

## 7 - PYRAM PUZZLE

Ce jeu est édité par EMPROS NONELTY PRODUCTS - B.V. (Pays-Bas), mais apparemment non commercialisé en France.

Il est formé de quatre tétraèdres et un octaèdre destinés à former un grand octaèdre ayant 12 comme somme des nombres de chaque face puis de faire de même pour 13, 14, 15 et 16.

<https://www.jaapsch.net/puzzles/pyram.htm>

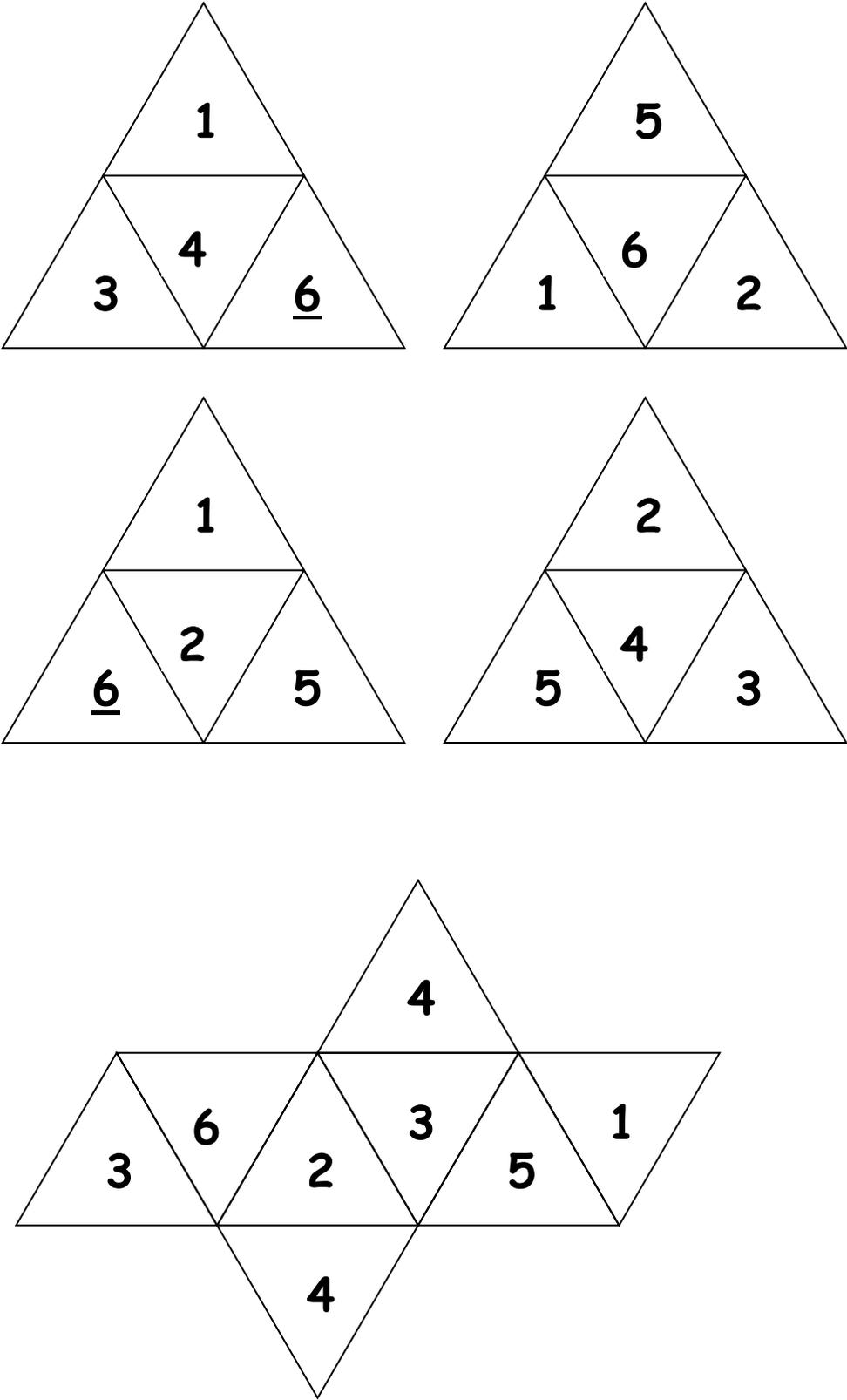
Ce site visualise l'ensemble des solutions.



