MATHS & ARTS

Un ovale sur le site IUFM de Metz-Montigny

Un énoncé possible pour une activité ou un devoir maison en 3ème

Par François DROUIN,
APMEP Groupe Maths et Arts

De chaque côté du portail d'entrée de l'IUFM de Montigny-les-Metz, nous pouvons voir ce type d'ouverture, formée de quatre blocs de pierres assemblés. Il semble que le compas ait été utilisé pour les tracer, ce n'est donc pas une ellipse mais un ovale.

La question du tracé de cet ovale nous interpelle…
Cette ouverture est à hauteur de notre regard, des mesures peuvent être faites directement.

Quelques mesures
Petit axe de l'ovale intérieur : 50 cm
Grand axe de l'ovale intérieur : 78 cm, mesure peu fiable en raison de l'usure de la pierre.

Remarque faite à l'occasion des relevés
Les centres des grands arcs de cercle dans le tracé de l'ovale intérieur sont les extrémités du petit axe.

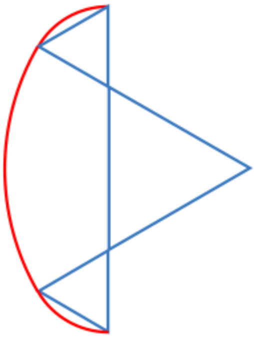
Problème posé
1. Comment retrouver le tracé de l'ovale de la partie centrale de l'ouverture ?

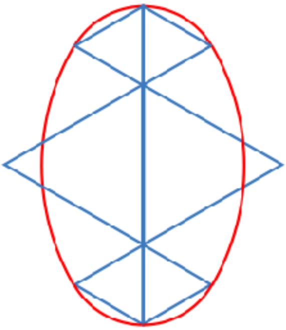
retour sommaire

2. Si l'on suppose exacte la mesure de 50 cm pour le petit axe de l'ovale intérieur, que devrions-nous mesurer pour le grand axe ?

Que savons sur la construction de telles ouvertures ?

L'anse de panier est une courbe utilisée en architecture pour des ouvertures de porte ou de fenêtre. Pour des raisons de facilité de tracé, elle est souvent constituée de deux petits arcs de cercle encadrant un plus grand.

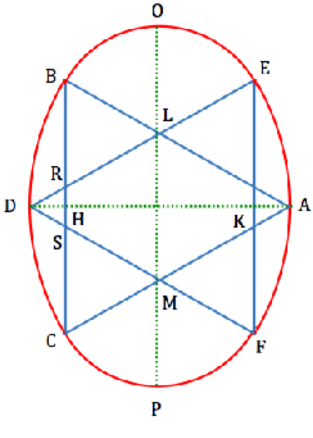




Une symétrie orthogonale par rapport à ce qui pourrait être nommée la base de l'anse de panier permet d'obtenir une double anse de panier nommée « ovale » dans les ouvrages de tracé géométrique.
Les tailleurs de pierre qui ont réalisé cette construction au début du siècle dernier ne disposaient comme instruments de tracé que du compas et de la règle. Ils étaient également capables de reporter des longueurs.

En exploitant ces informations ainsi que celle donnée en début d'énoncé sur la position des centres des grands arcs de cercles, vous pouvez produire un programme de construction pour le tracé de cet ovale. Vous répondrez ainsi à la première question du problème.

Pour répondre à la seconde question posée dans le problème, on raisonnera sur la figure ci-contre. Les deux grands arcs de cercle ont pour centres A et D. Les centres des petits arcs de cercle sont L et M. Les triangles ABC et DEF sont équilatéraux et AD = 50.

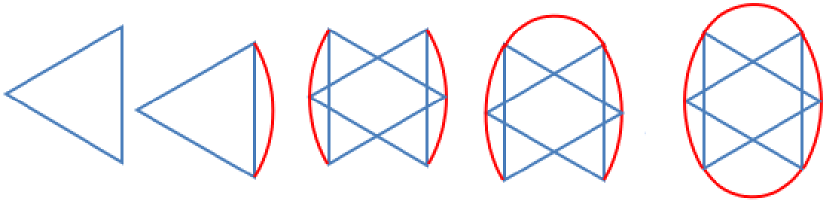


Après avoir effectué les calculs et les avoir justifiés par une démonstration rigoureuse, comparer votre résultat à la mesure approximative faite in situ.

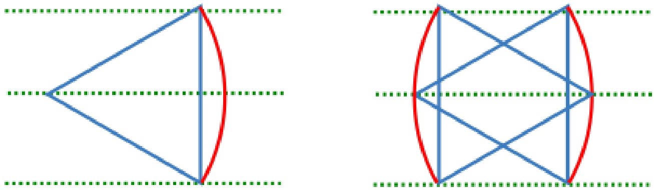
Tracé de l'ovale : quelques pistes pour l'enseignant

Les triangles utilisés dans ces tracés sont des triangles équilatéraux. Pour s'en convaincre le lecteur pourra exploiter ces deux liens :
http://restaurationpatrimoinestjean.over-blog.com/article-trace-de-l-anse-de-panier-98174294.html où il est question de problèmes de raccordement ;
http://fr.wikipedia.org/wiki/Anse_de_panier où différentes méthodes de construction sont présentées. Je me suis personnellement appuyé sur la méthode de Huygens, jugée plus simple à utiliser avec les élèves.

