LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°83 SEPTEMBRE 2005

Note de la rédaction :
Pour raison de problèmes techniques, les fichiers concernant ce numéro n'ont pu être récupérés. Cet exemplaire est don une « reconstitution » réalisée à partir de la version papier.
Mais le « contenu » est le même.
Merci de votre compréhension.

L'image de couverture est reproduite en haut de la page 17

A.P.M.E.P. – Régionale Lorraine

CONCOURS MATHÉMATIQUE 2006

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP), régionale de Lorraine, propose, pour l'année scolaire 2004/2005, un concours intitulé “ Concours mathématique 2006 ”.
Ce concours, doté de prix pour un montant total d'environ 400 €, est ouvert à tous les établissements scolaires de l'académie de Nancy-Metz. Le thème choisi cette année est :

MATHÉMATIQUES ET ARTS

Pour y participer, il faudra fournir une contribution sur ce thème. Aucune piste n'est interdite quant au fond, mais le jury privilégiera les contributions collectives qui auront été prétexte à une réelle activité mathématique. La forme pourra prendre divers aspects : plaquette, exposition, production artistique, création de pages Internet…
Le cadre de cette réalisation pourra être : travail en classe, travaux croisés ou itinéraires de découverte, travaux personnels encadrés, activité d'un club mathématique, etc.

Les productions devront être adressées **au plus tard le 15 mai 2006** à l'adresse suivante :

Concours A.P.M.E.P.
C/o Pierre-Alain MULLER
10 rue des Roses
57200 – SARREGUEMINES

ou bien être déposées au secrétariat de l'IREM (éviter l'envoi postal à cet Institut).

Les professeurs qui souhaitent participer à ce concours sont priés de se faire connaître le plus tôt possible par courrier, téléphone ou mail auprès du président de l'APMEP-Lorraine : Pierre-Alain MULLER,

Tél : 03.87.28.75.51, pierre-alain.muller@wanadoo.fr

édito

Eh bien voilà… C'est déjà la fin des vacances… Le réveil a repris du service, les élèves nous sont revenus reposés, bronzés, motivés et c'est le cœur léger que j'ai repris le chemin de l'école…

C'est ma quatrième année au collège Vauban à Longwy, petite ville du Pays Haut. Où ça dites-vous? Oui, oui, c'est bien encore dans l'académie… Je plaisante… Mais il est vrai que je n'ai pas toujours été d'humeur aussi joyeuse quand il s'agissait de parler de mon affectation… Me retrouver aussi loin de Nancy, LA VILLE !, m'a quelque peu déprimé au début. Oui, oui, il faut l'admettre !

Ce qui a largement contribué à mon épanouissement dans ma pratique, c'est mon intégration au sein d'un groupe IREM dès ma sortie de l'IUFM et mon adhésion à l'APMEP de Lorraine. Cela m'a permis d'établir très rapidement des contacts avec des collègues plus expérimentés ou dans la même situation que moi.
Les échanges, mais aussi les débats qu'ils ont suscités, ont toujours été très enrichissants et constructifs. Cela permet de prendre du recul et, contrairement à ce que l'on peut penser, le regard d'autres personnes sur son propre travail permet vraiment d'évoluer dans le bon sens.

Je m'adresse tout particulièrement à mes « jeunes » collègues stagiaires. Quelle que soit votre affectation l'an prochain, n'hésitez pas à adhérer à la régionale de votre académie et à participer à la journée régionale. Cela vous permettra d'établir un premier contact avec d'autres collègues. L'APMEP permet de nombreux échanges grâce aux différentes revues que vous recevrez dans votre boite aux lettres ou encore à la magie d'internet… Pas besoin de vous déplacer, c'est livré à domicile !

Et n'oubliez pas que l'ascension au sein de votre régionale peut être très rapide. Il va falloir assurer la relève… N'en déplaise aux plus anciens !

Céline COURSIMAULT

BREVET 2005

Tout d'abord, merci à la dizaine de collègues qui nous ont fait parvenir leurs impressions sur ce sujet du brevet des collèges 2005. La synthèse des réactions à ce sujet aura été difficile, car si l'ensemble des participants reconnaît volontiers que cette épreuve a été dans l'ensemble plus facile que les précédentes, certains s'en félicitent tandis que d'autres le déplorent. En tout cas, il semble que la consigne de faire des sujets courts pour que tous les élèves puissent réussir à tout traiter ait été appliquée sur cette épreuve. Il semblerait d'ailleurs que les résultats ont été meilleurs que les autres années...

Dans le détail, nous avons surtout relevé…

Dans la partie numérique :

L'exercice 1 fait l'unanimité contre lui, non qu'il soit inintéressant, mais par sa forme bien alambiquée... A aucun moment il est demandé de faire les calculs et l'utilisation de l'expression « les réponses semblent-elles satisfaisantes ? » permettait toutes les interprétations. Que dire à l'élève que la réponse 21/64 lui semble satisfaisante car il s'agit bien d'une fraction irréductible comme demandé dans la question ? De plus, cet élève a justifié son affirmation...

Les questions sur la nature des solutions de l'équation-produit de l'exercice 2a eu un écho plutôt positif dans les réactions reçues, pour l'intention qu'elle exprime. Malheureusement, dans les faits, les réponses des élèves ont semblé un peu aléatoires. Il aurait été sans doute judicieux de demander de citer la solution entière et la solution décimale s'il y en avait une.

L'ensemble de cette partie a, malgré tout, paru simple, court et bien équilibré.

Dans la partie géométrique :

Dans son ensemble, cette partie est bien moins équilibrée que la précédente. On notera en particulier l'absence de toute question portant sur les transformations.

L'exercice 1 est une bonne idée. On regrettera que la figure n°3 fourvoie les élèves vers la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle inapplicable ici. Une figure fausse aurait peut-être permis une meilleure réussite.

L'exercice 3a connu une hécatombe prévisible à la question du volume total du réservoir en valeur exacte (une infime partie des élèves a pensé à conserver π). De plus, la suite de la question n'est pas très claire et à ajouter à la confusion des élèves.

Le problème :

Le problème a été jugé court et simple, sans autre commentaire particulier.

Le barème :

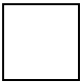
Ce dernier a fait l'unanimité contre lui ! Cela a été, d'autant plus flagrant dans le problème où la notation est souvent plus que généreuse... Plus que la simplicité du sujet, ce sont les déséquilibres du barème qui attisent les déceptions. A contrario, il est également difficile de passer sous silence l'oubli de point pour la réalisation de la figure à l'exercice 2 de la partie géométrique ! De l'avis de tous les participants à cette analyse, c'est le gros « couac » de l'épreuve 2005.

