Groupe IREM- DREAM

APMEP Lorraine – 23 mars 2022

Fonder son enseignement sur la résolution de problème : Mythe ou réalité ?

IREM

Marie-Line Gardes

Haute Ecole Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse

IREM de Lyon, France

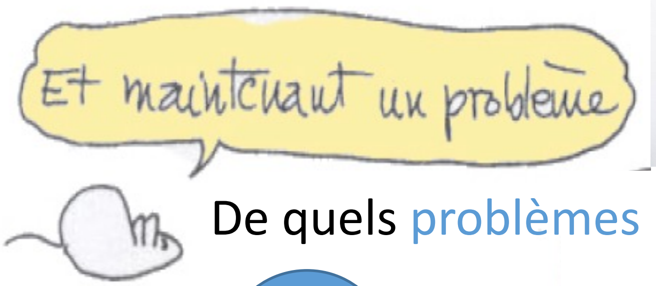
APMEP Lyon

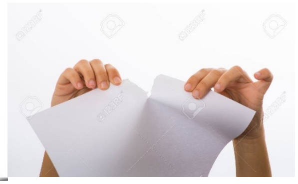
marie-line.gardes@hepl.ch

hep/ haute école pédagogique vaud

Dessin Claude Tisseron
Couleur Michel Mizony

Plan de la présentation





2

De quels problèmes parle-t-on ?

1

Introduction

4

Comment se lancer ?

3

Quelle mise en œuvre en classe ?

Introduction

Les mathématiques, une science expérimentale ?

Introduction

Les mathématiques, une science expérimentale ?

Nulle part, le monde de la théorie et le monde de l'expérience ne sont séparés d'avance.

(Gonseth, 1955)

Bkouche (1982) reconnaît un caractère expérimental aux mathématiques dans la mesure où elles relèvent des sciences expérimentales qu'il définit selon deux principes :

1. **l'origine empirique des objets étudiés** et des concepts ainsi mis en jeu ;
2. **la méthode** (ou les méthodes), qui participe à la fois de l'observation empirique et du raisonnement rationnel.

Il ajoute que « *c'est **l'articulation de l'empirique et du rationnel** qui constitue la science expérimentale* ».

Introduction

Les mathématiques, une science expérimentale ?

L'origine empirique des objets étudiés

« L'unité est ce par quoi chacune des choses qui sont est dite une.
Le nombre est une multitude composée d'unités » (Euclide)

Le nombre

« Dans un premier temps les objets à dénombrer ont été représentés par des signes, puis à ces signes des noms furent donnés, sans plus besoin de l'intermédiaire des signes. Chaque nombre est généré par la répétition d'un acte simple : tracer un signe. » (Giusti, 2000)

« Il y a un constat expérimental des propriétés de commutativité et d'associativité de l'addition et de la multiplication, constat qui précède les justifications théoriques et celles-ci naissent de la nécessité de validation générale de tels constats. » (Bkouche, 1982)

Introduction

Les mathématiques, une science expérimentale ?

La méthode (ou les méthodes),

L'expérimentation en mathématiques (selon Perrin, 20017) :

« *une méthode d'investigation systématique* » qu'il n'hésite pas à « *désigner sous le nom de méthode expérimentale* » pour résoudre des problèmes mathématiques.

Cette méthode comprend plusieurs étapes à répéter éventuellement :

> *expérience, observation de l'expérience, formulation de conjectures, tentative de preuve, contre-expérience, production éventuelle de contre-exemples, formulation de nouvelles conjectures, nouvelles tentative de preuve, etc.*

Introduction

Les mathématiques, une science expérimentale ?

OUI !

Ce qui fonde le caractère expérimental des mathématiques, c’est la manipulation des objets conformément à une théorie, manipulation rendue possible par la représentation sous forme symbolique des objets mathématiques.

Une méthode de type expérimental en mathématiques

Introduction

Hypothèse de travail

La prise en compte explicite du caractère expérimental en mathématiques est une nécessité pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques tout au long du curriculum de la maternelle à l'université. Ceci est lié à la nécessité de penser et d'organiser les articulations entre abstrait et concret dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques Ceci va de pair avec la thèse didactique selon laquelle le travail sur les objets, leurs propriétés et des relations qu'ils entretiennent entre eux jouent un rôle central dans le processus de conceptualisation en mathématiques.

Introduction

Histoire du groupe DREAM

DREAM

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée
LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

IREM

ifé
INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

Dessin de Claude Tisseron, 1984

Un constat

Pour autant, bien que de telles situations de recherche continuent à vivre, et, malgré un certain nombre de recommandations institutionnelles, elles ne se sont pas généralisées. (Aldon et al., 2010)

Un frein

Mettre l'accent sur le développement de compétences en laissant au second plan le travail sur les notions mathématiques en jeu

Introduction

Histoire du groupe DREAM

DREAM

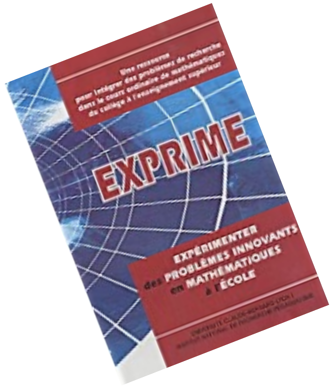
LéA DuAL
du cycle 3 au lycée
LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

IREM

ifé INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

Des axes de travail

- Choisir quelques notions clés des programmes et élaborer une batterie de problèmes de recherche permettant de travailler sur les allers et retours entre la partie expérimentale de la recherche et la construction structurée de notions mathématiques
- Mettre ces problèmes à l'épreuve dans des classes
- Développer des outils permettant d'analyser l'activité des élèves



http://dreamaths.univ-lyon1.fr/

Introduction

Histoire du groupe DREAM

Une nouvelle réflexion

DREAM

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée
LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

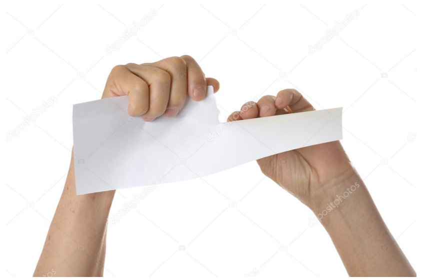
IREM

ifé INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

Objectif : créer une organisation qui permette

- de rendre plus régulière la pratique de recherche de problèmes en classe.
- d'approfondir la recherche d'un problème en classe.
- de traiter les éléments mathématiques du programme à partir des recherches faites par les élèves.
- de relier la progression d'un niveau donné à ces situations didactiques de recherche de problème.

Tout part…d’un problème !

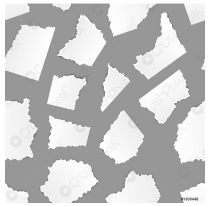


Est-ce que je peux avoir 19 morceaux de papier ? 20 morceaux de papier ? 21 morceaux de papier ? 2016 morceaux de papier ?

Combien de fois je devrais faire cette opération pour avoir 2016 morceaux de papier ?

Et en déchirant en 3 morceaux…
Est-ce que je pourrais avoir 19 morceaux de papier ? 20 morceaux de papier ? 21 morceaux de papier ? 2016 morceaux de papier ?

Et en déchirant en 4 morceaux, 5 morceaux…



Plus généralement, quelles sont les découpes qui me permettraient d'obtenir 2016 morceaux ?

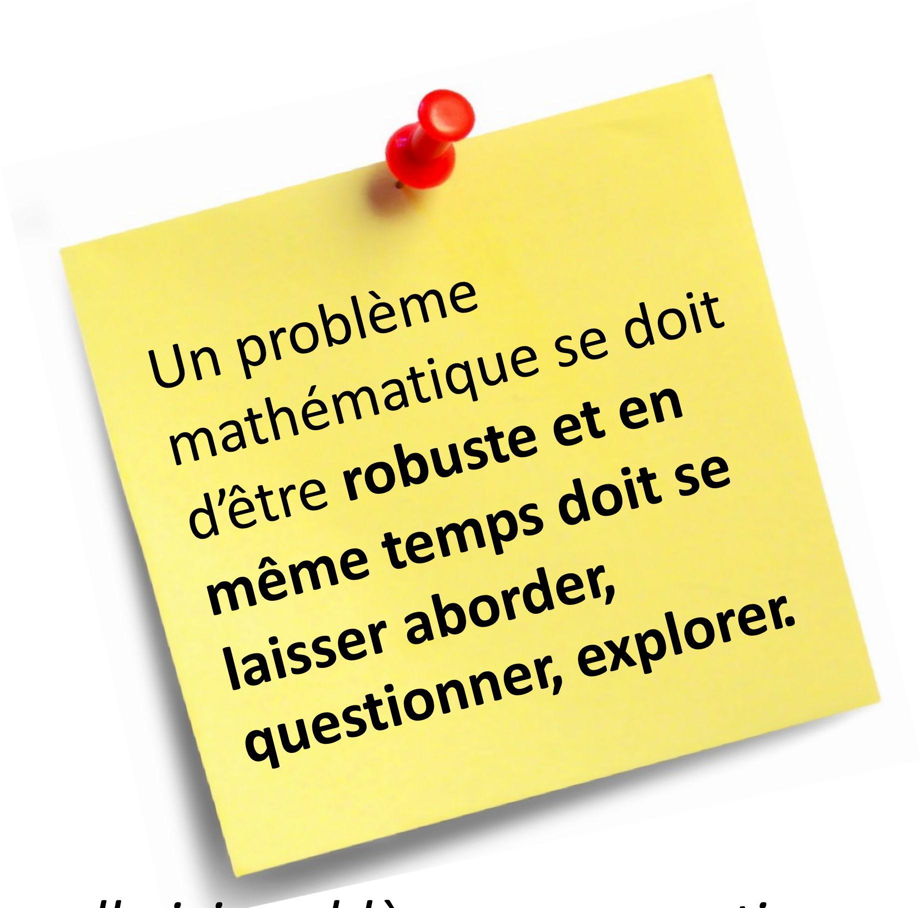
De quels problèmes parle-t-on ?

I do believe that problems are the heart of Mathematics. (Halmos, 1985)

Quels problèmes choisir ?

[...] *un problème mathématique doit être difficile, mais non pas inabordable, sinon il se rit de nos efforts ; il doit au contraire être un véritable fil conducteur à travers les dédales du labyrinthe vers les vérités cachées, et nous récompenser de nos efforts par la joie que nous procure la découverte de la solution*.

(Ghys, 2010 reprenant les termes de la conférence de Hilbert)



J'appelle ici problème une question mathématique, en général ouverte, soit que je me la sois posée tout seul, soit qu'elle me l'ait été par un collègue ou un étudiant.

(Perrin, 2007, p.7)

Une référence au problème du mathématicien

Quels problèmes choisir ?
Un problème de recherche

Un problème mathématique avec les caractéristiques suivantes :

- Un énoncé court
- L'énoncé ne donne ni la méthode, ni la solution
- Le problème se trouve dans un domaine conceptuel familier aux élèves
- Le problème permet de mettre en œuvre une dimension expérimentale
- La recherche du problème met en jeu une dialectique entre la mobilisation, l'approfondissement de connaissances et le développement d'heuristiques

(Gardes, 2013, 2018)

Retour sur…les mathématiques, une science expérimentale ?

OBJETS

- Existence d'un mode empirique de constitution des objets mathématiques

→ Dimension expérimentale

C'est l'articulation de l'empirique et du rationnel qui constitue la science expérimentale (Bkouche, 1982)

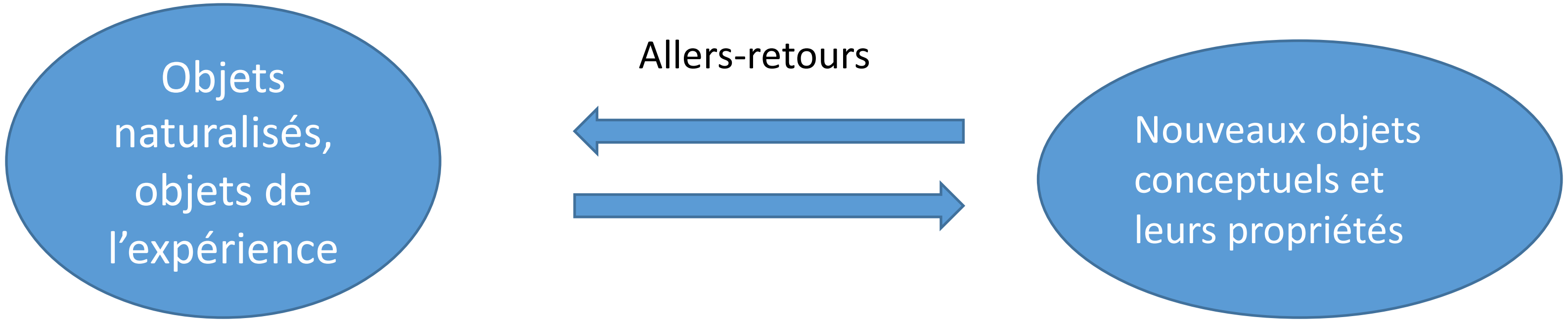
METHODE

- Place et rôle de l'expérimentation

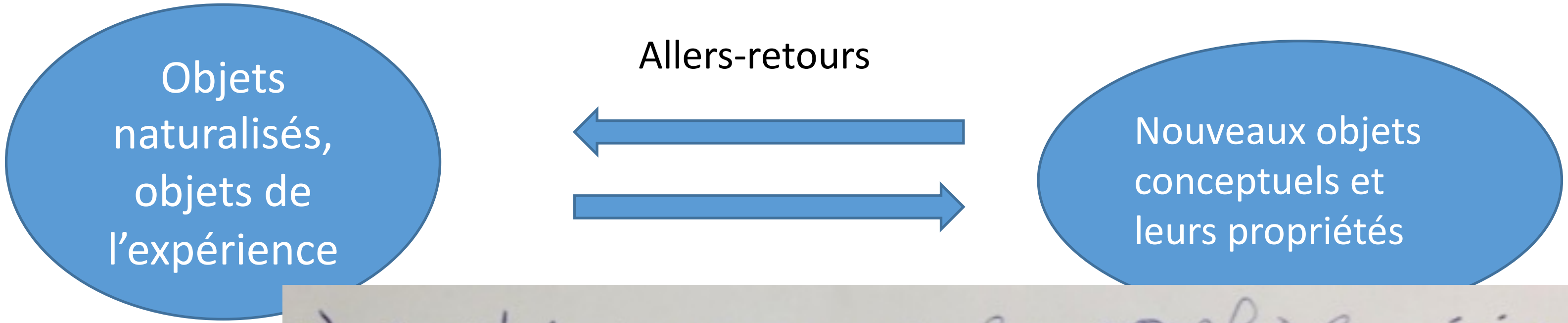
→ Mise en œuvre d'une démarche de type expérimental

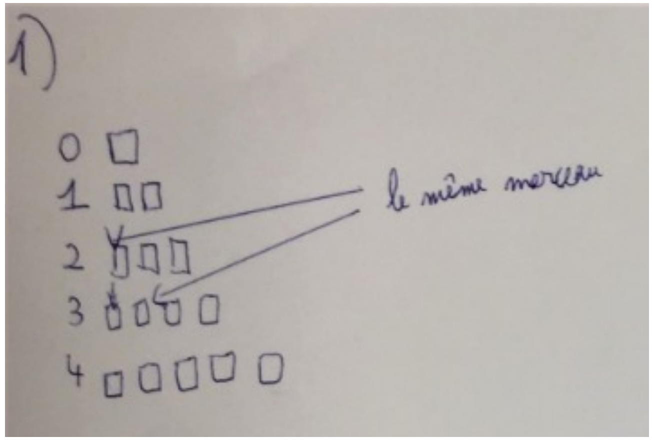
Dimension expérimentale des mathématiques

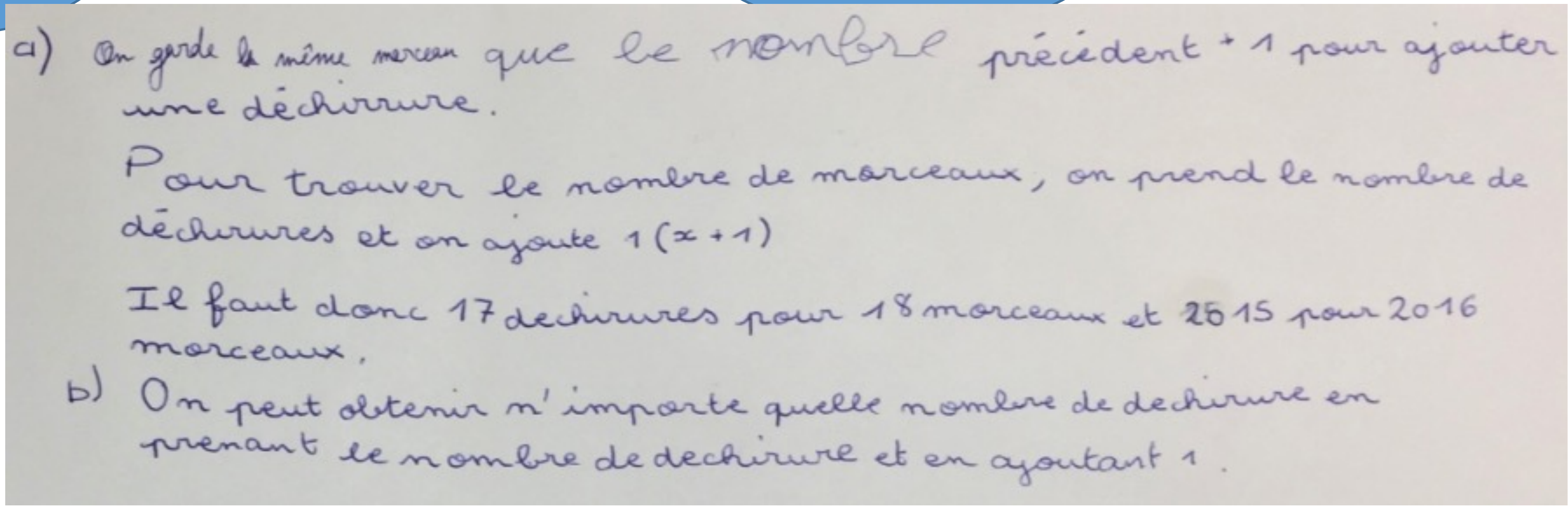
C'est le va-et-vient entre un travail avec les objets que l'on essaye de définir et de délimiter et l'élaboration et/ou la mise à l'épreuve d'une théorie, le plus souvent locale, visant à rendre compte des propriétés de ces objets. (Durand-Guerrier, 2006)



Dimension expérimentale des mathématiques





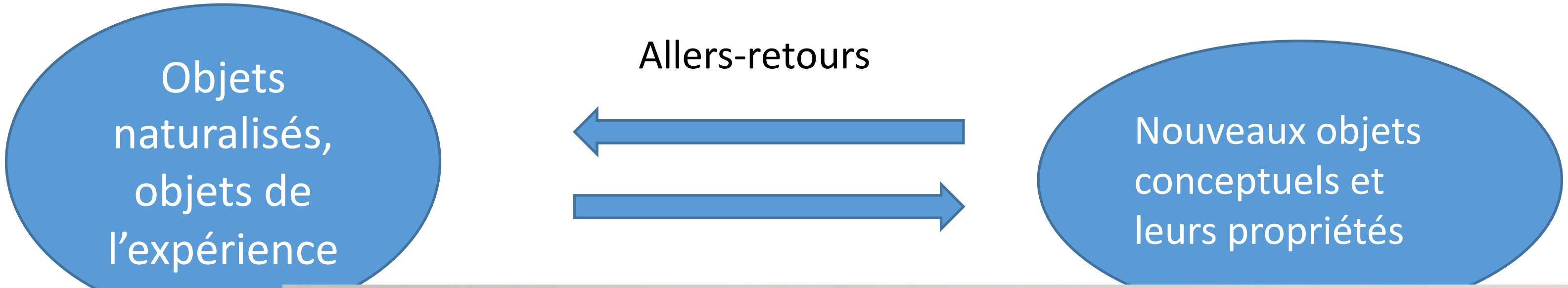

a) On garde le même morceau que le nombre précédent + 1 pour ajouter une déchirure.

