix du domaine (Math-Info, ou Physique-Chimie, ou Automatique-Electronique-Electrotechnique) 2 ^{ème} semestre : affinement du choix (plutôt Mathématiques, ou plutôt Informatique)	Autres DEUG Sciences DEUG MISAH (Nancy-II)	I.U.P. Math-Info 1 ^{ère} année (entrée sur dossier en fin de 1 ^{ère} année de DEUG) environ 50% de math appliquées, 50% d'info	I.U.P. 2 ^{ème} année Option Informatique (environ 75%)	I.U.P. 3 ^{ème} année 100% Informatique	Vers D.E.S.S. informatiques (plusieurs choix)
		I.U.P. 2 ^{ème} année Option math appliquées (environ 75%)	I.U.P. 3 ^{ème} année 100% Math Appliquées	Vers D.E.S.S. IMEA Possibilité D.E.A.	
DEUG M.I.A.S. 2 ^{ème} année	Licence pluridisciplinaire Math-Info	Vers D.E.S.S. IMEA Possibilité D.E.A.			
		Licence pluridisciplinaire Math-Info	Vers Professorat des Écoles (par exemple)		
Licence Mathématiques	Maîtrise Math	Vers Agrég. D.E.A. D.E.S.S. Thèse...			
IUFM 1	Vers IUFM 2				

HONNEUR AUX DAM ! (OU LES AVATARS DE LA FEMME À BARBE)

Jacques VERDIER
Lycée Varoquaux
54-TOMBLAINE

Pour ceux qui ne le savent pas, une DAM est une DEB qui a vieilli d'un an... (dans les instructions de l'an passé, on parlait de Diagrammes en Boîtes ; depuis on a vu apparaître les Diagrammes à Moustaches).

Cet article fait suite à celui que j'ai publié dans le bulletin n°430 de l'A.P.M.E.P. sous le titre " Deux ou trois choses que je sais de la médiane ". Je vous invite à vous y reporter avant de lire celui-ci, que j'aurais pu intituler " deux ou trois choses que je sais des boîtes à moustaches ". Celui-là est disponible sur le Web, à l'adresse URL suivante : <http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/APMEP/mediane.htm>

Quartiles, déciles...

Tout ce qui a été dit sur les problèmes de " définition rigoureuse " de la médiane dans l'article cité reste vrai pour les quartiles, et les déciles. Ce que l'élève doit retenir, c'est que 25% de la population se situe en dessous du premier quartile (Q1), 25% au-dessus du troisième quartile (Q3), et 50% entre les deux. De même pour les déciles : on utilise surtout D1 et D9, et les 80% " centraux " se trouvent entre D1 et D9 ; D9 - D1 s'appelle d'ailleurs l'intervalle interdécile.

Excel et les quartiles

Sur le tableur Excel, la syntaxe en est =QUARTILE(plage_de_valeurs ; k) où k = 1 pour Q1 et k = 3 pour Q3. Bien entendu, k = 2 redonne la médiane. Le résultat n'est pas nécessairement celui auquel on pourrait s'attendre. Un exemple : soit une série (triée dans l'ordre croissant) de 100 valeurs, la 25^{ème} valeur étant 39, la 26^{ème} valeur étant 40. On a Q1 = 39,5 (médiane des 50 premières valeurs). Excel donne Q1 = 39,75...

Quant aux déciles, ils n'existent pas en tant que tels ; il faut utiliser les centiles, avec la syntaxe =CENTILE(plage_de_valeurs ; k) où cette fois k est un nombre compris entre 0 et 1. D1 s'obtient en prenant k = 0.1 et D9 en prenant k = 0.9. Avec toujours les mêmes " surprises " : si le 10^{ème} nombre d'une série de 100 vaut 22 et que le 11^{ème} vaut 23, Excel annoncera D1 = 22.9 (et pas 22.5).

HUMEUR, par JEAN-MICHEL THENARD (Libération 30-31/12/2000).