Tout mathématicien digne de ce nom a déjà connu, parfois seulement à de rares intervalles, cet état d'exaltation lucide où les pensées s'enchaînent comme par miracle... A la différence du plaisir sexuel, celui-ci peut durer plusieurs heures, voire plusieurs jours. Qui l'a connu en désire le renouvellement, mais est impuissant à le provoquer.

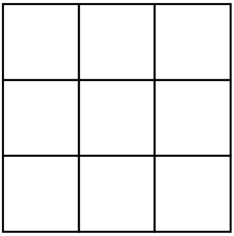
André Weil, mathématicien

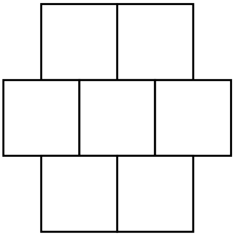
Carrelages et quadrilatères

François DROUIN
Collège Les Avrils
55300 SAINT-MIHIEL



Ce carré pave le plan. Il peut être complétement entouré par des carrés identiques à lui même.

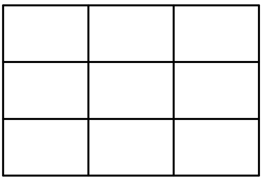


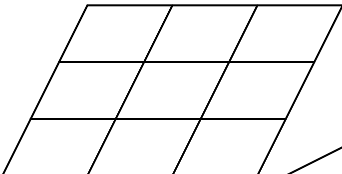


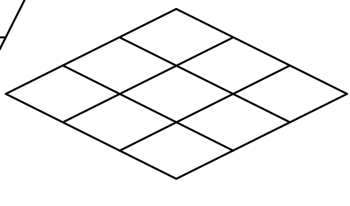
Divers entourages sont possibles, mais nous privilégierons ceux pour lesquels les motifs de base sont accolés par des côtés entiers.
Le pavage du plan par des carrés fait partie de l'univers familier des élèves : dans sa salle de classe, il peut poser les pieds sur des dalles de sol carrées ou lever les yeux sur des dalles de sol carrées. Même allergique à son environnement scolaire, il rencontrera de tels pavages sur le sol, et parfois les murs de son environnement familial.

En classe est proposée l'étude suivante :

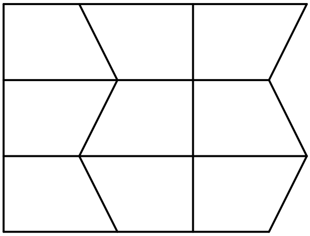
Vous êtes carreleur. Je m'adresse à vous pour carreler ma salle de bain avec d'autres quadrilatères que des carrés. Que pouvez-vous me proposer ?

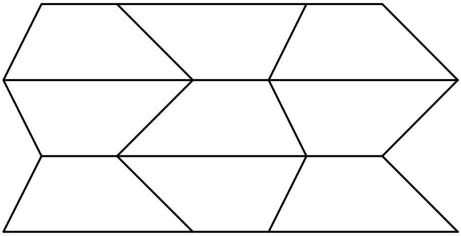






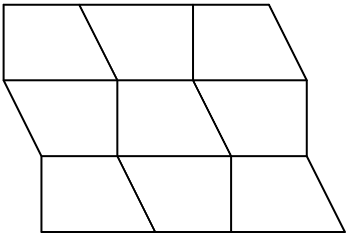
L’assemblage des rectangles, des parallèlogrammes et des losanges se fait facilement. Comme les carrés, ils sont posés l’un à côté de l’autre. Les translations apparaîssent.

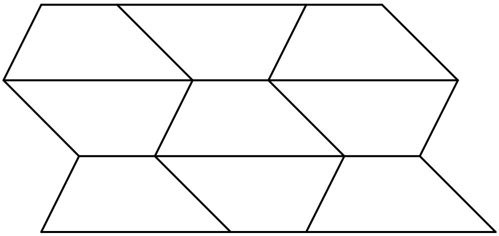




Avec les trapèzes, d’autres types d’assemblages sont mis en œuvre : des symétries orthogonales permettant de passer d’une “ ligne ” à l’autre sont facilement mises en évidence. Ce type d’assemblage ne peut-être proposé car les carrelages posés ne sont pas retournables : la face qui est collée n’a pas le même aspect que la face qui restera visible.

Les symétries orthogonales étant éliminées, restent des assemblages semblables à ceux ci-dessous.





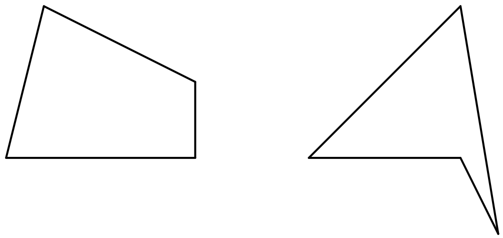
L’abandon des translations pour ce type d’assemblages se fait aisément. Mais trouver quelque chose n’utilisant pas les symétries orthogonales est moins aisé.

<u>En classe de cinquième :</u>
Une nouvelle transformation apparaît : la symétrie centrale.

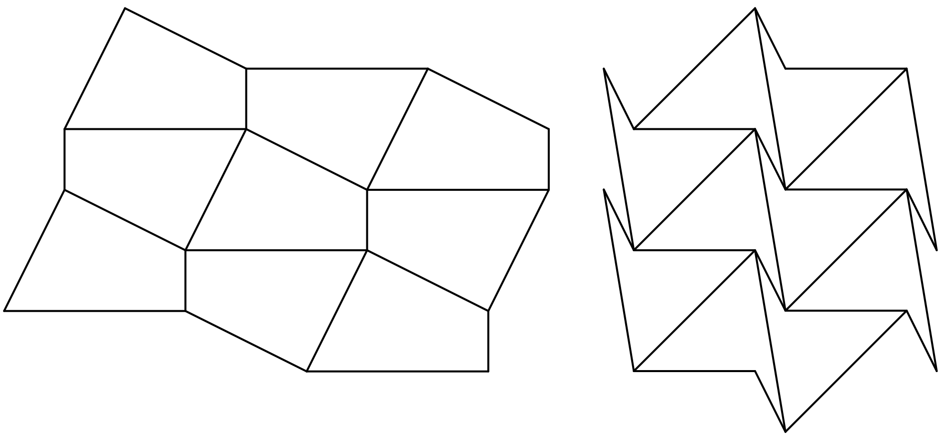
<u>En classe de quatrième :</u>
Il y a ici une occasion de réactiver les symétries vues en sixième et cinquième. Les élèves de quatrième ne réussissent pas toujours à les différencier. De plus les translations (nouvelle transformation rencontrée cette année) se rencontrent à plusieurs endroits dans cette activité, en particulier “ en diagonale ” ou en considérant “ une pièce sur deux ”.