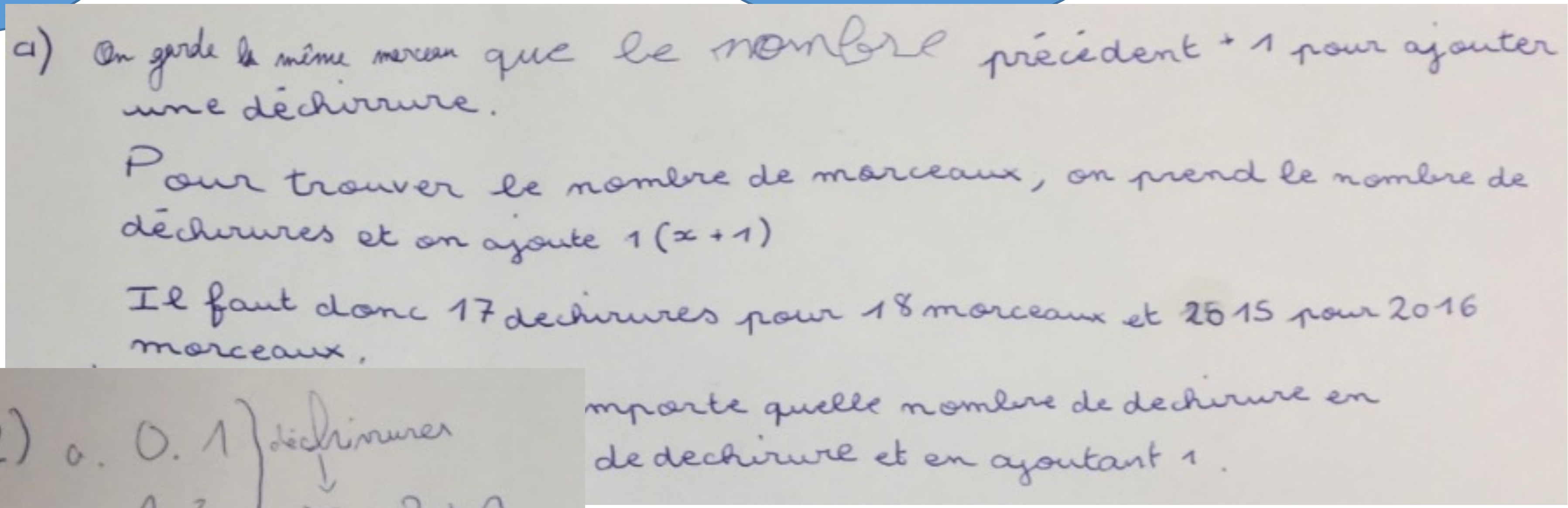
Pour trouver le nombre de morceaux, on prend le nombre de déchirures et on ajoute 1 (x + 1)

Il faut donc 17 dechirures pour 18 morceaux et 2015 pour 2016 morceaux.

b) On peut obtenir n'importe quelle nombre de dechirure en prenant le nombre de dechirure et en ajoutant 1.

Dimension expérimentale des mathématiques

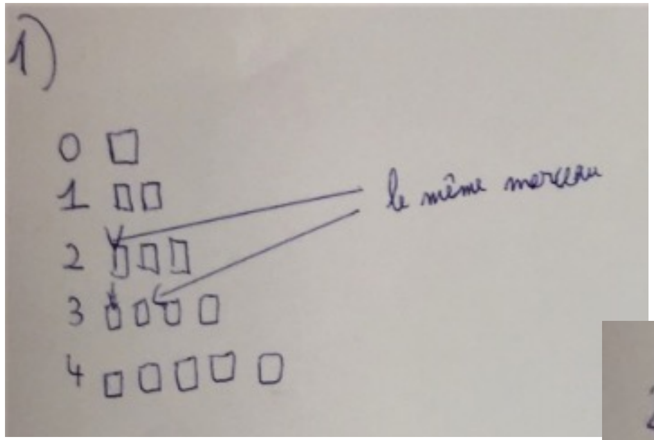



a) On garde le même morceau que le nombre précédent + 1 pour ajouter une déchirure.

Pour trouver le nombre de morceaux, on prend le nombre de déchirures et on ajoute 1 ($x+1$)

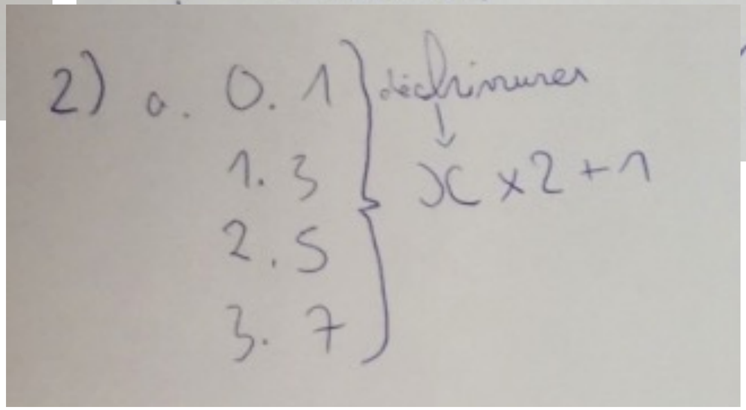
Il faut donc 17 dechirures pour 18 morceaux et 2015 pour 2016 morceaux.

…mporte quelle nombre de dechirure en
… de dechirure et en ajoutant 1.


1)

0 □
1 □□
2 □□□
3 □□□□
4 □□□□□

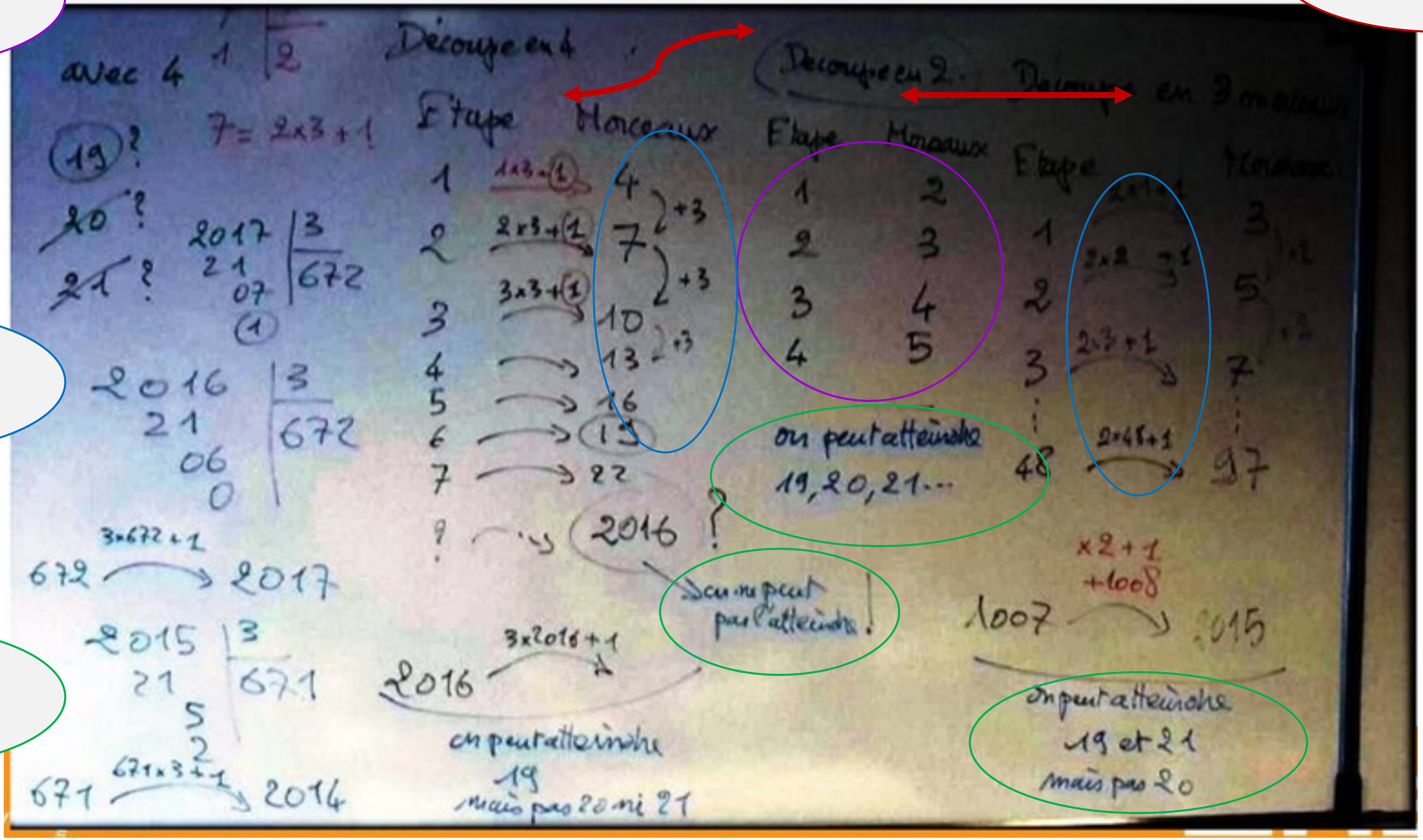
le même morceau


2) a. 0. 1
1. 3
2. 5
3. 7

déchirures
↓
$x \times 2 + 1$

Des expériences

Des allers et retours



Recherche de régularités

Des résultats partiels

Démarche de type expérimental

- Place et rôle de l'expérimentation

- L'expérimentation n'est pas l'expérience du monde (« expérience de »).

L'expérimentation se distingue de l'expérience dans le sens où elle fait référence à une théorisation première pour justifier les questions que l'on se pose et pour ensuite construire un dispositif expérimental. Ainsi l'observation empirique ne se réduit pas à une simple constatation empirique, elle est une lecture de l'observation à travers une théorie. (Gardes, 2013)

Démarche de type expérimental

L'expérimentation s'appuie sur un double raisonnement, en amont pour élaborer une expérience pertinente et en aval pour la lecture des résultats. **Son rôle est de vérifier l'adéquation entre la théorie et l'expérience dans le but de créer de nouveaux objets mathématiques.**

L'expérimentation c'est un processus dialectique empirique/théorique qui n'a de sens que par ses articulations avec la formulation et la validation

(Dias, 2008; Gardes, 2013)

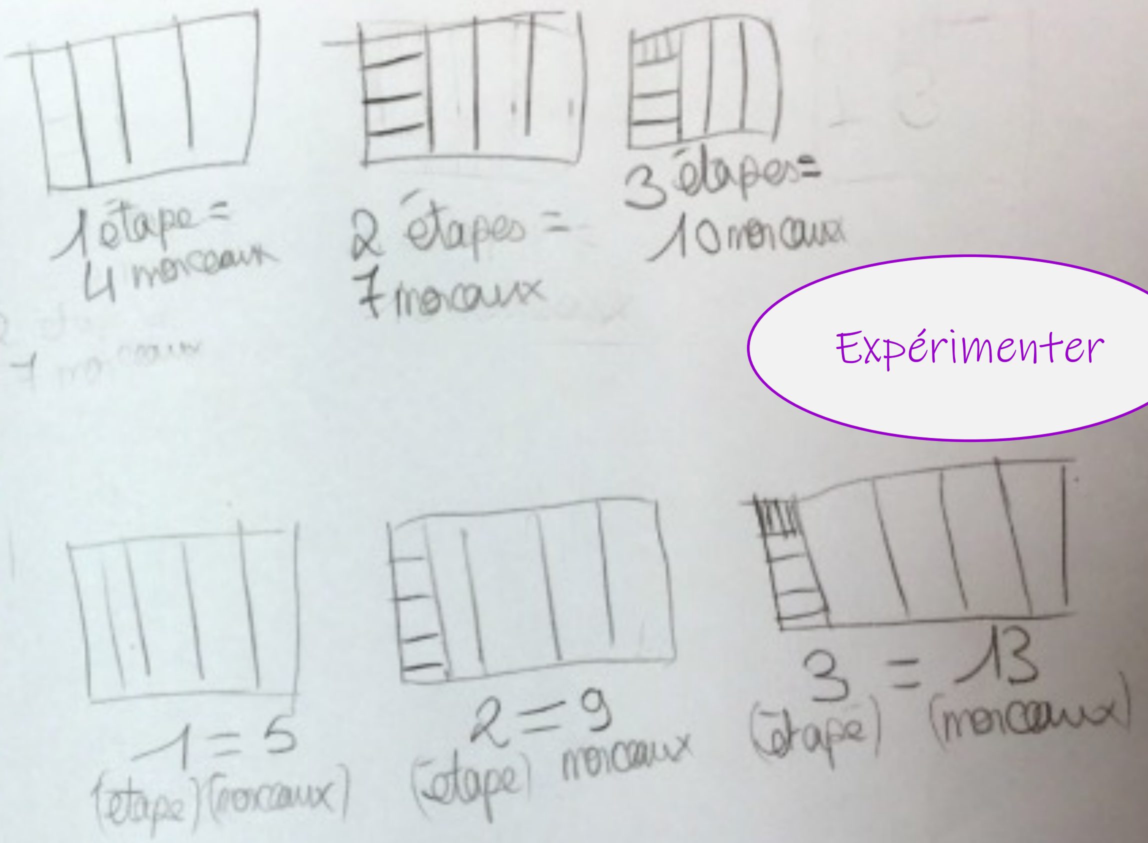
Objectif 3 :

a) on à remarqué que l'on pouvait pas obtenir 5, 6, 8 ...
Si on ajoute 3 à chaque étape à partir de 1 on obtiendra les nombres possible avec cette règle.

Formuler

Objectif 4 :

On peut pas avoir 2016 morceaux car c'est un nombre pair et que cette règle ne permet de obtenir que des nombres impairs. Si on ajoute plus 4 à chaque étape a partir de 1 on obtiendra les nombres impairs possible avec cette règle.



Expérimenter

3) a.
0 . 1
1 . 4
2 . 7
3 . 10
4 . 13

déchirures

$x \times 3 + 1$

Expérimenter

4)
0 . 1
1 . 5
2 . 9
3 . 13
4 . 17

$x \times 4 + 1$

$504 \times 4 + 1 = 2017$

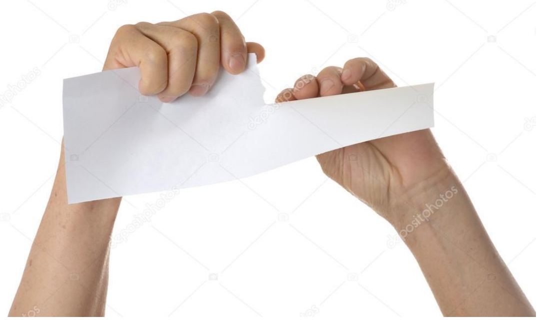
$503 \times 4 + 1 = 2013$

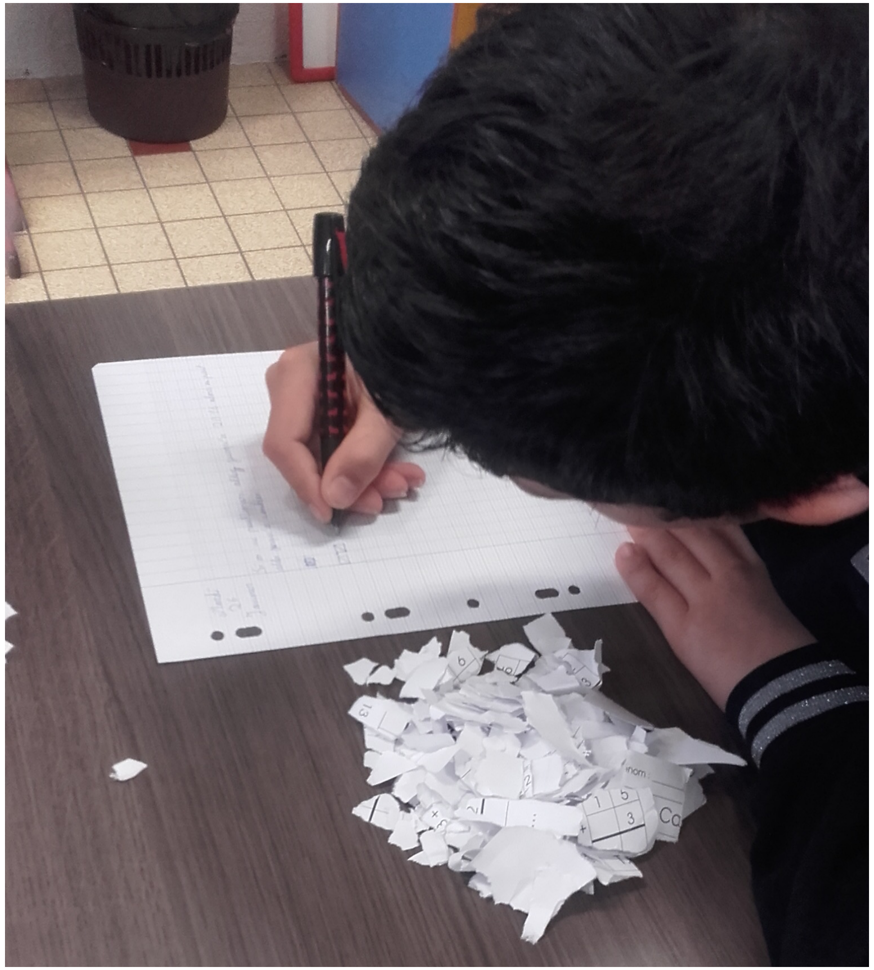
Valider

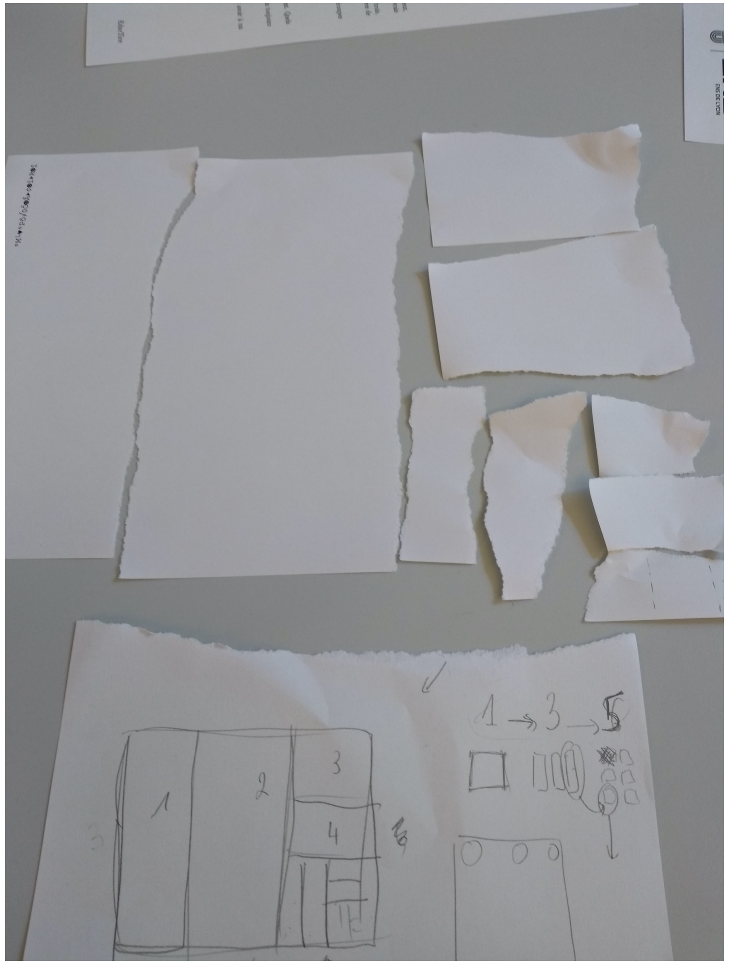
On peut calculer tous les nombres de 4 à 4 en commençant par 1.