<http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv48.pdf>

En décembre 1996, les lecteurs du Petit Vert numéro 48 ont eu connaissance de ce jeu, les développements de deux solutions pour les sommes égales à 14 et à 15 étaient fournis.

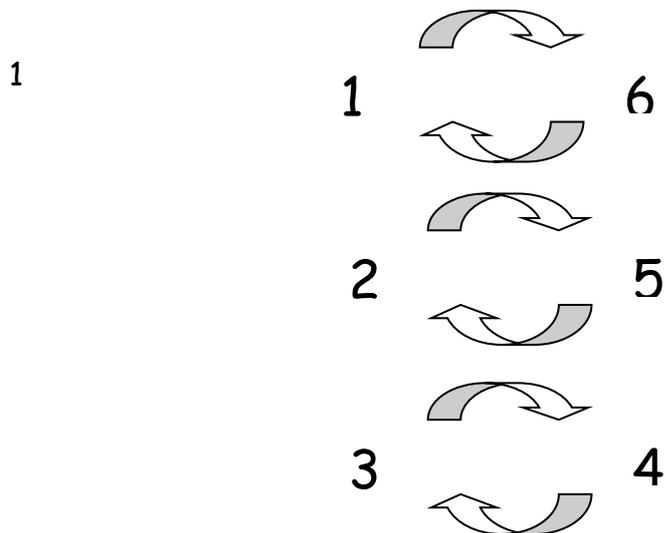
Le développement des pièces



**Jérôme Cardot**, un de nos anciens adhérents en Lorraine, avait travaillé sur ce jeu avant son départ pour la Faculté des lettres et sciences sociales Victor Segalen à Brest.

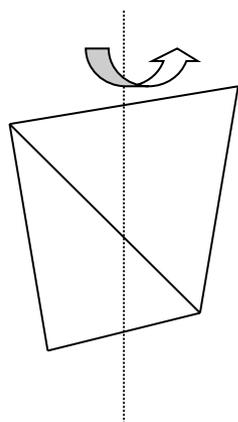
Voici, retrouvé dans un classeur, l'ensemble de son travail.

Considérons la « symétrie » échangeant les faces d'une pièce portant un nombre et son complément à 7 (symétrie par rapport à 3 ).

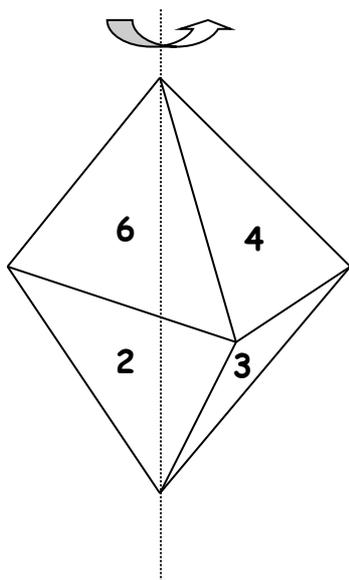


En utilisant 12 couleurs, il est possible de colorier les 12 paires de faces qui se correspondent.

Cette transformation numérique  $x \longrightarrow 7 - x$  est réalisable avec les solides. C'est un demi-tour qui échange les faces de même couleur.



Pour le tétraèdre, l'axe passe par le milieu des arêtes opposées communes aux faces de même couleur.



Pour l'octaèdre, l'axe passe par des sommets opposés communs à des faces de deux couleurs seulement.

La moyenne des facettes est de 3 . Donc, sur une face du grand tétraèdre ( 4 facettes), 14 est à considérer comme la moyenne et la « symétrie » de la somme de chaque face par rapport à 14.