En cinquième et en quatrième, il est intéressant de montrer que les assemblages de carrés, de rectangles, de parallélogrammes ou de losanges pouvaient être également faits en ne mettant en jeu que des symétries centrales.

Il reste à étudier le cas de quadrilatères qui ne sont ni des parallélogrammes, ni des trapèzes.



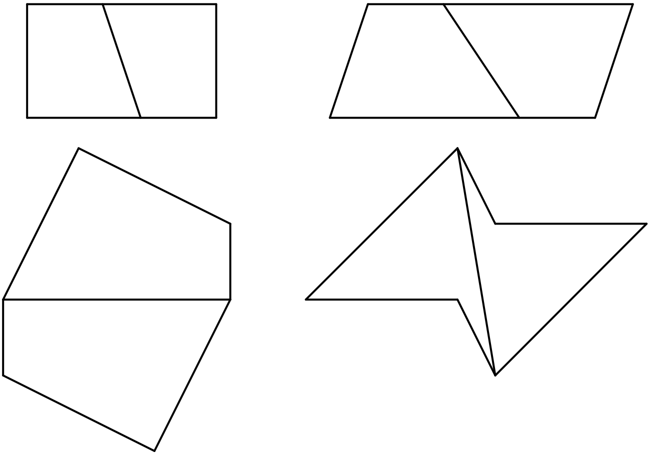
Les symétries centrales sont utilisées mais l'image mentale du demi-tour autour autour du centre de symétrie n'est pas encore bien claire dans de nombreux esprits



QUELQUES REMARQUES :

Faire manipuler des carrés, des rectangles, des parallèlogrammes, des losanges, des trapèzes, des quadrilatères " quelconques " découpés dans du carton facilite la recherche des assemblages (en particulier pour les quadrilatères concaves que les élèves pensent ne pas pouvoir utiliser.
Il est intéressant de faire continuer le recouvrement puis de le faire colorier (l'utilisation du compas pour le tracé des symétriques est rapidement une cause

d'imprécision des tracés, mais l'utilisation de quadrilatères dont les sommêts sont des noeuds de quadrillage permet de contourner cette difficulté). Sans consigne particulière, les élèves utilisent deux couleurs selon " l'orientation " des quadrilatères formant l'assemblage. Apparaissent alors les quadrilatères images l'un de l'autre par une translation. Par ailleurs, les élèves remarquent très vite que pour poursuivre le recouvrement, ici aussi des translations apparaissent, en particulier dans la répétition de groupements de deux quadrilatères.



Bien que hors programme en quatrième, les élèves constatent sur des exemples que la composée de deux symétries centrales est une translation.
Bien que ne figurant à aucun moment dans les programmes de collège (et de lycée…), les élèves utilisent le fait que les hexagones admettant un centre de symétrie pavent le plan.

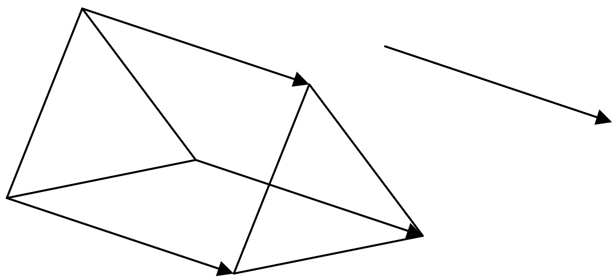
Dans le cheminement proposé, l'obstacle à franchir est l'analyse de ce qui se passe lors de l'utilisation des trapèzes. Ceux-ci ne figurent à aucun moment dans les programmes du collège, sans doute parce qu'ils ne peuvent être reliés directement à une transformation du plan (pour nos élèves, des quadrilatères ayant deux côtés parallèles sont-ils des quadrilatères quelconques ?). Et pourquoi les quadrilatères n'admettant qu'un axe de symétrie devraient-ils eux aussi passer à la trappe ?

Le fait que tout quadrilatère puisse paver le plan semble étonner certains collègues : ce résultat ne s'enseigne pas dans les études du futur enseignant. La rencontre précoce avec ces pavages apportera quelques gouttes d'eau au moulin de ceux qui tiennent à l'aspect " culturel " des mathématiques.

En classe de cinquième, certains manuels abordent le pavage du plan par des quadrilatères. Mais l'emploi de la symétrie centrale est donné sans explication, et surtout sans que l'élève ne prenne conscience de la nécessité de cet emploi.

Ce type de travail prend du temps et peut paraître en contradiction avec les horaires hebdomadaires de mathématique en cinquième et quatrième. Mais cet horaire réduit permet-il l'appropriation des concepts mathématiques par les élèves ?

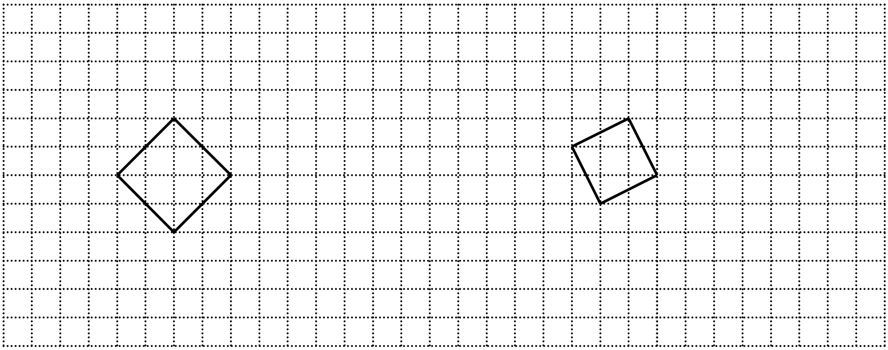
Concernant les translations, il reste à faire émerger les propriétés mises en œuvre. Le papier non quadrillé peut venir à notre secours.

