

LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°92

DECEMBRE 2007

Abonnement 4 n^{os}
par an : 5,80 €



Tablette de Plimpton (voir page 6)

Consultez notre site :

<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep>

SOMMAIRE

EDITORIAL

4

VIE DE L'ASSOCIATION

Journée Régionale 2008	16
Compte-rendu du goûter « langage »	22
La Régionale a fêté ses 40 ans	23
Rallye 2008	34

DANS NOS CLASSES

Equations du 2nd degré... » A. Gaydon et G. Waehren	6
« Des solides aux... » <i>Renaud Dehaye</i>	25

MATH ET MEDIA

18

RUBRIQUE PROBLEMES

Solution problème 91	32
Problème 92	33

« LE PETIT VERT » est le bulletin de la Régionale Lorraine A.P.M.E .P..

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la « vie mathématique » locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques « problèmes », « dans la classe » et « maths et média », et parfois une « étude mathématique ». Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à :

jacverdier@orange.fr et christophe.walentin@wanadoo.fr

Le Petit Vert : en noir et blanc, c'est bien en couleurs c'est mieux !

Si vous avez reçu ce numéro du Petit Vert par La Poste, en version papier noir et blanc (et couverture verte), cette annonce vous concerne.

Vous avez entre les mains un exemplaire imprimé sur papier, mais affranchi à 0,70 €. Cette forte augmentation, par rapport à ce que nous devions payer il y a un an, a une répercussion sur le budget de notre Régionale : environ 600 € par an. La Régionale vous offre désormais la possibilité d'**opter pour la version électronique** (en PDF, ADSL conseillé), que vous pourrez recevoir directement dans votre boîte à lettres. Avantage : vous aurez droit à **la couleur** (ce qui est plus agréable pour les photos), **aux liens actifs** (un simple clic...). Nous espérons que vous serez **très nombreux** à faire ce choix ; mais bien sûr, bien que cela pèse sur notre budget, vous pouvez continuer à préférer la version papier,

Modalités pratiques : pour recevoir la version PDF, vous envoyez tout simplement un courriel à jacverdier@orange.fr en y écrivant “ Je souhaite recevoir désormais la version électronique du Petit Vert directement dans ma boîte à lettres ”.

N.B. Si vous recevez déjà le Petit Vert en version électronique, vous n'avez rien à faire (sauf si votre adresse courante a été modifiée).

Le Comité

édito

Premières journées

Il a fallu que les « journées nationales » passent à proximité pour que nous nous décidions, après plusieurs années d'atermoiements, à quitter femmes et enfants pour trois jours de folie annoncée (car ne faut-il pas être fou pour aller s'immerger, en compagnie d'autres enseignants, dans un bain mathématique ?)

En route on discute math et vin, pédagogie et bande dessinée. Puis c'est l'arrivée dans la jolie ville de Besançon et le plaisir de retrouver des amis qu'on voit trop peu.

La conférence inaugurale nous plonge au cœur des travaux de Galois, héros tragique des mathématiques. C'est beau, même si on ne comprend pas toujours tout ! La présentation des groupes par les graphes de Cayley est éclairante... C'est à creuser, et on ne tarde pas à le faire autour d'une bonne bouteille. Au restaurant l'ambiance est chaleureuse, les conversations sont animées et les nappes joyeusement griffonnées...

Une courte nuit et tout s'enchaîne : ateliers, conférences, hall des exposants... On ne sait plus où donner de la tête. Certains exhibent d'improbables astrolabes en cartons, d'autres débattent à grands gestes, certains jouent ; on teste les tableaux interactifs, on s'arrache des revues... cela fait un joyeux brouhaha. On s'éclipse pour une visite de la citadelle de Vauban, et quand nos pas nous mènent au café « Carpe Diem », on se laisse séduire par son atmosphère chaude et comme hors du temps.

Le lendemain, tandis que certains se laissent raconter les observatoires indiens, d'autres s'inquiètent de devoir bientôt passer l'épreuve de leur propre atelier ! Mais tout va pour le mieux, et c'est la bonne humeur qui préside au banquet de la régionale de Lorraine.

Et voilà, à peine le temps de réaliser que c'est le dernier jour, l'ultime conférence s'achève, le moment de se séparer arrive. Sur le chemin du retour, on discute encore, on fait le bilan. Nous sommes tous les trois bien fatigués, mais après des « journées » aussi magiques, il faudra plus que des kilomètres pour nous empêcher d'y retourner !

Fathi, Loïc et Michel.



Stand de la Régionale à Besançon

Atelier Euclide



Lustre Kursaal
Besançon

DANS NOS CLASSES

Équations du second degré au Moyen-Orient

Anne Gaydon,
Gilles Waehren,
commission histoire APMEP Lorraine

Note de la rédaction : pour des raisons de place, les deux parties de cet article vous seront proposées dans deux numéros distincts du Petit Vert

Introduction générale : objectifs et mode de fonctionnement

Dans le cadre de la commission « histoire et épistémologie », nous avons travaillé sur une approche historique de la résolution des équations. Dans nos classes respectives (seconde et première S) nous avons proposé des activités (voir en annexe) sur ce thème.

Les objectifs étaient multiples :

- donner une perspective historique au travail effectué en lycée sur les équations du second degré ;
- mettre en évidence l'existence de méthodes variées pour résoudre ces équations (autres que la factorisation utilisée en seconde ou la méthode du discriminant vue en première) ;
- envisager la résolution de problèmes algébriques à l'aide d'une construction géométrique.

Les activités ont été proposées en classe (travail de groupe ou individuel avec mise en commun). Chacun de nous a élaboré des fiches de travail différentes dont l'exploitation en classe a nécessité entre une heure et demie et trois heures selon le document utilisé.

Première partie : équations babyloniennes

Le contexte historique

A partir de la deuxième moitié du XIX^{ème} siècle, les archéologues de plusieurs nations engagent des fouilles assez poussées dans l'ancienne Mésopotamie. Ils exhument alors de nombreuses tablettes d'argile frappées de la légendaire écriture cunéiforme. Ce n'est qu'au cours du XX^{ème} siècle que l'on a commencé à transcrire les tablettes relatives aux écrits mathématiques. Les productions babyloniennes jouissent de moins de popularité que les papyrus égyptiens ; pourtant les découvertes

mathématiques en Mésopotamie sont tout aussi riches sinon plus et souvent bien antérieures.

En - 4000 avant notre ère, se développent les premières cités de l'humanité : Sumer, Babylone, Uruk... La taille de ces ensembles et les mouvements qu'ils créent nécessitent des outils efficaces pour la gestion et le commerce : les mathématiques. On pense même qu'elles ont pu précéder la naissance de l'écriture. C'est alors que l'on produit des mathématiques appliquées à la finance, à la construction...

La transmission de ce savoir de premier ordre passe alors par la formation de scribes-mathématiciens ; formation qui débouchera parfois sur une recherche moins utilitaire et des mathématiques moins concrètes comme la construction de tables de calcul dédiées aux logarithmes ou **la tablette Plimpton 322** donnant certains triplets pythagoriciens ou la résolution de problèmes du second degré. Cependant, les recherches n'ont pas permis, à notre connaissance, d'exhiber la genèse des méthodes calculatoires proposées. On ne sait pas si les mathématiciens babyloniens ont effectivement vu la nécessité de justifications ; le principe de démonstration, ébauché par les Egyptiens, ne sera vraiment assis que par les Grecs vers - 500.

Dans les années 1930 les textes retrouvés ont été traduits (parfois reconstitués) et commentés (en particulier par Thureau-Dangin) ; certains proposent des problèmes du second degré.

Ces problèmes sont en général présentés sous la même forme.

Les données sont énoncées à la première personne, puis, le texte passe à la deuxième personne pour indiquer les opérations à effectuer et trouver le résultat, sans justification de la méthode.

Les nombres utilisés sont positifs et les problèmes abordés ont une seule solution positive.