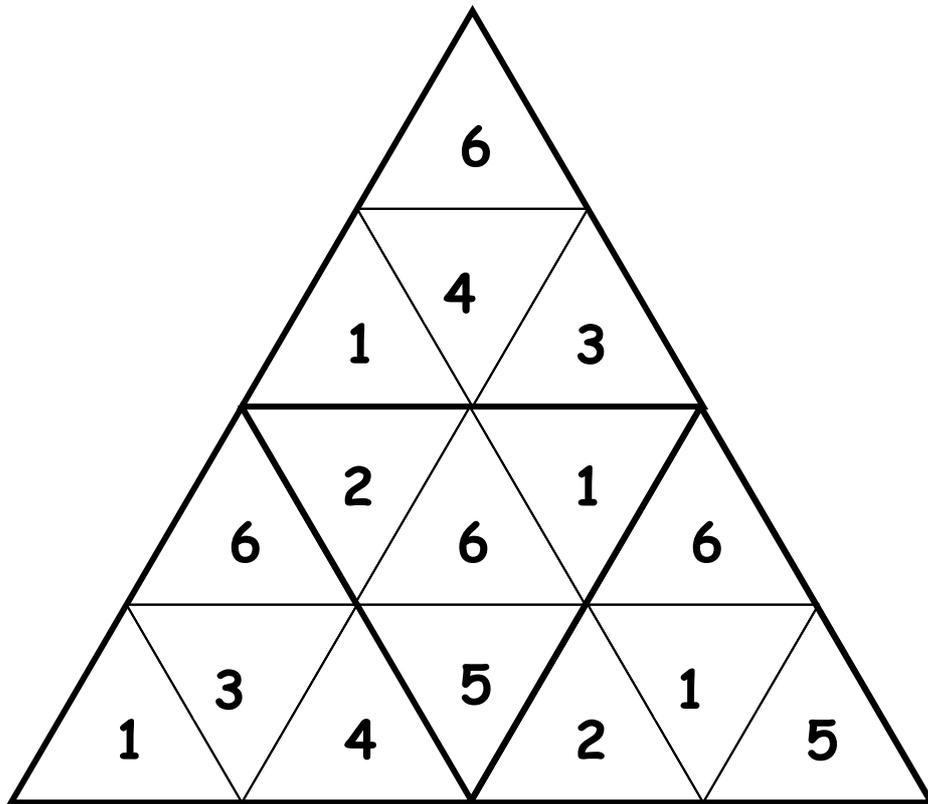
Ce qui signifie qu'à partir du patron où la somme des faces est 15, on obtiendra celui où la somme est 13, colorié de la même façon (chaque nombre est remplacé par son complément à 7).

De même, le patron où la somme des faces est 16 nous permettra d'obtenir celui où la somme est 12.

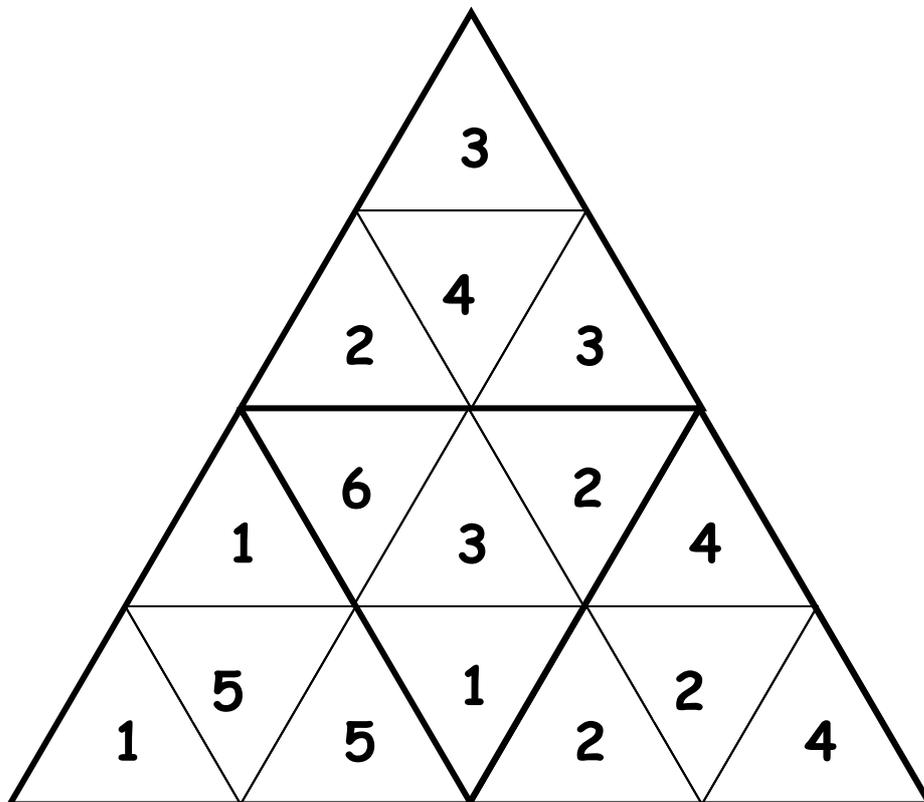
Dans toutes les positions formant un grand tétraèdre, on ne voit de l'octaèdre que deux couples de faces de même couleur soit 14 points.

