LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 116

DECEMBRE 2013

http://apmeplorraine.fr/

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", "maths et philo" et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr .

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Walter NURDIN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe WALENTIN.

La rédaction du Petit Vert et le Comité de la Régionale vous souhaitent à tous une excellente fin d'année, de joyeuses fêtes et une heureuse année 2014.

retour sommaire

SOMMAIRE

retour sommaire

en guise d'édito

Plus de cinquante Lorrains ont participé aux Journées nationales de Marseille. Deux d'entre eux, qui participaient pour la première fois à des Journées nationales APMEP, témoignent.

Marseille, mes premières Journées nationales

par Louisette Hiriart,
enseignante en collège

Membre de longue date de l'APMEP, chaque année au printemps, je participe à la journée régionale, visant rencontres et partages d'idées nouvelles entre collègues.
Depuis 2007, début de l'aventure MATh.en.JEANS en Lorraine, j'anime un club MeJ auprès de mes collégiens. C'est à ce titre que lors des dernières journées nationales à Metz, en 2012, il m'a tenu à cœur d'évoquer la richesse de ces cinq années d'expérience, en y exposant le travail de mes élèves. Ce fût l'occasion d'assister à la conférence inaugurale de notre dernier médaillé Fields : Cédric Villani. Une conférence marquante.
Prise par d'autres obligations, mon expérience aux nationales 2012 s'est arrêtée là, mais est née alors mon envie de participer pleinement cette fois-ci aux nationales de Marseille.

Et me voilà en 2013, débarquant dans la nouvelle capitale européenne de la culture pour trois jours de rencontres, de conférences, d'ateliers et d'expositions.
En arrivant vers 23 h à notre hôtel situé juste devant le dock des Suds, j'apprends qu'a lieu le festival « La Fiesta des Suds » et que ce soir il accueille IAM. Il faudra attendre encore un peu avant de dormir.
Samedi, après une belle montée à Notre-Dame de la Garde, une visite trop rapide du MuCEM et un poisson grillé sur le vieux port, me voilà à la faculté de droit sur la Canebière pour l'accueil et la conférence inaugurale d'Ahmed Djebbar : *« Les mathématiques arabes, passerelles entre les cultures méditerranéennes (VIIe – XVe siècle) »*. Il nous a présenté les éléments essentiels concernant la circulation, autour de la Méditerranée, d'une partie importante des savoirs mathématiques, faisant des activités mathématiques une des plus belles opportunités du dialogue interculturel entre les rives de la Méditerranée.

Après la réception à la Mairie, la soirée se termine à l'ÉSPÉ (ex. IUFM) sur la Canebière pour la projection en avant-première, suivie d'un débat, du film *« Comment j'ai détesté les Maths »* d'Olivier Peyon. Il nous y raconte comment les Mathématiques ont bouleversé notre monde pour le meilleur… et parfois pour le pire, comment elles sont arrivées à souffrir d'une grande désaffection au moment même où elles dirigent le monde.
La première journée se termine tard, me voilà baignant dans le monde des mathématiques avec plaisir.
En arrivant à l'hôtel, c'est aujourd'hui Matthieu Chedid à la Fiesta des Suds en concert sous nos fenêtres. La fatigue faisant, je m'endors en musique.

Dimanche matin, au petit déjeuner à notre hôtel, nous rencontrons quelques lorrains, qui seront pour le reste des journées une compagnie agréable des repas et trajets nocturnes en tram. Il faut déjà se presser, les ateliers démarrent à 8h 45. Dans le cadre élégant du lycée Thiers, mon premier atelier *« Dessiner de beaux entrelacs, ou trouver le bon langage »* me captive et me ravit. De belles activités à réaliser avec des élèves en pratiquant des mathématiques : modéliser pour simplifier et comprendre, afin de mieux saisir le réel.

Nous retrouvons ensuite tous les Lorrains à la réunion de la régionale.
L'après-midi, j'assiste à la conférence d'Yves Chevallard : *« L'élève, l'étudiant, le citoyen et les mathématiques : où va-t-on ? Pour des mathématiques ordinaires »*. Quel avenir attend l'enseignement des mathématiques ? Quel avenir pouvons-nous lui donner ? Yves Chevallard nous éclaire sur l'état actuel de l'enseignement, les obstacles à la diffusion du savoir mathématique et les changements à initier, évitant ainsi que les mathématiques ne deviennent une matière optionnelle.
Je passe la fin de l'après-midi à déambuler au salon des exposants en quête de matériel pédagogique, de manuels scolaires ou de livres et à visiter l'exposition *« Regard sur les mathématiques, itinéraires méditerranéens »*.

En début de soirée, à l'église de la Trinité, l'ensemble *« A Cordes et à Cœur »* m'offre un joli voyage musical à travers les époques et les frontières d'Orient et de Méditerranée.
Puis, c'est le repas des Lorrains sur un bateau à quai dans le Vieux Port de Marseille, un moment chaleureux et convivial. Nous nous dépêchons pour ne pas rater le dernier tram vers minuit. Ce soir, pas de musique en face de l'hôtel.

retour sommaire

Lundi matin, c'est reparti.