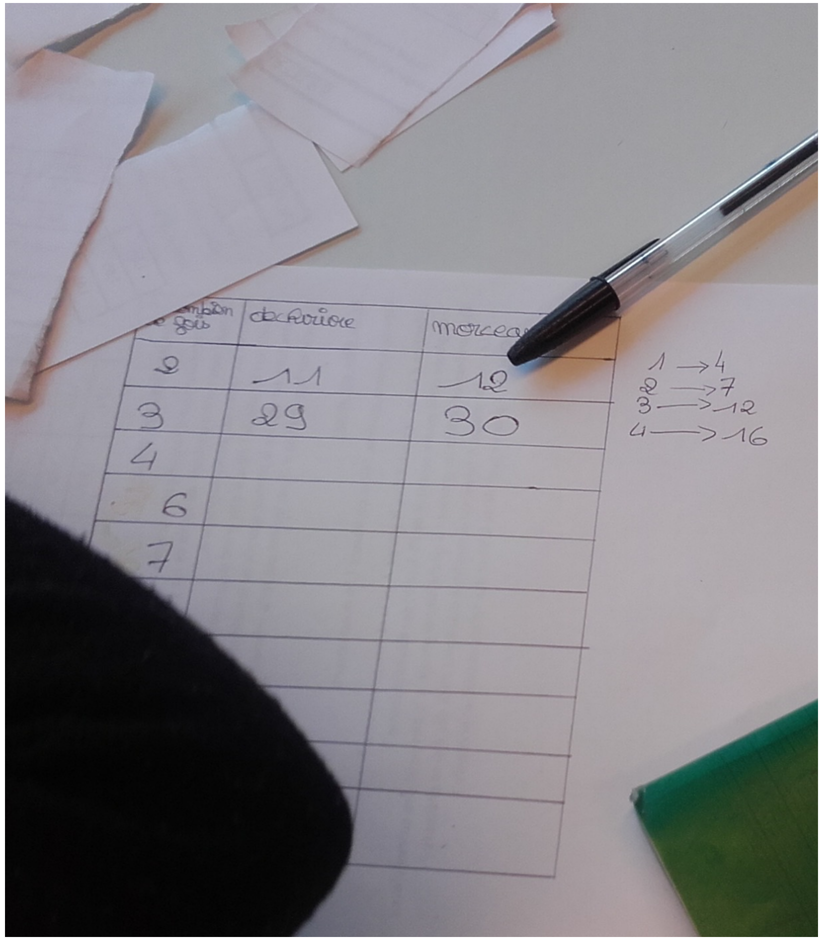
Formuler

A propos de la manipulation...

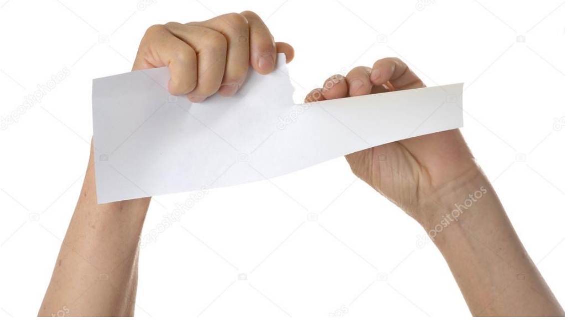








A propos de la manipulation…



- Manipulation passive s’il n’y a pas d’intentionnalité vis-à-vis de l’objet d’apprentissage visé ou de la résolution du problème

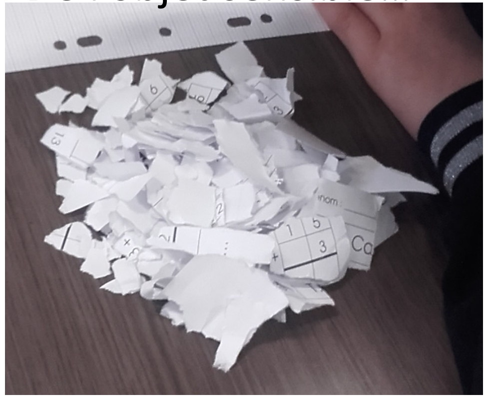
- Manipulation active s’il y a une intentionnalité vis-à-vis de l’objet d’apprentissage visé ou de la résolution du problème

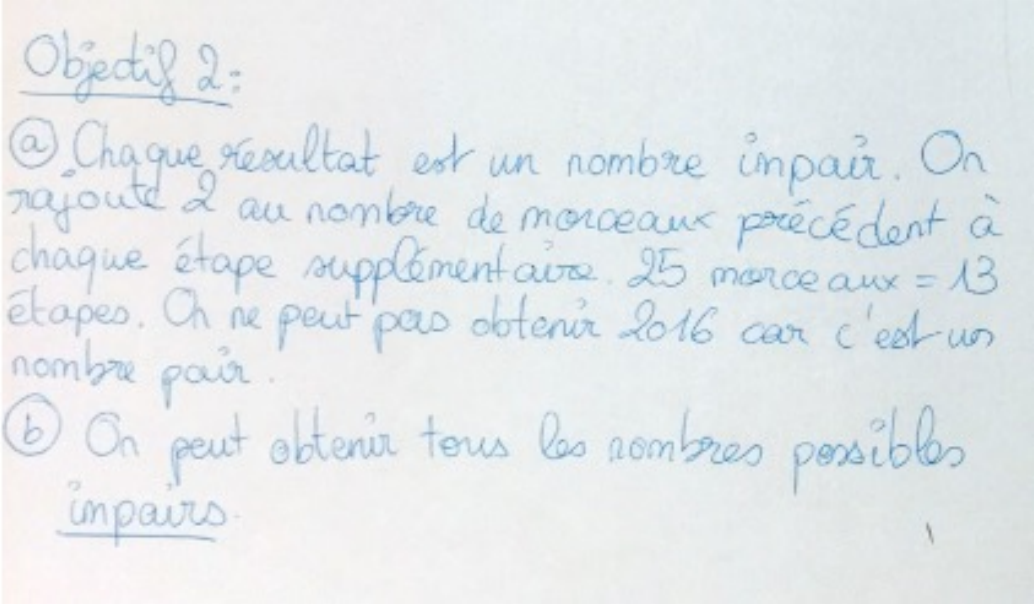
- La manipulation passive peut être une étape intermédiaire permettant de s’engager dans une manipulation active.

- La manipulation active n’est pas garante des apprentissages mais peut permettre d’enclencher le processus.

…permet le passage à l'abstraction

De l'objet sensible…

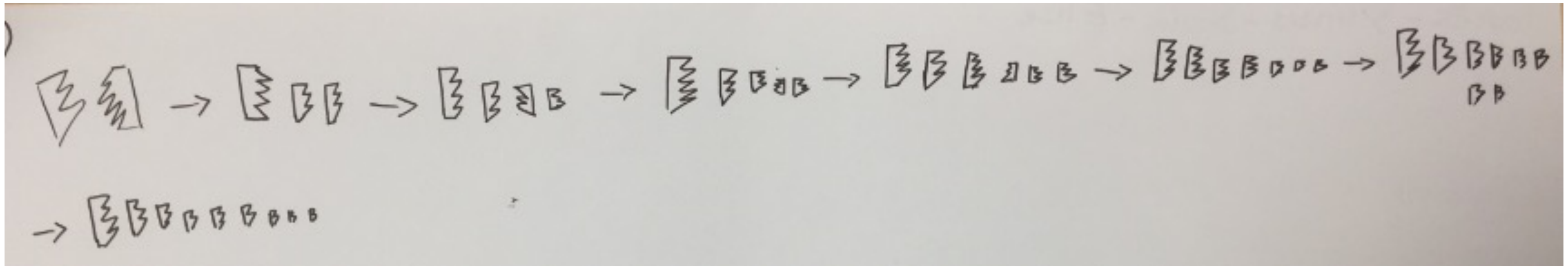


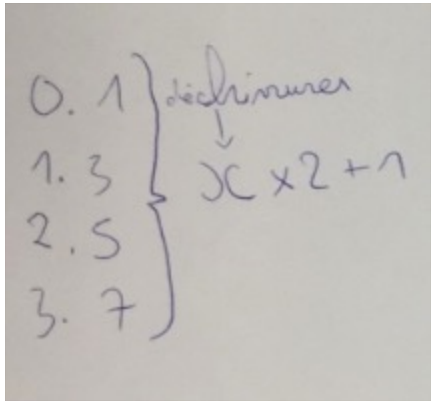


Objectif 2:

ⓐ Chaque résultat est un nombre impair. On rajoute 2 au nombre de morceaux précédent à chaque étape supplémentaire. 25 morceaux = 13 étapes. On ne peut pas obtenir 2016 car c'est un nombre pair.

ⓑ On peut obtenir tous les nombres possibles impairs.

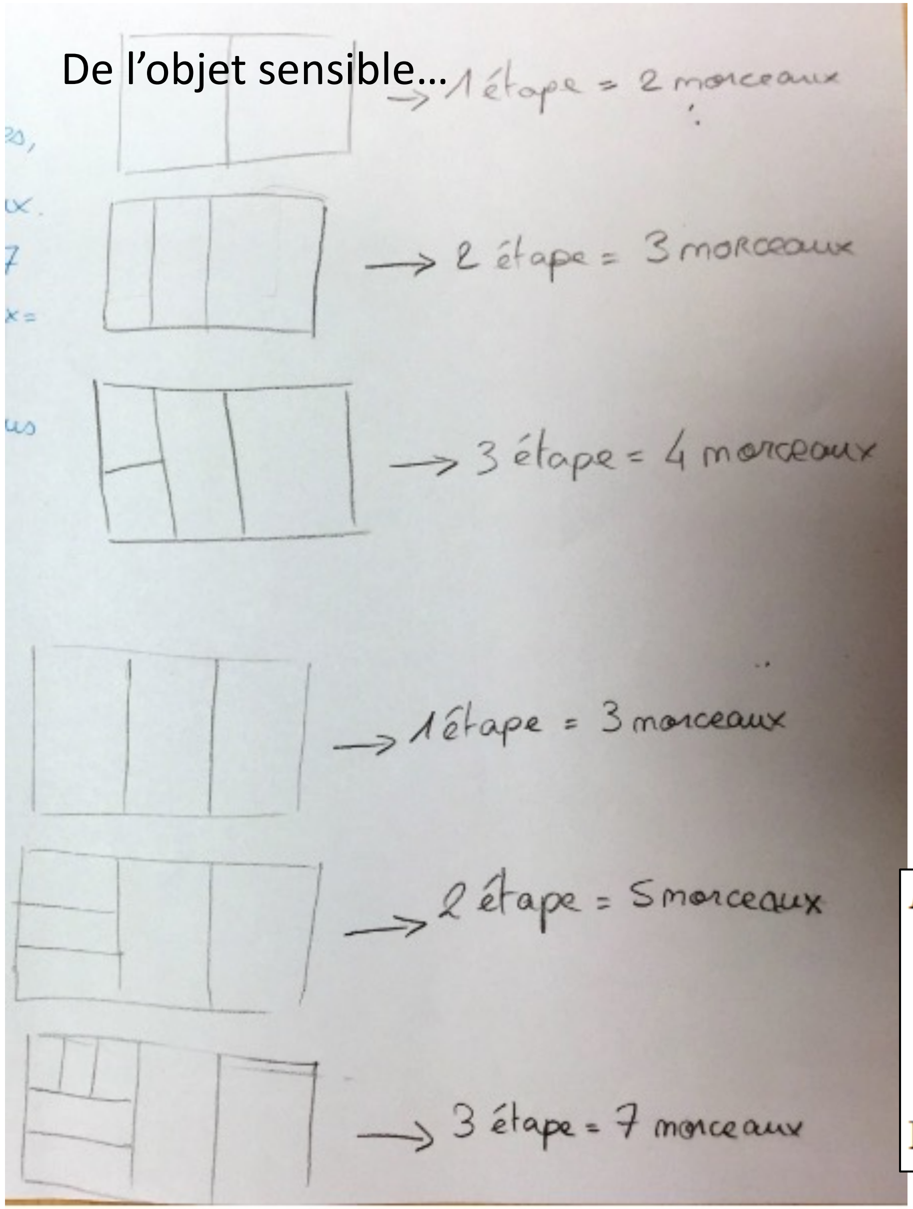




..à l'objet théorique

…permet le passage à l'abstraction

De l'objet sensible…



Ainsi, 2017 sera atteint pour des découpes n avec $n-1$ diviseur de 2016, c'est à dire :

$$n \in \{2,3,4,5,7,8,9,10,13,15,17,19,22,25,29,33,37,43,49,57,64,73,85,97,113,127,145,169,225,253,$$
$$289,337,505,673,1009,2017\}$$

Mais 2018, dont le prédécesseur 2017 est premier, ne sera atteint que par 2 et 2018 !

..à l'objet théorique

Dialectique connaissances/compétences

- Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant. Critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10)
- Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations. Sens des opérations.
- Calculs
- Calcul littéral
- Utiliser des outils pour représenter un problème
- Suites
- Équations diophantiennes

- Chercher
- Raisonner
- Calculer
- Représenter
- Modéliser
- Communiquer

Dialectique connaissances/compétences

Ce que j'ai appris pendant la séance de problème ouvert : c'est qu'il y a beaucoup de façons de résoudre un problème. J'ai vu que c'était des séries donc toutes les unités font 45 à chaque fois. Ce même groupe avait montrer qu'il avait multiplier des dizaines pour aller plus vite. Comparer au travail de groupe c'était assez bien car on s'entendait bien et on devait se mettre daccord pour choisir quelle est la manière la plus rapide de calculer. C'était trop bien !

Quelle mise en œuvre en classe ?

Construire des situations d’apprentissage à partir d’un problème pour chercher

Rappel de l’objectif du groupe DREAM

Objectif : créer une organisation qui permette

● de rendre plus régulière la pratique de recherche de problèmes en classe.
● d’approfondir la recherche d'un problème en classe.
● de traiter les éléments mathématiques du programme à partir des recherches faites par les élèves.
● de relier la progression d’un niveau donné à ces SDRP.

Des situations didactiques de recherche de problème (SDRP)

Ce sont des situations :

- **didactiques**, c'est-à-dire des situations où le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation adidactique ;
- **d'apprentissage**, c'est-à-dire des situations où l'élève fasse fonctionner ses connaissances puis modifier de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée ;
- où le projet commun de l'enseignant et des élèves est avant tout **l'engagement dans la résolution du problème** proposé et l'élaboration de résultats au moins partiels, la genèse de savoirs sur des objets mathématiques nouveaux ;
- où la **dimension expérimentale** est fortement présente.

(Front, 2015)

Une proposition pour une séquence fondée sur les SDRP

2 à 3h

Plusieurs heures en fonction du problème et du travail des élèves

Moins d'1h

Un exemple sur le problème qui déchire

3 classes de Liaison école-collège : **CM1-CM2 ; 6e SEGPA et 6e ordinaire**

2 séances ($\approx 3h$)

2 séances ($\approx 2h$)

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

La recherche du problème

Séance 1
30 – 45 min

Action 0 : 1 feuille
Action 1 : on la déchire en 2 morceaux
Action 2 : on prend un morceau et on le déchire à nouveau en 2

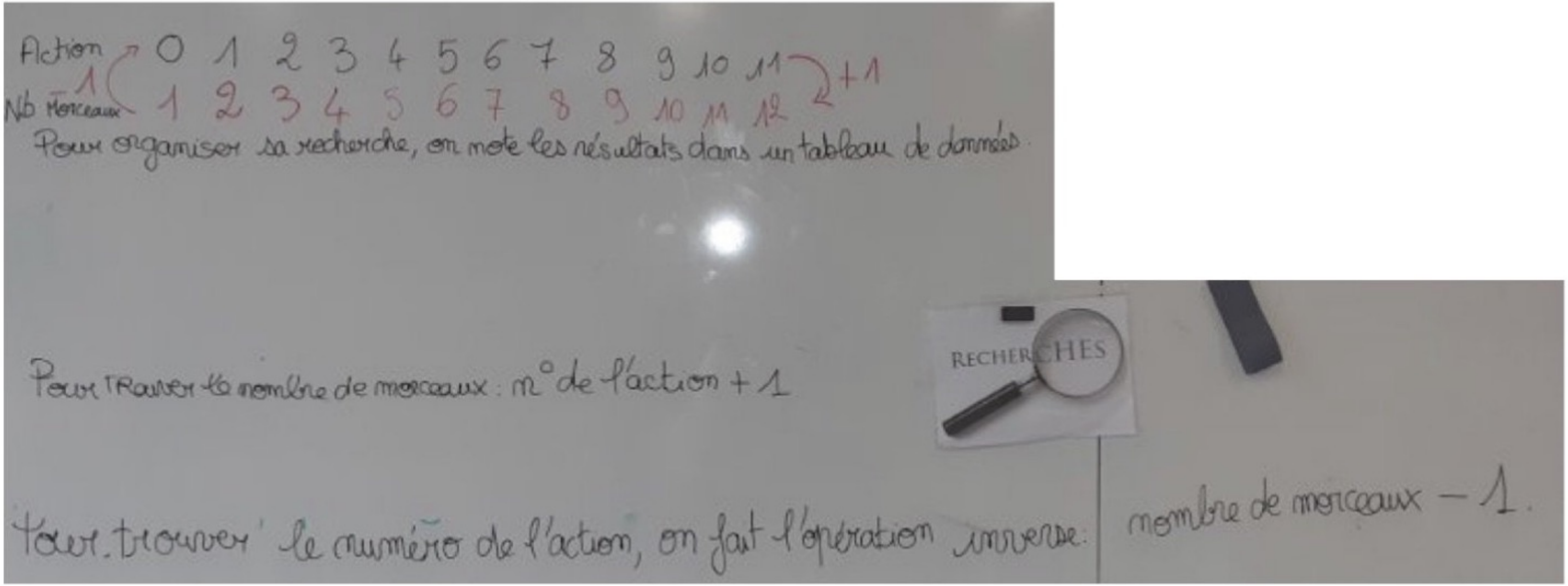
Construire un tableau peut être utile pour chercher…

Action												
Morceaux												

1) A la fin de l'action 7, combien a-t-on de morceaux de papier ?
2) A la fin de l'action 10, combien a-t-on de morceaux de papier ?
3) Peut-on avoir 15 morceaux de papier ? Si oui, en combien d'actions ?
4) Peut-on obtenir 63 morceaux de papier ? Si oui, en combien d'actions ?

La recherche du problème

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe



La recherche du problème

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

Séance 2
1h45

Action 0 : 1 feuille
Action 1 : on la déchire en 3 morceaux
Action 2 : on prend un morceau et on le déchire à nouveau en 3

Construire un tableau peut être utile pour chercher…

1) A la fin de l'action 7, combien a-t-on de morceaux de papier ?
2) A la fin de l'action 10, combien a-t-on de morceaux de papier ?
3) Peut-on avoir 27 morceaux de papier ? Si oui, en combien d'actions ?
4) Peut-on obtenir 40 morceaux de papier ? Si oui, en combien d'actions ?

La recherche du problème

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

Séance 2
1h45

ORGANISATION DE LA SEANCE

0) PRESENTATION DE L'ENONCE - 10 min

1) TRAVAIL INDIVIDUEL/EN PETITS GROUPES - 20 min
*questions n°1 et 2
*1ère partie d'affiche

2) RECREATION - 15 min

3) TRAVAIL EN PETITS GROUPES - 30 min
*questions n°3 et 4
*2ème partie d'affiche

4) DEBAT et SYNTHESE COLLECTIVE - 30 min
*présentation affiches
*bilan

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

La recherche du problème

Question

Question 1 : A la fin de l'action 7 il y a ~~16~~ (17) morceaux (15)

Nous avons déchirer 7 bou de papiers et nous avons vu ~~...~~ morceaux !
(15)

Question 4 : Oui on peu faire 27 morceaux en 13 action

Nous avons ajoutec 2 case de plase

Exemple:

11	12	13
23	25	27

② A la fin de l'action 10 il y a 27 morceaux de papier

On a découpé les morceaux de papiers.

La recherche du problème

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25

Pour trouver les resultat nous avons rajouter 2 a chaque resutat précedent. (morceaux).