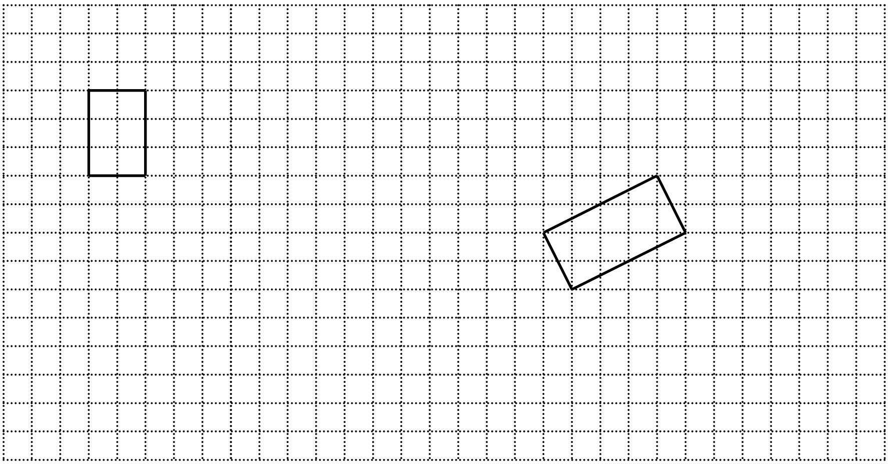


Le déplacement du triangle est vivualisé par une flêche (le moteur "vecteur" ne sera donné que plus tard). Pour trouver l'image du triangle après ce déplacemment, les élèves n'ont aucune difficulté à préciser qu'il faut tracer des parallèles à la fléche passant par les trois sommêts du triangle et que sur ces paralèles, il faut repporter des longueurs égales à la longueur de la flèche. Les paralléllogrammes reliés à la translation sont mis en évidence.

On pourrait proposer aux élèves les documents de travail des pages suivantes.

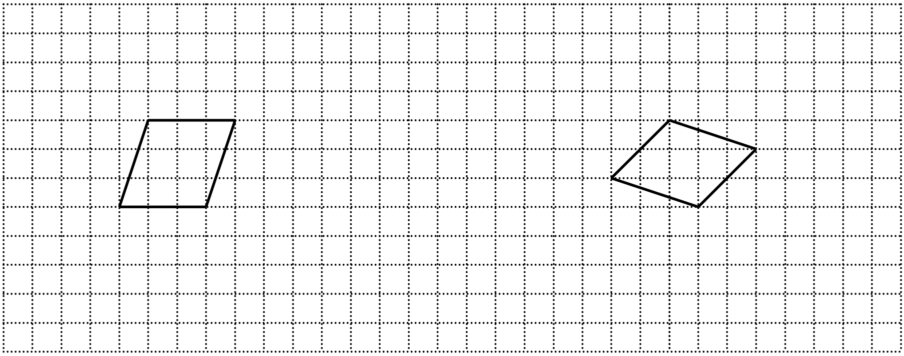
Vous êtres le carreleur. Je m'adresse à vous pour carreler ma salle de bains. Que pouvez-vous me proposer ?

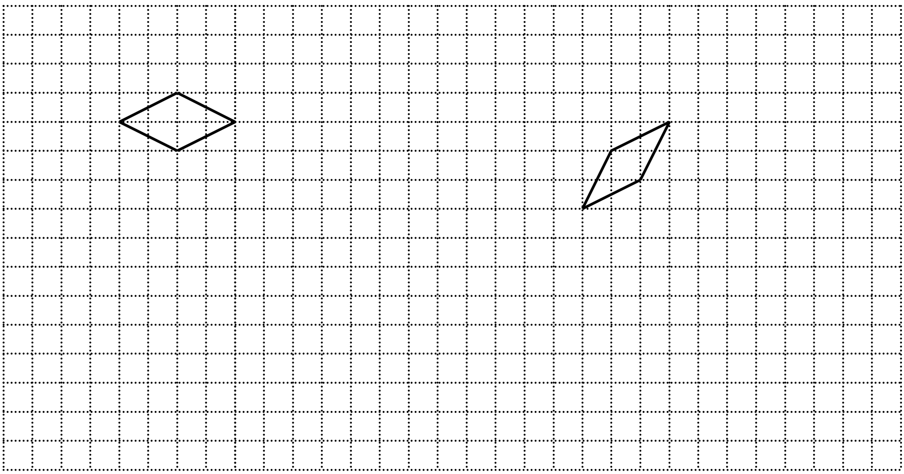


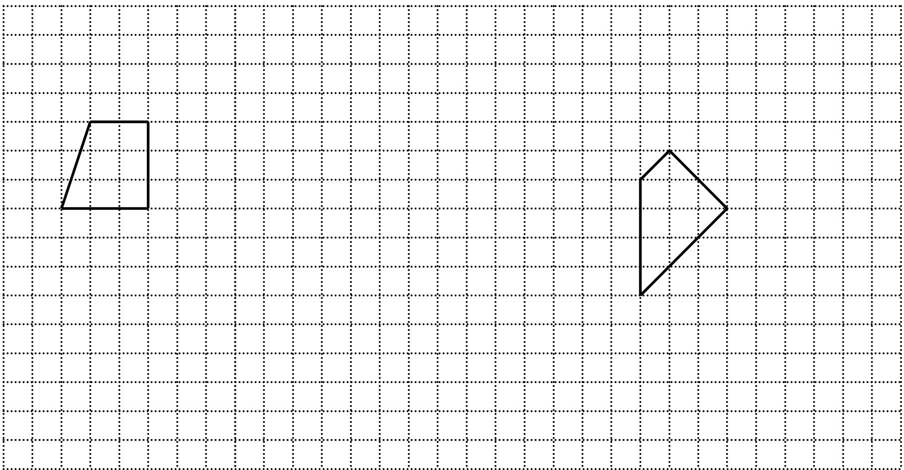


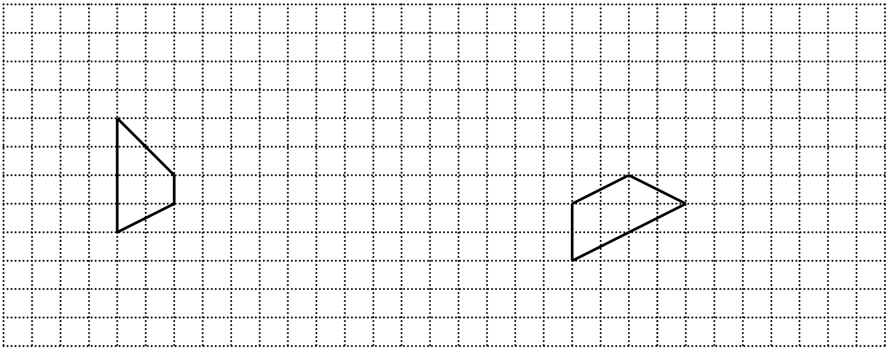
Les deux carrés et les deux rectangles peuvent-ils être utilisée ?