LE MILLÉNAIRE, C'ÉTAIT HIER

Champs Elysées piétonniers, Concorde en lumière, tour Eiffel bleutée, tiens, voilà le millénaire nouveau. Et tout le monde s'en fiche comme des Tiberi. Car le millénaire, c'est l'an dernier qu'on l'a fêté. A l'hiver 1999, avec son cortège de bugs annoncés pour la première seconde de l'année 2000, chiffre rond à se pâmer que le *merchandising* a alors décliné sur tous les tons. 2001, en revanche, ça ne ressemble à rien. Ni à un changement de siècle, ni même à une page qui s'ouvre, depuis que les Arabes ont inventé le zéro. Alors, bien sûr, les esprits doctes continuent à râler. " *La minorité intelligente de cette planète célébrera le 1^{er} janvier 2001 comme le vrai début du XXI^e siècle et du troisième millénaire* ", vient encore de clamer Arthur C. Clarke, écrivain de science-fiction qui, du haut de ses 83 ans et de son titre de sir britannique, ne craint plus le ridicule. Il a une excuse : auteur de la nouvelle qui inspira *2001, odyssée de l'espace*, le bonhomme est un brin *deux-mille-un-centré*. L'an dernier déjà, il n'avait pas épargné de ses sarcasmes ceux qui avaient salué trop tôt à son goût l'entrée dans le nouveau siècle. D'autres avec lui avaient expliqué que le XXI^e siècle ne commençait pas là où le sens commun l'entendait, qu'il faudrait attendre un an pour pénétrer le troisième millénaire. Et de plaider le système métrique, la logique arithmétique et tout ce que l'on veut. Pourquoi pas? Mais le fait est là, indiscutable, indécrottable: c'est l'an dernier que la planète a dansé, chanté, enterré 2000 ans d'un coup, et aujourd'hui personne ne se trémousse à l'idée qu'il ne reste plus que 999 années jusqu'au prochain réveillon du millénaire. Comme quoi, belle leçon, la loi du plus grand nombre parfois s'impose à l'esprit prétendu savant. Faut-il voir dans cette modernité un péché contre l'esprit scientifique, un retour à l'obscurantisme? Pas même, puisque le calendrier chrétien n'est pas plus rond que plat. Et pourtant il tourne, en dépit des erreurs de calcul de Denis le Petit, son créateur, qui ignorait le zéro et bien d'autres choses... Alors, un an après, la grande querelle est tranchée: le troisième millénaire a bien débuté le 1^{er} janvier 2000. N'en déplaise aux érudits et autres Trissotin des temps présents, rien ne se décrète contre la multitude, pas même le passage des siècles. Signe, sans doute, que celui qui s'ouvre sera démocratique ou ne sera pas.

QUELQUES NOUVELLES DU GROUPE "JEUX" REGIONAL

Le tome 2 de la brochure "Objets mathématiques" (dont la décision d'édition avait été prise lors du séminaire régional de Pierre-Percée en juin dernier) est en voie d'achèvement.

Vous y trouverez (ou retrouverez) le cube Soma, les pentaminos et les pentacubes plats, le tangram et un puzzle hexagonal, des développements de solides à colorier, des boîtes de dominos à ranger, ainsi que les 24 carrés de Mac Mahon. Nous avons essayé de privilégier des activités abordables par des élèves en difficulté, mais dans lesquelles les très bons élèves trouveront aussi leur intérêt.

Nous préparons des panneaux et des objets à manipuler pour compléter les 10 stands actuels de notre exposition régionale. La brochure sera terminée pour les journées nationales de Lille, pendant lesquelles nous présenterons la version agrandie de cette exposition "Objets mathématiques".

Nous aimerions bien pouvoir faire circuler aussi ces nouveaux stands dans les quatre départements lorrains. Y aurait-il des adhérents bricolant le bois pour nous aider dans la réalisation des objets?

Contactez François DROUIN, Collège Les Avrils, 55300 Saint Mihiel (f.drouin@ac-nancy-metz.fr).

PLAN DE FORMATION ACADÉMIQUE

Le "groupe technique mathématique" s'est réuni le 2 février. L'ordre du jour avait pour but d'examiner les offres de formation répondant à l'appel d'offres envoyés dans les établissements au 1^{er} trimestre

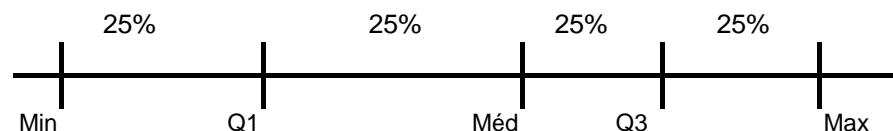
Les offres sont nettement plus nombreuses et variées que l'an passé :

44 stages proposés contre 26 l'année dernière (sans compter les Journées Régionale et Nationales de l'APMEP) ; 42 ont été retenus. Quelques aménagements vont être proposés : augmentation ou diminution de durée, regroupements de stages (c'est le cas en particulier en statistique pour la seconde, où deux formations étaient proposées : les deux formateurs vont réunir leur offre).

Quelques nouveautés intéressantes : liaison Term S- Deug MIAS, liaison Ecole-Collège sur des thèmes très précis...

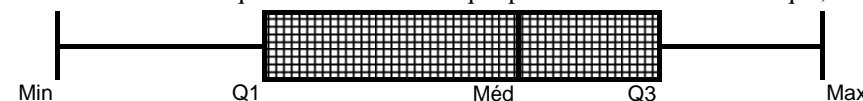
Les boîtes à moustaches

On passe de cette représentation (qui correspond aux définitions de la médiane et des quartiles) :



à celle-ci :

Il est bien entendu que cela n'a de sens que pour un caractère numérique, et que



l'axe horizontal doit respecter la graduation. Le rectangle ici grisé correspond aux 50% "centraux" (ou mieux, "médians"). Des moustaches très courtes indiquent une très forte concentration d'individus sur un petit intervalle, au contraire de moustaches très longues (voir ci-après).