Les expressions « côté d'un carré » ou « surface du carré » sont utilisées mais en général aucune unité n'est mentionnée.

L'extraction de la racine carrée est utilisée mais l'expression « racine carrée » n'apparaît pas : on reconnaît qu'un nombre donné est le carré d'un autre nombre. Les mathématiciens babyloniens utilisaient probablement des tables donnant les carrés des nombres entiers.

L'expérimentation en classe

Dans deux classes de seconde un texte a été proposé accompagné de questions.

L'objectif du travail était notamment d'apprendre aux élèves à lire et comprendre un texte dont la formulation est inhabituelle, le transcrire en utilisant l'écriture mathématique actuelle et leur montrer comment l'évolution du langage mathématique peut aider à justifier un programme de calcul.

Dans la classe de Gilles le texte était le suivant

" La longueur ajoutée à la largeur est 14. La surface est 48. Les dimensions sont inconnues.

14 fois 14 est égal à 3.16

48 fois 4 est égal à 3.12

Tu soustrais 3.12 de 3.16 et il reste 4

4 est quel nombre multiplié par lui-même ?

2 fois 2 est égal à 4.

Tu soustrais 2 de 14 et il reste 12.

12 fois 0,30 est égal à 6

6 est la largeur.

Tu ajoutes 2 à 6, cela fait 8.

8 est la longueur."

Note On peut ici choisir de donner, ou non, les nombres en notation sexagésimale et de les faire transcrire dans le système décimal. De toute façon, malgré la formulation assez inhabituelle du texte, la plupart des termes mathématiques, très imagés chez les babyloniens ("croiser" pour "multiplier"), ont déjà été traduits.

La classe a tout d'abord essayé les méthodes de résolution des systèmes et des équations du premier degré pour constater qu'elles ne permettaient pas de résoudre le problème posé (autrement qu'en essayant de deviner les solutions comme ont pu s'en apercevoir certains élèves). Ainsi, après avoir nommé x , la longueur du rectangle, et y sa largeur, on aboutit au système suivant, système duquel on peut dégager une équation du second degré qu'on ne sait pas résoudre avec les seuls outils de troisième.

Les élèves se décident alors à prendre en compte la méthode babylonienne. La lecture, personnelle, se fait dans un premier temps, en essayant de vérifier les résultats intermédiaires et finaux. Mais le texte semble encore assez obscur, c'est pourquoi il peut être intéressant de proposer une explication graphique (voir document 1 dans les annexes).

Elle permet de débloquent les incompréhensions sur le texte initial et a clairement guidé certains élèves dans leur approche du texte. Il peut alors

être bon de signaler que cet "algorithme" géométrique reste, à l'heure actuelle, la seule explication que l'on ait pour l'origine de cette méthode de résolution.

Dans un deuxième temps, on va compléter le développement graphique par une justification algébrique, en transcrivant, pas à pas, les étapes de

l'algorithme avec l'écriture littérale. Cela permet de comprendre en quoi la cinquième ligne du texte n'est pas une instruction mais une question ; c'est le passage le plus difficile, puisque l'identité remarquable n'est repérée que par certains élèves.

En effet, la transcription algébrique des lignes donne

$$L1 \quad (x + y)^2 = 196$$

$$L2 \quad 4xy = 192$$

$$L3 \quad (x + y)^2 - 4xy = 4$$

$$L4 \quad x^2 - 2xy + y^2 = 4$$

$$L5 \quad x - y = 2$$

$$L6 \quad x + y - (x - y) = 12$$

$$L7 \quad y = 12 \times 0,5$$

$$L8 \quad y = 6$$

$$L9 \quad x = y + x - y$$

$$L10 \quad x = 8$$

Il n'y a pour ce problème qu'un couple de solutions positives, étant donné le contexte. Le passage à l'étape 5 ne sera possible que si le résultat de l'étape 4 est positif c'est-à-dire si le discriminant de l'équation est positif. Ainsi, en plus d'un cas d'application que les élèves réussissent facilement, nous avons pensé qu'il serait judicieux de fournir un cas où les données mèneraient à une situation sans solution comme $x + y = 5$ et $xy = 8$ (à expérimenter).

Dans le cadre de ce travail, essentiellement algébrique, la traduction d'un texte d'origine ancienne en langage algébrique, plus contemporain, est d'une grande richesse. De par sa formulation inhabituelle, l'algorithme incite les élèves à comprendre ce qui est dit, certes, mais aussi à chercher une justification.

Dans la classe d'Anne, un autre problème a été proposé :

« J'ai additionné la longueur et la largeur de mon rectangle $6^{\circ}30'$; sa surface $7^{\circ}30'$ »

On cherche la longueur et la largeur du rectangle.

Voici la solution donnée

Tu fractionneras en deux $6^{\circ}30'$: $3^{\circ}15'$. Tu croiseras $3^{\circ}15'$ et $3^{\circ}15'$: $10^{\circ}33'45''$.

Tu soustrairas $7^{\circ}30'$ de $10^{\circ}33'45''$: $3^{\circ}3'45''$. C'est le carré de $1^{\circ}45'$.

Tu ajouteras $3^{\circ}15'$, que tu as croisé, à $1^{\circ}45'$: 5° . C'est la longueur.

Tu retrancheras de $3^{\circ}15'$, que tu as croisé, $1^{\circ}45'$: $1^{\circ}30'$. C'est la largeur.

Le problème est proposé aux élèves, avec la solution, en notation sexagésimale mais sans écriture fractionnaire (c'est ce que l'on trouve dans les tablettes), la notation dms (degré – minutes – secondes) n'est bien sûr pas celle des tablettes et n'a été utilisée que pour faciliter la lecture du texte par les élèves. Ces derniers ont d'abord « traduit » la solution en écriture décimale sans rencontrer de problème particulier. Ils ont ensuite utilisé la même méthode pour résoudre un problème similaire.

Les problèmes présentés ont toujours une solution (positive). La seule question posée fut celle des unités puisqu'il s'agit de longueurs une élève s'est interrogée sur l'unité de mesure à utiliser mais, très vite, toute la classe est tombée d'accord sur le fait que la solution du problème est valable quelle que soit l'unité employée.

Ensuite il est demandé aux élèves d'explicitier les formules mises en œuvre et d'en justifier l'utilisation. Certains ont gardé les valeurs numériques en parallèles des expressions littérales, d'autres ne donnent que la forme littérale.

Une élève présente au tableau son travail. Voilà les formules qu'elle obtient :

$$\text{Longueur} = \frac{(x+y)}{2} + \sqrt{\frac{(x+y)^2}{4} - xy} \quad (1); \quad \text{Largeur} = \frac{(x+y)}{2} - \sqrt{\frac{(x+y)^2}{4} - xy} \quad (2)$$

Ensuite, elle factorise l'expression sous le radical et constate que $\frac{(x+y)^2}{4} - xy = \frac{(x-y)^2}{4}$. Elle en déduit que $\sqrt{\frac{(x+y)^2}{4} - xy} = \sqrt{\frac{(x-y)^2}{4}}$ d'où

$$\sqrt{\frac{(x+y)^2}{4} - xy} = \frac{x-y}{2}; \quad \text{l'écriture } x-y \text{ (x étant la longueur et y la largeur)}$$

donne un résultat positif.

Il suffit alors d'ajouter $\frac{(x+y)}{2}$ et $\frac{x-y}{2}$ pour obtenir la valeur de x et de

soustraire pour obtenir y. Lorsqu'on connaît la somme et la différence de deux nombres il est facile de trouver leurs valeurs

Elle constate que "ça marche" puisque, après simplification, la première expression donne x et la seconde y! Elle en déduit que le calcul des Babyloniens donne bien les valeurs cherchées.

Les élèves estiment que l'on a justifié la méthode proposée dans l'exercice. A aucun moment, ils ne se seront posé la question de l'existence d'une solution ; le fait de pouvoir la calculer suffit pour prouver qu'elle existe.