La recherche du problème

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

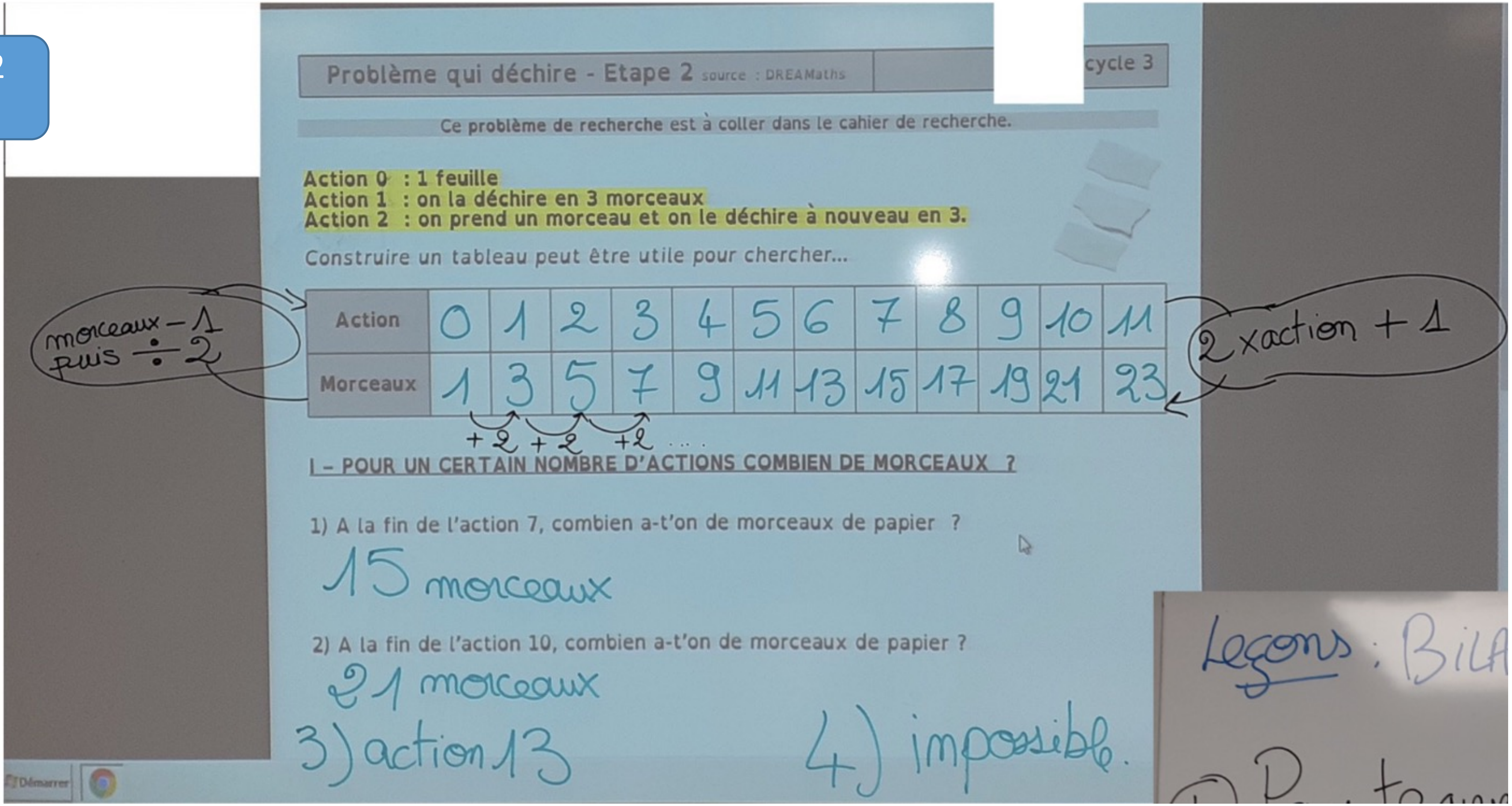
Question 1 et 2 :
À la fin de la 7ème action nous avons obtenu 15 morceaux de papier. On calcule 2×l'action puis on rajoute 1, pour au final trouver le nombre de morceaux de papier. Ou a l'inverse, on enlève 1 ou nombre de morceaux puis on le divise pour trouver le nombre d'action

Question : 4
On ne peut pas atteindre 40 car c'est un nombre paires, et il n'y a que des nombres impaires pour les résultats (morceaux)
Les nombre que l'on peut trouver sont 39 ou 41 car se sont des nombre impaires.

Le bilan de la recherche

Bilan sur les savoirs, notions et méthodes utilisés

Séance 2
1h45



Problème qui déchire - Etape 2 source : DREAMaths — cycle 3

Ce problème de recherche est à coller dans le cahier de recherche.

Action 0 : 1 feuille
Action 1 : on la déchire en 3 morceaux
Action 2 : on prend un morceau et on le déchire à nouveau en 3.

Construire un tableau peut être utile pour chercher...

Action	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Morceaux	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

+2 +2 +2 ...

morceaux − 1 puis ÷ 2

2 × action + 1

I – POUR UN CERTAIN NOMBRE D'ACTIONS COMBIEN DE MORCEAUX ?

1) A la fin de l'action 7, combien a-t'on de morceaux de papier ?

15 morceaux

2) A la fin de l'action 10, combien a-t'on de morceaux de papier ?

21 morceaux

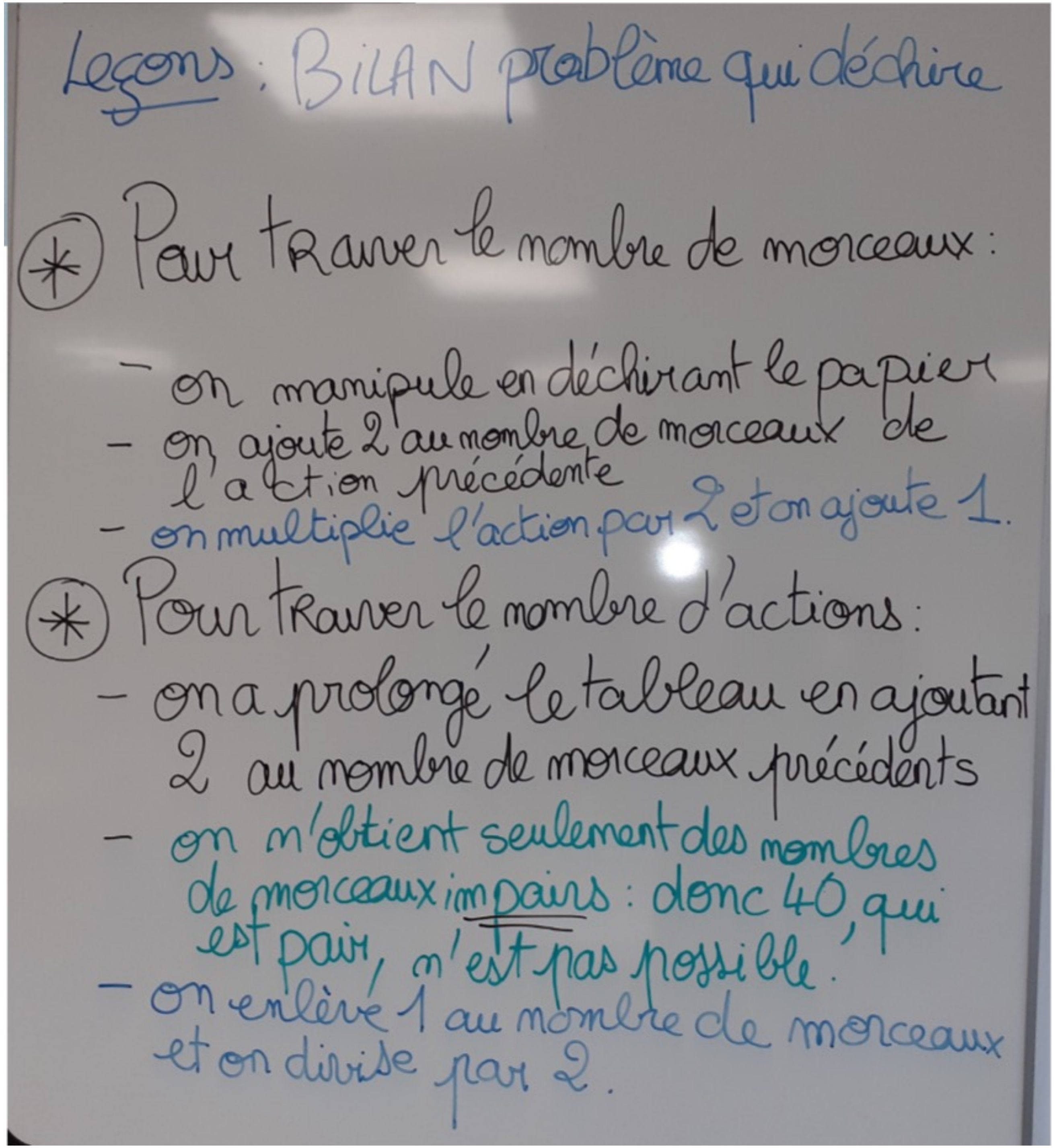
3) action 13

4) impossible.

Leçons : Bila…

Le bilan

Séance 2
1h45



Une première étude

Savoirs / notion 1

Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

Savoirs / notion 2

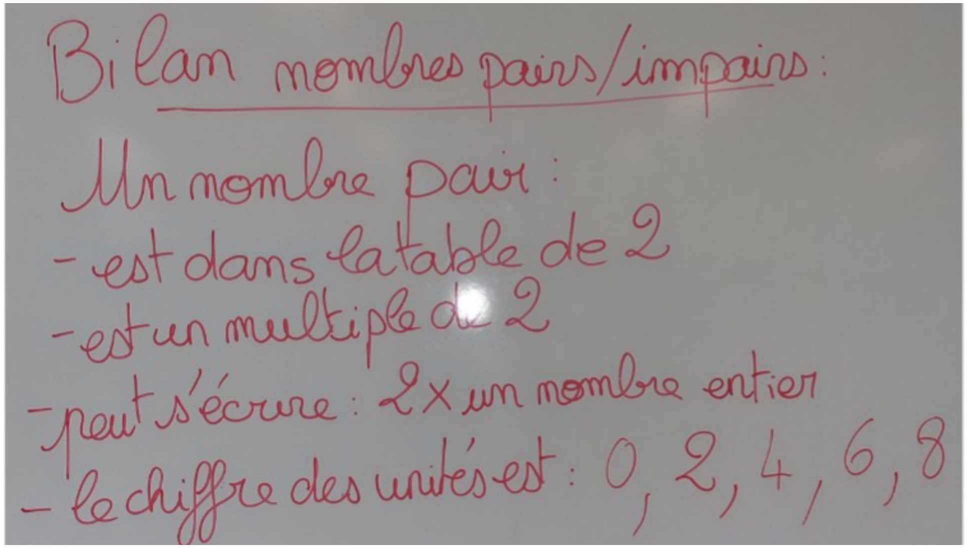
Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

• • •

Trace écrite / Institutionnalisation des savoirs travaillés

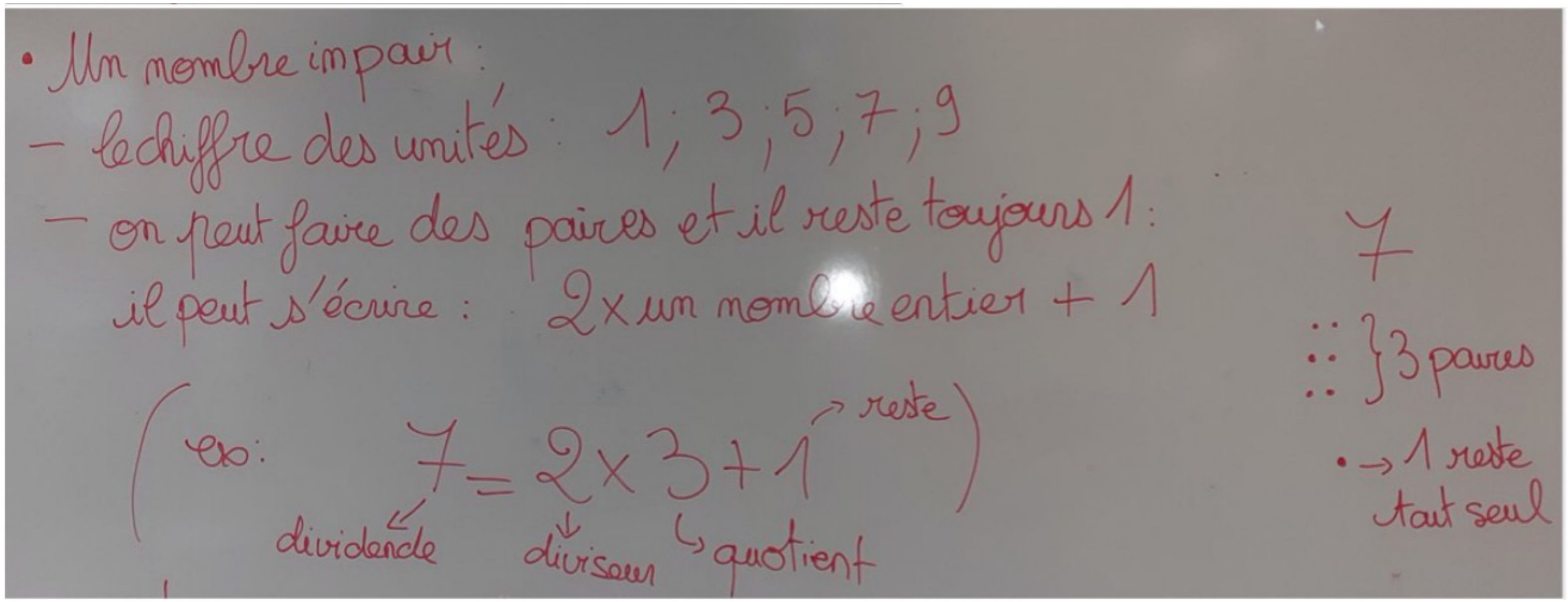
Séance 3
1h

Notion de parité



Bilan nombres pairs/impairs :

Un nombre pair :
- est dans la table de 2
- est un multiple de 2
- peut s'écrire : 2 x un nombre entier
- le chiffre des unités est : 0, 2, 4, 6, 8



• Un nombre impair :
- le chiffre des unités : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9
- on peut faire des paires et il reste toujours 1 :

il peut s'écrire : 2 x un nombre entier + 1

(ex : $7 = 2 \times 3 + 1$ → reste)

dividende, diviseur, quotient

7

} 3 paires

→ 1 reste tout seul

Une première étude

Savoirs / notion 1

Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

Savoirs / notion 2

Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

• • •

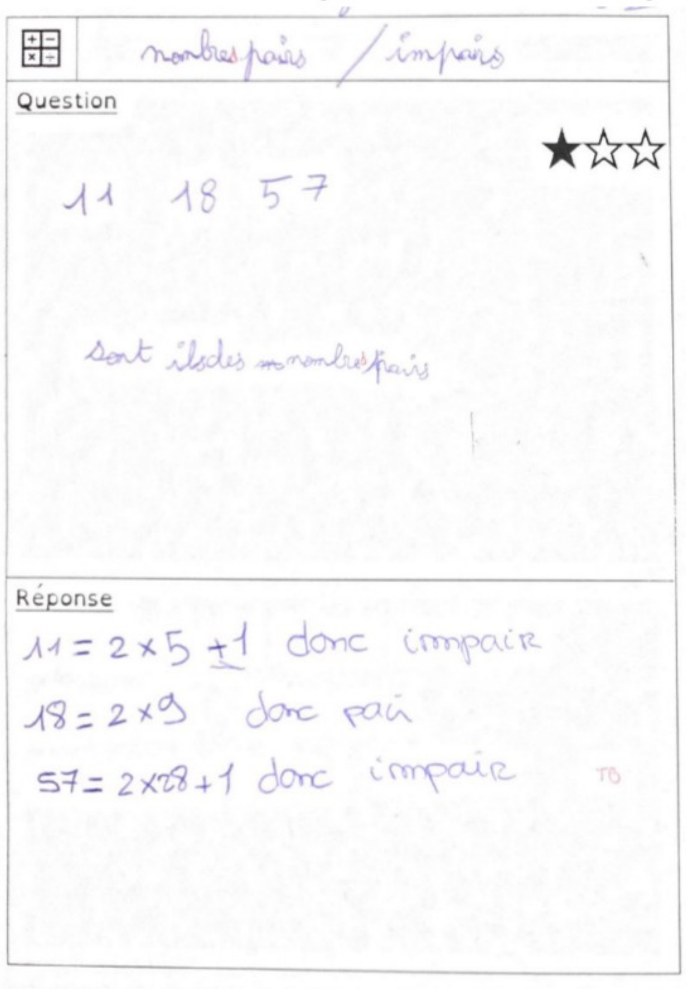
Séance 3
1h

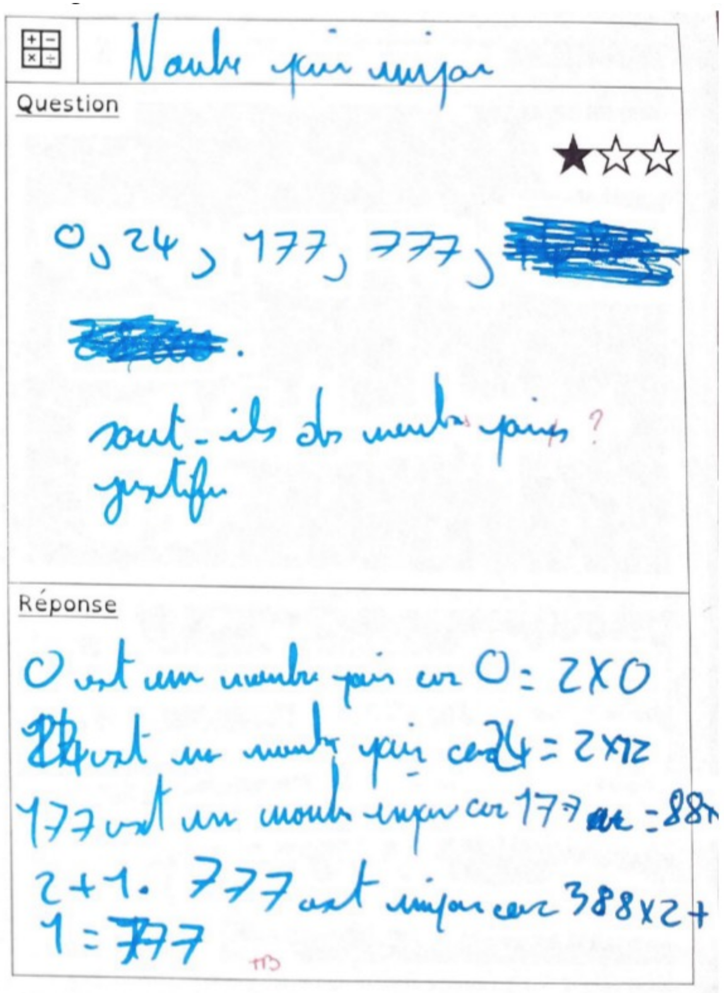
Notion de parité

1. Des applications : 14 et 7 sont-ils des nombres pairs ? Justifier.

2. Des créations d'énoncés par les élèves pour des mises en train

3. Devoirs à la maison : 0 ; 17 ; 296 ; 555 ; 1 381 ; 24 888 ; 1 000 000 sont-ils des nombres pairs ? Justifier.


nombres pairs / impairs
Question
11 18 57
Sont ils des nombres pairs
Réponse
11 = 2 × 5 + 1 donc impair
18 = 2 × 9 donc pair
57 = 2 × 28 + 1 donc impair


Question
0, 24, 177, 777,
sont-ils des nombres pairs ?
justifie
Réponse
0 est un nombre pair car 0 = 2 × 0
24 est un nombre pair car 24 = 2 × 12
177 est un nombre impair car 177 = 88 × 2 + 1. 777 est impair car 388 × 2 + 1 = 777

Une seconde étude

Savoirs / notion 1

Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

Savoirs / notion 2

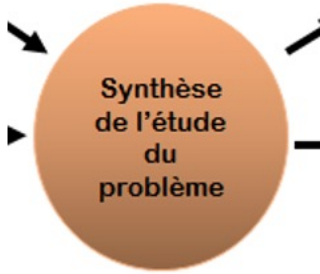
Aspects techniques et approfondissements éventuels pour avancer dans le problème

• • •

Séance 4
1h

Notion : division euclidienne

En particulier, quand les élèves seront amenés à représenter une division euclidienne sous la forme : dividende = diviseur x quotient + reste, réinvestir le fait que le problème qui déchire nous avait conduit à représenter un nombre impair de morceaux par : 2 x nombre entier (ou numéro d'action) + 1, et que pour remonter au numéro de l'action à partir du nombre de morceaux, le dernier groupe avait indiqué 'enlever 1' au nombre de morceaux, puis diviser le résultat obtenu par 2, en verbalisant eux-mêmes le fait qu'il s'agissait de l'« opération inverse ».