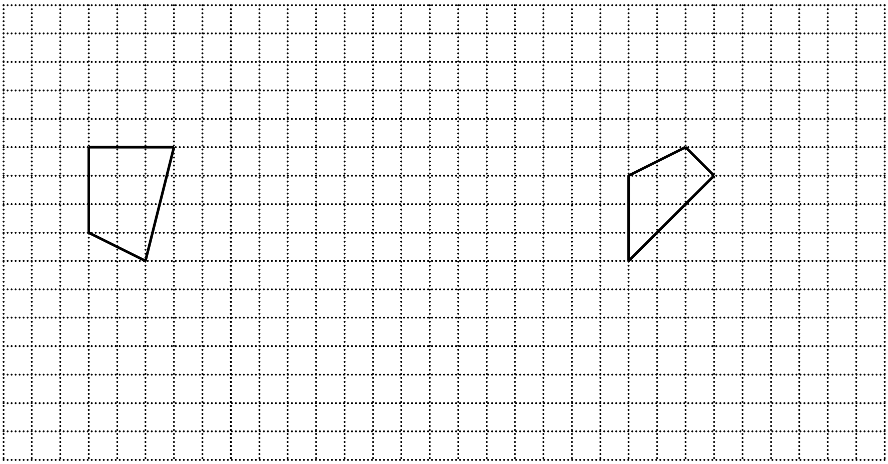
Pour la page 12 : les deux parallélogrammes, les deux losanges, et les deux trapèzes peuvent-ils être utilisés ?











Ci-dessus : les deux trapèzes, et les autres quadrilatères peuvent-ils être utilisés ?

Math et Media

Médian ou moyen ?

Le jour de la pré-rentrée, le 1er septembre dernier, notre Premier ministre Villepin avait invité les journalistes pour leur présenter ses projets. Voici un extrait de cette conférence de presse, relatif aux modifications de l'impôt sur le revenu : " ***L'allégement significatif de l'impôt pesant sur les classes moyennes est donc pour moi la priorité***. […] ***Le gouvernement souhaite favoriser les revenus moyens***. […] " et, plus loin : " ***Pour un célibataire gagnant 30 000 € par an, le gain sera de l'ordre de 15 %*** ".
Parmi les réactions à ce discours, j'ai noté celle d'Eric Besson (socialiste) : ***" [La droite] pense à ceux qui gagnent 2 000 à 3 000 euros par mois, alors que le revenu médian est en France de 1 300 euros*** ".

Outre le fait que rien dans la conférence de presse ne permet de savoir s'il s'agit des revenus des ménages ou ceux des individus (on sait qu'en ce qui concerne les impôts, le fisc ne travaille que sur les ménages, appelés ainsi même s'il s'agit d'une seule personne), et personnellement je pense que c'est volontaire, il est très intéressant de noter la différence entre **moyenne** et **médiane** (et sa judicieuse utilisation politique !). C'est un sujet qui me tient à cœur, et sur lequel je faisais beaucoup travailler mes élèves. En effet (trop habitués qu'ils sont à travailler sur des séries quasiment normales, comme les moyennes de classe, les poids et les tailles…) beaucoup d'entre eux pensent que, grosso modo, la moitié des gens sont au-dessus de la moyenne et la moitié au-dessous. Un bon exercice, que je vous recommande : travailler sur les populations des communes de votre département (fichiers disponibles sur le site de l'INSEE ou …sur le calendrier de la Poste, mais alors il faut tout recopier sur le tableur !). Vous constaterez l'énorme différence entre population médiane et population médiane des communes (à titre d'exemple, pour la M&M, recensement de 1999, la moyenne est de 1201 habitants, et la médiane seulement de 264 (la moitié des 594 communes ont moins de 264 habitants !).

Par ailleurs, mon journal quotidien (Libération du 02/09/05 pour ne pas le citer), commentant cette annonce de Villepin, expliquait : " ***[…] un célibataire qui gagne 30 000 € par mois verra sa feuille d'impôt diminuer de 15 %. Si l'on y ajoute les 10 % de réduction déjà acquis depuis 2002, la promesse de Jacques Chirac (une baisse d'un tiers) sera presque respectée*** ".
Un simple calcul mental (0,85 x 0,90 = 0,765) me permet de dire que la baisse ne sera que de 23,5 %. Soit un " petit " tiers… mais tout dépend du sens que l'on donne à " presque "… Décidément, les journalistes ont encore du mal avec les pourcentages (mais ont-ils tous bien lu la brochure APMEP n° 174 " **Dé-chiffrer par les maths** " ?).

J.V.

Le chômage toujours orienté à la hausse

Le Premier ministre constate néanmoins une “ décélération de l’augmentation ”.

Dans l’Est Républicain du samedi 30 avril, on pouvait lire sous le titre ci-dessus un article sur les “ chiffres ” du chômage, dont nous extrayons ces quelques lignes :

> A un mois du référendum sur la Constitution européenne, le gouvernement a annoncé hier une hausse de 0,3 % du chômage en mars, qui frappe désormais 10,2 % de la population active (…).
> La hausse du nombre des demandeurs d'emploi ayant été de 0,7 % en janvier et de 0,5 % en février, Jean-Pierre Raffarin a noté que les 0,3 % de mars représentent une “ *décélération de l'augmentation du chômage* ” depuis le début de l'année. Il a parallèlement regretté que le nombre d'offres d'emplois non satisfaites continue de progresser. “ *Quand je vois cette décélération avec un taux qui se divise par deux tous les mois, je me dis que nous pouvons être sur la bonne voie* ”, a déclaré le Premier ministre. (…) A la fin du mois de mars, la France comptait 2 487 800 demandeurs d'emploi, soit un taux de 10,2 %, contre 10,1 % en février.

Un premier petit exercice soumis à votre sagacité (et à celle de vos élèves) : les données ci-dessus permettent-elles de retrouver le taux de chômage de janvier ?

La dernière citation de Raffarin est plus problématique : à quoi correspond ce “ taux de décélération ” dont il parle ? Et où voit-il une division par deux dans la suite 0,7 %, 0,5 %, 0,3 % ? (confondrait-il division et soustraction ?) ; cela nous annonce-t-il 0,1 % en avril, -0,1 % en mai et –0,3 % en juin ? cela signifierait-il que le chômage aura remonté en mai (avec un taux de décélération négatif…) … voilà bien des questions pour nos élèves.

En si, comme le voit Raffarin, le taux de croissance mensuel était réellement divisé par deux chaque mois (0,5 %, 0,25 %, 0,125 %…), cela n’empêcherait aucunement le nombre de chômeurs de croître (confusion entre la dérivée, et la dérivée seconde…). Est-ce à dire que nos gouvernants “ visent ” une “ limite asymptotique ” ? Quant à François Drouin, qui avait “ repéré ” cet article dans le journal, il aimerait bien, lui, que ce taux de chômage diminue : en tant que citoyen et père de famille, il aimerait même qu’il tende vers zéro.