Les élèves se sont alors demandés « Mais comment ils ont fait pour trouver ça ? »

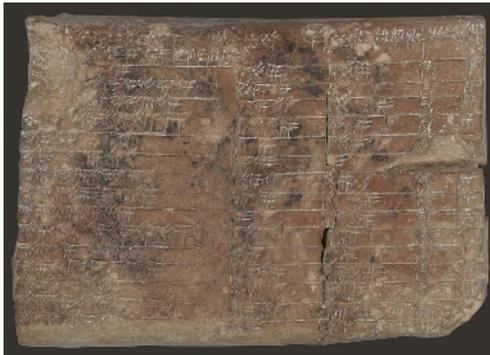
La justification géométrique vue dans la première classe est proposée aux élèves en précisant qu'aucun texte n'en fait mention mais que cette démarche graphique constitue une explication possible de la méthode utilisée.

Devant le graphique, un élève – Antoine - a essayé de résoudre le problème autrement : il le met en équation et obtient une expression du second degré (qu'il ne sait pas résoudre) dont il ne sait pas calculer les racines ; mais lors du travail sur les fonctions il a été amené à résoudre graphiquement des équations, il décide donc d'utiliser cette méthode et trace la courbe représentant la fonction trinôme du second degré associée à l'équation obtenue et obtient les solutions par lecture graphique (cette méthode n'est pas sans rappeler celle développée par Omar Al-Khayyam au XI^{ème} siècle pour résoudre l'équation : $x^3 + r = qx$ il avait, pour cela, étudié l'intersection de la parabole d'équation $x^2 = \sqrt{q}y$ avec l'hyperbole d'équation $x^2 - \frac{r}{q}x = y^2$).

Les deux problèmes babyloniens proposés aux élèves faisaient appel à l'égalité $(x + y)^2 - 4xy = (x - y)^2$. On peut déterminer deux nombres dont on connaît la somme et le produit et, pour ce faire, on utilise l'identité précédente pour calculer la différence des deux nombres.

Voir pages suivantes, en annexe, les documents de travail fournis aux élèves.

La suite de cet article (2^{ème} partie : méthode d'Al-Kwarizmi) paraîtra dans notre prochain numéro.



Tablette de
Plimpton

Annexes - Les documents de travail donnés aux élèves

Document 1 (classe de Gilles, 1^{ère} partie).

Résolution d'équation du second degré chez les Babyloniens quatre mille ans avant notre ère.

Énoncé du problème : On considère un rectangle. La longueur ajoutée à la largeur est 14. La surface est 48. Les dimensions sont inconnues.

a) On pose x la longueur et y la largeur. Traduire l'énoncé à l'aide de deux équations.

b) Par substitution, éliminer y dans une des équations et l'écrire sans quotient. Une telle équation est appelée équation du second degré.

Résolution suggérée par le texte babylonien :

14 fois 14 est égal à 196

48 fois 4 est égal à 192

Tu soustrais 192 de 196 et il reste 4

4 est quel nombre multiplié par lui-même ?

2 fois 2 est égal à 4.

Tu soustrais 2 de 14 et il reste 12.

12 fois 0,5 est égal à 6

6 est la largeur.

Tu ajoutes 2 à 6, cela fait 8.

8 est la longueur.

Questions

a) Quelle remarque peut-on faire concernant la transition entre la 4^{ème} et la 5^{ème} ligne ?

b) Traduire chacune des lignes de la résolution à l'aide d'égalités dépendant de x et y .

Exemple $14 \times 14 = 196$ correspond à $(x + y) \times (x + y) = 196 \dots$

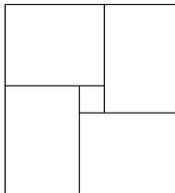
c) Appliquer la méthode précédente au problème suivant

"La longueur ajoutée à la largeur est 16. La surface est 60. Les dimensions sont inconnues".

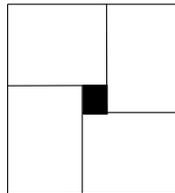
On peut faire des figures pour les différentes étapes de la résolution :



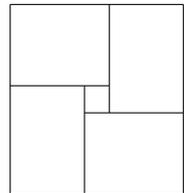
La longueur ajoutée à la largeur est 14 (et un carré de côté 14 a pour aire 196)



Dans ce carré, on peut construire 4 rectangles d'aire 48 soit une aire totale de 192



L'aire du carré central est 4 donc c'est un carré de côté 2



On en déduit que la largeur des rectangles est 6 et que leur longueur est 10

Document 2 (classe d'Anne, fiche 1)

Comment résoudre des équations du second degré ? Les calculs babyloniens

L'histoire des équations du second degré remonte à une période très lointaine.

Dans les textes mathématiques babyloniens que l'on a retrouvés et qui datent de deux mille ans avant notre ère, figurent des problèmes concernant l'activité économique (poids et mesures, calcul d'impôts et d'intérêts, superficie d'un domaine..) et l'astronomie (calendrier..). Certains de ces problèmes concernent des équations du second degré.

Les textes retrouvés sont écrits en écriture cunéiforme sur des tablettes d'argile ; ils proposent des problèmes avec leurs solutions numériques sans donner de démonstration ou de justification.

Le problème suivant provient de la tablette YBC 4663.

« J'ai additionné la longueur et la largeur de mon rectangle $6^{\circ}30'$; sa surface $7^{\circ}30'$ »

Les Babyloniens utilisaient une numération de position sexagésimale (en base 60), c'est à eux que nous devons l'utilisation de ce système dans la mesure du temps et des angles.

L'unité ($^{\circ}$) est divisée en 60' donc $30' = 0,5^{\circ}$.

Si on utilise la numération décimale l'énoncé du problème devient

J'ai additionné la longueur et la largeur de mon rectangle et j'obtiens 6,5. Sa surface est égale à 7,5.

On cherche la longueur et la largeur du rectangle.

Voici la solution donnée

Tu fractionneras en deux $6^{\circ}30' : 3^{\circ}15'$. Tu croiseras $3^{\circ}15'$ et $3^{\circ}15' : 10^{\circ}33'45''$.

Tu soustrairas $7^{\circ}30'$ de $10^{\circ}33'45'' : 3^{\circ}3'45''$. C'est le carré de $1^{\circ}45'$.

Tu ajouteras $3^{\circ}15'$, que tu as croisé, à $1^{\circ}45' : 5^{\circ}$. C'est la longueur.

Tu retrancheras de $3^{\circ}15'$, que tu as croisé, $1^{\circ}45' : 1^{\circ}30'$. C'est la largeur.

Ici, « croiser » signifie « multiplier ».

1. Ecrire la solution proposée en notation décimale.
2. En utilisant la même méthode, calculer les dimensions d'un rectangle dont l'aire est 112 et le demi périmètre 22.

Document 3 (classe d'Anne, fiche 2)

Compléter le tableau suivant.

On note x et y les dimensions du rectangle

Solution donnée dans le texte babylonien	Traduction à l'aide d'égalités contenant x et y
J'ai additionné la longueur et la largeur de mon rectangle : 6,5	
Sa surface : 7,5	
Tu fractionneras en deux 6,5 : 3,25	
Tu croiseras 3,25 et 3,25 : 10,5625	
Tu soustrairas 7,5 de 10,5625 : 3,0625	
C'est le carré de 1,75	
Tu ajouteras 3,25, que tu as croisé, à 1,75 : 5 C'est la longueur.	
Tu retrancheras de 3,25, que tu as croisé, 1,75 : 1,5 C'est la largeur	

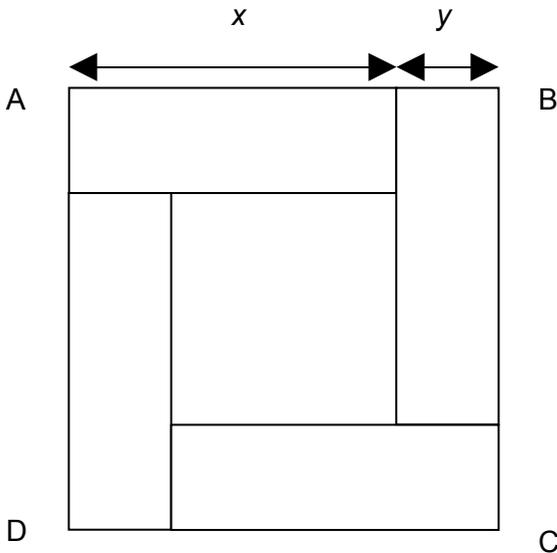
Donner les formules permettant de calculer x et y lorsqu'on connaît $S = x + y$ et $P = xy$.