Le problème qui déchire

- **Notions travaillées**
  - Propriétés des nombres et des opérations
  - Résoudre des problèmes en mettant en jeu les quatre opérations
  - Ecrire une expression littérale
  - Multiples et diviseurs
- **Chercher**
  - S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter
  - Chercher des exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture
- **Représenter**
  - Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, tableaux
- **Modéliser**
  - Utiliser le calcul littéral pour modéliser une situation
- **Raisonner**
  - Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.
  - Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui
- **Communiquer**
  - Expliquer à l'oral ou à l'écrit sa démarche, son raisonnement
  - Comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange

Un autre exemple sur le problème qui déchire

En CM1

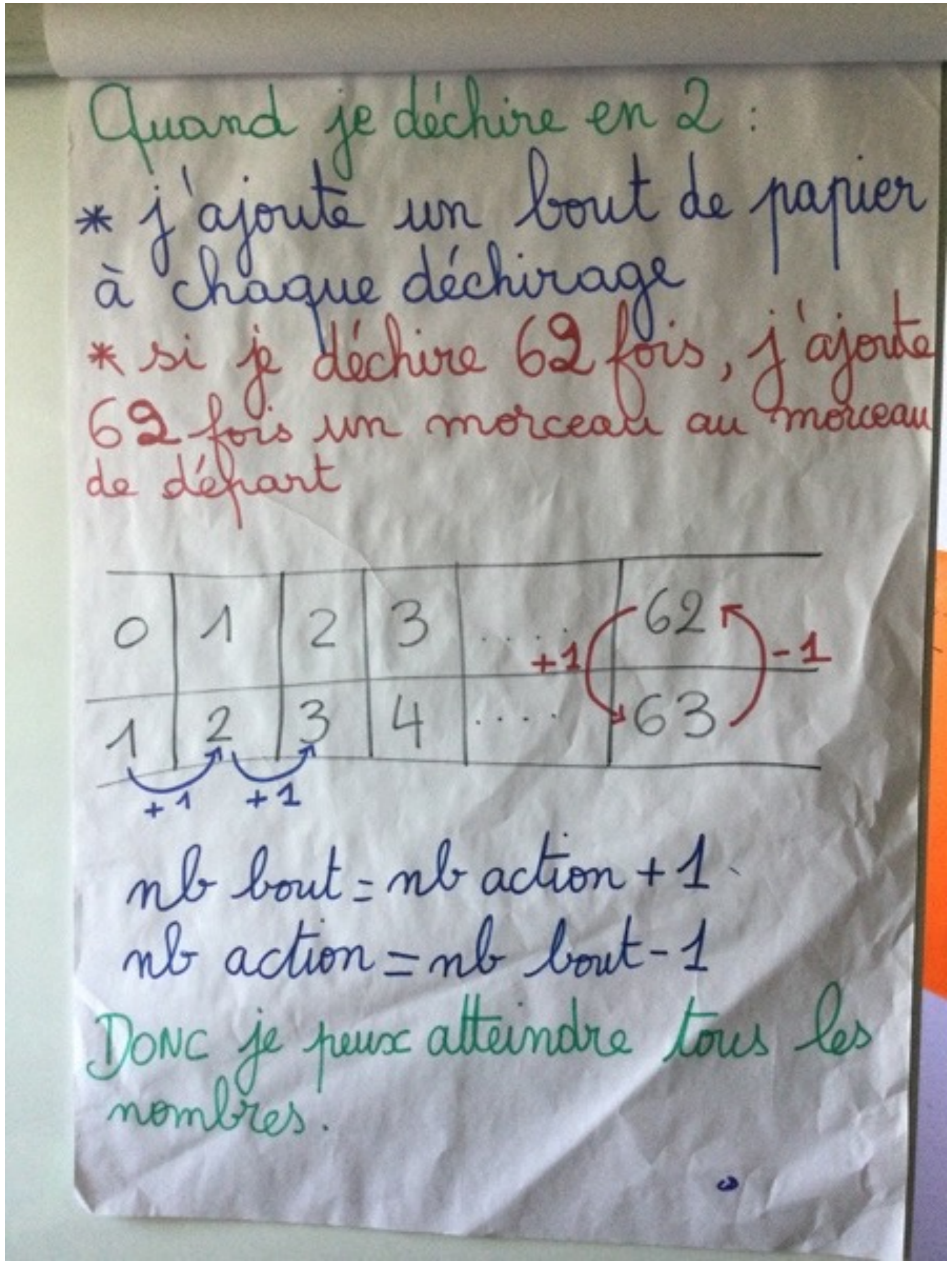
Objectifs :

- Développer des stratégies de recherche
- Aborder la compréhension du sens de la division euclidienne
- Chercher, raisonner, calculer, communiquer

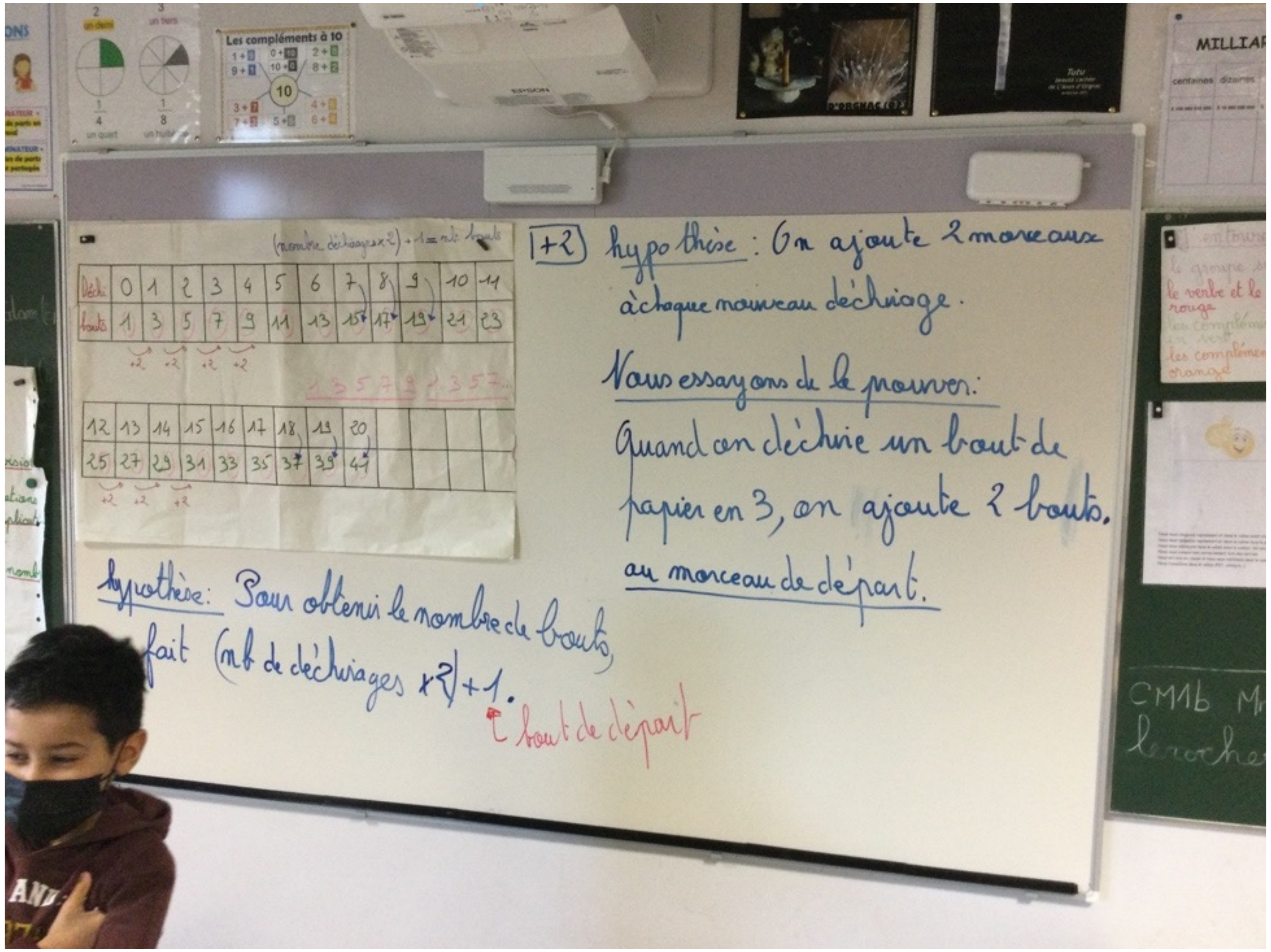
6 séances

- **Séance 1** : déchirer en 2 morceaux
- **Séance 2** : déchirer en 3 morceaux, avec blocage de la manipulation
- **Séance 3** : Prendre conscience que déchirer en 3 c'est ajouter 2 ou 2k+1. Prouver ces deux conjectures.
- **Séances 4 et 5** : Comprendre que nombre impair = 2k+1
- **Séance 6** : Comprendre que déchirer en 4 revient à faire nb bout+3 ou 3k +1 et inversement -1 puis :3

Fin de la séance 1



Début de la séance 3



Fin de la séance 5

Quand je déchire en 3

* j'ajoute 2 bouts de papier à chaque déchirage
* si je déchire 62 fois, j'ajoute 62 fois 2 morceaux au morceau de départ

0	1	2	3	...	62
1	3	5	7	...	125

+ 2   + 2

x2   +1   moitié :2   -1

nb bout = (nb action x 2) + 1

nb action = (nb bout - 1) : 2

= nb bout - 1 et je prends la moitié

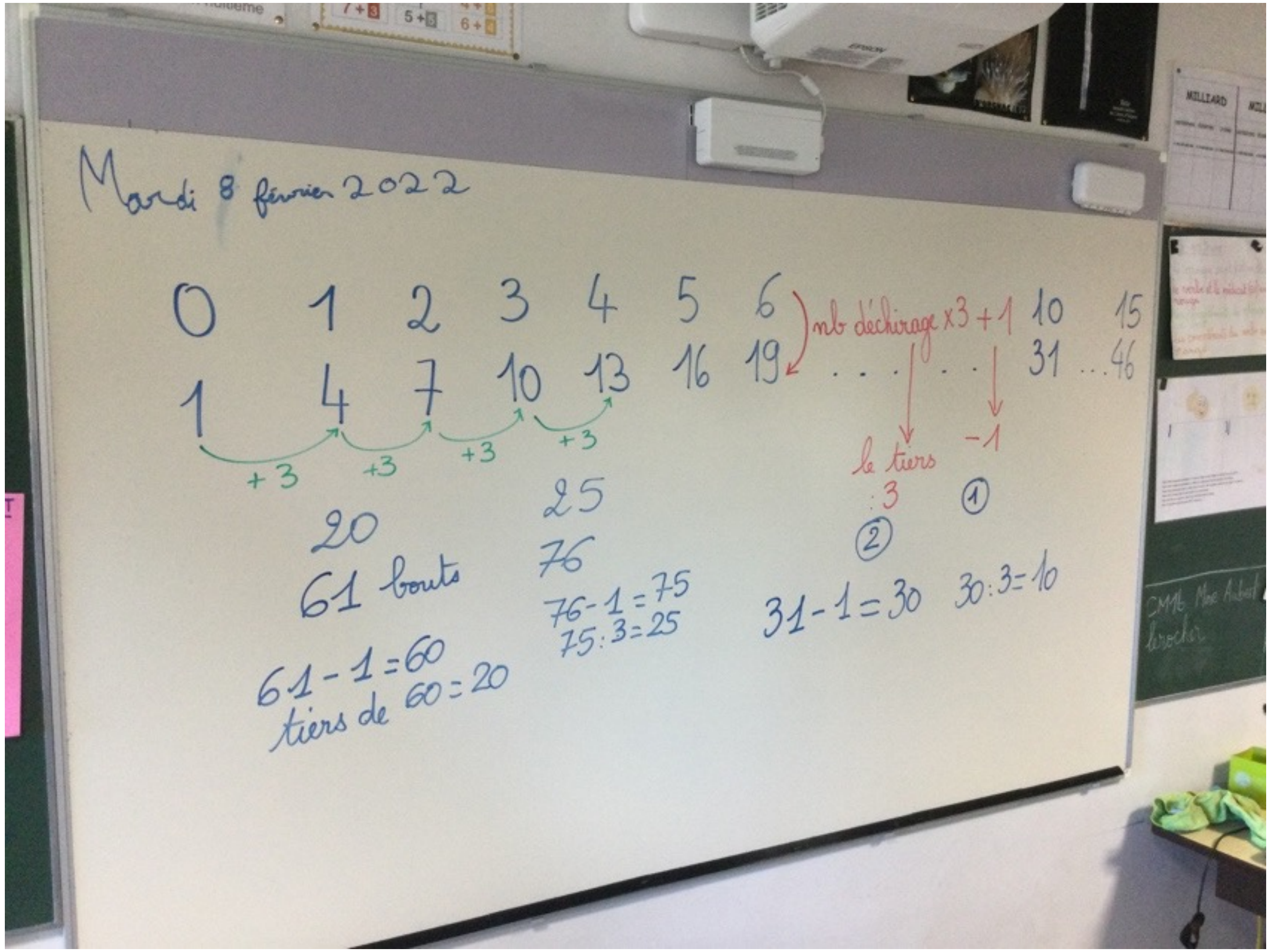
Je peux atteindre que les nombres impairs.

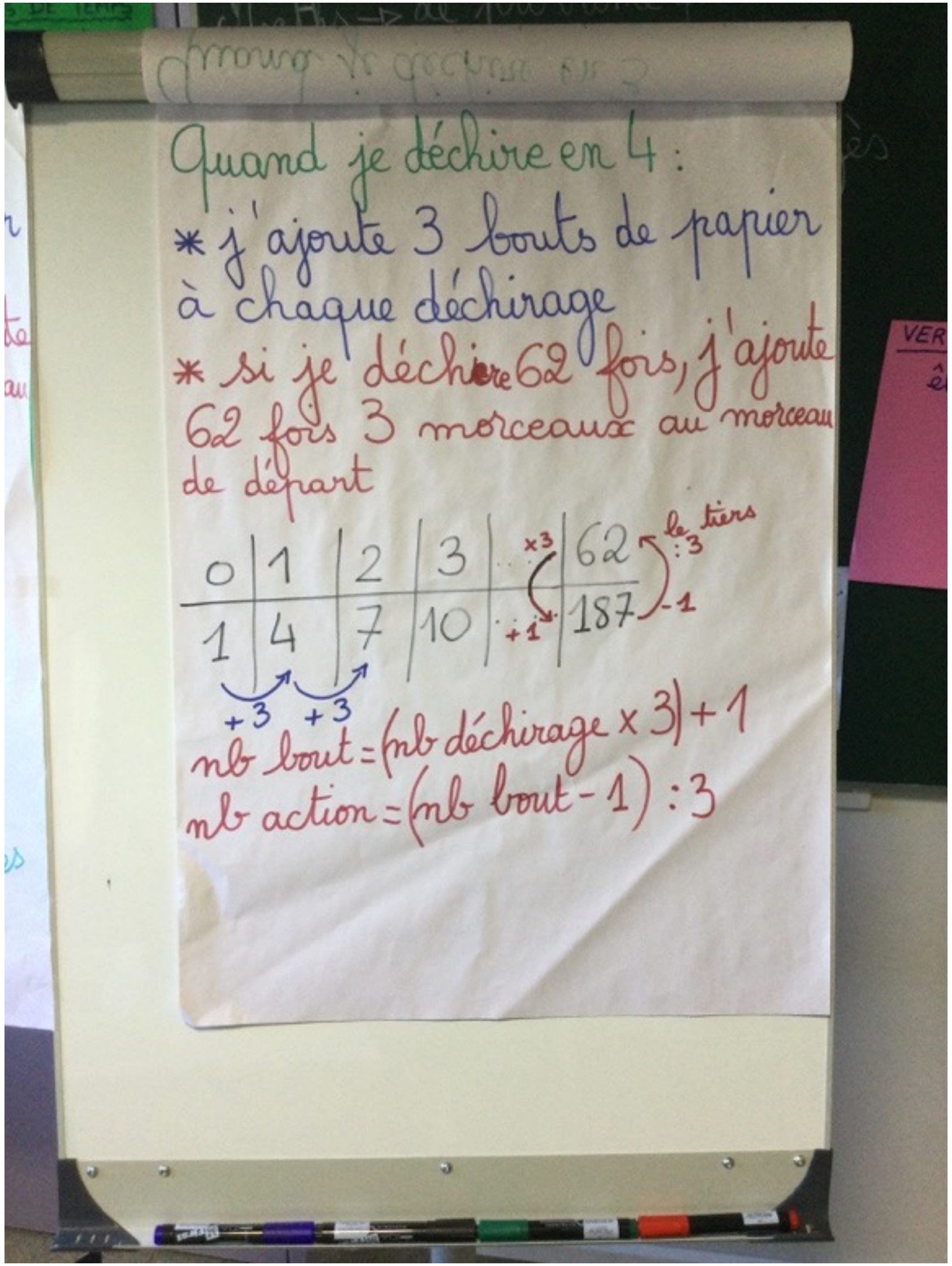
Les nombres impairs :

- sont des nombres dont le chiffre des unités est 1, 3, 5, 7 ou 9
- peuvent être décomposés en nombre de paquets de 2 et 1 unité.

$15 = (7 \times 2) + 1$ $57 = (28 \times 2) + 1$

Fin de la séance 6





Un autre exemple sur le problème qui déchire

En classe de Seconde, dans le cadre du Rallye des maths

1 **Combien de fois je devrais faire cette opération pour avoir 2016 morceaux de papier ?**

$$f(x) = x + 1 \Leftrightarrow 2016 = x + 1 \Leftrightarrow x = 2016 - 1 \Leftrightarrow x = 2015$$

2 **Est-ce que je pourrais avoir un jour 2016 morceaux en coupant en trois morceaux chaque morceau ?**

$$f(x) = (m-1)x + 1 \Leftrightarrow 2016 = 2x + 1 \Leftrightarrow 2016 - 1 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{2015}{2} \Leftrightarrow x = 1007.5$$

3 **Est-ce que je pourrais avoir un jour 2016 morceaux en coupant en quatre morceaux, en cinq morceaux chaque morceau ?**

4 **Quelles sont les découpes qui me permettraient d'obtenir 2016 morceaux ?**

tous les valeurs possibles de m tel que $\frac{2016-1}{m-1} \in \mathbb{N}$

5 **Quelles sont les découpes qui me permettraient d'obtenir 2015, 2017, 2018 morceaux ?**

6 **Si je voulais atteindre un nombre n de morceaux, quelles seraient les découpes qui me permettraient de l'atteindre ?**

Ces découpes sont 2, 6, 14, 32, 66, 156, 404, ou 2016 morceaux.

Un autre exemple sur le problème qui déchire

En classe de Seconde, dans le cadre du Rallye des maths

7 **Est-ce que je peux atteindre 2016 en coupant en 2 ou en 3 parties ? De combien de façons différentes ?**

8 **Est-ce que je peux toujours atteindre 2016 en coupant en 3 ou en 4 parties, en 6 ou 8 parties ? ... Est-ce que je peux toujours obtenir 2016 morceaux de papier ? De combien de façons différentes ?**

9 **Et si je choisis un entier n. Pourrais-je toujours découper ma feuille pour avoir à un certain moment n morceaux de papier ? Et de combien de façons différentes ?**

10 **Est-ce que je peux toujours découper ma feuille pour avoir à un certain moment n morceaux de papier ? Et de combien de façons différentes ? (autre interprétation)**

A **Code du programme (algorithme) de la première partie**

B **Code du programme (algorithme) de la deuxième partie**

C **Code du programme (algorithme) de la dernière question**

Pour plus de détails, cliquer ici !