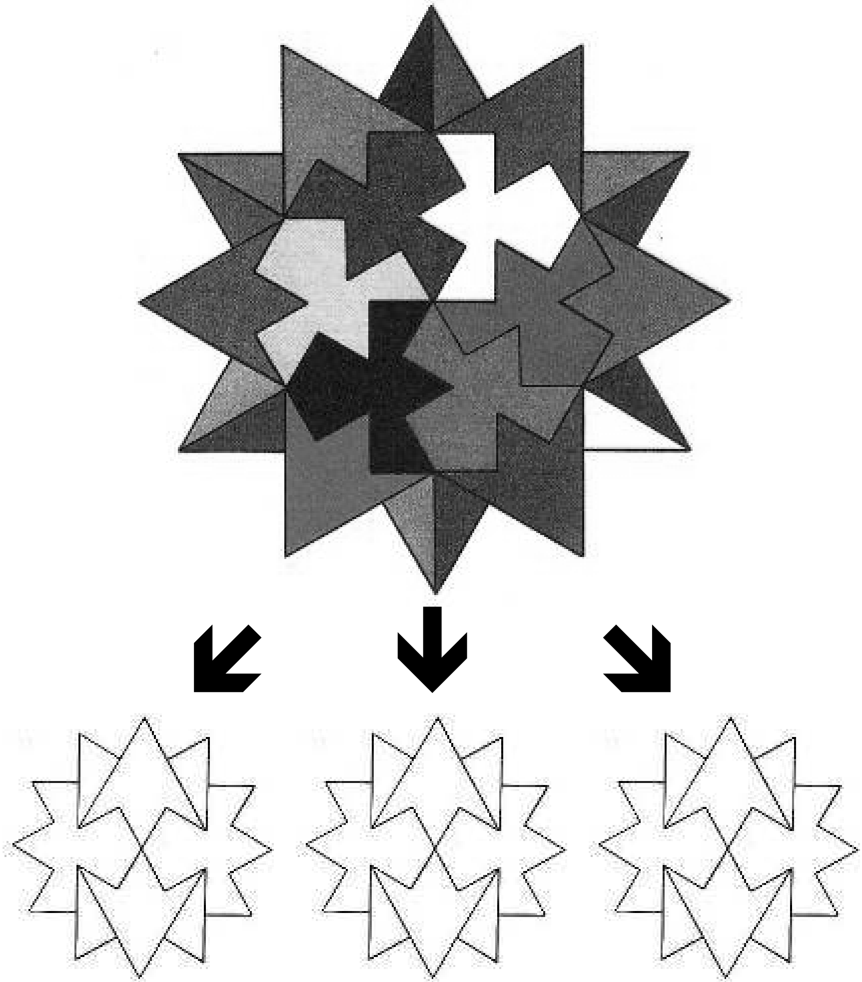
Math et MEDEF…

Florence PARISOT, la nouvelle responsable du MEDEF, utilise à longueur d'interview et de discours la même expression mathématique ; en voici un exemple (extrait de son discourt d'intronisation "*Vive l'entreprise au coeur de la société française*"): « **Nous allons tous nous mettre au travail au service dl un intérêt économique et social commun, au service d'une démocratie renforcée.[... 1 Démocratisons notre démocratie. C'est à cette condition que nous pourrons déterminer le plus grand dénominateur commun des points de vue des uns et des autres** ».

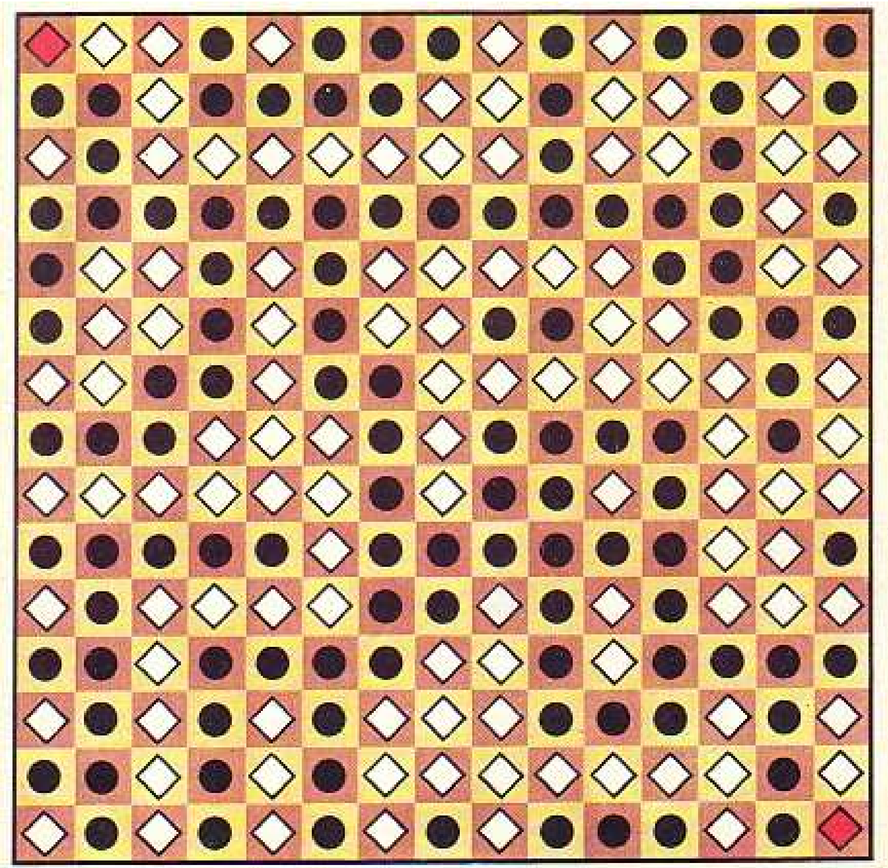
A vos calculatrices. ..

Solution du puzzle n°82

En couverture du numéro de juin, nous vous proposions de reconstituer, à partir des 24 morceaux d'une étoile à 12 branches, trois petites étoiles à 12 branches identiques. Voici comment il fallait procéder :



Notre couverture



Traversez cet échiquier du coin en haut à gauche au coin en bas à droite de sorte que sur le chemin suivi alternent les ronds noirs et les carrés blancs (le chemin ne doit contenir que des segments horizontaux et verticaux).

[Problème proposé par L. Motchalov dans la revue de vulgarisation scientifique russe ‘***квант***’ (Quant) de septembre 1990].

CONCOURS 2005

Rappel : le thème choisi pour le concours 2005 était « **Les unités de mesures** ».
Le jury, réuni lors du comité du mois de juin, a décidé de récompenser 4 établissements:

1er prix ex-aequo :

- Collège de Farébersviller, classe de 6e 1, pour un travail très intéressant sur les anciennes unités de longueurs (pouce, paume, pied, etc.) à partir de la taille réelle des différentes parties du corps des élèves de la classe.
- Collège de Liffol, pour une brochure très documentée sur la mesure du temps.