Document 4 (classe d'Anne, fiche 3)

Les tablettes qui nous sont parvenues ne proposent que des calculs sans figures mais on peut imaginer que les Babyloniens connaissaient une justification géométrique de leurs calculs.

On cherche les dimensions x et y d'un rectangle dont le demi périmètre vaut 6,5 et l'aire 7,5.

On considère le carré ABCD dont le côté est égal à $x + y = 6,5$.
Dans le carré ABCD on a construit quatre rectangles de longueur x et de largeur y .



1. Quelle est la nature du quadrilatère se trouvant au centre du carré ?
2. Quelle est la valeur de l'aire du quadrilatère se trouvant au centre du carré ?
3. Exprimer l'aire de ce quadrilatère en fonction de x et de y .
4. Quelle est la valeur de $x - y$?
5. Peut-on déduire de ce qui précède les valeurs de x et y ?

PREMIÈRE ANNONCE

JOURNÉE RÉGIONALE DES MATHÉMATIQUES MERCREDI 19 MARS 2008 A NANCY

L'information complète concernant cette journée sera envoyée début janvier dans tous les établissements (collèges et lycées) de l'académie, par l'Inspection Pédagogique Régionale. Elle sera également envoyée directement à tous les adhérents APMEP. Les modalités d'inscription seront détaillées dans ces documents.

Planning prévu :

Matinée (au C.R.D.P.) :

Conférence d'Ahmed DJEBBAR (Professeur Émérite à l'Université des Sciences et des Technologies de Lille, U.F.R. de mathématiques ; chercheur associé au C.N.R.S., spécialiste dans l'histoire des activités mathématiques de l'Occident musulman) :

DE LA CULTURE AUX MATHÉMATIQUES : L'EXEMPLE DE L'ANALYSE COMBINATOIRE EN PAYS D'ISLAM

Dans cette conférence, nous aborderons un aspect peu connu des contributions des savants des pays d'Islam, celui du développement d'un chapitre d'analyse combinatoire en réponse, essentiellement, à un problème posé par les premiers linguistes arabes du VIII^e.

La conférence commencera par présenter les différentes tentatives des linguistes, métriciens et grammairiens de l'empire musulman pour répondre à des questions liées à la métrique et à la lexicographie arabes. Puis seront exposées quelques incursions dans le domaine combinatoire en vue de résoudre des problèmes posés dans le cadre de l'algèbre et de la théorie des nombres.

Dans une troisième partie seront présentées les contributions de mathématiciens du Maghreb dans l'établissement des premiers résultats combinatoires servant à résoudre un des problèmes posés par les linguistes et ouvrant la voie à de nouvelles pratiques combinatoires dans des domaines non mathématiques.

Présentation de la Régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P. et de ses activités, assemblée générale, élection du nouveau Comité.

REPAS :

Le repas sera pris au Foyer du Jeune Ouvrier du Grand-Sauvoy de MAXÉVILLE (à environ 500 m à pied du C.R.D.P.). Prix prévu : 11 €.

Il sera absolument nécessaire de s'inscrire à l'avance.

Après-midi (au collège Jean Lamour et à l'IUFM, Boulevard de Scarpone, NANCY) :

Ateliers, exposés et débats d'actualité se partageront deux plages horaires de 90 minutes chacune.

Deux groupes d'échanges et de débat sur des thèmes d'actualité concernant l'enseignement des mathématiques (les thèmes abordés seront déterminés ultérieurement en fonction de l'actualité récente).

Ateliers et exposés actuellement prévus :

Des objets mathématiques nommés pentaminos à utiliser sans modération !

Cadrans solaires

La mesure du temps en Inde

Les frises de 5 à 14 ans

Le classement usuel des quadrilatères convexes de 6 à 14 ans

La vidéo, un outil au service des apprentissages en mathématiques

Un jeu de calcul mental

Sam Loyd, un précurseur des mathématiques ludiques

A propos de sondages

Le nombre en mathématiques et en grammaire

Rencontres CM2-6^{ème}

Le toboggan le plus rapide

Applications de la base 2 à quelques jeux mathématiques

LaTeX

Phyllotaxie (autour de la suite de Fibonacci)

Math et sport

D'Euclide à Lobatchevski : pourquoi 20 siècles d'attente ?

Fin à 17 h 30. Pour le nouveau Comité, élection du président de la Régionale et repas de travail sur place.

PROCÉDURE D'AUTORISATION D'ABSENCE

Si vous êtes en exercice dans un établissement dépendant de l'Education Nationale, et que vous avez cours ce jour-là, il **faudra** vous inscrire au PAF (si ce n'est déjà fait) pour pouvoir bénéficier d'une autorisation d'absence. Comme l'an passé, une "fenêtre" d'inscription spéciale sera prévue **du lundi 21 au samedi 26 janvier 2008**. Surtout ne "ratez" pas cette fenêtre !

Vous recevrez bientôt le descriptif de cette journée, qui vous précisera toutes ces modalités. Un courrier en ce sens sera également envoyé aux chefs d'établissements.

MATH & MEDIA

2007 – 1884 = 113

Repéré dans "*directsoir*" (journal gratuit de la région parisienne) du 19 septembre 2007 :

LE CHIFFRE DU JOUR

113

ANS. La doyenne des Français, Simone Capony, vient de s'éteindre à Nice. Elle était la dernière survivante d'une fratrie de neuf frères et sœurs dont elle était l'aînée. Née en 1884, année de l'assassinat du président Sadi Carnot et de la condamnation du capitaine Dreyfus, Simone Capony n'a pas eu d'enfant et ne s'est jamais mariée. Son fiancé était tombé au front en 1914.

Voilà un document que vous pouvez utiliser si vous pratiquez régulièrement le calcul mental avec vos élèves et/ou si vous cherchez à évoquer quelques faits historiques en classe. Il s'agit bien sûr d'une faute de frappe, mais cela

peut vous donner l'occasion de faire réagir vos élèves.

Question subsidiaire : combien de lecteurs de ce gratuit auront repéré cette faute de frappe ?

SARKOZY : + 140 % ?

En une du Républicain Lorrain du 31/10/07 : « **L'assemblée nationale a plus que doublé hier la rémunération du chef de l'Etat** ». Juste en dessous, dans un papier intitulé « **Revalorisation** », on lit : « ... **autant dire qu'en s'augmentant de 140%, le chef de l'Etat ...** ». Toujours dans ce même journal, en page intérieure, on peut lire, en sous titre (le titre étant « **Le salaire de Nicolas Sarkozy**



grimpe en flèche ») : « ... il gagnera désormais 19 000 € bruts par mois, contre 7 700 auparavant... »

Dans l'Est Républicain du 20/10/07, on donne une précision : « ... **actuellement 101 488 € bruts annuels...** », ce qui correspond à environ 8 457 € bruts par mois...

Dans Libération du 31/10/07, sous le titre « **Le Président augmenté sans fracas** », on peut lire : « **19 331 euros nets par mois. L'augmentation est de près de 140 %...** ».