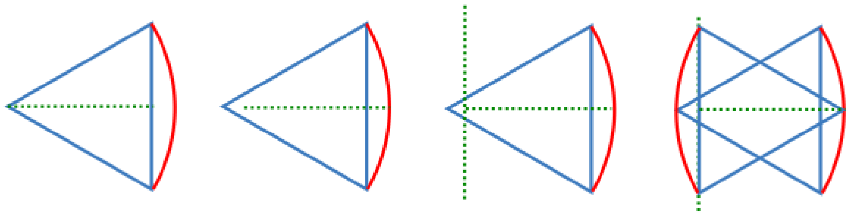
Voici un premier tracé possible en cinq étapes, dans notre cas particulier où les centres des grands ars de cercles sont les extrémités du petit axe de l'ovale:



La difficulté résidera dans le tracé du deuxième triangle équilatéral à la troisième étape. Il est possible que le tailleur de pierre se soit servi d'un ensemble de droites parallèles espacées de 25 cm :



Comme les tailleurs de pierre savaient aussi tracer des perpendiculaires et reporter des longueurs. Un autre tracé est envisageable.

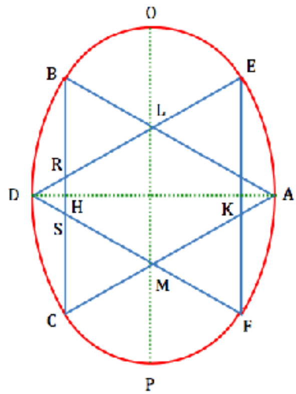


Nous remarquons que pour ces deux constructions possibles, la connaissance du rayon le plus grand (petit axe de l'ovale) a été seule utilisée. La mesure du grand axe n'est pas nécessaire pour retrouver le tracé.

retour sommaire

Calcul du rayon du petit cercle et du grand axe de l'ovale : quelques pistes pour l'enseignant

J'appelle R_1 et R_2 les mesures en centimètres des rayons des cercles qui interviennent dans le tracé de l'ovale intérieur : par construction, je sais que R_1 = 50 cm.



Voici une proposition de calcul de la longueur du grand axe de l'ovale. Les mesures des longueurs seront exprimées en centimètres et nous exploitons les informations données par les triangles équilatéraux.

AB = 50

La hauteur AH du triangle ABC a pour longueur $AH=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$

La hauteur HD du triangle équilatéral RSD a pour longueur $50-25\sqrt{3}$

Je cherche la mesure du côté RS du triangle équilatéral RSD :

$HD=RS\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $RS=2HD\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{50-25\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\approx 3{,}87$

ED = 50 et ED = 2 R_2 + RS donc $R_2=\frac{1}{2}\times(50-RS)\approx 23{,}06$

$LM=LR+RD=R_2+RS\approx 26{,}93$

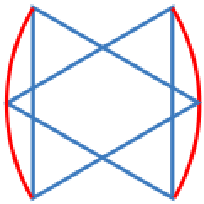
Le grand axe de l'ovale a pour longueur $LM+2\times R_2\approx 73$

Des ouvertures possibles

Les deux photos et les dessins expliquant le tracé d'un ovale à partir de celui d'une anse de panier sont présentés. Reste à faire vivre le questionnement à propos de tracés possibles. Il sera intéressant de comparer les démarches imaginées par les élèves.

De même, différentes démarches et différents outils peuvent être utilisés pour calculer le grand axe de l'ovale, notamment la trigonométrie. Là aussi, les divers raisonnements pourront être exploités en classe entière.

Il n'y a pas de collège à proximité du site IUFM de Metz-Montigny, il ne sera donc sans doute pas possible de faire mesurer sur place les élèves et on devra leur donner les mesures.



La difficulté sera sans doute la réalisation du dessin ci-contre, mais il permet ensuite sans difficulté la réalisation de l'ovale observé.
Il pourra être intéressant de faire retrouver le tracé d'un ovale ou d'une anse de panier à partir d'autres ouvertures repérées dans l'environnement des élèves.
Actuellement, le site de notre régionale fournit quelques exemples d'architecture repérés dans des villages meusiens :

http://apmeplorraine.free.fr/modules/espaces/ecole/Arts_et_Maths/4_Anses_Panier_Meuse_ailleurs.pdf

http://apmeplorraine.free.fr/modules/espaces/ecole/Arts_et_Maths/12a_Ovales_oeils_boeuf.pdf

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Diviser un segment par pliage, d'après une méthode due à Fujimoto

Par Walter NURDIN, IUFM de Lorraine

On sait partager un segment par pliage en 2, 4, 8 ... parties égales.
On peut à l'aide d'un guide âne portant des droites parallèles équidistantes diviser un segment en 3, 5, 7...parties égales.
Mais partager, uniquement par pliage, un segment en 3, 5, 7... parties égales est généralement fait en mesurant ou bien par approximations successives.

Shuzo Fujimoto propose une méthode qui permet en partant d'un point qui partage un segment dans le rapport $\frac{m}{n}$ d'obtenir un point de ce segment qui le partage exactement dans le rapport $\frac{m}{(m+n)}$.

La démonstration peut s'élaborer en utilisant le théorème de Thalès.
Pour obtenir le point on prend une feuille rectangulaire ABCD.

Sur le segment [AD] tel que AD = *n*, on positionne le point H vérifiant AH = *m* donc $\frac{AH}{AD}=\frac{m}{n}$. Ce point est généralement obtenu par un pliage habituel en 2, 4, 8… parties égales.

retour sommaire