Les boîtes à moustaches permettent de comparer très facilement des échantillons correspondant au même caractère statistique, en les plaçant parallèlement les unes aux autres, **relativement au même axe gradué**. Selon les auteurs, ces boîtes sont placées horizontalement ou verticalement : les élèves doivent avoir rencontré les deux, pour ne pas être 'surpris' le jour de l'examen.

Attention, il y a des exemples où médiane et boîte à moustache ne sont pas du tout des indicateurs (résumés) pertinents :

1^{er} exemple : calculer des déciles sur une série de 25 notes d'élèves !

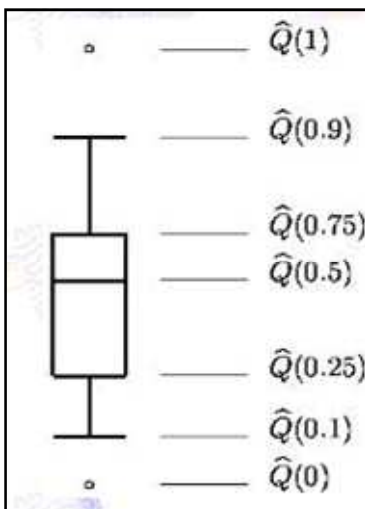
2^{ème} exemple : dans ma commune il y a 174 familles sans enfant, 265 familles de 1 enfant, 207 familles de 2 enfants, 88 familles de 3 enfants, 17 familles de 4 enfants, etc. Le meilleur "résumé" que l'on puisse faire est un petit tableau reprenant l'intégralité de l'information, ou de le remplacer par un diagramme en bâtons. A la rigueur on pourrait donner le nombre moyen d'enfants par famille. Mais surtout pas une boîte à moustache !!!

Faut-il tronquer les extrémités des moustaches ?

Prenons encore un exemple : dans une série statistique A de 100 valeurs (ordonnées), les 25 dernières valeurs sont 66, 66, 67, 67 85, 86, 88, 91, 91, 92, 94, 95, 96 et 97 ; dans une autre série, B, les 25 dernières valeurs sont 66, 66, 67, 67 85, 86, 88, 91, 91, 92, 94, 95, 96 et 124. L'étendue du dernier quartile vaut 31 dans la série A, et 58 dans la série B ; de même l'étendue du dernier décile vaut 12 dans la série A, et 39 dans l'autre. On se rend compte combien un seul élément (ici le maximum) augmente la longueur de la moustache : autant la médiane et les quartiles (et donc l'intervalle inter-quartile) sont des indicateurs **stables** pour des variations des valeurs du caractère, autant les "moustaches"

sont sensibles à une modification des valeurs extrêmes (ce qui importe, c'est donc bien le corps de la DAM, et pas sa moustache !).

C'est pourquoi les statisticiens ont décidé de tailler les "pointes" des moustaches. Les uns (c'est le cas du G.P.E.S., présidé par Claudine Robert, qui écrit les programmes actuels de lycée) coupent 10% de chaque côté (ils arrêtent donc les moustaches à D1 et à D9, voir schéma ci-contre, issu de <http://www.inrialpes.fr/sel/>), les autres (c'était le cas

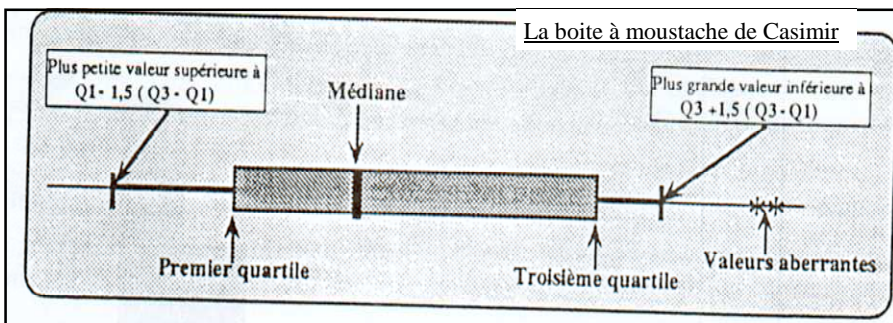


de Tukey, 'inventeur' de ces diagrammes, et de la nouvelle version de 'Casimir', logiciel d'exploitation de l'évaluation à l'entrée en sixième, voir schéma ci-dessous) ôtent tout ce qui dépasse 1,5 fois l'intervalle inter-quartile (c'est la méthode reprise par certaines calculatrices graphiques), d'autres – moins nombreux – retirent 5% en tout (soit 2,5% de chaque côté). Nous ne prendrons parti ni pour les uns, ni pour les autres, ni pour les 'intégristes' qui ne veulent rien couper...

Bien sûr, pour que l'on se rende compte de ce qui a disparu de la série, on signale sur l'axe les points où se trouvaient le maximum et le minimum, et – le plus souvent – les points correspondant aux abscisses des valeurs ainsi "supprimées".