Atelier à 8h 45 : *« Le 9ème chapitre »*. André Deledicq nous présente 24 problèmes du classique mathématique de la Chine ancienne. Je vais y trouver une belle source d'exercices pour mes élèves de 3ème.
Suivent ensuite les questions d'actualités, où la question de Michel Ruiba sur le futur cycle (CM1-CM2-6ème) qui m'intéresse plus particulièrement restera sans réponse… !!!
L'après-midi, j'assiste à la table ronde, multiculturelle puisque composée de six professeurs, enseignants-chercheurs et inspecteurs d'Algérie, d'Espagne, de France, du Maroc, du Sénégal et de Tunisie, sur le thème (dont les enjeux sont majeurs) : Comment ces mathématiques, nées sous le soleil, ont-elles marqué la culture de nos pays ? Quel enseignement des mathématiques souhaitons-nous voir offert à tous les jeunes de nos pays afin de former des citoyens qui essayent de vivre harmonieusement dans la société de demain ?
Puis vient l'heure de la nouveauté de ces journées nationales : le souk des maths. Une invitation à la découverte d'outils, de livres, de méthodes pédagogiques à utiliser dans les classes ou juste pour la culture personnelle et les échanges avec les exposants.
A 19 h nous nous retrouvons avec quelques Lorrains, dont notre présidente, au banquet au fort Ganteaume, dans la belle salle de réception du Cercle Mixte de Garnison. Les coursives du fort nous offrent un point de vue unique sur la mer et le vieux port de Marseille. La soirée se termine en dégustant un repas provençal et en profitant de l'animation musicale sur la piste de danse.
Pour moi, les journées nationales de l'APMEP de Marseille s'achèvent alors. Je manquerai la conférence de clôture et le passage du flambeau à Toulouse qui nous accueillera l'an prochain. Mon départ pour Nancy est prévu mardi matin.

Le bilan de ces moments passés à Marseille, sous le soleil, n'est que positif. Ces journées pleinement remplies, ont été l'occasion de belles rencontres et d'échanges entre collègues, intéressants tant au plan professionnel que personnel. Riche de cette première expérience, j'attends les nationales de Toulouse avec une grande impatience.

Le tram sur la Canebière

retour sommaire

Comment j'ai vécu mes Journées à Marseille

par Béatrice Lartillot,
professeure des écoles

Au départ, c'est un peu la course ! Finir le conseil d'école la veille à 19 h 00, enchaîner le lendemain avec le train et les conférences ne me laissent pas vraiment un temps pour souffler car j'avoue que souvent, la première journée de vacances j'ai besoin de décompresser et de prendre mon temps.

Rapidement, cet inconvénient va se faire oublier. D'abord il y a l'organisation : elle est bien rodée, puis l'esprit d'une grande famille qui fait que je me sens vite à l'aise et la solidarité qui fait que les inconvénients dus aux soucis de transports et de logement s'estompent. Je retrouve des collègues et amis avec plaisir.

Ouverture des journées : je note la réalité de l'existence du quart d'heure marseillais. Je prends sur moi le moment du chant des enfants. S'ensuivent beaucoup d'interventions de nature inégale et dont la plus intéressante ne vient pas de celles que j'attendais, mais d'un intervenant qui a les deux pieds dans le monde du travail. Les inégalités se répèteront au moment des conférences. La diversité des intervenants en a fait sa richesse. Cependant, je regrette que le timing ne soit pas davantage respecté. J'ai adoré le coup de l'alarme pour faire évacuer rapidement l'amphi. Bienvenue à Marseille.

Soirée cinéma : j'ai beaucoup apprécié le film documentaire d'Olivier Peyron, Comment j'ai détesté les maths, bien à propos. N'hésitez pas à aller le voir lorsque l'occasion se présentera.

Atelier du dimanche matin : la frustration. J'apprends par mail peu de temps avant le départ que l'atelier *Trois regards sur les albums dits « à compter »* d'Annie Camenisch et Serge Petit est annulé.
Les ateliers consacrés au premier degré du dimanche sont en nombre insuffisant.

Difficile de se recaser, du coup l'atelier de secours *Dessins à motifs répétitifs : groupe des paveurs* avec Pierre Jullien, Thérèse Eveilleau et Annie Broglio est surbooké en nombre de participants donc difficile à faire tourner, d'autant plus qu'il demandait de l'espace pour la manipulation des pavages. Dommage car l'atelier est hyper intéressant.
Déception. L'impression que le premier degré reste un peu le parent pauvre.

retour sommaire

Heureusement, le choix des ateliers du lundi est plus grand.
Atelier du lundi matin : l'atelier *Présentation de« Jeux-école 2 »* : un vrai bonheur. L'outil était déjà très bien, mais ce sont les explications données sur place et l'accompagnement humain qui permettent vraiment de le pratiquer et de l'apprécier à sa juste valeur.

Voici des jeux qui aident vraiment les enfants à réfléchir sur des problèmes dont les difficultés sont souvent adaptables à différents niveaux. Je crois que l'ensemble mériterait davantage de publicité tant j'ai apprécié.
J'ai aussi beaucoup apprécié la valeur des échanges portant sur les questions d'actualités. C'est un lieu de discussion où je découvre les expériences d'autres collègues dans leurs écoles et des points de vue innovants.