3e prix ex-aequo :

- Collège Haut de Penoy, classe de 4e aide et soutien, pour la réalisation d'un cédérom présentant de nombreux exercices et questions, sous la forme de QCN autour de la notion de mesure ; ce cédérom est visible sur le site du collège.
- Collège de Phalsbourg, classe de 5e, pour la réalisation d'un jeu de société, où les différentes questions portaient sur le thème de la mesure.

En adressant toutes nos félicitations aux heureux lauréats de cette cuvée 2005 de notre concours, nous vous invitons à participer à l'édition 2006 dont vous trouverez les modalités dans ce Petit Vert (page 2).

Photo : remise des prix au Haut de Penoy

L'histoire de 2 + 2 = 5

Par **Houston Euler** (traduite et adaptée par Denis Feldmann, http://perso.wanadoo.fr/denis.feldmann/humour.htm)

"Par dessus tout, c'était un logicien. Au moins trente-cinq années de son demi-siècle d'existence avaient été exclusivement dévouées à démontrer que deux et deux font toujours quatre, sauf dans certaines situations exceptionnelles, où ils font trois ou cinq suivant le cas".
Jacques Futrelle, "Le problème de la cellule 13"

La plupart des mathématiciens sont habitués — ou du moins ont vu dans la littérature des références — à l'équation 2 + 2 = 4. Cependant, l'équation 2 + 2 = 5, moins connue, a elle aussi une riche et complexe histoire derrière elle. Comme toute autre quantité complexe, cette histoire a une partie réelle et une partie imaginaire ; c'est de cette dernière que nous nous occuperons exclusivement ici.

De nombreuses cultures, dans les premières étapes de leur développement mathématique, découvrirent l'équation 2 + 2 = 5. Par exemple, la tribu des Bolbs, descendante des Incas d'Amérique du Sud, comptait en marquant des nœuds sur des cordes. Ils comprirent vite que lorsque une corde à deux nœuds est jointe à une autre corde à deux nœuds, il en résulte une corde à cinq nœuds.

De récentes découvertes indiquent que les Pythagoriciens avaient découvert une preuve de ce que 2 + 2 = 5, mais que cette preuve ne fut jamais mise par écrit. Contrairement à ce qu'on pourrait penser, la non-apparition de la preuve ne fut pas causée par une dissimulation analogue à celle tentée pour la découverte de l'irrationalité de racine de 2. En fait, ils ne purent tout simplement pas payer les services de scribes. Ils avaient perdu leurs subventions, à la suite des protestations d'un groupe d'activistes défenseurs des droits des bœufs, qui n'approuvaient pas la façon dont la Fraternité célébrait la découverte de théorèmes. Il en résulta que l'équation 2 + 2 = 4 fut la seule utilisée dans les Éléments d'Euclide, et l'on n'entendit plus parler de 2 + 2 = 5 durant plusieurs siècles.

Vers l'an 1200, Léonard de Pise (Fibonacci) découvrit que quelques semaines après avoir mis deux lapins mâles plus deux lapins femelles dans la même cage, il se retrouvait avec considérablement plus de quatre lapins. Craignant qu'une contradiction trop importante avec la valeur 4 donnée par Euclide soit accueillie avec hostilité, Léonard annonça prudemment que “ 2 + 2 semble plus proche de 5 que de 4 ”. Même cet exposé raisonnable de ses résultats fut sévèrement critiqué, et faillit mener Léonard à une condamnation pour hérésie, ses justifications maladroites à l'aide de l'équation 1 = 3 n'ayant pas convaincu Rome. Soit dit en passant, il persista dans son habitude de sous-estimer le nombre des lapins ; son célèbre modèle de populations fait apparaître deux nouveaux lapereaux à chaque naissance, une sous-estimation grossière s'il en fut jamais une.

Quelque quatre cents ans plus tard, la piste fut à nouveau reprise, cette fois par les mathématiciens français. Descartes annonça : “ Je pense que 2 + 2 = 5 ; par conséquent cela est ". Cependant, d'autres objectèrent que son argument n'était pas complètement rigoureux. Il semble que Fermat ait eu une preuve plus solide qui devait apparaître dans un de ses livres, mais cette preuve, et d'autres résultats, fut supprimée par l'éditeur pour que le livre puisse être imprimé avec des marges plus larges.

Entre l'absence d'une démonstration définitive de 2 + 2 = 5, et l'excitation créée par le développement du calcul infinitésimal, les mathématiciens, vers 1700, s'étaient à nouveau désintéressés de l'équation. En fait, la seule référence à 2 + 2 = 5 connue du 18ème siècle est due à l'évêque Berkeley qui, la découvrant dans un vieux manuscrit, eut ce commentaire ironique : " Bon, à présent je sais où toutes ces quantités évanescentes sont parties : à droite de l'équation ".

Mais au début du 19ème siècle, la valeur exacte de 2 + 2 recommença à prendre une grande importance. Riemann développa une arithmétique dans laquelle 2 + 2 = 5, parallèle à l'arithmétique euclidienne où 2 + 2 = 4. De plus, durant cette période, Gauss construisit une arithmétique où 2 + 2 = 3, mais, craignant de n'être pas compris par les béotiens, il ne la publia pas, et découragea Bolyai de s'engager sur une voie analogue.

Naturellement, il en résulta des décennies de grande incertitude concernant la véritable valeur de 2+2. En raison des opinions changeantes à ce sujet, la preuve de Kempe, en 1880, du théorème des quatre couleurs, fut réputée, 11 ans plus tard, être en fait une preuve du théorème des 5 couleurs. Dedekind entra dans ce débat avec un article intitulé " Was ist und was sollen 2 + 2 ? "

Frege pensa avoir réglé la question alors qu'il préparait une version abrégée de son "Begriffsschrift". Ce résumé, intitulé " Die Kleine Begriffsschrift " (le petit Schrift), contenait ce qu'il pensait être une preuve définitive de 2 + 2 = 5. Mais alors qu'il était sous presse, Frege reçu une lettre de Bertrand Russell, lui rappelant que dans " Grundbeefen der Mathematik ", Frege avait lui-même démontré que 2 + 2 = 4. Cette contradiction découragea tant Frege qu'il abandonna complètement les mathématiques pour se consacrer à l'administration universitaire.
Face à cette profonde (et troublante) question fondamentale concernant la valeur exacte de 2 + 2, les mathématiciens suivirent la voie la plus naturelle : ils choisirent prudemment d'éviter les paradoxes ainsi créés, et se cantonnèrent au champ des mathématiques "orthodoxes", où 2+2 = 4. Durant le 20ème siècle, il n'y eut pour ainsi dire aucune tentative de développement de l'équation rivale. Des rumeurs prétendaient que Bourbaki aurait prévu de consacrer un volume à 2 + 2 = 5 (dont les quarante premières pages seraient occupées par l'expression symbolique du nombre cinq), mais elles n'ont jamais été confirmées. Récemment, cependant, on a entendu parler de preuves assistées par ordinateur de ce que 2 + 2 = 5, utilisant souvent les ordinateurs de sociétés boursières. Peut-être le 21ème siècle verra-t-il une nouvelle renaissance de cette équation historique.