En outre, nommer "valeurs aberrantes" les valeurs que l'on a fait disparaître peut être admissible quand il s'agit de relevés de mesures ou de contrôles de fabrication, mais pose des problèmes d'éthique quand il s'agit des poids ou des scores des élèves.

Cependant, il faut bien comprendre que lorsqu'on procède ainsi, un modèle de répartition gaussienne est implicitement sous-jacent. Enlever 10% de chaque côté correspond (approximativement) à s'arrêter à la moyenne plus ou moins 1,3 fois



Le langage de cet algorithme est purement imaginaire, mais il s'inspire du C ou du Java. Au bout d'un certain temps (500 fois 6 000 000, ça fait quand même 3 milliards de tirages), le résultat s'affiche :

Sur 500 expériences, écart moyen = 958,2
Maximum de l'écart : 4066 ; minimum de l'écart : 9

Et on est satisfait, car cela correspond au résultat théorique !

Si on avait recherché, par simulation, la fréquence d'un écart supérieur à $\sqrt{n}/2$ (ce qui correspond aux dires de B. PARIZOT, voir ci-dessous), on aurait trouvé environ 1/3 : ce n'est pas un événement si rare que ça.

Mais... car il y a un mais !

Bernard PARIZOT a écrit « Par le simple fait du hasard, c'est-à-dire dans le cas où aucune opinion ne guiderait les votes, on devrait donc obtenir un écart de voix de l'ordre de racine carrée de 6 millions, c'est-à-dire environ 2500 voix ».

Ce qui ne correspond ni à ce qu'on a calculé, ni à ce qu'on a simulé.

On a certainement mal interprété son texte : il parlait certainement de l'écart entre les deux candidats, et non de l'écart entre le nombre de voix de l'un des deux et 3 000 000. Il faut donc doubler tous les résultats trouvés auparavant.

Mais cela ne donne toujours qu'une espérance de $\sqrt{\frac{2n}{\pi}}$, soit environ 1 954 voix.

L'explication tient peut-être dans cette phrase : « Les fluctuations statistiques sont de type gaussien, avec une largeur relative typique en racine de $1/N$ ». Ce qui correspond à la « plage de normalité » dont il est question dans le programme de seconde à propos des fluctuations d'échantillonnage : quand on joue à 'pile ou face', on a en effet 95% de chances d'observer, dans l'échantillon tiré, que la proportion de 'PILE' est dans l'intervalle

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

L'auteur pose inconsciemment le problème de la vulgarisation scientifique, qui oblige parfois à une trop grande simplification du propos pour qu'il puisse être compris par tous. Mais le cœur du message est présent : l'écart est dans l'ordre de grandeur de \sqrt{n} ...

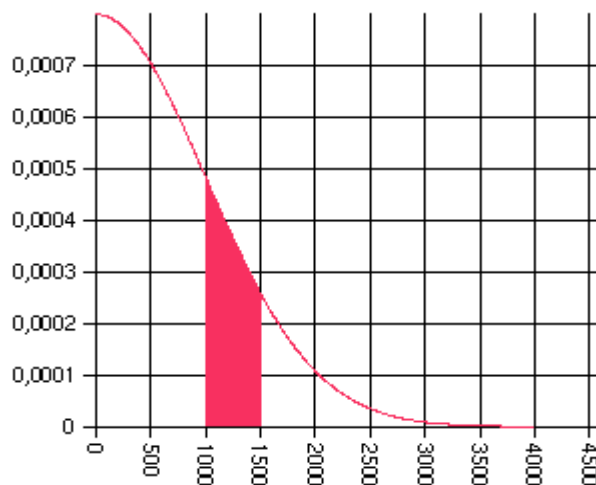
Jacques VERDIER

P.S. Dans un message électronique du 27/01/01, Michel BRISSAUD m'écrivait ceci : « En conclusion, c'est très compliqué, et je continue à penser qu'une approche correcte de la fluctuation d'échantillonnage est impossible en classe de seconde : il faut rester à un niveau très élémentaire. »

L'image ci-dessous est la densité de 2D (différence en valeur absolue entre le nombre de PILE et le nombre de FACE (pour $n = 1\,000\,000$)).

Nous l'avons trouvée sur le site personnel de Michel Brissaud, qui a lui aussi traité ce problème de l'écart des voix (avec l'aide d'un tableur). Nous l'en remercions et nous vous conseillons de consulter sa page personnelle :

<<http://www.perso.wanadoo.fr/michel.brissaud>>



Le point de vue du simulateur (!)

Le simulateur est l'auteur de ces lignes : il ne sait ni calculer des intégrales (fussent-elles de Wallis, de Futuna ou d'ailleurs), ni manier correctement la combinatoire. Il a donc réalisé un petit programme pour simuler 6 000 000 de tirages à 'pile ou face', et regardé l'écart (en valeur absolue) entre le nombre de 'PILE' et 3 000 000. Et il a répété 500 fois cette expérience aléatoire.