Un exemple en cycle 4 sur les fractions

Les fractions egyptiennes

1) Le premier calcul est impossible car la seule solution serait (a)=(b) = 2 car sinon $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$: est inferieur au nombre 1

2) La réponse est : $1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ car :

(1) + (2) + (3) / 6

$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

donc la réponse est

Les fractions égyptiennes

• ~~Oui, on peut trouver deux entiers naturels distincts tels que : $1 = \frac{1}{1} + \frac{1}{0}$ car :~~

$\frac{1}{0}$ n'existe pas !!!

Correction apportée a posteriori pour affichage dans la classe

• Oui, on peut trouver trois entiers naturels distincts tels que : $1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$: car :

et que :

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$. Et $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

• Non, on ne peut pas trouver quatre entiers naturels et distincts. On a quand même trouvé quatre entiers naturels indistincts :

$1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.

Un exemple e

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe → **Bilan sur les savoirs, notions et méthodes utilisés**

Bilan : voici la liste des réponse et hypotèse de la classe

x → $\frac{1}{1} + \frac{1}{9898989898} = 1$

→ $\frac{1}{1} + \frac{1}{0}$: la calculatrice dit que c'est incorrect

→ La seule solution pour deux fractions serait $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ si on prend pas deux dénominateur égaux, le résultat est inférieure 1.

→ Pour 3 fractions :

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ un schéma a été proposé par un groupe

car $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

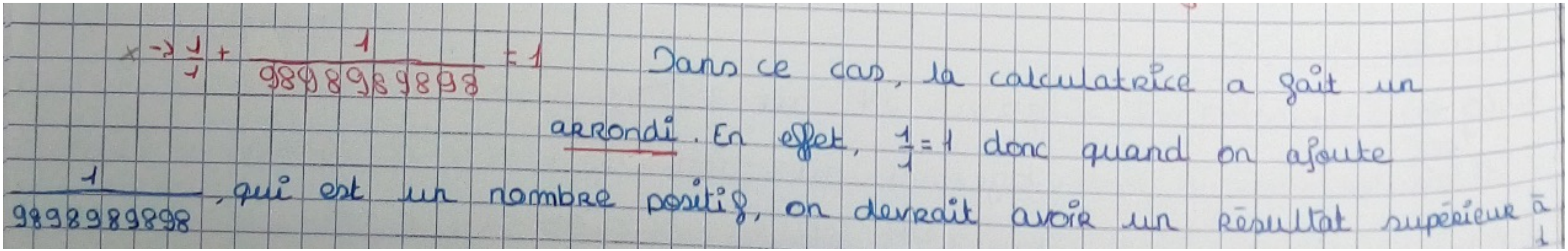
→ Pour 4 fractions :

$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$

→ Un groupe a émis la conjecture : "on ne peut trouver une solution que pour un nombre impair des fractions"

Un exemple en cycle 4 sur les fractions

Travail sur approximation, comparaison, ordre.

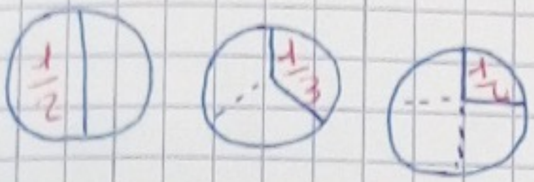


Travail sur comparaison, ordre, inégalités. Différentes représentations des fractions.

→ Pour la première question, la seule solution est $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ Si on prend deux dénominateurs différents, le résultat est toujours inférieur à 1

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

cette solution ne répond pas au problème car les dénominat-eurs sont égaux.

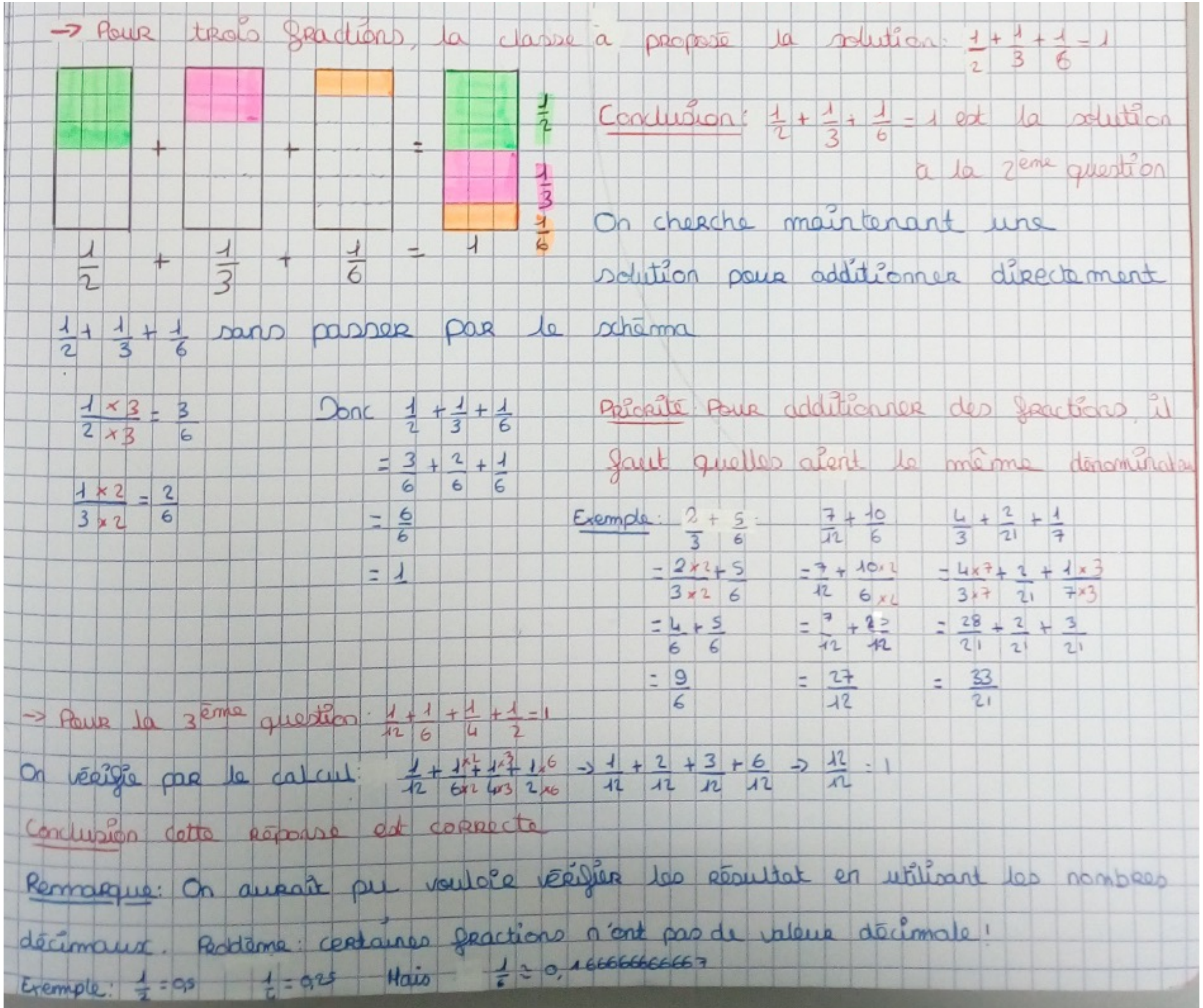


Plus on augmente le dénominateurs, plus les parts sont petites

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}<1$ et $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}<1$ et $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}<1$

On ne peut pas former une unité en ajoutants deux fractions égyptiennes de dénominateurs différents.

On ne peut pas trouver de réponse à la première question



→ Pour trois fractions, la classe a proposé la solution : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$

$\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{6}$ = 1

Conclusion : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ est la solution à la 2ème question

On cherche maintenant une solution pour additionner directement $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ sans passer par le schéma

$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$

$\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

Donc $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$
$= \frac{6}{6}$
$= 1$

Priorité : Pour additionner des fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur

Exemple : $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
$= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6}$
$= \frac{4}{6} + \frac{5}{6}$
$= \frac{9}{6}$

$\frac{7}{12} + \frac{10}{6}$
$= \frac{7}{12} + \frac{10 \times 2}{6 \times 2}$
$= \frac{7}{12} + \frac{20}{12}$
$= \frac{27}{12}$

$\frac{4}{3} + \frac{2}{21} + \frac{1}{7}$
$= \frac{4 \times 7}{3 \times 7} + \frac{2}{21} + \frac{1 \times 3}{7 \times 3}$
$= \frac{28}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21}$
$= \frac{33}{21}$

→ Pour la 3ème question : $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$

On vérifie par le calcul : $\frac{1}{12} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 6}{2 \times 6} \to \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{6}{12} \to \frac{12}{12} = 1$

Conclusion cette réponse est correcte

Remarque : On aurait pu vouloir vérifier les résultat en utilisant les nombres décimaux. Problème : certaines fractions n'ont pas de valeur décimale !

Exemple : $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{1}{4} = 0{,}25$ Mais $\frac{1}{6} \simeq 0{,}16666666667$

Travail sur différentes représentations des fractions.
Travail sur additions de fractions.
Travail sur approximation.

Exercice 18 p 28

a. $\dfrac{2}{3} \overset{\times 9}{\underset{\times 9}{=}} \dfrac{18}{27}$ b. $\dfrac{11}{8} \overset{\times 5}{\underset{\times 5}{=}} \dfrac{55}{40}$ c. $\dfrac{4}{7} \overset{\times 6}{\underset{\times 6}{=}} \dfrac{24}{42}$ d. $\dfrac{9}{10} \overset{\times 9}{\underset{\times 9}{=}} \dfrac{81}{90}$

Exercice 19 p 28

a. $\dfrac{-6}{1} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \dfrac{-24}{4}$ b. $\dfrac{3}{-5} \overset{\times(-3)}{\underset{\times(-3)}{=}} \dfrac{-9}{15}$ c. $\dfrac{-1}{9} \overset{\times 7}{\underset{\times 7}{=}} \dfrac{-7}{63}$ d. $\dfrac{-14}{-13} \overset{\times(-5)}{\underset{\times(-5)}{=}} \dfrac{?}{65}$

Exercice 42 p 30

a. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1\times 2}{2\times 2} + \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{2}{4} + \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{3}{4}$

b. $\dfrac{5}{6} + \dfrac{5}{12}$

$\dfrac{5\times 2}{6\times 2} + \dfrac{5}{12}$

$\dfrac{10}{12} + \dfrac{5}{12}$

$\dfrac{15}{12}$

c. $\dfrac{13}{14} + \dfrac{5}{7}$

$\dfrac{13}{14} + \dfrac{5\times 2}{7\times 2}$

$\dfrac{13}{14} + \dfrac{10}{14}$

$\dfrac{23}{14}$

d. $\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{24}$

$\dfrac{3\times 6}{4\times 6} + \dfrac{5}{24}$

$\dfrac{18}{24} + \dfrac{5}{24}$

$\dfrac{23}{24}$

e. $\dfrac{6}{7} + \dfrac{2}{35}$

$\dfrac{6\times 5}{7\times 5} + \dfrac{2}{35}$

$\dfrac{30}{35} + \dfrac{2}{35}$

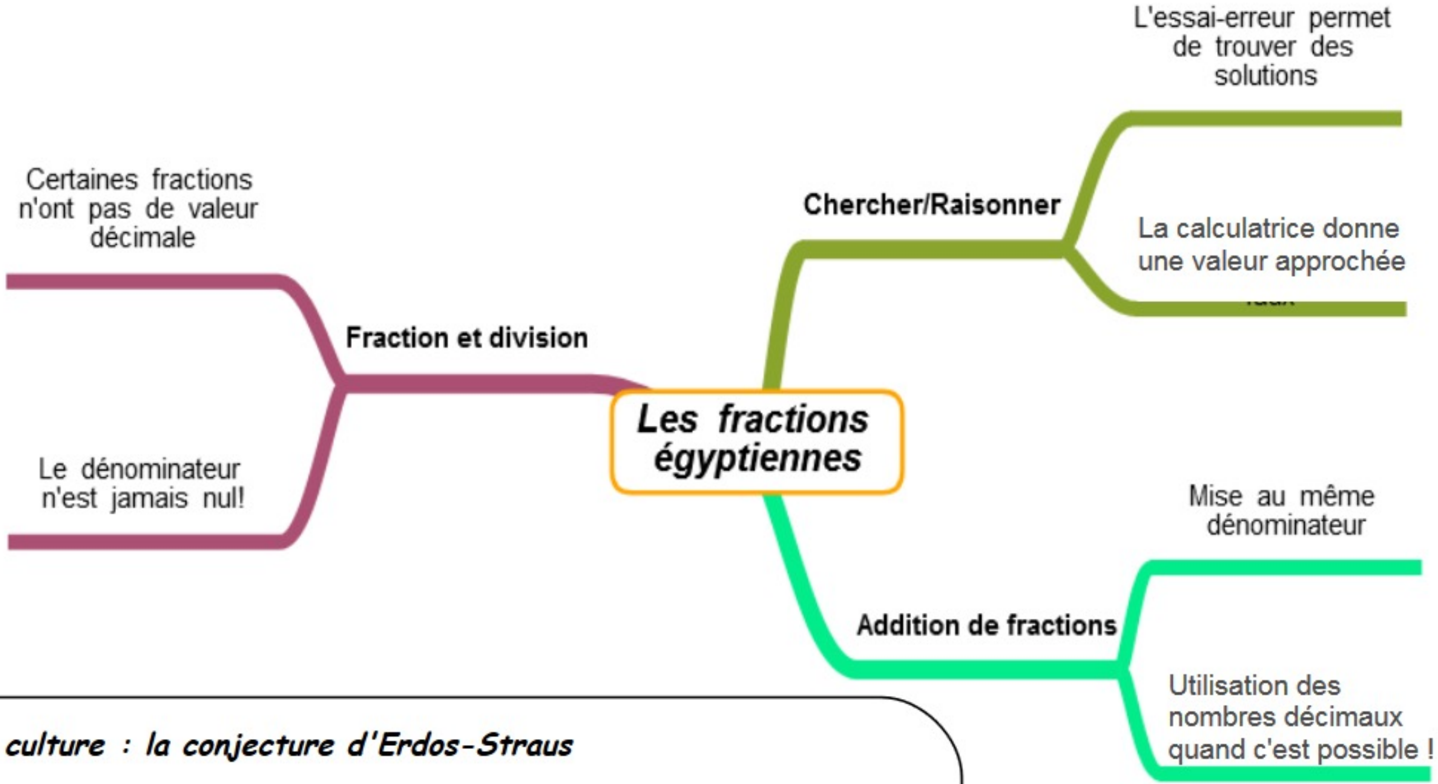
$\dfrac{32}{35}$

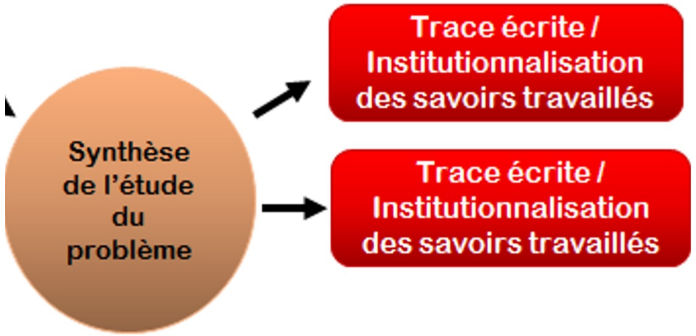
g. $\dfrac{11}{81} + \dfrac{1}{9}$

$\dfrac{11}{81} + \dfrac{1\times 9}{9\times 9}$

$\dfrac{11}{81} + \dfrac{9}{81}$

$\dfrac{20}{81}$





Un peu de culture : la conjecture d'Erdos-Straus

Pour tout nombre entier n supérieur ou égal à 2, le nombre $\frac{4}{n}$ *peut se décomposer comme la somme de trois fractions égyptiennes.*

Exemple pour n = 5 : $\frac{4}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$

Le professeur Allan SWETT, de l'université d'Indianapolis (USA), indique que la conjecture est vraie pour tous les entiers n de 1 à 100 000 000 000 000.
Évidemment, cela n'est pas suffisant pour prouver qu'elle est vraie pour tous les entiers n, la démonstration résiste encore, à ce jour, à tous les mathématiciens !

Addition et soustraction de fractions

I- Écritures fractionnaires

1) Quotient et fraction

Définition
Soit a et b deux nombres (avec $b \neq 0$).

Le quotient de a par b est le nombre $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire de ce quotient.

a est le numérateur.
b est le dénominateur.

Exemple
Le quotient de 3 par 8 est $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0{,}375$. 0,375 est l'écriture décimale de $\frac{3}{8}$

Attention !
Il existe des fractions qui n'ont pas d'écriture décimale.

Par exemple $\frac{1}{3} \approx 0{,}333333...$

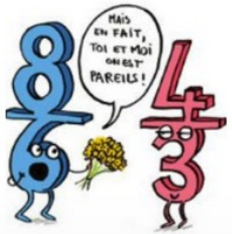
Définition
Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.

Exemple
$\frac{3}{7}$ et $\frac{4{,}2}{5}$ sont des écritures fractionnaires mais seule .... est une fraction.

II- Fractions égales

1) Égalité de fractions

Propriété
Une fraction ne change pas si on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre (différent de zéro).



Exemples
$\frac{1}{2}$ = ... $\frac{3}{7}$ = ... $\frac{15}{20}$ = ...

2) Simplification de fractions

Définition
Simplifier une fraction signifie trouver une fraction égale à celle-ci de numérateur et de dénominateur plus ....

Exemple
Simplifier $\frac{12}{30}$

Remarques
- Quand une fraction est simplifiée au maximum, on dit qu'elle est irréductible.
- On peut gagner du temps en simplifiant une fraction en utilisant les critères de divisibilité

Divisibilité par ...	Critère de divisib
2	Le chiffre des unités 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8
3	La somme de ses chiffr multiple de 3
4	Le nombre formé par l des dizaines et celui d est un multiple de 4
5	Le chiffre des unités e
9	La somme de ses chiffr multiple de 9
10	Le chiffre des unités e

Exemple
Rendre irréductible $\frac{90}{210}$

Trace écrite / Institutionnalisation des savoirs travaillés

Trace écrite / Institutionnalisation des savoirs travaillés

III- Addition et soustraction de fractions

Propriété
Pour additionner ou soustraire des fractions :
- on met les fractions **au même dénominateur**
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs
- on conserve le dénominateur

Exemples

$\frac{5}{3} - \frac{9}{3}$	$\frac{(-2)}{7} - \frac{(-3)}{7}$
$\frac{4}{3} + \frac{8}{5}$	$4 + \frac{-3}{5}$

Un exemple en Seconde – Les nombres trapézoïdaux

Un exemple en Seconde – Les nombres trapézoïdaux

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe →

Trouver tous les nombres entiers qui sont la somme d'au moins deux nombres entiers naturels consécutifs.

Un e

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

Nombres Trapézoïdaux

Tous les nombres premiers sont des nombres trapézoïdaux.

Nous avons fait les calculs :

1+2=3
2+3=5
3+4=7
5+6=11
6+7=13

8+9=17
9+10=19
11+12=23
14+15=29
15+16=31

18+19=37
20+21=41
21+22=43
23+24=47
26+27=53

29+30=59
30+31=61
33+34=67
35+36=71
36+37=73

39+40=79
41+42=83
44+45=89
48+49=97

Tous les multiples de 3 sont des nombres trapézoïdaux

Nous avons fait les calculs :

1+2=3
1+2+3=6
2+3+4=9

3+4+5=12
1+2+3+4+5=15
5+6+7=18

1+2+3+4+5+6=21
7+8+9=24
8+9+10=27

9+10+11=30

Un ex

Énoncé : Trouver tous les nombres entiers qui sont la somme d'entiers naturels consécutifs

Dans un premier temps nous avons chercher tout les nombres <100 que nous pourons obtenir en additionant des entiers consécutifs.

Nous avons procédé comme ceci :

$0+1=1$
$1+2=3$
$2+3=5$ nombres impair
$3+4=7$
et ainsi de suite

$0+1+2=3$
$1+2+3=6$
$2+3+4=9$ multiple de 3
$3+4+5=12$
$4+5+6=15$
et ainsi de suite

$0+1+2+3=6$
$1+2+3+4=10$ nombres pair qui ne sont pas des multiples de 4
$2+3+4+5=14$
et ainsi de suite

etc ...