Dans l'Express du 29/10, on pouvait lire : « Une note interne de l'Elysée recommande de faire passer la rémunération annuelle du chef de l'Etat de 101 488 à 240 000 euros, soit une augmentation de 140 % ».

Sans aborder le problème moral et politique de fond, il semble qu'il y ait d'une part quelques arrondis (de 7 700 à 19 000, l'augmentation est de près de 147 % (multiplication par 2,47 environ). Et une confusion entre les « salaires » bruts et nets : 19 331 net chez l'un, 19 000 brut chez l'autre, cela fait un peu bizarre, non ? Sur le site [lesinfos](#), on a une autre information : « ... **près de 19 000 euros bruts mensuels contre environ 6 000 euros nets actuellement (8 300 bruts)** ». Quid des 7 700 euros du Républicain Lorrain ?

Mais on a peut-être mal compris l'info : d'après Laurent Wauquiez, le porte-parole du gouvernement, « **Ce n'est pas une augmentation des revenus du président, c'est une diminution de l'ordre de 15 à 20%** » (source AFP du 30/10). En réalité, il comparait ce revenu à celui de Chirac, qui disposait en plus de pensions de retraites.

Mais il y a beaucoup plus intéressant : Daniel Vagost, qui participait à cette période-là aux Journées nationales de Besançon, levé aux aurores, a regardé Canal+ dans son hôtel avant de partir au campus faire des maths. Il ne peut pas résister au plaisir de nous dire ce qu'il y a entendu ce matin-là : un chef d'entreprise, essayant de justifier l'augmentation accordée à notre chef d'Etat, le fait en disant [que] **le président de la République Française ne connaît pas les semaines de 35 heures mais [que] ses semaines ont au moins 4 ou 5 fois 35 heures !!!!**

Passe pour 4 fois : on sait bien que Nicolas est un stakhanoviste, qui ne dort que 4 heures par nuit. Mais 5 fois 35 heures par semaine, il y a de quoi en étonner plus d'un. Heureusement, Daniel a eu la solution le jour même, en écoutant la conférence de Daniel KLEIN (« La mathématisation du temps épuise-t-elle la question du temps ? »). Dans la théorie de la relativité, il n'existe pas de temps universel : chaque observateur dispose de son temps propre... et Nicolas est tout à fait capable de contracter, bien plus qu'Einstein ne n'avait prévu, son temps propre.

Merci Daniel, pour toutes ces infos...



La preuve par zéro que le Père Noël est une imposture



Comme quoi il y a encore moyen de rigoler avec le Père Noël et l'Internet : presque aussi drôle que la cultissime dinde au whisky, voilà une démonstration mathématique (validée par un chercheur en la matière qui, on le comprend, préfère garder l'anonymat) de la non-existence du Père Noël. On attend la même chose avec Dieu.

Il y a approximativement deux milliards d'enfants (moins de 18 ans) sur Terre. Cependant, comme le Père Noël ne visite pas les enfants musulmans, hindous, juifs ou bouddhistes (sauf peut-être au Japon), cela réduit la charge de travail pour la nuit de Noël à 15 % du total, soit 378 millions. En comptant une moyenne de 3,5 enfants par foyer dans le monde, cela revient à 108 millions de maisons, 54 millions en présupant que chacune comprend au moins un enfant sage.

Millième de seconde. Le Père Noël dispose d'environ trente et une heures de labeur dans la nuit de Noël, grâce aux différents fuseaux horaires et à la rotation de la Terre, dans l'hypothèse où il voyage d'est en ouest, ce qui paraît d'ailleurs logique. Cela revient à 967,7 visites par seconde. Cela signifie que pour chaque foyer chrétien contenant au moins un enfant sage, le Père Noël dispose d'environ un millième de seconde pour parquer le traîneau, sauter en dehors, dégringoler dans la cheminée, remplir les chaussettes, distribuer le reste des présents au pied du sapin, déguster les friandises laissées à son intention, regrimper dans la cheminée, enfourcher le traîneau et passer à la maison suivante.

En supposant que chacun de ces 108 millions d'arrêts est distribué uniformément à la surface de la Terre (hypothèse que nous savons fautive, mais que nous accepterons en première approximation), nous devons compter sur environ 1,4 km par trajet. Cela signifie un voyage total de plus de 150 millions de kilomètres, sans compter les détours pour ravitailler ou faire pipi. Le traîneau du Père Noël se déplace donc à 1 170 km/s (3 440 fois la vitesse du son). A titre de comparaison, le véhicule le plus rapide fabriqué par l'homme, la sonde spatiale Ulysse, se traîne à 49 km/s, et un renne moyen peut courir au mieux de sa forme à 27 km/h.

La charge utile du traîneau constitue également un élément intéressant. En supposant que chaque enfant ne reçoive rien de plus qu'une boîte de Lego moyenne (un kilo), le traîneau supporte plus de 500 000 tonnes, sans compter le poids du Père Noël lui-même. Dans une seconde approximation, nous décidons de négliger aussi cette masse : même si dans l'absolu elle n'est point négligeable (il est bien connu que le Père Noël a un certain embonpoint, pour ne pas dire un embonpoint certain), elle l'est relativement au reste du traîneau. Sur Terre, un renne conventionnel ne peut tirer plus de 150 kg. Même en supposant que le fameux "renne volant" soit dix fois plus performant (mais la question reste posée : l'est-il réellement ?), le boulot du Père Noël ne pourrait jamais s'accomplir avec 8 ou 9 bestiaux : il lui en faudrait 360 000.

Ce qui alourdit la charge totale, abstraction faite du poids du traîneau (que l'on négligera également), de 54 000 tonnes supplémentaires, soit 7 fois le poids du Prince Albert (le bateau, hein, pas le monarque).

Petit tas de chair rose. Ce n'est pas tout. 600 000 tonnes voyageant à 1 170 km/s créent une énorme résistance à l'air. Celle-ci ferait chauffer les rennes, au même titre qu'un engin spatial rentrant dans l'atmosphère terrestre. Les deux rennes en tête de convoi absorberaient chacun une énergie calorifique de 14300 millions de joules par seconde. En bref, ils flambraient quasi instantanément, exposant dangereusement les deux rennes suivants. La meute entière de rennes serait complètement vaporisée en 4,26 millièmes de seconde, soit juste le temps pour le Père Noël d'atteindre la cinquième maison de sa tournée. Pas de quoi s'en faire de toute façon, puisqu'un Père Noël de 125 kg, en passant de manière fulgurante de 0 à 1 170 km/s en un millième de seconde, serait sujet à de telles accélérations qu'il se retrouverait plaqué au fond du traîneau par une force de 2 157 507,5 kg écrabouillant instantanément ses os et ses organes en les réduisant à un petit tas de chair rose et tremblotante.

C'est pourquoï, si 1e Père Noël a existé, il est mort maintenant.

Article paru dans *Libération* du samedi 23 et dimanche 24 décembre 2006.
<http://www.liberation.fr/vous/225003.FR.php>



EULER

Définition repérée dans un mots croisés de Michel LACLOS :

Homme de droite qui a beaucoup compté en Suisse.

Goûter "MAÎTRISE DU LANGAGE" animé par Serge PETIT le 19/09/07 au collège des Hauts de Blémont à Metz

18 personnes se sont retrouvées autour de ce thème dont 3 assistants pédagogiques, 3 professeurs des écoles référents intervenant en primaire et au collège (rappelons que le collège est Ambition-Réussite), le coordonnateur de la ZEP de Borny (PE), 1 professeur de lettres et 10 professeurs de mathématiques (8 venant de 4 collèges différents et 2 de l'IUFM de Lorraine).



Après avoir écouté religieusement un bref poème, nous avons dû faire preuve de réflexion, de concentration et surtout ... d'humour et d'inventivité pour nommer des solides à 13, 15, 17, 18, 19 faces et qualifier 2 solides ayant la même forme. La lecture des réponses, quelquefois fantaisistes sinon fausses, a ravi et rassuré tout le monde.