Déconcertante et hétéroclite sont les deux adjectifs que je mettrais pour les conférences : de la très intéressante à la très déstabilisante voire bizarre, surtout pour le public averti qu'il y en face. Mais peut-être n'ai-je pas l'esprit assez malléable pour absorber certaines idées un peu trop neuves ou bizarres à mon goût ou mon cerveau est-il trop formaté ?
Je mets en relief celle d'Ivar EKELAND « *Évènement festif autour des maths de la planète Terre* », programmée seulement en fin des journées, qui abordait de façon compréhensible l'avenir de la terre et qui a réussi à éclaircir la complexité du problème de la gestion de la planète maintenant et pour le futur.

Le spectacle d'Ulysse : je n'ai guère pu l'apprécier à sa juste valeur. Prévu au départ pour une grande salle (au Silo), ce spectacle a été donné dans le plus vieux théâtre de Marseille, bien plus petit. Conséquence : des « tableaux » de l'histoire ont été supprimés, des danseurs ont été enlevés et les organisateurs ont oublié de réduire le niveau sonore qui n'était pas adapté à cette petite salle. Reste la fraîcheur de la jeunesse.
Remerciements au docteur Tasqué de Marseille que j'ai pu consulter dès le lendemain (avec très peu d'attente), pour apaiser mon oreille malmenée par le niveau sonore trop élevé.

Les exposants : toujours appréciés.
La réunion des régionales. Question : dans le nom « APMEP », garde-t-on le P pour Public ou pas ? La question restera d'actualité jusqu'à l'assemblée générale de clôture. Elle révèle en fait d'autres questions sous-jacentes plus longues dans leur développement.

Je n'ai pas pu participer aux sorties proposées, vite complètes sur internet, mais vient–on aux journées nationales pour l'aspect touristique ? Au risque de déranger, je réponds oui en partie et j'assume

retour sommaire

doublement en disant que j'ai réalisé celle qui m'intéressait particulièrement c'est-à-dire le MuCEM (*Musée des Civilisations de l'Europe et de la Méditerranée*). Et puis j'ai découvert Marseille sous un temps serein, une douce chaleur, un ciel bleu et cette lumière qui manque parfois en Lorraine. Agréables balades sur le vieux port à deux pas… Restauration facile, ville gaie, jeune, vivante et colorée, remplie de contrastes…
Pas d'échanges de coup de feu mais une présence policière visible et des rues où une autochtone nous a conseillé de « tracer » sans s'attarder.

Et puis, il y a, au détour d'une discussion, au cours des différents repas, les rencontres. Rencontres avec des personnes avec lesquelles je n'aurais jamais eu l'occasion de parler et avec lesquelles je peux échanger des points de vue en toute liberté et qui pour moi sont des petits moments savoureux.

Je mesure la force de l'organisation de ces journées et la somme de travail.

Si les journées de Marseille étaient une courbe, je visualiserais une sinusoïde : du très intéressant à l'autre extrême. Bravo aux personnes qui se sont investies pour ces journées tout en gardant sourire et courtoisie.

Je pense aussi que passer après les journées de Metz reste un exercice assez difficile...

Place à Toulouse … dont la présentation semblait encore bien timide…

retour sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'était il y a 25 ans : L'A.P.M.E.P. visionnaire ?

Dans le Petit Vert n°16 de décembre 1988 (donc avant la création des IUFM), nous nous interrogions sur ce que devait être « une bonne formation initiale des professeurs de mathématiques ». Nous vous en livrons quelques extraits.

(…) Le futur professeur de mathématiques sera d'autant plus compétent dans son métier qu'il aura, pendant son propre apprentissage, acquis des connaissances techniques, "vécu" des modalités d'évaluation variées et des méthodes pédagogiques multiples : pédagogie par objectifs, travail autonome, activités informatiques, audiovisuelles ou autres, recherche documentaire.
De la même façon qu'existent dans le cadre des études universitaires des stages en entreprises, pourraient être créés, pour le futur enseignant, des stages en situation (une cinquantaine d'heures par exemple). En tout état de cause, il est indispensable également qu'il connaisse des centres de débat et d'échanges privilégiés de son environnement, tels que les I.R.E.M., lieux probables de sa future formation continue.
Des aspects de psychopédagogie pratique, en rapport avec le public scolaire auquel on s'adresse, problèmes de langage et de communication, préparation aussi à l'hétérogénéité, devront également faire partie de sa formation. Les formateurs seraient les "tuteurs" des stages pratiques et des animateurs I.R.E.M.
Quant au contenu de l'examen terminal, il ne saurait se limiter à sa forme actuelle. Il devra, dans l'avenir, prendre en compte les aspects indispensables de la formation énumérés plus haut. (...)

Si les IUFM avaient largement pris en compte ces préconisations de l'APMEP de la fin des années 80, qu'en est-il aujourd'hui, au moment de la création des ÉSPÉ, pour les futurs professeurs ?

