DANS NOS CLASSES

Ecritures fractionnaires

François DROUIN
(IUFM de Lorraine, site de Metz)

Il y a deux ans, un de nos stagiaires P.L.C.2 s'est retrouvé quelque peu étonné par des calculs faits par une de ses élèves de seconde arrivée récemment d'Ukraine. J'ai reproduit ci-dessous un de ses calculs extrait d'un contrôle de début d'année particulièrement réussi par cette élève :

$$\left(4-\frac{3}{12}\right)\times 20 = \left(3\frac{12}{12}-\frac{3}{12}\right)\times 20 = 3\frac{9}{12}\times 20 = \frac{45\cdot \cancel{20}^{5}}{\cancel{12}_{3}\cdot 1} = \frac{225}{3} = 75$$

J'aime beaucoup comment la soustraction est effectuée : j'y retrouve la méthode par emprunt que nous expliquions à l'époque à nos P.E.1 et P.E.2, expliquée actuellement à nos étudiants de Master 2 et mise en œuvre par nous tous lors d'une soustraction de durées comme 3h 15 min – 2h 50 min.

L'élève emprunte une unité et au lieu de travailler avec 4, travaille avec $3\frac{12}{12}$. Elle peut ainsi effectuer la soustraction demandée.

Je savais que l'écriture $1\frac{1}{4}$ était préférée à $\frac{5}{4}$ dans le monde anglo-saxon et j'ai effectué quelques recherches dans ce dont je disposais à la maison.

En Angleterre

Voici quelques extraits de REVISE MATHEMATICS A REVISION COURS FOR GCSE « Duncan Graham and Christine Graham » (Letts Educational 1992).

retour sommaire

Question **:** Evaluate $2\frac{5}{8} \times \frac{5}{7}$

Answer :

Change $2\frac{5}{8}$ to an improper fraction $= \frac{21}{8} \times \frac{5}{7}$

Divide 7 and 21 by 7 $= \frac{3}{8} \times \frac{5}{1}$

Multiply top and bottom $= \frac{15}{8}$

Change to a mixed number $= 1\frac{7}{8}$

Un « nombre impropre » est évoqué. Suite à la multiplication du numérateur et du dénominateur, un « nombre mélangé » est évoqué.

En Allemagne

Voici quelques extraits de « SPIELE RÄTSEL Zahlen » (Jochim Lichtenberger). Je ne retrouve pas l'éditeur qui est peut être « Cornelsen », ni l'année de parution, qui est dans les années 80 …

Verwandle $1\frac{2}{7}$ und $2\frac{2}{3}$ in unechte Brüche	Verwandle $\frac{7}{3}$ und $\frac{9}{5}$ in gemischte Brüche.

$1\frac{2}{7} = \frac{9}{7}$ $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$	$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

Nous trouvons les notions de « fraction incorrecte » et de « fraction mélangée » bien proches de ce qui était repéré dans le manuel anglais.

Mes sources datant des années 80, j'ai demandé à un collègue allemand, enseignant de mathématiques dans le Bade Wurtemberg, comment certains calculs fractionnaires étaient faits en 2011. Il me dit que les écritures $\frac{7}{4}$ et $1\frac{3}{4}$ sont toutes deux utilisées lors des calculs, il semble bien que le second type d'écriture reste privilégié dans l'exemple qu'il m'a fourni.

$12\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} = 12\frac{3}{4} - 4\frac{2}{4} = 8\frac{1}{4}$ ou $\frac{51}{4} - \frac{18}{4} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$.

retour sommaire

En France naguère

J'ai fouillé dans des vieux manuels de mathématique achetés dans des brocantes. Voici quelques extraits de « Leçons d'arithmétique », page 78, par « P.L. CIRODDE » LIBRAIRIE de L. HACHETTE et Cie – 1868

> *Lorsqu'il y a des entiers joints aux fractions que l'on veut soustraire, on prend d'abord la différence des deux fractions, puis celle des nombres entiers, et ensuite on ajoute ces deux différences.*
> *Mais si la fraction à soustraire surpasse l'autre, on ajoute à celle-ci une unité ; ce qui revient à augmenter son numérateur du dénominateur commun : la soustraction est alors possible, et comme, en opérant ainsi, on a augmenté le reste d'une unité, il faut, pour lui restituer sa valeur, ajouter cette unité au nombre entier à soustraire.*

Visualisons ces dires par un exemple : $3\frac{2}{7} - 1\frac{3}{7} = 2\frac{9}{7} - 1\frac{3}{7} = 1\frac{6}{7}$

Nous retrouvons ce qui a été fait par l'élève de seconde de notre stagiaire P.L.C.2.