Des groupes de 4 à 5 personnes ayant été formés, nous avons classé des mots "selon la manière dont ils ont été fabriqués", chaque groupe expliquant ses choix aux autres.

Les neurones en effervescence se firent dévastateurs : guerre des grecs contre les "romains", bataille de tétra(s) et de quadra(s), affrontement du sens et de la forme, mêlées de préfixes et suffixes, extractions de racines... et même accouplements de radicaux !

Nous avons ensuite, sous la baguette de Serge, été soumis à une petite expérimentation : à partir d'une fiche "dictionnaire", définir les mots d'une liste dans un premier temps puis trouver les noms correspondants à une définition donnée.



Nous avons terminé l'après-midi par le traditionnel et convivial goûter.

Certains en ont profité pour faire connaissance et échanger quelques points de vue.

Aux dernières nouvelles, certains collègues ont déjà exploré « in classu » les pistes ouvertes lors de ce goûter.



40 ans !

Tout le monde se souviendra de ce 24 novembre 2007... Ce fut le premier jour où les trains se sont remis à circuler normalement après une très longue grève ; ce fut le premier jour de soleil après une semaine de vent et de pluie ; mais ce fut surtout le jour où près de 50 personnes se sont retrouvées au lycée Varoquaux de Tomblaine pour fêter le 40^e anniversaire de notre Régionale.

Nous y avons eu le plaisir d'y écouter cinq intervenants

dont le dynamisme était communicatif :

- André MIRGAUX, qui fut en 1967 un des « fondateurs » de la Régionale, et qui en fut président de 1971 à 1981. C'était l'époque où l'APMEP, qui ne concernait alors que les enseignants du secondaire, s'est ouverte à la fois vers le supérieur et vers le primaire. C'est aussi l'époque des « maths modernes », où il fallait « recycler » les enseignants.
- Daniel VAGOST a évoqué les faits marquants des 25 dernières années de notre Régionale : l'organisation des journées nationales à Metz en 1986 et Gérardmer en 1999, l'exposition « Horizons mathématiques » qui a circulé dans les principales villes lorraines ; les rallyes et les concours, etc.
- Richard CABASSUT nous a rappelé quelques actions importantes de l'APMEP depuis sa création en 1910, et pointé quelques grands défis qu'elle essaie de relever, en y soulignant le rôle primordial des Régionales.



- Céline COURSIMAULT a beaucoup insisté sur la convivialité de notre Régionale et s'est projetée dans l'avenir, nous ouvrant la voie vers tout ce qu'on pourrait réaliser dans les années futures, en particulier l'organisation des journées nationales en Lorraine en 2012 et la coopération avec les régions voisines (y compris hors frontières), etc. Saluons au passage la présence de nos amis belges de la SBPM avec qui la Régionale développe depuis quelques années des échanges très fructueux.



- Et enfin Claude PAIR, qui fut militant des premières heures de notre régionale il y a 40 ans (où il organisa un certain nombre de conférences du jeudi après-midi) et premier directeur de l'IREM avant d'être appelé à de plus hautes fonctions, a conclu en nous souhaitant de continuer dans la voie que nous avons empruntée.



L'après-midi s'est terminée dans la bonne humeur, autour de succulents canapés sucrés et salés arrosés de quelques flûtes de crémant d'Alsace, bonne humeur favorable aux retrouvailles, échanges, discussions, élaboration de projets... Merci à tous ceux qui avaient répondu à cette invitation. Rendez-vous est pris pour le 50^e anniversaire !

DANS NOS CLASSES**Des solides aux patrons, en classe de sixième et en formation PE.***Renaud DEHAYE**Collège de la Craffe, Nancy**IUFM, Site de Nancy*

Aborder les patrons du cube sans manipulation en classe de sixième ne me semble pas très raisonnable. Quelques coloriages de patrons de cube (fichiers jeux APMEP) suffisent pour constater de nombreuses erreurs ou difficultés à relier entre elles les faces adjacentes du cube.

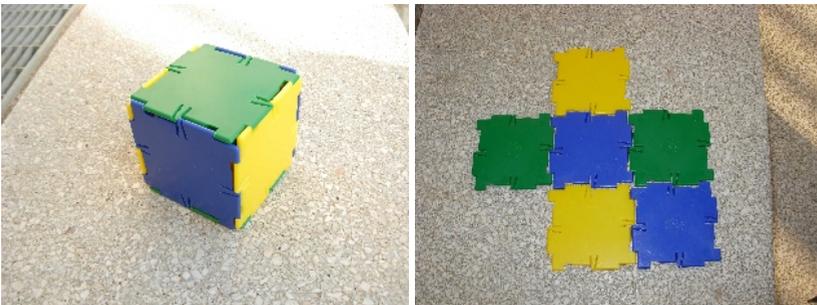
Le « recollement mental » des différentes faces reste difficile, y compris pour de nombreux adultes. Faire des mathématiques, c'est apprendre à se passer de la manipulation. Mais il faut y revenir à cette manipulation si le recollement mental ne peut se faire.

D'ailleurs, la manipulation est très présente à l'école maternelle (le matériel utilisé ici vient d'une école maternelle), puis, trop brutalement, elle a tendance à disparaître dès l'école élémentaire pour diverses raisons (matérielles, organisationnelles, effectifs, peur de jouer,...)

Demander à des élèves de cycle 3 ou de collège si tel patron dessiné sur une feuille est bien un patron de cube devient alors une question difficile. Les résultats à l'évaluation 6^e de 2006 l'attestent : 47,58 % de réussite au niveau national (exercice 32 item 95).

Les patrons du cube en sixième.

La séance présentée ici a été menée en classe de sixième en mai 2007. En utilisant l'heure de remise à niveau et le créneau de l'heure de vie de classe, j'ai réussi à prendre la classe (29 élèves) par demi groupes.



Séance cube. Première moitié de la classe (45mn) lundi 16h-17h.

Phase 1 : (groupes de 2 élèves)

Vous devez construire un cube avec le matériel POLYDRON.

Phase 2 : (groupes de 2 élèves et feuille A3 par groupe pour noter les patrons trouvés)

Vous devez trouver tous les patrons possibles de ce cube.

Phase 3 : Reprise de la consigne précédente avec explicitation de « patrons différents ».

Phase 4 : On relance la recherche en annonçant ***qu'il y a 11 patrons à trouver.***

La recherche n'a pas abouti aux résultats escomptés (7 patrons au plus ont été trouvés).

Séance cube modifiée. Deuxième moitié de la classe (45mn) mardi 8h-9h le lendemain.

On reprend les mêmes phases 1, 2, 3 que précédemment. On change la phase 4.

Phase 4 modifiée : Sans annoncer le nombre de patrons à trouver, j'invite les élèves au tableau en commençant une première colonne

Patrons ayant 4 carrés alignés		

Les élèves des différents groupes défilent au tableau et complètent leur feuille A3, ajoutant les patrons manquants, trouvant le titre des deux autres colonnes et trouvant les 11 patrons du cube.

On retrouve cette classification dans le fichier Jeux n°6 de l'APMEP.

Il est difficile de comparer ces deux séances car les conditions d'exercices sont très différentes. Mais la mise en commun au tableau, la confrontation des différents

groupes qui a engendré des mini-débats et bien sûr, l'aide aux classements des patrons, sont autant de facteurs qui ont permis de finaliser la recherche.

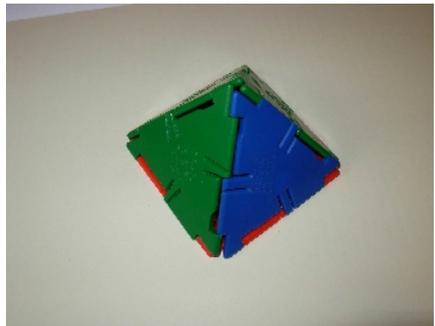
Les patrons de la pyramide régulière à base carrée en sixième.