Le comité de rédaction présentera, dans le Petit Vert de juin prochain, un dossier qui fera le point sur les dispositifs de formation initiale actuels. Nous pourrons confronter cet état des lieux aux préconisations faites par l'APMEP dans ses textes de référence « Positions et revendications » et « Texte d'orientation 2010 », textes que les adhérents trouvent au début de la plaquette « Visages 2013-2014 de l'APMEP ».

retour sommaire

VIE DE LA REGIONALE

Les gouters de l'A.P.M.E.P.

Les « gouters » organisés par les adhérents ont deux objectifs

- partager avec des collègues ce que l'on aime faire ou ce que l'on sait faire (en ce sens, la réunion joue le rôle d'une coopérative pédagogique) ;
- faire connaitre l'APMEP à des professeurs qui ne la connaissent pas encore ou qui la connaissent mal.

Comment organiser une telle réunion ?

Tout d'abord, choisir un thème qui vous tient à cœur

Ce peut être une séquence pédagogique sur un point du programme, à un niveau donné (ex. : aider à la démonstration en 4^{e} en utilisant GeoGebra, introduire la dérivée en 1ère, etc.) ou plus large (ex. : utiliser les médias en classe de math) ; ce peut être aussi partager un savoir-faire technique (ex. : comment intégrer des figures ou des graphiques "corrects" dans un énoncé de maths, utiliser de façon dynamique le TBI...) ; ou bien encore présenter tout autre point sur lequel vous avez travaillé ou qui vous passionne (ex. : la naissance des statistiques, l'évaluation de compétences…).

Choisir ensuite la date et le lieu

C'est le mercredi après-midi qui conviendra le mieux à la majorité des participants, et l'établissement où vous enseignez est le lieu idéal : vous le connaissez, vous pouvez choisir la salle, vous savez utiliser le matériel, etc. N'oubliez pas cependant de demander au préalable à votre chef d'établissement l'autorisation d'organiser cette manifestation dans ses locaux.

(N.B. La responsabilité civile de l'APMEP est couverte par son assurance MAIF).

Inviter vos collègues des environs

Suivant la nature du thème traité, vous pouvez inviter des professeurs de collège, de lycée, de L.P., ou tous ensemble, dans un certain "rayon" autour du lieu du gouter. Vous pourrez les contacter et leur fournir le descriptif du gouter en utilisant différents canaux : Internet (liste Maths_profs), contacts personnels, adhérents APMEP (les noms pouvant vous être fournis), etc.

Le jour du gouter, à l'issue de votre "prestation", tous les participants se rassemblent autour d'un gâteau et de quelques boissons, et on leur présente ce qu'est l'APMEP : ses activités, ses positions, ses publications, comment adhérer... Si vous ne pouvez pas vous charger des achats ou si vous n'avez pas de documents de présentation de l'APMEP, la régionale pourra envoyer quelqu'un. Bien sûr, les frais d'organisation seront remboursés par l'association.

Alors, pourquoi pas vous ?

Songez au plaisir de rencontrer des collègues que vous ne connaissez pas encore, et avec lesquels vous pourrez de nouveau partager ensuite, parce qu'ils sont géographiquement proches de votre lieu de travail !

Le Comité

Gouters passés et à venir

Deux gouters ont déjà eu lieu ce trimestre :

- L'un au lycée Jean de Pange de Sarreguemines, animé par Serge Ermisse, sur le thème « *Initiation au langage de programmation Python* », le 25 septembre.
- L'autre au lycée Poincaré de Nancy, animé par Marie-Hélène Munier, sur le thème « *Les progressions en seconde* », le 16 octobre. Nous rendons compte de ce gouter dans les pages suivantes.

Un troisième gouter, animé par David Bertolo sur le thème « GeoGebra », est programmé le mercredi 15 janvier à Metz. Pour plus de précisions, contactez michel.ruiba@ecopains.net.

(tiré de www.legouter.fr)

retour sommaire

VIE DE LA REGIONALE

Compte rendu du gouter sur les progressions en seconde

Lycée Henri Poincaré Nancy, le 16 octobre 2013, animé par Marie-Hélène Munier

Une dizaine de collègues s'est réunie pour échanger sur les progressions en seconde, thème ayant émergé lors de la commission lycée du 1er juillet 2013.

Un bref tour de table a permis de mettre en évidence les différentes organisations de chaque établissement quant à la distribution des heures à effectifs réduits et à l'organisation de l'accompagnement personnalisé aussi bien dans la forme (classes en parallèle ou non, professeurs de disciplines différentes en parallèle que dans le fond (logique disciplinaire ou interdisciplinaire, aide aux devoirs ou développement de compétences transversales,…)

Élaborer une progression, c'est mener une réflexion en trois temps.

- L'identification des **articulations** entre les notions avec des questions du type : chronologie imposée ? prérequis ? occasions de réinvestissement ?...
- Les choix relatifs à l'ordre de traitement des notions
- La planification (liée aux contraintes)

Deux logiques de conception d'une progression (linéaire ou spiralaire) ont été explicitées puis analysées par le groupe.

Nous avons ensuite analysé une progression réalisée dans l'un des établissements. Un échange sur ses avantages, ses limites ainsi que sur sa mise en œuvre par deux participants.