Voici l'algorithme :

```
nbvotants=6000000 ; nbA=0, écart=0, totalécart=0;
écartmax=0, écartmin=nbvotants; écartmoy=0;
entrer nbrepet; (équivalent d'un input)
for(j=0; j<nbrepet; j=j+1)
{
  nbA=0; écart=0;
  for (i=0; i<nbvotants; i=i+1) if (random())<0.5) nbA=nbA+1;
  écart=abs(nbvotants/2-nbA); totalécart=totalécart+écart;
  if (écart>écartmax) écartmax=écart;
  if (écart<écartmin) écartmin=écart;
} (fin de la boucle for)
écartmoy=totalécart/nbrepet;
print("Sur "+nbrepet+" expériences, écart moyen =
"+écartmoy);
print("Maximum de l'écart : "+écartmax+" ; minimum de
l'écart : "+écartmin);
```

l'écart-type. Mais arrêter la moustache aux valeurs déterminées par le graphique précédent (*Casimir*) correspond, sur une distribution "normale", à ne considérer comme "aberrantes" que 0,7% des valeurs (0,35% de chaque côté) ; ce qui me paraît plus raisonnable que d'en enlever 20% en tout...

Or toutes les séries statistiques ne sont pas gaussiennes, loin de là. Prenons par exemple la population de la Meurthe et Moselle : la plus petite commune (Leménil-Mitry) a 2 habitants ; la plus grosse (Nancy) en a 103 606. La médiane vaut 263,5 (donc la moitié des 594 communes ont 263 habitants ou moins) ; 50% des communes ont entre 130 et 659 habitants (intervalle inter-quartile) ; 10% des communes ont plus de 2404 habitants. Ces 10% des communes les plus peuplées représentent, à elles seules, près de 71% de la population du département. On voit à quoi conduirait, sur de telles séries, le "taillage" des pointes de moustaches !!!

La polémique

A l'occasion de la création de la matière "Mathématique-Informatique" en 1^{ère} L cette année, l'APMEP a été à l'initiative d'une liste de diffusion d'activités dans cette classe, liste où les uns et les autres peuvent s'exprimer. Voici quelques extraits de messages relatifs à la médiane et aux boîtes à moustaches.

Les BAM ont un intérêt qui justifie leur présence dans le programme : elles permettent de comparer 2 séries statistiques en un coup d'œil. L'exemple classique est la comparaison des suites obtenues en lançant un dé plusieurs fois ; la comparaison des BAM des séries de 100 lancers et de 500 lancers illustre de façon spectaculaire la fluctuation d'échantillonnage ; pour ma part je regrette qu'elles ne soient pas dans le programme de seconde. (Rémy Coste, 10/01/01, en réponse à un "détracteur").

Je reviens sur les problèmes de définition pour médiane, quartiles et déciles.

J'ai considéré, presque inconsciemment, que le texte du GEPS (ex-GTD) du 1/12/00 induisait, avec sa définition des quantiles, que nous n'avions pas à proposer aux élèves de 1^{ère} L de calculs sur des séries statistiques dont les données sont regroupées en classes puisque celles-ci supposent, pour les calculs, l'utilisation d'interpolations...

Ni le programme officiel de 1^{ère} L, ni le document d'accompagnement du même programme n'abordent explicitement le cas des séries statistiques dont les données sont regroupées en classes.

(...) J'ai quand même relu quelques textes officiels :

- Dans le programme de 4^{ème}, en compétences exigibles, on peut lire : "Calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles".

- Dans le document d'accompagnement du programme de seconde il est écrit : "Estimer la moyenne de séries de données quantitatives en les regroupant par classes n'est plus une pratique utile en statistique depuis que les ordinateurs calculent la moyenne de milliers de données en une fraction de seconde".

Vérité en 4^{ème}... Archaisme en 2^{ème}... Il est vrai que ce programme de 4^{ème} est entré en application ...en septembre 1998... Il est temps de le mettre au rayon des soldes ! (Michel

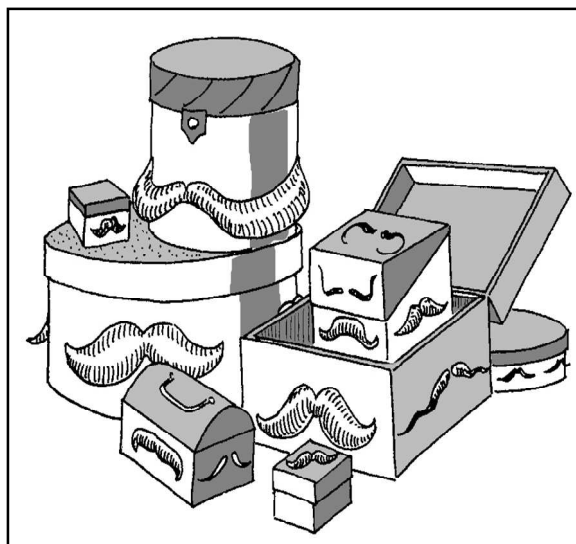
Moriceau, 14/01/01)