Chaque tétraèdre laisse visible un couple (7 points) et une face (maximum 6 points) donc apporte un maximum de 13 points (et un maximum de 7 + 1 points), d'où un majorant du nombre total de points :  $14 + 4 \cdot 13 = 66$ . On ne peut donc pas réaliser 17 ou plus sur chacune des faces du tétraèdre. L'utilisation d'un minorant nous permet de montrer l'impossibilité d'un total de 11 ou moins.

Voici les développements de solutions pour les sommes égales à 12, 13, 14, 15 et 16.

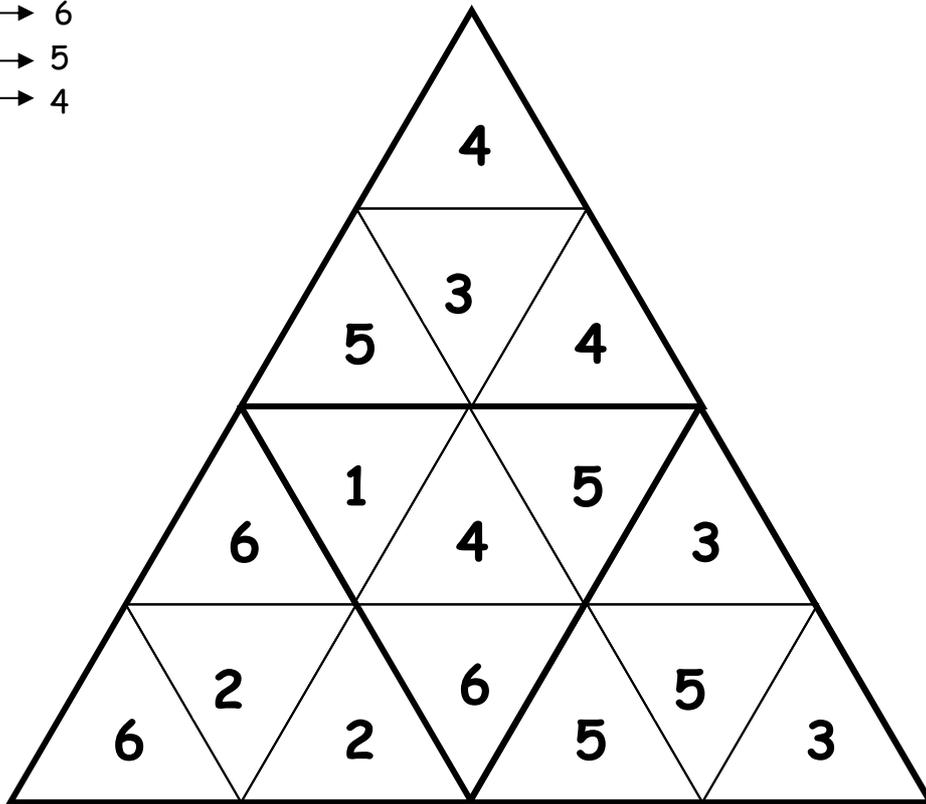


La somme est égale à 14.