Quelques idées sont apparues au cours des échanges concernant

L'organisation et la hiérarchie des apprentissages

L'apprentissage d'une notion ne va pas nécessairement du simple au complexe pour que les élèves se fassent une idée d'une notion nouvelle. Une notion est traitée dans la durée. Pour avoir appris de façon robuste une nouvelle notion, il faut être sorti du contexte initial et être revenu à la notion dans de nouveaux contextes. « Si j'ai une conception centrée sur les contenus, je suis tentée de faire des révisions.

retour sommaire

Si je suis davantage centrée sur l'apprentissage et les élèves, je propose des approches utiles à tous et j'exploite les structures à ma disposition (l'AP par exemple) pour répondre à des besoins identifiés. Ainsi, avec des évaluations initiales on pourra affiner une progression.
Les deux méthodes « cours puis applications » et « activités puis synthèses » ne visent pas les mêmes apprentissages et ne fonctionnent pas dans le même temps. Une synthèse est un moment d'institutionnalisation dans le contexte. Chaque fois que possible, on introduira une notion à partir d'un problème, d'une activité.

Des mises en œuvre possibles pour l'organisation des documents élèves :

- Feuilles de couleur pour les différents chapitres ce qui est contraignant dans la gestion des documents et nécessite d'avoir les bons documents le bon jour.
- Cahier avec sommaire établi en début d'année et complété au fur et à mesure en précisant le numéro des pages.
- Cahier à onglets.

Nous avons poursuivi par la recherche des concepts qui interviennent au niveau de la seconde. Une première liste non exhaustive et discutable quant à l'idée du mot « concept » a été établie : fonction, nombre, hasard, vecteur, (du fini à) l'infini… lors de l'élaboration de cette liste, il a été également question d'obstacles et de compétences transversales.

La commission lycée souhaite continuer à réfléchir sur cette notion de concept en seconde. Lors de la journée régionale de mars nous pourrons préciser les modalités de mise en place de cette réflexion.

Comme à l'habitude, l'après-midi s'est terminée de façon très conviviale, autour de saveurs sucrées et succulentes.

Annexes pages suivantes :

– Progressions en classe de seconde

– Architecture du programme de seconde

retour sommaire

Annexe 1. Progressions en classe de seconde

Une progression c'est

L'occasion de s'imposer une vue d'ensemble pour distinguer de manière globale l'essentiel de l'accessoire et pour identifier les liens entre les contenus, en particulier repérer les occasions de reprises (apprentissage dans la durée)

Élaborer une progression c'est mener une réflexion sur le programme en trois étapes

- *Articulation des contenus*
- *Progression*
- *Planification*

Articulation des contenus

La logique des savoirs impose que certaines notions aient été vues avant d'autres, elles constituent des pré-requis. Avant de concevoir sa progression, il est nécessaire de repérer ces liens entre les notions du programme pour identifier ces prérequis mais aussi les moments de réinvestissement.

Voir schéma 2^de^ FJ _ MHM (IUFM de Lorraine) en annexe 2

Progression et planification

Établir une progression = choisir un ordre de traitement des notions.

Planifier = organiser dans le temps en prévoyant la durée approximative (préalablement identifier l'essentiel de l'accessoire pour pondérer), les échéances ou dates butoir.

Pour la seconde, les différentes structures cours, travail en ½ classe, accompagnement… influent sur l'organisation.

Deux logiques de conception d'une progression : conception linéaire ou spiralaire

Logique linéaire

• Découpage du programme en chapitres, avec une notion par chapitre traitée complétement.

• Ces chapitres sont abordés successivement.

*• Les choix tiennent surtout compte de la **logique des contenus** (suggérée dans les commentaires des programmes) et de ce que l'enseignant identifie comme essentiel ou prioritaire.*

• Les manuels sont pour la plupart conçus dans cette optique

Logique spiralaire

• On aborde une même notion avec différents points de vue, dans des chapitres différents.

• La notion est ainsi traitée dans la durée.

*• L'accent est mis sur les interactions entre les notions, le réinvestissement. Les choix prennent également en compte la **logique de l'apprentissage** (les apprentissages se réalisent dans la durée et par la mobilisation des acquis dans des contextes variés, en dehors du contexte initial).*