Moi je trouve qu'on commence à en faire (à nous en faire faire...) un peu trop de ces BAM que (presque) personne ne connaissait, il y a seulement un an... Un peu trop avec les statistiques en général, oh ! excusez-moi, avec LA statistique ! (comme il y a eu LA mathématique à l'époque bourbakiste ; autre temps... autre mode...). (Michel Moriceau, 17/01/01)

Pardon de jouer les rabat-joie (ou les social-traîtres comme vous voudrez), mais je ne partage pas du tout (et pour tout dire je ne comprends pas) cette animosité persistante contre l'introduction d'une part somme toute bien modeste de la statistique en lycée. Je ne veux pas faire un plaidoyer qui risque de ne pas servir à grand chose (...). Je voudrais simplement dire ceci : dans la communauté scientifique au sens large (physiciens, biologistes, chimistes, médecins, géographes, historiens, économistes, etc.), tous, et à tous les niveaux, se sont chaudement félicités de cette décision. J'ai vraiment le sentiment que nous pêchons par orgueil (nous les matheux), au point que nous ne nous daignons même pas regarder ce qui se passe ailleurs. TOUS les scientifiques utilisent et ont besoin des statistiques. Allons-nous continuer à nous draper dans notre dignité et condamner un pan entier des mathématiques au motif d'être utile, voire d'être des maths appliquées (quelle horreur !). Les mathématiques sont-elles devenues un dogme intouchable et sacré ? Qu'il y ait une partie (réduite) de maths appliquées dans l'enseignement des maths d'un lycéen me semble indispensable. C'est une composante essentielle de la formation scientifique. Nous pouvons bien sûr décréter que ce n'est pas aux profs de maths de le faire... au risque de nous isoler définitivement de tous les autres scientifiques, et, à terme, de la société.

Voilà pour ma réaction épidermique que l'on voudra bien me pardonner !

P.S. La "vraie" définition de la médiane ou les boîtes à moustaches ne sont vraiment que des points de détails dans les programmes. Qui en fait tout un fromage ? Il me semble qu'il vaut mieux dépenser notre énergie pour réclamer une formation solide, tant théorique que pédagogique, pour tous les profs de maths. (Rémy Coste, 22 janvier, en réponse à Michel et à d'autres).



$$D'où E(D) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=1}^{n/2} k \cdot C_n^{n/2+k}$$

Et par un astucieux calcul (si l'on sait bien manier la combinatoire), on trouve finalement

$$\frac{n \cdot C_n^{n/2}}{2^{n+1}}$$

que E(D) =

L'inconvénient est qu'on ne sait pas calculer effectivement des combinaisons portant sur de si grandes valeurs (n'oublions pas que, dans notre exemple, n = 6 000 000). L'analyste va donc chercher la limite de cette expression lorsque n → ∞. Et cela en utilisant les intégrales

$$\omega_k = \int_0^{\pi/2} \sin^k(x) \cdot dx \quad \omega_n = \frac{\pi}{2} \times \frac{C_n^{n/2}}{2^n}$$

les de Wallis, sachant que

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}}$$

in fine, que E(D) est de l'ordre de grandeur de $\sqrt{\frac{n}{2\pi}}$ lorsque n est 'infiniment grand'.

A propos des intégrales de Wallis, consultez l'excellent ouvrage de B. et A. PARZYSZ *Fonctions d'une variable* dans la collection TD chez Dunod. Le calcul ci-dessus a d'ailleurs été fait par Bernard PARZYSZ, que nous remercions.

Le point de vue du probabiliste-statisticien

Le statisticien, lui, sait que la loi binomiale B(n ; 1/2) de X (nombre de 'PILE') est approchée, dès que n est suffisamment grand, par une loi normale N(n/2 ; √n/2).

La fonction de répartition de D est définie par F_D(x) = p(|X - n/2| < x) = p(n/2 - x < X < n/2 + x) pour x ≥ 0.

Soit F_D(x) = F_X(n/2 + x) - F_X(n/2 - x). En dérivant, il vient :

f_D(x) = f_X(n/2 + x) - f_X(n/2 - x), où f_X est la densité de X, dont on disait qu'on l'avait assimilée à une loi normale.

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{n\pi}} \times e^{-\frac{2x^2}{n}}$$

On trouve donc f_D(x) =

$$\int_0^{\infty} x \cdot f_D(x) \cdot dx = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}} \times \left[-e^{-\frac{2x^2}{n}} \right]_0^{\infty}$$

D'où E(D) =

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}}$$

Ce qui, in fine, redonne bien E(D) = $\sqrt{\frac{n}{2\pi}}$. Merci à Daniel Vagost et Franck Gaüzère, du département S.T.I.D. de l'I.U.T. de Metz, d'avoir ment à bien ce calcul.

MATH & MEDIA :

Et si on votait en tirant au hasard, à ‘pile ou face’ ?