Retrouvant la même possibilité de fonctionnement deux semaines plus tard, j'ai cette fois engagé la recherche des patrons de la pyramide régulière à base carrée.

Bien qu'au programme de 4^e, cette recherche m'a semblé intéressante pour travailler le passage du solide au patron, la pyramide étant beaucoup moins classique et moins connu que le cube.

Un prolongement avec la construction sur feuille blanche des patrons et le calcul de leur aire permettait aussi de réinvestir les connaissances sur les triangles :

- tracés de triangles équilatéraux et d'un carré à l'aide de l'équerre et du compas
- décomposition d'un triangle équilatéral en deux triangles rectangles égaux, ce qui n'a pas posé problème pour la plupart des élèves dans la mesure où ce travail de décomposition avait déjà été vu avec d'autres formes géométriques (trapèze isocèle, hexagone régulier notamment).



Séance pyramide

Phase 1 : (groupes de 2 élèves)

Vous devez construire une pyramide avec le matériel POLYDRON.

Phase 2 : (groupes de 2 élèves et feuille A3 par groupe pour noter les patrons trouvés)

Vous devez trouver tous les patrons possibles de cette pyramide.

On fait alors constater que les faces de la pyramide sont un carré et quatre triangles équilatéraux.

Phase 3 : On relance la recherche. **Il y a entre 5 et 10 patrons au total.**

Phase 4 : En devoir maison pour la semaine suivante, dessiner tous les patrons trouvés (arêtes 3 cm), et calculer l'aire de chaque patron (voir annexe).

Réussites à l'issue du devoir maison :

Les 8 patrons exactement	7 élèves
Les 8 patrons + un patron impossible	3 élèves
Les 8 patrons + deux patrons impossibles	1 élève
7 patrons exacts + un patron impossible	8 élèves
6 patrons exacts + deux patrons impossibles ou en doublette	4 élèves
5 patrons exacts	3 élèves
3 patrons exacts	1 élève

Aucun critère de classement ne semble avoir été retenu par les élèves. N'ayant plus la possibilité de manipuler à la maison, certains ont complété leur recherche par des patrons erronés (voir photos ci-dessus par exemple) ou des doublons pour atteindre au moins le nombre de 8 patrons, nombre pressenti par la majorité des élèves comme étant le « bon » nombre de patrons à trouver.

Pendant la correction, j'ai proposé aux élèves le principe de classement que l'on retrouve ci-dessous dans la séance professeur des écoles.

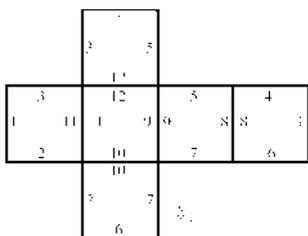
Les patrons du cube en formation des professeurs des écoles.

La recherche des patrons du cube est un thème incontournable en préparation au CRPE (concours de recrutement des professeurs des écoles). Ce thème figure au programme du cycle 3 de l'école élémentaire et de nombreux sujets de concours y font référence (Nancy-Metz 2006 par exemple).

Deux types de manipulation sont possibles :

- Utilisation du matériel POLYDRON comme dans la séance sixième.

- Utilisation de 6 carrés en cartons dont les arêtes sont numérotées 2 à 2 et dont les combinaisons permettent ou non de former le patron d'un cube (voir fichier Jeux 6 de l'APMEP – Le jeu des développements du cube).



« *Jeux de formes et formes de jeux* »
de Bernard Bettinelli.

Dans les deux cas, après une recherche d'environ 15 à 20 minutes, le critère de classement « nombre de carrés alignés » de ces patrons est mis en évidence et la synthèse est produite au tableau. (voir Phase 4 modifiée ci-dessus).

Un prolongement possible est l'utilisation des 11 patrons du cube pour former un polygone de périmètre minimal ; on en profite alors pour éclairer les compétences du cycle 3 autour de la distinction aire/périmètre. (encore Jeux 6 !).

Revenons quelques instants sur le classement des patrons car le **principe de dénombrement** apparaît à de nombreuses reprises dans l'enseignement à l'école primaire.

On l'associe trop souvent au chapitre Probabilités de la classe de première mais il se retrouve dans de nombreux problèmes de recherche en mathématiques.

Les professeurs des écoles y sont confrontés dès l'école maternelle avec ce qu'on appelle l'**énumération** d'un ensemble.

En effet, pour accéder au cardinal d'un ensemble, un enfant peut synchroniser la récitation de la comptine numérique (« un, deux, trois quatre,... ») avec l'**énumération** de tous les objets de l'ensemble (énumération visuelle ou gestuelle qui demande de l'organisation) de façon à ne compter qu'une fois et une seule chaque objet. Cette énumération doit faire l'objet d'apprentissages spécifiques, en partie décrits dans un article du Bulletin Apmep n°471.

D'autres activités donnent l'occasion de mettre en œuvre un dénombrement : le tableau à double entrée, introduit souvent artificiellement en moyenne ou grande section de maternelle, trouve tout son sens en tant que solution à un problème du type : « j'ai un rond, un triangle, un carré, du rouge, du jaune, du bleu, combien de formes différentes peut-on ainsi produire ? »

Au cycle 2, on propose par exemple le coloriage de tours à 4 étages avec 4 couleurs différentes, activité ambitieuse permettant de confronter les élèves à

la recherche de différentes solutions et au contrôle de l'exhaustivité des solutions (livre du maître ERMEL CP pour une description précise de l'activité).

Au cycle 3, l'apprentissage des grands nombres avec les différentes classes (unités, milliers, millions) donne lieu à des exercices de recherche du type :

On dispose des étiquettes cent(s), cinq et mille.

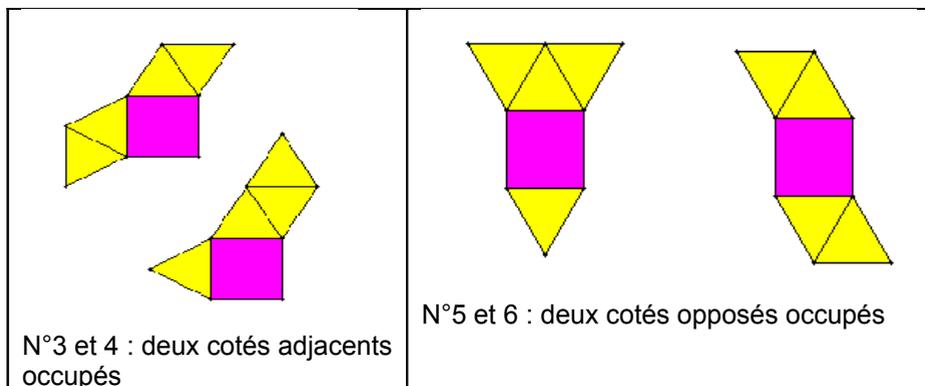
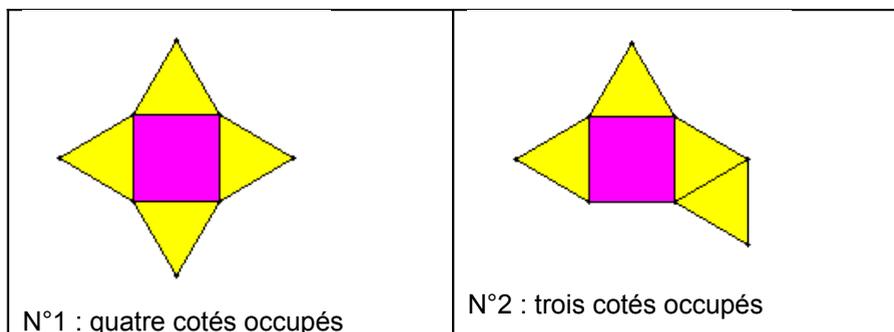
Ecrire tous les nombres possibles utilisant 2 mots.