• Esprit des programmes

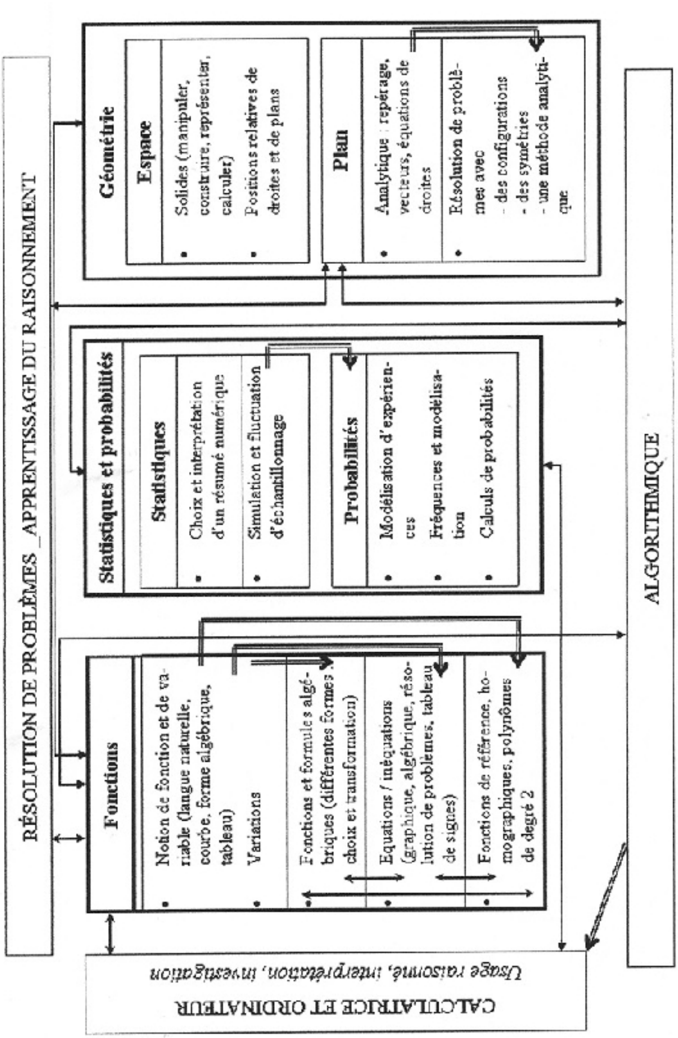
***Dans la pratique**, la logique linéaire a souvent le souci, en cours de réalisation, du réinvestissement des acquis dans les activités mais ce souci n'est pas préalable à la conception de la progression.*

*Dans les deux cas, il est nécessaire de **respecter la cohérence des contenus.***

Annexe 2 page suivante

retour sommaire

Annexe 2 : Architecture du programme de seconde



retour sommaire

VIE DE LA REGIONALE

Réadhésion 2014

Vous avez reçu, avec le dernier BGV, votre bulletin de réadhésion à l'A.P.M.E.P. Si ce n’est déjà fait, n'attendez pas pour le remplir : n'oubliez pas que si vous retournez votre chèque avant le 31 décembre, 66 % du montant seront déduits de votre impôt de l'année prochaine. Une réadhésion à 50 € (indice inférieur ou égal à 445) ne vous coûtera en réalité que **23 €**, une réadhésion à 75 € (indice supérieur à 445) vous coûtera **31 €** ; sommes minimes eu égard aux services rendus. Mais vous pouvez même faire beaucoup mieux : opter pour une cotisation « de soutien » (un soutien au tarif de 120 €, par exemple, ne vous coûtera que **46 €**, mais rapportera 120 € à l'association).

Attention : si vous n’avez pas renouvelé votre adhésion avant fin mars, vous ne recevrez plus les bulletins (Bulletin vert, PLOT, BGV).

Faites également adhérer vos collègues et amis (la première adhésion est au tarif de 35 € pour les professeurs du premier degré et 45 € pour les professeurs du second degré, compte tenu de la réduction fiscale).

S’il y a dans votre établissement des professeurs stagiaires, rappelez-leur qu’ils peuvent également adhérer au tarif de 25 €.

Et enfin, si des étudiants en master 2 viennent en stage dans votre établissement, présentez-leur l’A.P.M.E.P., et sachez qu’il y a pour eux une adhésion « spéciale » à 25 €.

Des bulletins de première adhésion peuvent être téléchargés sur le site de l’APMEP :
http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/Premiere_adhesion_2014.pdf
(attention : à ne pas utiliser pour un renouvèlement).

VIE DE LA RÉGIONALE

Disparition du site de la régionale Lorraine ?

Le site de la régionale lorraine qui était hébergé chez FREE ayant été « hacké », l'hébergeur l'a supprimé. Il semble qu'un virus « backdoor » ait infecté les sources, en conséquence de quoi nous ne pouvons pas utiliser la sauvegarde pour remettre ce site en ligne.

Notre projet de nouveau site n'est pas encore finalisé, en attendant vous pouvez télécharger les deux derniers Petits Verts sur http://apmeplorraine.fr/

- Pour tout article paru dans les Petits Verts précédents, contacter jacverdier@orange.fr
- Pour tout ce qui concerne l'enseignement élémentaire, le groupe jeux et le groupe Maths & arts, contacter francois.drouin2@wanadoo.fr
- Pour ce qui concerne le rallye, rallye@apmeplorraine.fr
- Pour les autres sujets, contact@apmeplorraine.fr qui fera suivre à la personne concernée.

Nous vous informerons dès que le nouveau site sera en service (http://apmeplorraine.fr). Vous pouvez dès à présent mettre cette adresse dans vos favoris en remplacement de l'adresse du site précédent.

∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞
∞ ∞ ∞ ∞ ∞

Je suis un être greffé. Je me suis fait à moi-même plusieurs greffes.

Greffer des mathématiques sur de la poésie, de la rigueur sur des images libres, des idées claires sur un tronc superstitieux.