Notre attention a été attirée par un article de Libération du 10 décembre 200, relatif aux élections américaines, et en particulier à celles de l'état de Floride. On y faisait référence à une étude de Bernard PARIZOT, astrophysicien au CNRS et amateur de statistiques, où celui affirmait (au moment où l'écart entre Bush et Gore n'était que de 537 voix pour environ 6 millions de votants) une certain nombre de propositions a priori étonnantes., dont celle ci : « *Un simple tirage à pile ou face entre les deux candidats aurait sans doute donné un écart beaucoup plus important* ».

Nous avons voulu en savoir un peu plus, et avons consulté le site < www.cyberhumanisme.org > où B. PARIZOT avait rédigé ses conclusions.

Nous avons pu y lire ceci :

(...) les écarts de voix entre les deux principaux candidats sont beaucoup plus faibles que si on tirait les votes à pile ou face.

(...) là où l'approche mathématique devient intéressante, c'est qu'elle permet de calculer précisément l'ordre de grandeur des fluctuations statistiques en fonction du nombre de pièces lancées [il s'agit là du tirage à pile ou face] : les fluctuations statistiques sont de type gaussien, avec une largeur relative typique en racine de $1/N$, où N est le nombre de lancers.

(...) Prenons maintenant le cas du fameux Etat de la Floride, cause de tous les problèmes. Il y a paraît-il 6 millions d'électeurs. Par le simple fait du hasard, c'est-à-dire dans le cas où aucune opinion ne guiderait les votes, on devrait donc obtenir un écart de voix de l'ordre de racine carrée de 6 millions, c'est-à-dire environ 2500 voix

Cette dernière phrase pourrait être interprétée comme « L'espérance de l'écart est de l'ordre de 2 500 voix ». Même ainsi, elle est ambiguë : est-ce l'écart entre le nombre de voix observées et 3 000 000, ou l'écart entre le nombre de voix de chacun des deux candidats ? Par la suite, nous privilégions la première interprétation, sans être sûrs que ce soit la bonne...

Posons le problème de façon plus claire : on joue n fois à ‘pile ou face’ (avec une pièce équilibrée). L'espérance du nombre de ‘PILE’ est $n/2$. Appelons D la variable aléatoire correspondant à l'écart (en valeur absolue) entre le nombre de ‘PILE’ observé et $n/2$. **Il s'agit de calculer l'espérance $E(D)$.** Remarquons tout de suite que si on cherchait à déterminer l'espérance de l'écart entre le nombre de ‘PILE’ et de ‘Face’, on trouverait $2^*E(D)$.

Le point du vue de l'analyste combinatoire

On fera l'hypothèse que n est pair, pour que $n/2$ soit entier. Le nombre de ‘PILE’, X , suit une loi binomiale $B(n ; 1/2)$. Posons $D = |X - n/2|$. Pour tout k (entier) compris entre 0 et $n/2$ on a :

$$p(D = k) = p(X = n/2 - k) + p(X = n/2 + k) = \frac{C_n^{n/2+k}}{2^n - 1}$$

ANNEXE

Un exemple de contrôle sur les médianes, boîtes à moustaches, etc.

Exercice 1

Voici une série de 160 valeurs. Ces valeurs sont triées :

26	27	28	28	28	28	29	29	30	30	31	32	32	32	32	33	33	33	34	34
34	34	34	34	34	34	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	38	38
38	38	38	38	38	38	38	38	39	39	39	39	39	39	39	39	40	40	40	40
40	40	40	40	40	40	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41	41
41	41	41	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	43	43
43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	44	44	44	44	44	44	44	45	45
45	45	45	45	45	45	46	46	46	46	47	47	48	48	49	49	50	50	50	52

1°) Calculer la médiane, les quartiles et les déciles (le 1^{er} et le 9^{ème}) de cette série, en expliquant clairement comment vous procédez.

2°) Dessiner les 2 boîtes à moustache (l'une non élaguée, l'autre élaguée aux déciles) correspondant à cette série de valeurs.

Exercice 2

Une association de consommateurs relève les poids des baguettes dans trois boulangeries. En principe, les baguettes devraient peser 250 grammes.

Relevé de la boulangerie A :

Relevé portant sur 1248 baguettes. Poids minimum : 215 g. Poids maximum : 285 g. Poids médian : 250 g. Quartiles : 235 g et 265 g.

Relevé de la boulangerie B :

Relevé portant sur 908 baguettes. Poids minimum : 215 grammes. Poids maximum : 285 g. Poids médian : 255 g. Quartiles : respectivement 250 et 260 g.

Relevé de la boulangerie C :

Relevé portant sur 1035 baguettes. Poids minimum : 230 grammes. Poids maximum : 270 g. Poids médian : 250 g. Quartiles : respectivement 245 et 257 g.

1°) Réaliser les trois boîtes à moustache (non élaguées) sur le même graphique, l'une au-dessus de l'autre.