Voici un autre extrait de « solutions des exercices et problèmes du cours supérieur d'arithmétique » édité par Alfred MAME & fils à TOURS et POUSSIELGUE Frères à PARIS (Pas d'année d'édition trouvée dans le livre à ma disposition, mais il date sans nul doute de la fin du dix-neuvième siècle…).

> 612. Un métier fait 12 m de toile en 2 heures ½ ; un autre en fait 15 m ¾ en 3 heures ¼. Quel est celui des deux métiers qui fait le plus d'ouvrage, et dans combien de temps aura-t-il fait 2 m 2/5 de plus que l'autre ?

Solution proposée

Le premier métier fait par heure $12 : 2\frac{1}{2} = \frac{24}{5}$ de mètre.

Le deuxième fait par heure $15\frac{3}{4} : 3\frac{1}{4}$ ou $\frac{63}{13}$ de mètre.

Le deuxième métier fait par heure $\frac{63}{13} - \frac{24}{5}$ ou $\frac{3}{65}$ de mètre de plus que le premier.

Pour faire 2 m $\frac{2}{5}$ ou $\frac{12}{5}$ de plus que le premier, il lui faudra $\frac{12}{5} : \frac{3}{65}$ ou 52 heures.

562. Par quelle fraction faut-il multiplier 9 ¾ pour obtenir 15 3/5 ?

Solution proposée

Le facteur cherché est $15\frac{3}{5} : 9\frac{3}{4} = \frac{78}{5} \times \frac{4}{39} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

Voici un dernier extrait de « Arithmétique » de E. Mosnat et G. Tallent (ALCIDE PIQUART Editeur).

Différence de nombres fractionnaires <u>Règle</u> : Pour trouver la différence de deux nombres fractionnaires, on retranche séparément les entiers et les fractions, et, si cette soustraction est impossible, on diminue le premier entier de 1, qu'on ajoute à la première fraction.

L'exemple est mis dans le manuel avant l'énoncé de la règle :

Soit à retrancher $2\frac{4}{9}$ de $8\frac{1}{6}$. On peut écrire :

$$\left(8+\frac{1}{6}\right)-\left(2+\frac{4}{9}\right) = 7+\frac{7}{6}-2-\frac{4}{9}$$

$$= 5+\frac{21}{18}-\frac{8}{18}$$

$$= 5+\frac{13}{18}$$

<u>Remarque</u> : Les auteurs estiment que les lecteurs du manuel savent reconnaître rapidement (mentalement ?) si la soustraction « $\frac{1}{6}-\frac{4}{9}$ » est possible.

Et actuellement en France

Dès le cycle 3, les élèves sont confrontés à deux images mentales des écritures fractionnaires : trois quarts d'heures, c'est trois fois un quart d'heure, mais c'est aussi le quotient de trois heures par quatre. Dans l'ouvrage « J'apprends les maths C.M.1 » (RETZ 2010), les auteurs

retour sommaire

donnent un sens de quotient aux premières rencontres avec des écritures fractionnaires :

J'ai appris

$\frac{17}{3}$ se lit « **17 divisé par 3** » (tu apprendras bientôt une autre façon de le lire).

C'est une nouvelle division, la **division-fraction**, où l'on partage le reste.

Avec cette division, on peut écrire une égalité :

$\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$

c'est le quotient de la division avec reste…

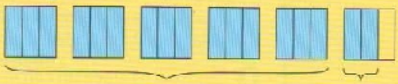
… mais le reste a été partagé.

Plus classiquement, les auteurs de « Petit Phare C.M.2 » (Hachette EDUCATION 2010) abordent ce type d'écriture une année plus tard et après avoir étudié « l'encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs » :

Je retiens

On peut décomposer une fraction comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

On veut colorier $\frac{17}{3}$ de la surface d'un carré :



5 entiers $\frac{2}{3}$

5 carrés et 2 **tiers** du dernier carré sont coloriés.

Donc, $\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$.

Cas particulier d'une fraction égale à un nombre entier : $\frac{15}{3} = 5 + \frac{0}{3}$. Ainsi : $\frac{15}{3} = 5$.

En conclusion

Ce type d'écriture étant travaillé au cycle 3, je me demande s'il ne serait pas intéressant au moins dans des résultats de revenir à l'écriture dite « anglo-saxonne ».

$\frac{15}{7}$ ne signifie pas grand chose pour l'élève. Ne pourrions-nous pas l'encourager à écrire $2\frac{1}{7}$ dans son résultat ? Nous incitons les élèves à écrire les fractions sous forme simplifiée, voire irréductible ; ne pourrions-nous pas également les inciter à utiliser cet autre type d'écriture simplifiée ? N'enseignant plus dans le second degré, je ne fais que poser la question, les remarques des lecteurs seront les bienvenues.