Paul Valéry

DANS NOS CLASSES

Mesure de la hauteur d'un arbre ou d'un bâtiment

Classe de CE2 / CM1 / CM2

Par Rachel FRANCOIS,
professeur des écoles à Moyen (54)

Dans le cadre de notre projet d'école centré sur le bois, nous avons étudié des instruments de musique en bois, créé des « musiques vertes » à partir d'éléments de la nature, fabriqué des jeux et des objets de décoration, observé des arbres de notre région, déterminé l'âge de différents arbres en comptant le nombre de leurs cernes et nous avons appris à mesurer la hauteur d'un arbre. Ce dernier point, qui met en évidence des relations et des propriétés géométriques, est l'objet de ce récit.

Pour que les élèves de ma classe de CE2/CM1/CM2 apprennent à mesurer la hauteur d'un arbre, ils ont appris à utiliser des instruments techniques d'observation et de mesure sans que le théorème de Thalès ne soit explicitement nommé.

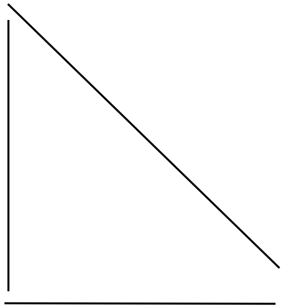
Dans un premier temps, douze élèves cherchaient comment mesurer la hauteur d'un arbre pendant que les treize autres pratiquaient une activité sportive à proximité.
Nous savons qu'il est impossible de grimper sur l'arbre en question et qu'il est situé sur un terrain plat. Les élèves disposaient d'une règle plate d'un mètre et d'un instrument qui a rapidement été dévoilé puisqu'aucune solution n'était proposée.

Il s'agissait maintenant pour ce premier groupe de trouver comment utiliser cet instrument (voir photo).

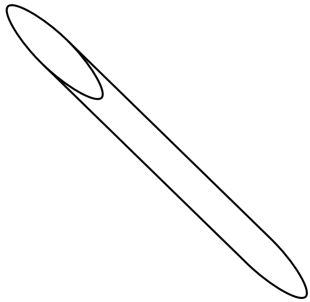
retour sommaire

Beaucoup de manipulations ont été nécessaires, avant d'observer l'objet en détail avec ces mots :

Un grand bâton



Un bâton en diagonale est fixé sur deux bâtons qui sont perpendiculaires et de même longueur.



Un tube qui sert de viseur est fixé sur le bâton en diagonale.

Les élèves ont rapidement trouvé qu'il fallait tenir l'instrument en respectant les parallélismes. Il s'agissait ensuite de se positionner à la bonne distance de l'arbre de manière à voir à la fois le pied de l'arbre et la cime de l'arbre au bout du viseur en avançant et en reculant. L'élève qui tenait l'instrument se laissait guider par deux autres qui vérifiaient qu'il était encore parallèle au sol et à l'arbre « parce que les arbres poussent tout droit vers le ciel ».
Je les ai fait ensuite mesurer au sol avec une règle d'un mètre. L'élève qui tenait l'instrument constituait le point de départ ; les autres étaient alignés jusqu'à l'arbre pour remplacer la corde qui était restée à l'école.

Mais pourquoi cette distance correspond-elle à la hauteur de l'arbre ?

Lola (en CM1), qui avait déserté le sport en douce pour nous rejoindre, a mimé et expliqué sa solution : « C'est comme quand on agrandit un triangle. Les deux côtés perpendiculaires ont la même longueur alors on

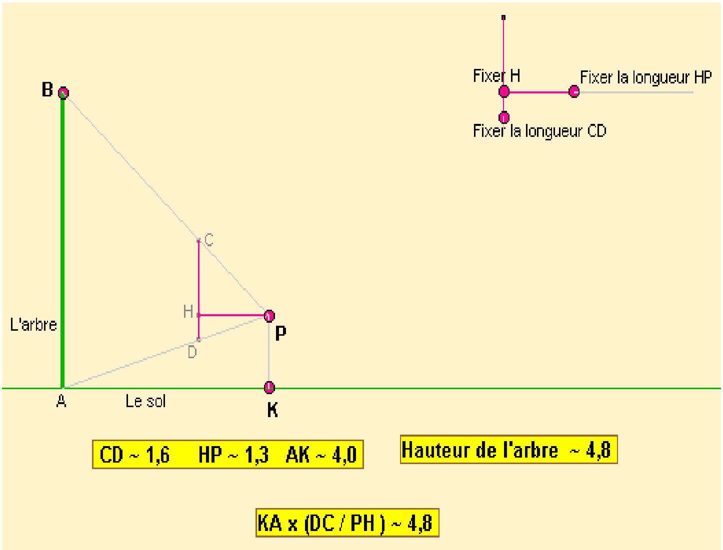
retour sommaire

a pareil depuis Théo jusqu'au pied de l'arbre que vers là haut jusqu'au sommet ». Et voilà !
Cette explication a tout à fait convenu à ses camarades et, ma foi, à moi aussi. L'autre groupe a fait la même expérience avec cette explication pour finir sur le terrain.

De retour en classe, nous avons observé une **croix du bucheron** et manipulé une animation sur Internet (http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/f_arbriv.htm) très brièvement dans le cas de l'utilisation de deux bâtons de longueurs différentes puis plus en détail avec l'utilisation de bâtons de même longueur. En voici deux extraits.