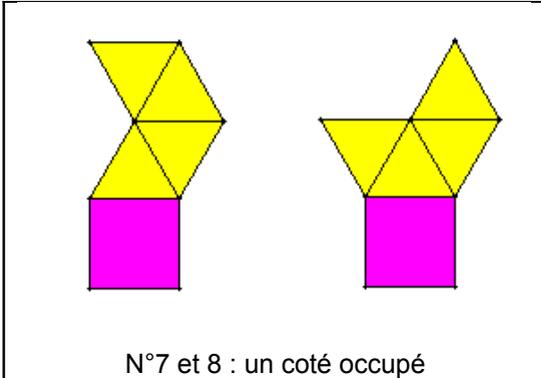
Ecrire tous les nombres possibles utilisant 3 mots.

où la mise en œuvre d'un dénombrement organisé (pléonasmе !) s'avère indispensable (livre du maître ERMEL CM1).

Les patrons de la pyramide régulière à base carrée en formation des professeurs des écoles.

On retrouve la séance pyramide décrite précédemment avec cette fois la recherche d'un critère de classement des patrons. Le critère « nombre de côtés du carré occupés par un triangle » est proposé par un étudiant. Il permet une synthèse efficace et nous donne la garantie que tous les patrons sont là.





*Figures réalisées avec le logiciel Apprenti Géomètre
(cf. Bulletin Apmep N° 457 et <http://www.enseignement.be/geometre/>).*

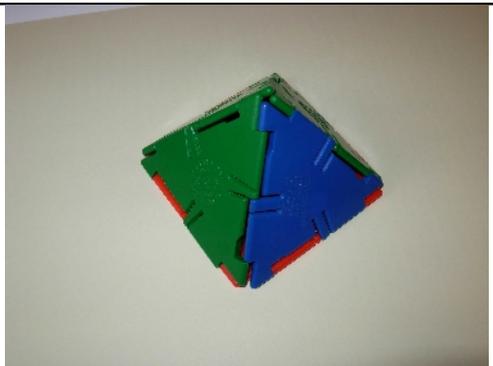
Annexe.

Mathématiques	Collège La Craffe, classe de 6 ^e 2
Devoir maison n°19	Pour lundi 21 mai 2007

Trouve tous les patrons de la pyramide régulière à base carrée représentée ci-contre.
Attention : deux patrons seront considérés identiques si l'on peut passer de l'un à l'autre par un déplacement ou un retournement.

- Dessine tous ces patrons sur feuille blanche en prenant 3cm pour longueur d'arêtes.
- Calcule l'aire de ces patrons (à expliquer).

Exercice 14 p 250



Solution(s) du problème du trimestre n°91

Merci à Jacques Choné, Renaud Dehaye, Christophe Brighi pour leur réponses. Rappelons tout d'abord un résultat de probabilité : la loi du temps d'attente Y du premier succès dans une succession d'épreuves de Bernoulli de paramètre p est la loi géométrique sur \mathbb{N}^* :

$$P(Y=k) = p \times (1-p)^{k-1} \quad \text{et on a} \quad E(Y) = \frac{1}{p} .$$

Soit C (resp. Q) le temps d'attente (c'est-à-dire le rang d'apparition) d'au moins un six (resp. au moins deux as) lors de jets successifs de trois dés. Comme le temps d'attente d'au moins un as est le même que celui d'au moins un six, la variable aléatoire étudiée, X , (temps d'attente pour terminer le cochon) est $X = 9C + Q$ et son espérance vaut :

$$E(X) = 9E(C) + E(Q) .$$

La probabilité d'obtenir au moins un six ou au moins un as est :

$$p_C = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216} .$$

La probabilité d'obtenir au moins deux as est :

$$p_Q = \left(\frac{1}{6}\right)^3 + 3 \times \frac{5}{6} \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{2}{27} .$$

Le temps moyen nécessaire à l'assemblage du cochon est donc :

$$E(X) = \frac{9}{p_C} + \frac{1}{p_Q} = \frac{6345}{182} \approx 34,8 .$$

Problème du trimestre, n°92

proposé par Loïc Terrier

Est-il possible de construire une suite infinie d'entiers (u_n) telle que :

- u_n s'écrit avec n chiffres (en base 10)
- $u_{n+1} = u_n + 10 \times k$, avec k entier
- u_n est premier

(par exemple, la suite 3 , 37 , 379, ... ?)

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou toute proposition de nouveau problème à : Loïc Terrier, 42B rue du maréchal Foch, 57130 Ars sur Moselle ou envoyez un mail à loic.terrier@free.fr.



La rédaction du Petit Vert et le
Comité de la Régionale vous
souhaitent à tous une excellente fin
d'année, de joyeuses fêtes et une
heureuse année 2008.

Rallye mathématique de Lorraine 2008

Organisé par la régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P.
avec le concours de l'Inspection Pédagogique Régionale de mathématiques

Le rallye mathématique de Lorraine est proposé aux élèves de 3^{ème} et 2^{nde} de notre académie. Ce rallye se veut être une épreuve entre classes entières afin :

- De permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique
- De motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre
- De favoriser la communication et la coopération au sein de la classe
- De faire participer le plus d'élèves possible et d'aider à la liaison collège-lycée.



L'an dernier, plus de 2 500 élèves ont participé à ce rallye régional (54 classes de seconde se sont inscrites, et 44 classes de troisième).

← *Photo de la classe de seconde gagnante du rallye 2007 (Toul)*

- ◆ Ce rallye est destiné à des classes entières, chaque classe concourant dans sa catégorie (classe de 2^{nde} ou classe de 3^{ème}).
 - ◆ L'épreuve aura lieu le **vendredi 11 avril 2008 de 10h à 12h**
- Elle comprendra 10 exercices, communs aux deux niveaux, plus une question subsidiaire et durera 1 h 30. La classe rendra une seule feuille réponse.
- ◆ Cette date est fixée pour l'ensemble des classes de l'académie. Durant les épreuves, le rôle de l'enseignant surveillant la classe est uniquement de favoriser l'organisation matérielle de l'épreuve. Il ne doit pas, bien évidemment, intervenir de quelque manière que ce soit dans la résolution des exercices. Les feuilles réponses seront expédiées le jour même aux organisateurs du rallye.
 - ◆ Les élèves pourront disposer du matériel géométrique usuel, de la calculatrice, ainsi que d'éventuels formulaires se trouvant dans leur agenda.
 - ◆ Les 3 premières classes de chaque niveau seront récompensées dans la limite des lots disponibles.
 - ◆ La participation au rallye mathématique de Lorraine est gratuite.

Les documents concernant l'inscription à ce rallye seront bientôt envoyés dans tous les établissements de l'académie. Si votre établissement ne les a pas reçus fin janvier, vous pouvez en demander une copie à :

pierre-alain.muller@wanadoo.fr

L'étude des mathématiques est comme le Nil, qui commence en modestie et finit en magnificence.

Charles Caleb Colton (1780-1832), écrivain anglais.



PHOTOS

Vous l'aurez certainement constaté, notre site est en plein réaménagement. Vous pourrez trouver un certain nombre de photos illustrant aussi bien des notions mathématiques que des moments conviviaux de la régionale à l'adresse de notre futur nouveau site :

<http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=photos>

LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : Décembre 2007.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences). BP 239. 54506 VANDOEUVRE

Directeur de la publication : Jacques VERDIER

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 5,80 €.

Découper ou recopier ce bulletin.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au « Petit Vert ».

Joindre chèque à l'ordre de l'APMEP-Lorraine et envoyer à
Jacques VERDIER, 48 rue du Pont de Pierre, 54130 SAINT-MAX.

Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement est gratuit. Deux options au choix : version papier ou version électronique (PDF). Nous vous recommandons cette seconde option : envoyez alors votre adresse électronique à jacverdier@orange.fr