$0+1+2+3+4=10$
$1+2+3+4+5=15$ multiple de 5
et ainsi de suite

Nous avons donc repérer que l'on peut obtenir tout les nombres impair, les multiples de 3, les multiples de 5, les nombres pair qui ne sont pas des multiples de 4 ... etc ...

Il nous restait encore 6 nombres : 2, 4, 8, 16, 32 et 64

Et en cherchant nous avons remarqué que toutes les puissances de 2 étaient des nombres non-trapézoïdiens car

$2^1=2$
$2^2=4$
$2^3=8$
$2^4=16$
$2^5=32$
$2^6=64$
$2^7=128$

Les nombres trapézoïdiens sont donc tout les nombres sauf les puissances de 2

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

te / sation vaillés

ite / isation availlés

Un exemple en Seconde – Les nombres trapézoïdaux

Mise en œuvre d'un problème de recherche dans la classe

Bila
les s
noti
mét
uti

Les nombres trapézoidaux

On sait que tous les multiples de 3 sont des nombres trapézoidaux car:

$x+(x+1)+(x+2) \to x+x+1+x+2 \to 3x+3 \to 3(x+1)$

si x est un nombre entier

On sait que tous les nombres impairs sont trapézoidaux et car:

$x+(x+1) \to x+x+1 \to 2x+1$

si x est un nombre entier

On sait que tous les multiples de deux sont des nombres pairs et donc si l'on rajoute 1 ca deviens un nombre impaire

On sait que tous les nombres dans la table de cinq sont trapézoidau car:

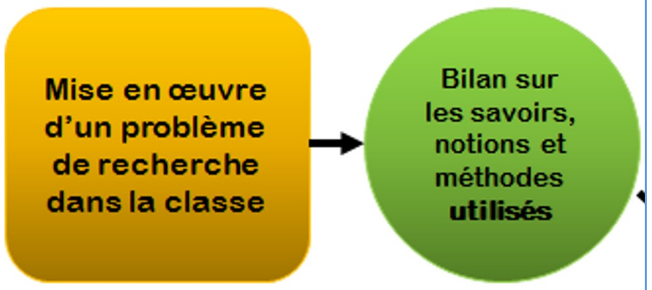
$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4) \to x+x+1+x+2+x+3+x+4 \to 5x+10 \to 5(x+10)$

si x est un nombre entier

Trace écrite /
stitutionnalisation
savoirs travaillés

Trace écrite /
stitutionnalisation
s savoirs travaillés

Un exempl



Bilan de la recherche

Voici un résumé des mises en commun et débat qui ont eu lieu en demi-groupe.

Les conjectures formulées communes aux deux groupes :

1. Tous les nombres impairs sont des nombres trapézoïdaux. Ils sont obtenus à partir de la somme de deux entiers consécutifs.
2. Tous les multiples de 3 sont des nombres trapézoïdaux. Ils sont obtenus à partir de la somme de 3 entiers consécutifs.
3. Tous les multiples de 5 sont des nombres trapézoïdaux. Ils sont obtenus à partir de la somme de 5 entiers consécutifs.

Raisonnements et méthodes communs aux deux groupes :

1. Des exemples ne suffisent pas à prouver qu'une règle générale est vraie.
2. Pour trouver des nombres trapézoïdaux, on peut lister tous les nombres entiers et chercher, pour chacun, une décomposition OU partir des différentes décompositions possibles pour observer les sommes obtenues.

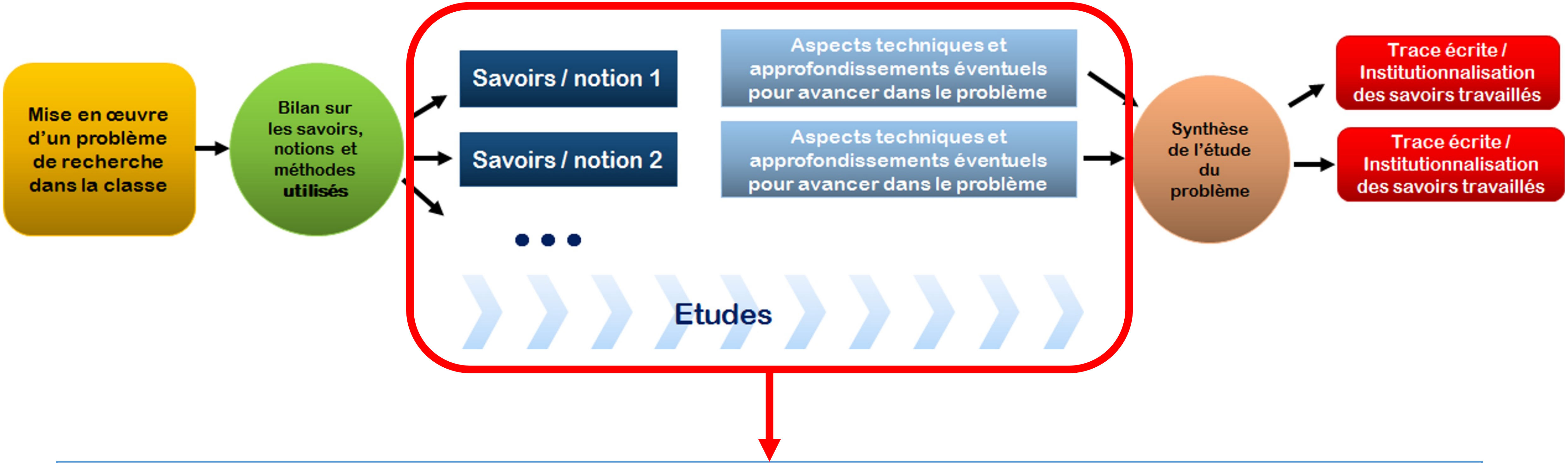
Les conjectures et méthodes citées dans le groupe A :

1. *(Conjecture)* Tous les nombres premiers sont des nombres trapézoïdaux
2. *(Méthode)* Pour montrer qu'une règle générale est fausse, on utilise le contre-exemple

Les conjectures et méthodes citées dans le groupe B :

1. *(Conjecture)* 0 et les puissances de 2 ne sont pas des nombres trapézoïdaux
2. (Conjecture) Tous les nombres entiers naturels, différents de 0 et d'une puissance de 2, sont des nombres trapezoïdaux
3. *(Méthode)* Utilisation d'un **crible** pour faire le tri sur les nombres trapézoïdaux trouvés (classés par « famille »)
4. *(Méthode)* Tester tous les cas possibles pour montrer qu'aucune décomposition n'est possible
5. *(Méthode)* Pour prouver une conjecture sur les nombres, on utilise une formule avec des lettres et le calcul littéral. *(Les conjectures 1 à 3 ont été démontrées avec cette méthode)*

Un exemple en Seconde – Les nombres trapézoïdaux



I. Etude de la conjecture sur les puissances de 2
II. Etude des conjectures sur les nombres impairs, premiers et les multiples de 3, 5. . .
III. Crible des nombres trapézoïdaux trouvés et conclusion du problème
IV. Le calcul littéral au service de l'arithmétique

Étude de la conjecture sur les puissances de 2

Etude de la conjecture sur les puissances de 2

décompositions possibles, prouver que
décomposer sous forme trapézoïdale.

2 = 3
2 + 3 = 6
2 + 3 + 4 = 10
2 + 3 + 4 + 5 = 15
2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21
2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28
2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36
2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 44
4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42
5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39
6 + 7 + 8 + 9 = 35
7 + 8 + 9 = 30
8 + 9 = 24
9 = 17

En listant toutes
les décompositions entre 0 et 9
on ne trouve ni 2, ni 4,
ni 8, ni 16

Reprise de l'idée du crible

1 + 2 = 3
1 = 1
2 n'est pas un nombre trapézoïdal.

3 = 5
2 = 3
4 n'est pas un nombre trapézoïdal.

4 = 7
3 + 4 = 9
5 = 9
2 + 3 + 4 = 10
2 + 3 = 6
8 ne semble pas être un nombre trapézoïdal

besoin d'une méthode pr être certain de ne pas oublier d'essais

On peut utiliser un tableau pr être certain de traiter ts les possibles.

3 = 1+2 15 = 1+2+3+4+5

addition qui démarre à...

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	X	3	6	10	15	21	28		
2	X	X	5	9	14	20	27		
3	X	X	X	7	12	18	25		
4	X	X	X	X	9	15	22		
5	X	X	X	X	X	11	18		
6	X	X	X	X	X	X	13	21	
7	X	X	X	X	X	X	X	15	24
8	X	X	X	X	X	X	X	X	17

- 16 n'apparait pas ds ce tableau, donc 16 n'est pas nombre trapézoïdal.

- En mathématique, on appelle "disjonction de cas" la méth qui consiste à étudier ts les c possibles afin de prouver un

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18
→ D'après ce tableau, ts les nombres entiers entre 1 et 18 trapézoïdaux, sauf 2, 4, 8 et 16.

Pour prouver que toutes les puissances de 2 ne sont pas tra daux, il faut utiliser un raisonnement plus général.

Idée de la preuve (cette propriété sera admise)

① Utiliser l'aire d'un trapèze pour décrire les nombres trapézoïd
② En déduire qu'un nombre trapézoïdal à forcément un diviseur impair.
③ Conclusion : les puissances de 2 ne peuvent pas convenir

Définitions sur la parité

Définitions

- La parité d'un nombre entier, c'est s'il est pair ou impair
- Un nombre pair est un nombre* multiple / divisible par 2 (* enti (/ un nombre pair est un nombre entier dont le chiffre des u est 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre impair est un nombre qui n'est pas pair (≠ divisible pa

Étude de la conjecture sur les nombres impairs, premiers

Étude des conjectures sur les nombres impairs, premiers, mul-
[ti]ple de 3, de 5

... sont des nombres trapézoïdaux.

[Pre]uve : On va utiliser le calcul littéral
x désigne un nombre entier quelconque.
[x] $+1$ désigne l'entier consécutif.

[x] $+ (x+1) = x + x + 1 = 2x + 1$
[s]omme de [deux en]tiers consécutifs

[x] $= 14$ $\quad x + 1 = 15 = 14 + 1$
[14] $+ \underset{x+1}{15} = 14 + 14 + 1 = 2 \times 14 + 1 = 29 \rightarrow$ impair

[x] $= 2$ $\quad x + 1 = 3 = 2 + 1$
[$2 +$] $3 = 2 + 2 + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5 \rightarrow$ impair

Cette égalité prouv[e] ...
somme de deux ...

A retenir sur la lettre (calcul littéral)

[À] retenir :
- si x désigne un entier, $x+1$ est l'entier consécutif
- les nombres impairs sont les entiers qui s'écrivent $2x + 1$, où x désigne un nombre entier.

[Co]njecture : ts les nombres premiers sont des nombres trapézoïdaux

[U]n nombre premier est un nombre entier qui n'est divisible que [pa]r 1 ou lui-même.

FAUX : 2 est un nombre premier mais il n'est pas trapézo[ïdal]

Correction : Ts les nombres premiers sauf 2, sont des nom[bres] trapézoïdaux. Ils sont tous impairs.

Conjecture : tous les multiples de trois sont des nombres trapéz[oï]daux, obtenu comme la somme de 3 entiers consécutifs, sauf 0

Preuve : soit x un entier naturel / soit $\in \mathbb{N}$
$\mathbb{N}$: ensemble des ent[iers] naturels
$\mathbb{N} : \{0; 1; 2; 3 ...\}$

Somme de trois entiers consécutifs :
$x + (x+1) + (x+2) = x + x + 1 + x + 2$
$= 3x + 3$ factoriser
$= 3 \times (x + 1)$
multiple de 3

$\neq 0$: $0 = 3 \times 0 = -1 + 0 + 1$

Ex : $45 = 14 + 15 + 16$
$6 = 1 + 2 + 3$
$12 = 3 + 4 + 5$
$48 = 15 + 16 + 17$
$96 = 31 + 32 + 33$
$60 = 19 + 20 + 21$
$234 = 77 + 78 + 79$

Travail sur une démonstration : la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3

Conjecture : tous les multiples de 5 sont des nombres trapéz[oïdaux] obtenus comme la somme de 5 entiers consécutifs

$\underbrace{x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4)}_{\text{somme de 5 entiers consécutifs}} = 5x + 10 = 5x + 5 \times 2 = 5$ ...
multip[le] ...

50 = 5 × 10 = 8 + 9 + 10 + 11 + 12
25 = 5 × 5 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7
1005 = 5 × 201 = 199 + 200 + 201 + 202 + 203
5 = 5 × 1 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3
0 = 5 × 0 = -2 + -1 + 0 + 1 + 2

⚠ Cette conjecture n'est vraie qu'à partir de 10.

III - Crible des nombres trapézoïdaux trouvés et conclusion au problème

~~1~~ / 2 / ~~3~~ / 4 / ~~5~~ / ~~6~~ / ~~7~~ / 8 / ~~9~~ / ~~10~~ / ~~11~~ / ~~12~~ / ~~13~~ / 14 / ~~15~~ / 16 / ~~17~~ / ~~18~~ / ~~19~~
~~20~~ / ~~21~~ / 22 / ~~23~~ / ~~24~~ / ~~25~~ / 26 / ~~27~~ / 28 / ~~29~~ / ~~30~~ / ~~31~~ / 32 / ~~33~~
34 / ~~35~~ / ~~36~~ / ~~37~~ / 38 / ~~39~~ / ~~40~~ / ~~41~~ / ~~42~~ / ~~43~~ / 44 / ~~45~~ / 46 / ~~47~~
48 / ~~49~~ / ~~50~~ / ~~51~~ / 52 / ~~53~~ / ~~54~~ / ~~55~~ / 56 / ~~57~~ / 58 / ~~59~~ / ~~60~~ / ~~61~~ / 62
~~63~~ / 64 / ~~65~~ / ~~66~~ / ~~67~~ / 68 / ~~69~~ / ~~70~~ / ~~71~~ / ~~72~~ / ~~73~~ / 74 / ~~75~~ / 76 / ~~77~~ /
~~78~~ / ~~79~~ / ~~80~~ / ~~81~~ / 82 / ~~83~~ / ~~84~~ / ~~85~~ / 86 / ~~87~~ / 88 / ~~89~~ / ~~90~~ / ~~91~~ / 92
~~93~~ / 94 / ~~95~~ / ~~96~~ / ~~97~~ / 98 / ~~99~~ / ~~100~~

Travail sur le crible

: les nombres qui ne s…
/ : les nombres impairs sont trapézoïdaux
/ : les multiples de 3 //
/ : les multiples de 5 // (sauf 5 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3)

Il reste des nombres qui n'ont pas été étudiés :
14 ; 22 ; 28 ; 34 ; 38 ; 44 …

↳ 14 = 7 × 2 = $\underbrace{-1 + 0 + 1}_{0}$ + 2 + 3 + 4 + 5

14 = 2 + 3 + 4 + 5

→ 44 = 11 × 4 = $\underbrace{-1 + 0 + 1}_{0}$ + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

44 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

→ 28 = 7 × 4 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7

entier relatif : positif ou négatif

14 = $\boxed{7 \times 2}$ = ~~-1~~ + ~~0~~ + ~~1~~ + 2

Conclusion : (admise)
Tous les entiers n… … sont des nombres trapézoïdaux.

Le calcul littéral au service de l'arithmétique : éléments de cours

IV - Le calcul littéral au service de l'arithmétique

Bilan des notions utilisées ds la recherche de problème :
* $\mathbb{N}$: ensemble des entiers naturels : 0 ; 2 ; 10 ; 5 …
* $\mathbb{Z}$: ensemble des entiers relatifs : -10 ; -105 ; 0 ; 7 …
* Si $x \in \mathbb{Z}$ (x désigne un entier relatif), alors $x+1$; $x+2$ … désignent les entiers qui lui succèdent. On dit qu'ils sont consécutifs.
* un nombre entier est impair si on peut l'écrire sous la forme $2x + 1$, avec $x \in \mathbb{Z}$.
* un nombre entier est pair si on peut l'écrire sous la forme $2x$, avec $x \in \mathbb{Z}$.
* un nombre entier est un multiple de 3 (ou 5, ou …) si on peut l'écrire sous la forme $3x$ (ou $5x$ ou … $x \in \mathbb{Z}$)
* Pour faire du calcul littéral, on utilise la formule de distributivité
Si a, b et c désignent des nombres, $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
je développe
je factorise

ex 17 p. 64 :

Des exercices tirés du manuel

1. 350 est un multiple de 50.
2. 13 est un diviseur de 260.
3. 0 est un multiple de 89.
4. 1 est un diviseur de 16.
5. 42 est un diviseur / multiple de 42.

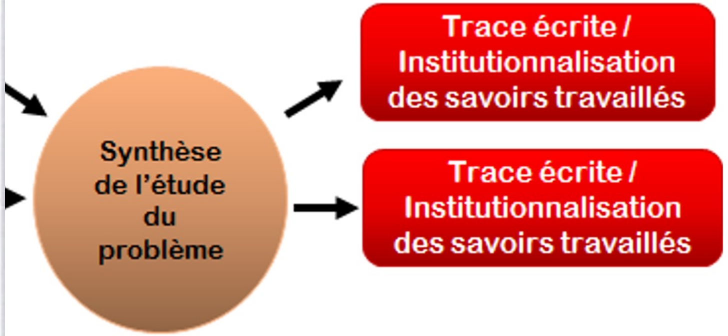
ex 56 p. 66 :

Lily et Emma : 8 + 12 = 20 = 5 × 4
Nathan et Lily : 3 + 12 = 15 = 5 × 3
Baptiste a 14 ans

es trapézoïdaux

Problème des nombres trapézoïdaux 2nd

Bilan de l'étude du problème

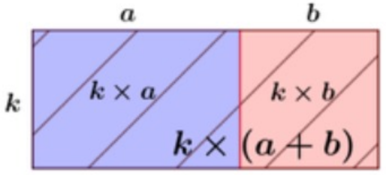


Le calcul littéral

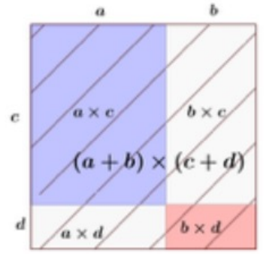
Rappels de 3ème

I. La distributivité simple et double.

Formule de distributivité simple : c'est la formule de base pour le calcul littéral.

La formule.	Illustration géométrique.
Pour tous nombres a,b et k , on a l'égalité suivante : $\underbrace{k\times(a+b)}_{\text{Produit}}=\underbrace{k\times a+k\times b}_{\text{Somme}}$	

Formule de distributivité double : Elle provient de la formule de distributivité simple.

La formule.	Illustration géométrique.
Pour tous nombres a,b,c et d , on a l'égalité suivante : $\underbrace{(a+b)\times(c+d)}_{\text{Produit}}=\underbrace{a\times c+a\times d+b\times c+b\times d}_{\text{Somme}}$	

II. Développer, factoriser, simplifier et réduire.

Rappels:

- **Développer** une expression littérale, c'est transformer un **produit en une somme** à l'aide de la formule de distributivité.
- **Factoriser**, c'est transformer **une somme en un produit** à l'aide de la distributivité.
- **Simplifier** une expression littérale, c'est utiliser les conventions pour alléger l'écriture de l'expression littérale.
- **Réduire** une expression littérale, c'est diminuer le nombre de termes dans une somme.

C

Arithmétique

ïdaux

I - Généralités sur les nombres entiers

Définition 1 (Entiers naturels ou relatifs)

- *Les* ***entiers naturels*** *sont les nombres entiers positifs :*

$$0,1,3,4\dots$$

On note $\mathbb{N}$ leur ensemble.

- *Les* ***entiers relatifs*** *sont les nombres entiers positifs et négatifs :*

$$\dots,-2,-1,0,1,2,\dots$$

On note $\mathbb{Z}$ leur ensemble.

Les entiers naturels sont contenus dans les entiers relatifs. On le note $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.
Quand on parle de nombre « entier » , on sous-entend nombre « entier relatif ».