Du même auteur, et sur le même site Web,
la preuve ultime du grand théorème de Fermat.

Solution du problème n° 82

Rappel de l'énoncé : **Un triangle inscrit dans un cercle de rayon r = 10 a ses hauteurs proportionnelles à 2, 3 et 4. Calculer les angles et les côtés**.

Plusieurs personnes ont répondu: Fabrice LAURENT, Jacques CHONÉ, Denis PÉPIN, Christophe BRIGHI, Renaud DEHAYE et François PÉTIARD.
Seul ce dernier a trouvé la réponse à la question subsidiaire concernant l'origine du problème. Il s'agissait du sujet de bac 1896, passé par Einstein ([1]).

Ci-dessous la solution de François PÉTIARD :

Les hauteurs sont proportionnelles à 2, 3 et 4 donc les côtés correspondants sont proportionnels à 6, 4 et 3 (on raisonne sur l'aire du triangle). *Figure page suivante.*

Posons $a = BC = 6k$, $b = CA = 4k$ et $c = AB = 3k$.

On en déduit déjà immédiatement grâce à la formule d'Al-Kashi : $a^2 = b^2+c^2 - 2bc.\cos(A)$, les cosinus des trois angles du triangle: $\cos(A) = -11/24$, $\cos(B) = 29/36$, $\cos(C) = 43/48$,
donc les trois angles du triangle : A mesure environ 117,28° ([2]), B environ 36,34° et C environ 26,38° ([3]).

Enfin, les deux formules donnant l'aire S du triangle (p désignant le demi-périmètre du triangle, R désignant le rayon du cercle circonscrit) : $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)}$ et $S = \dfrac{AB\times BC\times CA}{R}$ nous donnent, puisque $R = 10$ cm et que $BC = 6k$, $CA = 4k$ et $AB = 3k$:

$$S = \sqrt{\frac{13k}{12}\times\frac{k}{2}\times\frac{5k}{2}\times\frac{7k}{2}} = \frac{3k\times 6k\times 4k}{10}$$, d'où l'on titre $k = \dfrac{5\sqrt{455}}{36}$

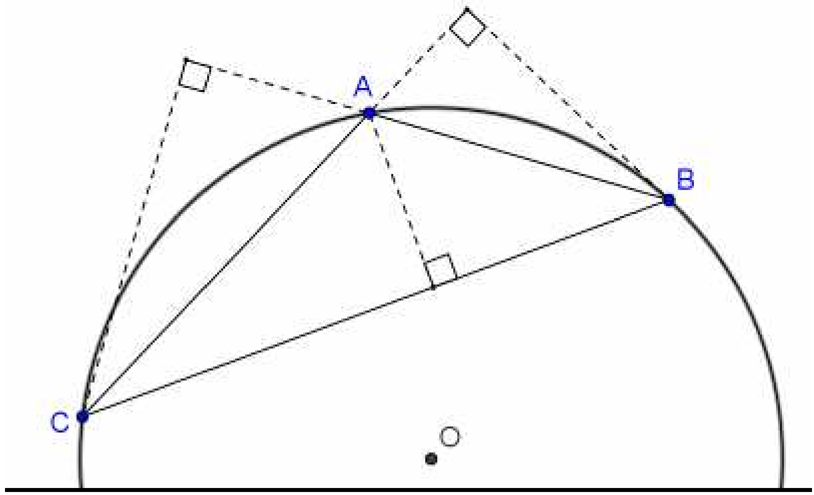
Donc $AB = \dfrac{5\sqrt{455}}{12}$ cm, $BC = \dfrac{5\sqrt{455}}{6}$ cm et $CA = \dfrac{5\sqrt{455}}{9}$ cm.

---

[1] Voir : Jean-Pierre FRIEDELMEYER, *Dossier : Histoire de l'enseignement des mathématiques (III) La copie d'Einstein à l'épreuve de mathématiques du Bac*, Bulletin APMEP n° **444**, janvier-février 2003, pages 63-71.

[2] Einstein avait trouvé (calculs faits à l'aide d'une table de logarithmes) : A = 117° 16' 22".

[3] Renaud Dehaye s'interroge sur ces valeurs : sont-elles rationnelles ? en radians, s'agit-il de fractions de π ?



Problème du trimestre n° 82

Problème proposé par Pol LE GALL et emprunté à la SBPMef (Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française, http://www.sbpm.be/)

Une compagnie internationale possède 70 employés. Si X et Y sont deux quelconques d'entre eux, il y a au moins une langue parlée par X et non par Y et une au moins une langue parlée par Y et non par X.
Quel est le nombre minimum de langues parlées par les employés ?

Les goûters de l'A.P.M.E.P.

L'A.P.M.E.P. vous invite à une demi-journée d'échange sur le thème :

De beaux documents profs sur Word

au collège de Loffol-le-Grand le 9 novembre à 14 h 30.

Les animateurs de cet atelier vous proposeront quelques petits « trucs » pour améliorer la présentation de vos documents sois Word et vous inviteront à partager vos petites astuces.

En raison du nombre limité de places, il est nécessaire de vous inscrire auprès de Philippe Simonin (philippe.simonin@ac-nancy-metz.fr).

Cette demi-journée se terminera par un « goûter » offert par la Régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P.

✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵

Lectures

Jacques Verdier a fait don à la bibliothèque régionale de l'ouvrage « LA MATHEMATIQUE ET SON ENSEIGNEMENT » édité par l'INRAP (Toulouse) en 1972, et qui recense les textes AMPEP retraçant l'évolution de l'enseignement des maths de 1945 à 1972 (donc en particulier l'émergence des « maths modernes »).

✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵ ✵

SOMMAIRE

LE PETIT VERT

BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE

N°CPPAP : 2814D73S. N°ISSN : 0760-9625. Dépôt légal : sept 2005

Imprimé au siège de l'association :
IREM (faculté des Sciences), BP239, 54506-VANDOEUVRE
Directeur de la publication : Jacques VERDIER

Ce numéro a été tiré à 450 exemplaires