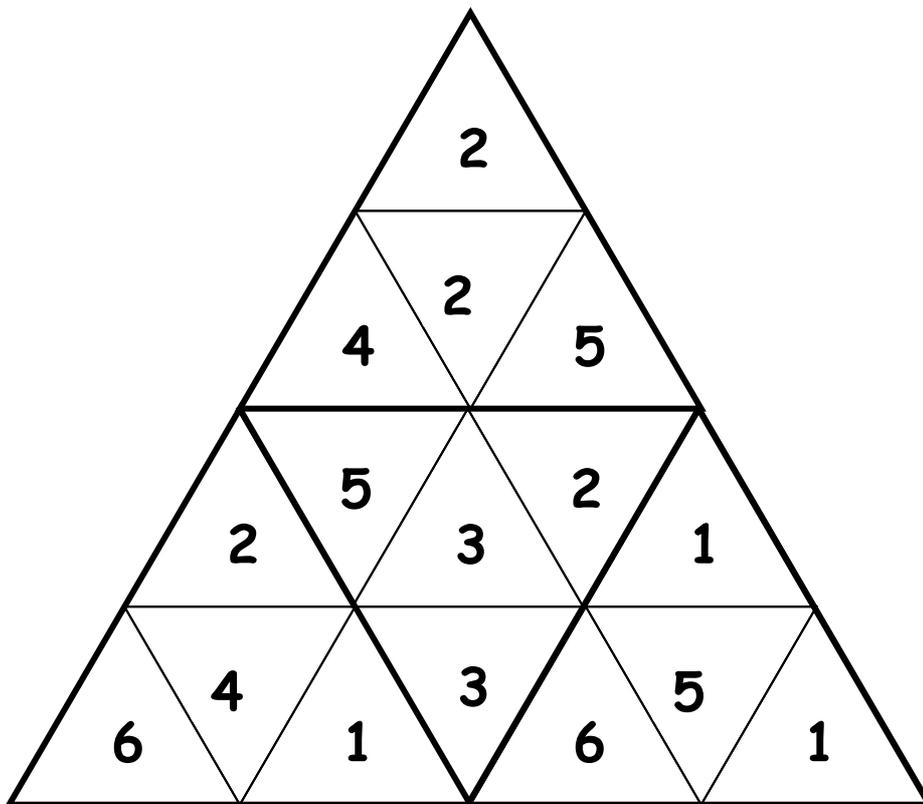


La somme est égale à 12. La « symétrie » permet d'obtenir 16.  
2020 - APMEP Lorraine - Groupe Jeux

1 ↔ 6  
 2 ↔ 5  
 3 ↔ 4

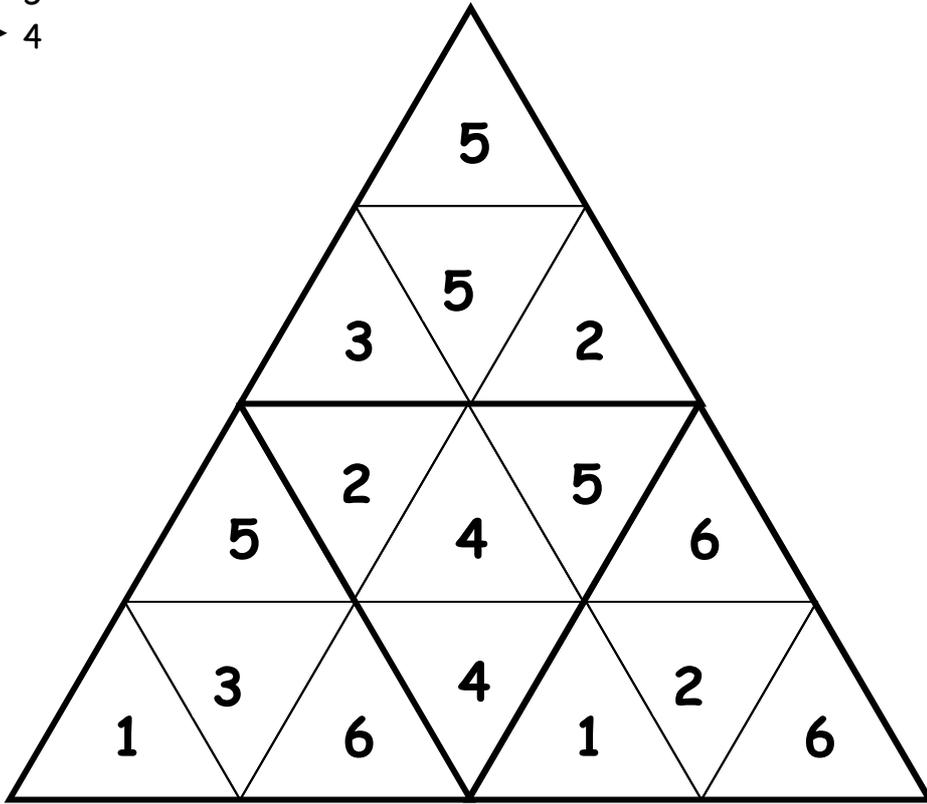


La somme est égale à 16.



La somme est égale à 13. La « symétrie » permet d'obtenir 15.  
 2020 - APMEP Lorraine - Groupe Jeux

1 ↔ 6  
 2 ↔ 5  
 3 ↔ 4



La somme est égale à 15.