Définition 2 (Multiples et diviseurs) *Soient a et b deux nombres entiers. On dit que a est un* ***multiple*** *de b s'il existe un entier, que l'on peut noter k, tel que $a=bk$. On dit alors que b est un* ***diviseur*** *de a.*

n 1

Exemples :

- 18 est un multiple de 3 car $18=6\times3$ (ici $k=6$) ;
- 5 est un diviseur de -35 car $-35=-7\times5$ (ici $k=-7$) ;
- 22 n'est pas un multiple de 10 car $22=2{,}2\times10$ et 2,2 n'est pas un nombre entier

n 2

Proposition 1 *La somme de deux multiples de 4 est un multiple de 4*

Démonstration : Soient a et b deux nombres entiers multiples de 4. Alors :

- il existe un entier k tel que $a=4k$;
- il existe un entier k' tel que $b=4k'$;

donc $a+b=4k+4k'=4\underbrace{(k+k')}_{K}=4K$ où $K=k+k'$ est bien un entier. Donc $a+b$ est un multiple de 4 □

Remarque importante : cette proposition et cette démonstration sont valables pour n'importe quel nombre entier autre que 4.

Définition 3 (Pairs et impairs)

- *Un nombre* ***pair*** *est un entier multiple de 2, autrement dit, il s'écrit sous la forme $2k$ où k désigne un entier.*
- *Un nombre* ***impair*** *est un entier qui n'est pas multiple de 2, autrement dit, il s'écrit sous la forme $2k+1$ où k désigne un entier.*

Proposition 2 *Le carré d'un nombre impair est impair.*

Trace écrite / Institutionnalisation des savoirs travaillés

Trace écrite / Institutionnalisation des savoirs travaillés

Une proposition pour une année, un cycle fondé sur les SDRP

Période 1

Séquence principale / Problème de recherche	En rituel - AP	Thème dominant
Le nombre de 0 de la factorielle	Calcul mental dans N et D ; Utilisation de la proportionnalité ; rappels sur les angles	Thème A - Arithmétique
Les nombres relatifs		Thème A

Période 2

Séquence principale / Problème de recherche	En rituel - AP	Thème dominant
Les symétries	Angles et parallélisme ; pourcentages ; Calculs dans Z (+ , - et x) ; initiation Scratch	Thème D
Les triangles		Thème D - Triangle

Période 3

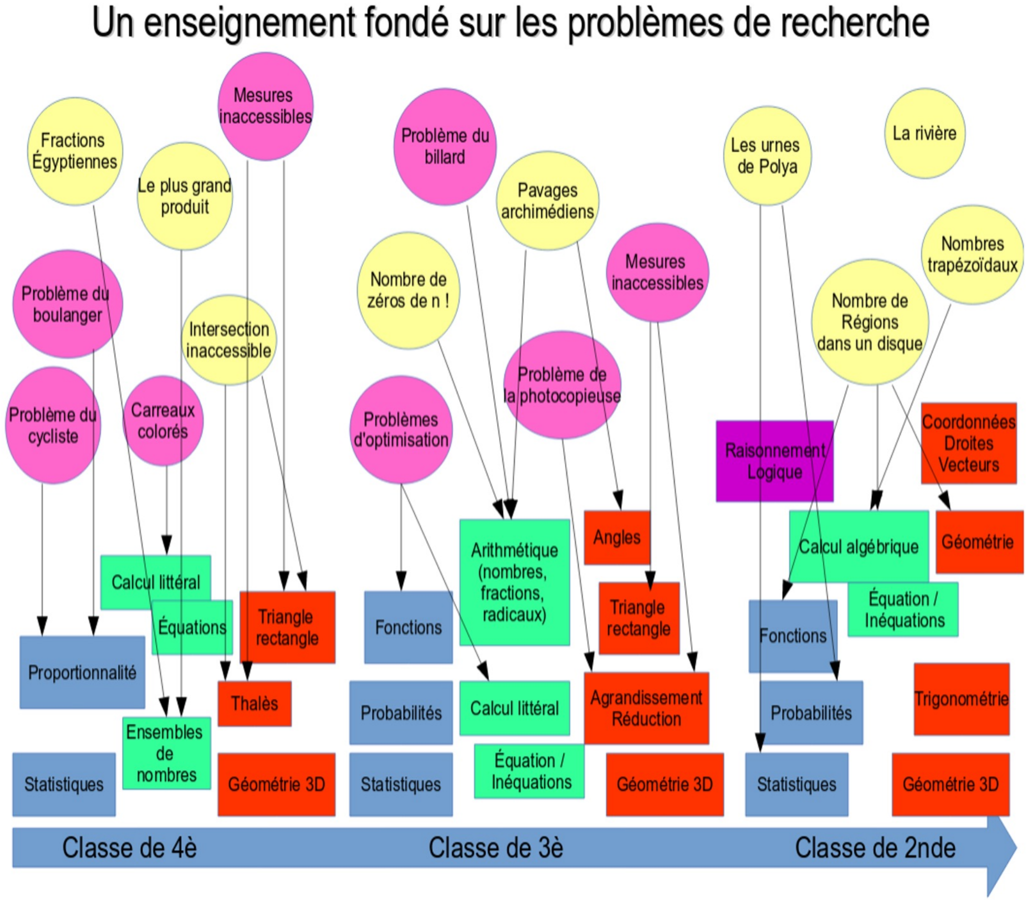
Séquence principale / Problème de recherche	En rituel - AP	Thème dominant
Les triangles (suite)	Comparaison de relatifs, distance entre deux points, Scratch et coordonnées	Thème A - Nombres et fractions
Se repérer		Thème D

Période 4

Séquence principale	En rituel	Thème dominant
Quel quotient ?	Calculs de périmètres et conversions d'unités + Repérage dans le plan + Comparaison de fractions	Thème A - Nombres et fractions
Les parallélogrammes		Thème D

Période 5

Séquence principale / Problème de recherche	En rituel	Thème dominant
Gestion de données	Calculs dans Q (+, - et x) + Initiation aux probabilités + rappels sur les volumes	Thème B
L'Aire de l'Antarctique		Thème D - Les aires
Le château de cartes		Thème A - Calcul littéral



Comment se lancer ?

Intérêts et conditions

Intérêts de ces situations…pour l'apprentissage des mathématiques

- **Objectifs d'ordre épistémologique : l'activité de recherche mathématique**

Activité en partie comparable à celle du mathématicien (caractère inédit, solution inconnue) … *activité mathématique véritable ?*

Chercher (plutôt que trouver), Prendre des initiatives (essayer « pour voir »), Être responsable de la solution, Sécher.

Pendant cette séance, j'ai appris à être dans la peau d'un vrai chercheur en mathématiques. J'ai compris qu'il n'y avait pas qu'une méthodes pour résoudre un problèmes ouvert. Aussi, qu'on pouvait se servir des connaissances qu'on connait pour résoudre cette sortes de ~~pl~~ problèmes. En travail de groupe, j'ai appris à bien reformuler, avec mon groupe, une ~~fra~~ phrase d'explication. Puis j'ai appris le sens du mot consécutif cela veut dire "qui se suit".

[Que] cette activité se vit, on n'y pense sans cesse quand on a le temps et des fois, l'idée vient d'où on se s'y attend pas.

Intérêts de ces situations…pour l'apprentissage des mathématiques

- **Objectifs d'ordre épistémologique : l'activité de recherche mathématique**

Activité en partie comparable à celle du mathématicien (caractère inédit, solution inconnue) … *activité mathématique véritable ?*

Chercher (plutôt que trouver), Prendre des initiatives (essayer « pour voir »), Être responsable de la solution, Sécher.

- **Objectifs d'ordre mathématique : mobilisation et acquisition de connaissances.**

L'élève ne résout pas un problème de mathématiques sans faire fonctionner des savoirs mathématiques : réinvestir approfondir, consolider, construire de nouvelles connaissances mathématiques.

- **Objectifs d'ordre méthodologique : développement de compétences.**

Essayer, Formuler et tester des conjectures, Organiser sa démarche, Mettre en œuvre une méthode originale, Vérifier la solution, Argumenter, etc.

Intérêts de ces situations…pour l'enseignement des mathématiques

- Voir comment les élèves utilisent les concepts mathématiques étudiés antérieurement, les connaissances qu'ils sont capables de mobiliser, les erreurs commises, hors du « problème scolaire ».

Aide à la construction de situations d'apprentissage adaptées.

- Voir les potentialités des élèves à faire des mathématiques.

- Diversifier les modalités de travail en classe (en groupe, débat etc).

- Exploiter les différences entre élèves (différenciation).

- Montrer que les mathématiques sont une science vivante.

Conditions pour que cela fonctionne

Partager la position épistémologique et didactique : être **convaincu** de l'intérêt de la résolution de problèmes pour l'enseignement et l'apprentissage des maths

Réaliser des analyses mathématiques et didactiques du problème

DREAMaths
Démarche de Recherche pour l'Enseignement et l'Apprentissage des Mathématiques

Accueil | Les SDRP | Fonder son enseignement sur des problèmes | Banque de problèmes | Le cycle 3 | Le groupe DREAM

Accueil

Les « problèmes pour chercher » sont une façon différente d'envisager l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans le cours ordinaire de la classe. Ils permettent de mettre en évidence et en pratique les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique sur des connaissances mathématiques en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement (cycle 3, collège, lycée, université). L'équipe DREAM s'appuie sur l'ensemble des travaux développés autour du problème ouvert au sein de l'IREM de Lyon depuis plus de vingt ans, ainsi que sur les travaux de recherche développés à l'IFÉ (ENS de Lyon), à l'INSPE et dans les laboratoires S2HEP et CRNL de l'Université de Lyon.

Les ressources disponibles sur ce site :

A destination des enseignants

Nous présentons l'objet principal de nos travaux : les Situations Didactiques de Recherches de Problèmes (SDRP). Vous y trouverez des éléments théoriques ainsi que des **exemples concrets** avec leurs analyses et mises en œuvres dans les classes.

Notre " Panier à problèmes " rassemblent également d'autres types de situations qui peuvent être mises en œuvre dans la classe. Ces situations sont d'un autre type que les SDRP.

Nous présentons également notre projet pour " fonder son enseignement sur les problèmes " avec, en autre, une expérimentation sur les 3 niveaux du cycle 4.

A destination des formateurs

Nous présentons l'objet principal de nos travaux : les Situations Didactiques de Recherches de Problèmes (SDRP). Vous y trouverez des éléments théoriques concernant leurs spécificités, leur mise en œuvre dans la classe ainsi que des exemples concrets avec leurs analyses mathématiques et didactiques.

Nous présentons également notre projet pour " fonder son enseignement sur les problèmes " avec une explication de ses objectifs, de son organisation et d'une mise en œuvre possible accompagnée de plusieurs expérimentations.

Nous présentons également divers travaux de recherche réalisés par

http://dreamaths.univ-lyon1.fr/

Essayer (plusieurs fois) en classe !

Conditions pour que cela fonctionne

De la formation…et surtout de l’accompagnement !

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

Pour conclure, mes besoins d’enseignante qui débute dans l’enseignement des mathématiques par la recherche de problèmes sont les suivants :

- pour une première expérience de problème de recherche en classe,
  - besoin d’un superviseur dans la préparation de la séance de recherche,
  - besoin de sa présence pendant la séance de recherche, pour observer mais aussi accompagner les groupes d’élèves + l’enseignant,
  - besoin du superviseur pour exploiter les traces écrites d’élèves afin de construire l’institutionnalisation qui en découle au plus proche des travaux d’élèves

Conditions pour que cela fonctionne

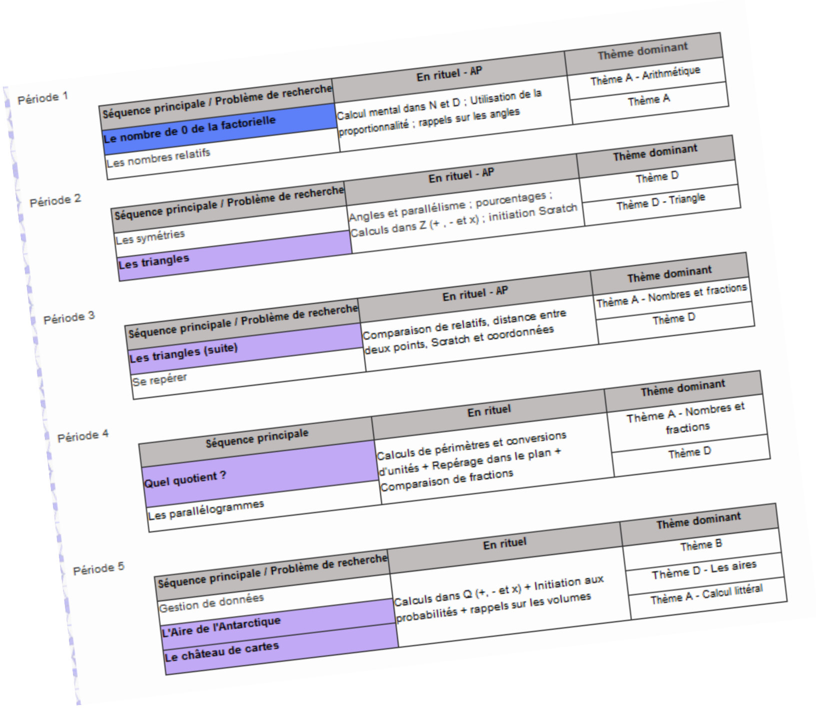
De la formation…et surtout de l’accompagnement !

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

- Être libre de choisir la pratique d’enseigner par les problèmes
- Se choisir entre superviseur et supervisé
- Interactions en continu
- Pour le supervisé : courage de formuler explicitement ses besoins
- Pour le superviseur : une posture adaptée aux besoins individuels - écoute, absence de jugement, capacité de questionnement...

Fonder son enseignement sur la résolution de problème :
Mythe ou réalité ?



	Séquence principale / Problème de recherche	En rituel - AP	Thème dominant
Période 1	Le nombre de 0 de la factorielle Les nombres relatifs	Calcul mental dans N et D ; Utilisation de la proportionnalité ; rappels sur les angles	Thème A - Arithmétique Thème A
Période 2	Les symétries Les triangles	Angles et parallélisme ; pourcentages ; Calculs dans Z (+ , - et x) ; initiation Scratch	Thème D Thème D - Triangle
Période 3	Les triangles (suite) Se repérer	Comparaison de relatifs, distance entre deux points, Scratch et coordonnées	Thème A - Nombres et fractions Thème D
Période 4	Quel quotient ? Les parallélogrammes	Calculs de périmètres et conversions d'unités + Repérage dans le plan + Comparaison de fractions	Thème A - Nombres et fractions Thème D
Période 5	Gestion de données L'Aire de l'Antarctique Le château de cartes	Calculs dans Q (+, - et x) + Initiation aux probabilités + rappels sur les volumes	Thème B Thème D - Les aires Thème A - Calcul littéral

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

IREM

Fonder son enseignement sur la résolution de problème : Mythe ou réalité ?

Pendant cette séance, j'ai appris à être dans la peau
d'un vrai chercheur en mathématiques. J'ai compris
qu'il n'y avait pas qu'une méthodes pour résoudre un
problèmes ouvert. Aussi, qu'on pouvait se servir des
conaissances qu'on connait pour résoudre cette sortes
de ~~pl~~ problèmes. En travail de groupe, j'ai appris
à bien reformuler, avec mon groupe, une ~~fo~~ phrase
d'explication. Puis j'ai appris le sens du mot consécutif
cela veut dire "qui se suit".

Pour finir…des ressources


DREAMaths

Démarche de Recherche pour l'Enseignement et l'Apprentissage des Mathématiques

Accueil | Les SDRP | Fonder son enseignement sur des problèmes | Banque de problèmes | Le cycle 3 | Le groupe DREAM

Accueil

Les « problèmes pour chercher » sont une façon différente d'envisager l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans le cours ordinaire de la classe. Ils permettent de mettre en évidence et en pratique les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique sur des connaissances mathématiques en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement (cycle 3, collège, lycée, université). L'équipe DREAM s'appuie sur l'ensemble des travaux développés autour du problème ouvert au sein de l'IREM de Lyon depuis plus de vingt ans, ainsi que sur les travaux de recherche développés à l'IFÉ (ENS de Lyon), à l'INSPE et dans les laboratoires S2HEP et CRNL de l'Université de Lyon.

Les ressources disponibles sur ce site :

A destination des enseignants

Nous présentons l'objet principal de nos travaux : les Situations Didactiques de Recherches de Problèmes (SDRP). Vous y trouverez des éléments théoriques ainsi que des **exemples concrets** avec leurs analyses et mises en œuvres dans les classes.

Notre " Panier à problèmes " rassemblent également d'autres types de situations qui peuvent être mises en œuvre dans la classe. Ces situations sont d'un autre type que les SDRP.

Nous présentons également notre projet pour " fonder son enseignement sur les problèmes " avec, en autre, une expérimentation sur les 3 niveaux du cycle 4.

A destination des formateurs

Nous présentons l'objet principal de nos travaux : les Situations Didactiques de Recherches de Problèmes (SDRP). Vous y trouverez des éléments théoriques concernant leurs spécificités, leur mise en œuvre dans la classe ainsi que des exemples concrets avec leurs analyses mathématiques et didactiques.

http://dreamaths.univ-lyon1.fr/


N°1 | Octobre 2019

Equipe DREAM

Démarche de Recherche pour l'Enseignement et l'Apprentissage des Mathématiques

Un problème expliqué avec les mains…

par Gilles Aldon

L'ambition du site DREAM est de proposer des problèmes de mathématiques que les enseignants de l'école, du collège ou du lycée pourront utiliser dans leurs progressions pour développer chez leurs élèves les compétences fondamentales : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. Durant de nombreuses années, nous avons expérimenté dans différents niveaux de classe, avec différents enseignants, les problèmes que nous présentons ; les analyses proviennent ainsi de discussions, d'analyses, de recherches que nous essayons de mettre en mots le plus précisément possible, en rentrant parfois dans les détails qu'une discussion a mis en évidence ou qu'une analyse révèle et qui nous paraissent importants de signaler. Mais, cette précision rend parfois la lecture un peu aride et les développements mathématiques, essentiels à nos yeux pour comprendre l'intérêt d'un problème, peuvent aussi rebuter, dans un premier temps, nos lecteurs : devoir lire des pages et des pages avant même de savoir si le problème sera pertinent pour sa classe n'est certainement pas une bonne entrée pour promouvoir l'utilisation des problèmes dans l'enseignement. L'expérience des formations conçues et animées par l'équipe DREAM nous a ainsi amené à proposer une entrée plus vivante, plus simple pour mettre en avant très vite l'intérêt d'un problème et ses possibles développements. C'est pourquoi le site inaugure une série de vidéos, intitulée « un problème expliqué avec les mains ». La première vidéo réalisée concerne « le problème qui déchire », un problème d'arithmétique qui met bien en avant la dimension expérimentale des situations didactiques de recherche de problèmes. A voir à cette adresse !

QR Vidéo

1

L'actualité du groupe DREAM

Notre groupe, affilié à l'IREM de Lyon et l'IFÉ, organise une formation de formateurs intitulée « Comment mettre en œuvre des problèmes dans la classe de mathématique pour chercher, expérimenter et manipuler en cycle 3, 4 et au lycée ? » les 17 et 18 décembre 2019 à l'Institut Français de l'éducation, à Lyon !

Formation à l'IFÉ

Site DREAM

Découvrez notre site, riche en ressources et supports autour des « problèmes pour chercher » et de leur mise en œuvre.

LéA DuAL

du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE

CITE SCOLAIRE AMPERE

COLLEGE LAGRANGE

Blog

https://reseaulea.hypotheses.org/category/les-differents-lea/dual-lyon

Merci à tous les acteurs de ce travail !

LéA DuAL
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE
CITE SCOLAIRE AMPERE
COLLEGE LAGRANGE

Cité Scolaire **A**mpère

Lycée La Martinière-**Du**chère

Collège Simone **L**agrange

Ecole du Rocher Pierrelatte

Collège Paul-Emile Victor

Circo à Rennes

IREM

ifé INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

Pour me contacter : marie-line.gardes@hepl.ch
Pour contacter le groupe DREAM : **dream@math.univ-lyon1.fr**