2°) Commenter les affirmations suivantes :

a) Comme le poids “ normal ” est 250 g, seul le boulanger B est dans la norme, c'est à dire qu'il est en règle vis à vis de la répression des fraudes.

- b) Si vous achetez votre baguette chez le boulanger A, il y a une chance sur deux qu'elle ne fasse pas les 250 g attendus.
- c) Si vous achetez votre baguette chez le boulanger C, il y a une chance sur deux qu'elle ne fasse pas les 250 g attendus.
- d) Celui qui a le moins de variation dans ses poids est le boulanger C.
- e) A la boulangerie B, les trois quarts des baguettes font au moins le poids réglementaire.
- f) Il vaut mieux acheter son pain chez les boulangers A ou B, car le poids maximum relevé est 285 g (contre 270 g chez C).
- g) Chez le boulanger C, les baguettes pèsent en moyenne 256 grammes.

QUELQUES COMMENTAIRES

On pourra discuter sur l'opportunité d'un contrôle entièrement consacré aux médianes, quartiles, boîtes à moustaches... Mais j'ai été pris par le temps : il me fallait rendre mes notes du trimestre pour le 28/02, et j'ai annoncé aux élèves le 27 qu'ils auraient un contrôle le lendemain.

En ce qui concerne les **boîtes à moustaches**, elles sont bien réussies par 14 élèves sur 20. Deux élèves ont dessiné des boîtes en quatre parties de longueurs égales (puisque'il y a quatre fois 25%) : leurs boîtes sont toujours superposables, quelle que soit la série donnée. Pour les autres, l'erreur la plus fréquente consiste en une échelle assez "élastique" des valeurs de la variable.

En ce qui concerne le **premier exercice**, 15 élèves sur les 20 ont calculé de la façon suivante : il y a 160 valeurs, la moitié cela fait 80, le quart cela fait 40 ; la médiane est donc la 80^{ème} valeur, le premier quartile la 40^{ème} valeur, etc. Alors qu'il aurait fallu prendre "entre" la 80^{ème} et la 81^{ème}, entre la 40^{ème} et la 41^{ème}, etc. Il est vrai que cela n'avait aucune incidence sur le résultat, puisque ces valeurs étaient ex æquo. Le premier exercice que l'on avait fait en classe (puis en TD info) portait pourtant sur une série de 100 valeurs, où j'avais vu les élèves faire les choses correctement.

En ce qui concerne le **second exercice**, j'ai été surpris par la longueur des justifications et explications apportées, parfois jusqu'à 5 ou 6 lignes à chaque item. Mais ces explications sont souvent confuses, et sans aucun rapport avec ce qui est demandé

Question a : Une seule élève a répondu correctement : aucun boulanger n'est en règle, puisque tous vendent des baguettes de moins de 250 g. Beaucoup disent que "tout va bien", puisqu'il y a plutôt plus de baguettes au-dessus du poids

réglementaire...

Question b et c : Il n'y avait aucune ambiguïté, la moitié des baguettes étant au-dessus de 250 g et l'autre moitié au-dessous. Beaucoup de réponses font intervenir, dans une savante alchimie, les quartiles, les extrêmes, le nombre de baguettes testées ; en somme, "l'âge du capitaine (cf. Stella Baruk). Six élèves sur les 20 ont trouvé qu'une des deux affirmations était vraie et l'autre fausse.

Question d : Selon que l'on s'intéressait à l'étendue ou à l'intervalle inter-quartile, la réponse différait. J'ai bien sûr considéré comme correcte toute réponse clairement argumentée.

Question e : Il n'y a aucune ambiguïté possible ici (c'est la définition même du quartile), et je m'attendais à beaucoup de réponses exactes. Je n'en ai eu que 7 (je ne compte pas comme bonnes les réponses du type "C'est vrai, car l'intervalle inter-quartile est de 10 grammes" ou autres).

Question f : Je m'attendais à une variété de réponses plus ou moins floues ou ambiguës, je n'ai pas été déçu. Certaines ont même fait intervenir le prix de vente dans leur argumentation...

Question g : Je considère seulement 5 réponses comme correctes. La majorité a répondu "Non, c'est 250 g" (erreur attendue). Je cite une des réponses : "C'est faux : les baguettes ne sont pas proportionnelles les unes aux autres à chaque fois, à cause des quartiles".

Les notes de mes 20 élèves s'échelonnent de 1 à 18, avec une médiane de 9,75 (entre 9,5 et 10 !), et 1/3 de la classe entre 13,5 et 16.

Celui qui a 1 n'a écrit que ces trois lignes sur sa copie :

La médiane = 40

Les quartiles = 25%

Les déciles = 10%.

Problème du trimestre n°65

Combien existe-t-il de nombres entiers dont l'écriture décimale satisfait aux deux conditions suivantes : elle ne contient pas de zéro et la somme des chiffres vaut 54 ?

**Envoyez toutes vos solutions, ainsi que toute proposition de problème, à
PoI LE GALL, 2 place du Chaussy, 57530 COURCELLES**