DANS NOS CLASSES

ACTIVITÉ INTRODUCTIVE À LA NOTION DE FONCTION EN CLASSE DE 3e

Par Hélène MARX
Collège Paul Langevin, Hagondange

Durée : un peu plus de deux séances complètes

1ère phase : **Problème ouvert** (environ 50 minutes)

Voici l'énoncé d'un problème ouvert classique :

4 villes sont situées sur les sommets d'un carré de côté 10 km de côté. On souhaite construire un réseau ferré qui permet de les relier. On le souhaite le plus court possible.

J'y ajoute un enrobage qui permet aux élèves d'être un peu plus motivés : je suis le président du Conseil Général et je lance un appel d'offres à plusieurs groupes d'ingénieurs. Je choisirai l'offre la moins coûteuse pour le département. Je lance le concours en annonçant que pour l'instant, le plus court réseau trouvé est de 40 km (le périmètre du carré) mais que certainement on peut faire mieux.
Je note les différentes propositions qui améliorent le trajet au fur et à mesure de leur arrivée.

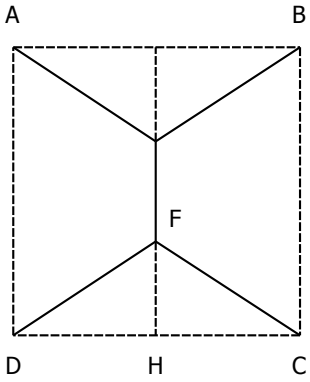
Pendant environ un quart d'heure, les élèves, par groupes de 3 ou 4, cherchent. Je circule dans les rangs, pour recueillir leurs propositions et pour les encourager (à suivre des pistes intéressantes, à ne pas laisser tomber des idées trop rapidement...)
Rapidement, les groupes trouvent le réseau des diagonales et améliorent la première proposition.
Je profite de ces premières propositions pour fixer 2 choses :

- certains groupes se contentent de mesurer sur la figure. Ce n'est pas suffisant pour l'activité. Il leur faut faire des calculs.
- on fixe une précision acceptable (au mètre, soit ici à 10^{-3}). Cela permet une discussion intéressante sur pourquoi on prend dans certains exemples un arrondi à l'unité (angles), d'autres fois un chiffre après la virgule...

retour sommaire

Les élèves se remettent au travail et finissent souvent par se rendre compte qu'ils ont tous fait la même proposition et que leurs écarts étaient liés à des arrondis différents.

Ils se remettent au travail (il faut certainement leur signaler qu'on peut trouver encore plus court).



Une fois que le type de trajet optimal a été trouvé par une ou plusieurs équipes et que les recherches des autres s'essoufflent un peu, une des équipes ayant trouvé l'idée la communique à toute la classe et les élèves se lancent dans les calculs avec FH = 1 ; FH = 2 ; FH = 2,5...
NB : je ne sais pas démontrer qu'il s'agit du trajet optimal.

Une fois que plusieurs calculs ont été menés par les groupes, qu'on obtient plusieurs propositions qui améliorent le trajet, je refais un point en classe entière et tente de leur faire sentir le besoin du calcul littéral, de son intérêt ici pour éviter de refaire 10 fois les mêmes calculs. On détermine ensemble la longueur du réseau avec cette configuration pour $FH = x$, $L(x) = 4\sqrt{25 + x^2} + 10 - 2x$.

NB: j'ai déjà travaillé auparavant à plusieurs reprises la notation $A(x)$ pour une grandeur variable en fonction d'une autre.

FIN DE LA PREMIÈRE SÉANCE

2ème phase : **Travail de substitution** (environ 20 minutes)

Lors de la séance suivante, on fait ensemble, en classe entière, le bilan de ce qui a été trouvé la séance précédente.
On reprend l'expression de notre fonction L et on commence à calculer comme la fois précédente, pour $x = 1$; $x = 2$ ... mais cette fois, juste en faisant du travail de substitution. Ils n'ont aucun problème pour constater les intérêts du calcul littéral sur notre exemple.
Après quelques calculs un peu choisis n'importe comment, la classe décide des valeurs à choisir. Les élèves décident spontanément d'approcher la solution de manière dichotomique. Ils se répartissent les différentes valeurs pour gagner du temps et sentent bien la présence du minimum entre les valeurs pour lesquelles « la fonction change de sens » (ce n'est évidemment pas dit comme ça et je n'interviens pas). Ils

retour sommaire

commencent de nouveau à trouver le travail un peu répétitif, même s'ils sont contents d'effectuer des calculs compliqués qu'ils comprennent !

3ème phase : **Utilisation d'un tableur** (ordinateur ou calculatrice) (environ 20 minutes en fonction de l'outil utilisé)

Pour pallier à ce problème de répétition, je leur demande ce qu'ils proposent. Assez spontanément, ils parlent de l'ordinateur, certains même de l'utilisation d'un tableur.
On programme donc la fonction sur tableur et on fait afficher les valeurs au départ pour $2 \leq x \leq 3$ avec un pas de 0,1 ; puis pour $2{,}8 \leq x \leq 3$ avec un pas de 0,01 puis pour $2{,}88 \leq x \leq 2{,}9$ avec un pas de 0,001…). On réussit donc ainsi à trouver une solution approchée à 10^{-3}.

4ème phase : **Représentation graphique de la fonction** (environ 10 minutes)

En orientant plus ou moins fortement la discussion, la classe arrive à parler également de la représentation graphique de la fonction.
On la trace à l'aide du tableur ou on la fait tracer point par point aux élèves à la maison.
On lit ensuite la solution approchée sur la graphique. On peut également leur faire retrouver les résultats précédents, réfléchir aux valeurs extrêmes...

FIN DE LA DEUXIÈME SÉANCE

5ème phase : **Bilan**

Je leur explique qu'avec des notions de 1ère scientifique, on peut même trouver la valeur exacte de la solution et la longueur du trajet correspondant. Je leur donne ces réponses : $L\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = \frac{30}{\sqrt{3}} + 10$ $\approx 27{,}3205$ km
On fait le point ensemble sur tout ce qui a été fait pendant cette activité, sur les outils utilisés, les notions revues ou abordées, leur utilité...

Tout au long de la suite du travail sur les fonctions, on reparlera de cet exemple, on le resituera au cœur de nos avancées.

Je poursuis avec eux, par une introduction de la notion de fonction comme une machine à fabriquer des nombres...

retour sommaire