Avec deux bâtons de longueurs différentes

Dans la figure ci-dessous, l'arbre est figuré par *AB*, les deux bâtons par *CD* et *HP*.
Il faut se placer de telle sorte que les points *P, B* et *C* soient alignés tout comme *P*, *D* et *A*.
Avec la souris, vous pouvez déplacer les **gros points roses.**
Choisissez les longueurs des bâtons, la hauteur de l'arbre (*B*), le spectateur au sol : horizontalement le point ***K**,* l'œil du spectateur : verticalement le point *P*.
Observez alors les modifications des résultats affichés sous la figure.



retour sommaire

Les deux triangles *PBA* et *PCD* qui ont des côtés parallèles, ont la même forme et ont des côtés de longueurs proportionnelles :

$$k=\frac{PB}{PC}=\frac{PA}{PD}=\frac{BA}{DC}$$

Le rapport de leurs hauteurs est donc aussi égal à celui des longueurs des côtés, on a donc : $k=\frac{KA}{PH}$ donc $\frac{AB}{DC}=\frac{KA}{PH}$.

Et finalement, nous obtenons le résultat :

Il faut se placer (spectateur en K) de telle sorte que les points P, B et C soient alignés tout comme P, D et A.

Hauteur de l'arbre : $KA\times\frac{DC}{PH}$

Avec rappelons-le : KA distance du spectateur à l'arbre, PH et CD les longueurs des deux bâtons.

Avec deux bâtons de même longueur

Dans la figure de la page suivante, l'arbre est figuré par *AB*, les deux bâtons par *CD* et *HP.*

Il faut se placer de telle sorte que les points *P, B* et *C* soient alignés tout comme *P*, *D* et *A*.

Avec la souris, vous pouvez déplacer les **gros points roses.**

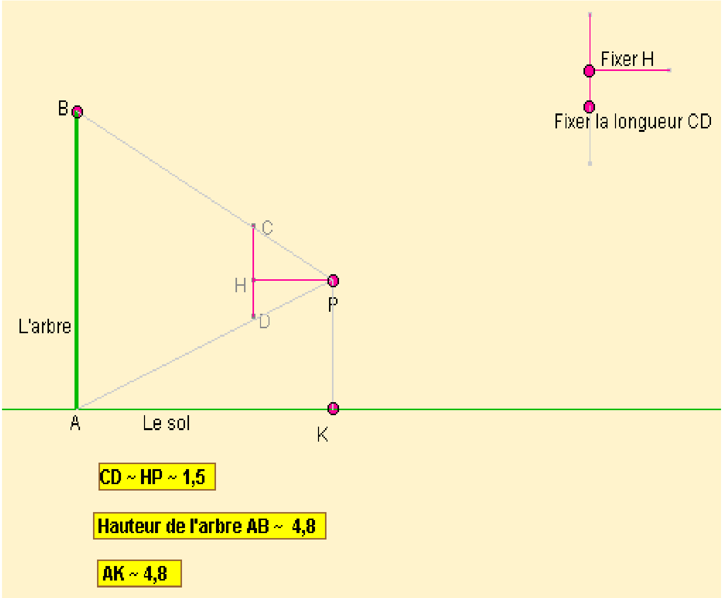
Choisissez les longueurs des bâtons, la hauteur de l'arbre (*B*), le spectateur au sol : horizontalement le point *K,* l'œil du spectateur : verticalement le point *P*.

Observez alors les modifications des résultats affichés sous la figure. *(DC = PH et DC/PH=1)*

Voir suite de l'article page suivante ***.../...***

N.d.l.r. 1 On pourra également consulter l'article de Théo Roncari « *Évaluation de distances à l'aide d'outils géométriques (atelier scientifique en classe de troisième)* », paru dans Le Petit Vert n° 111 de septembre 2012.

N.d.l.r. 2 L'appareil utilisé ici est issu de celui imaginé par Gerbert d'Aurillac (938-1003), érudit dont on connait des écrits mathématiques et qui est devenu pape en 999 sous le nom de Sylvestre II. Voir : http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/textes/gerbertF.htm
http://fr.wikipedia.org/wiki/Sylvestre_II
http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/23_article_157.pdf



On retient :

Il faut se placer de telle sorte que les points, B et C soient alignés tout comme P, D et A.

La hauteur de l'arbre est égale à la distance du spectateur en **K** à l'arbre.

Le travail sur le terrain a permis de bien cerner le mécanisme en jeu dans l'animation. Ce qui m'a le plus surprise est la réflexion de Lola qui a comparé les égalités de longueur à un agrandissement de figure. Les élèves ont ainsi réussi à visualiser de manière efficace le principe mis en œuvre pour mesurer la hauteur d'un arbre. Ils l'ont réinvesti à bon escient le jour de la fête de la nature à Moyen (à mon atelier, on jouait avec des jeux fabriqués en bois, on calculait l'âge des arbres et on estimait la hauteur du château « Qui qu'en grogne ») et lors de notre rallye d'orientation qui regroupait les classes de cycle 3 du secteur de la Mortagne autour de questions de géographie, d'architecture, d'histoire, de défis, de géométrie et - bien sûr - il fallait mesurer la hauteur d'un bâtiment.

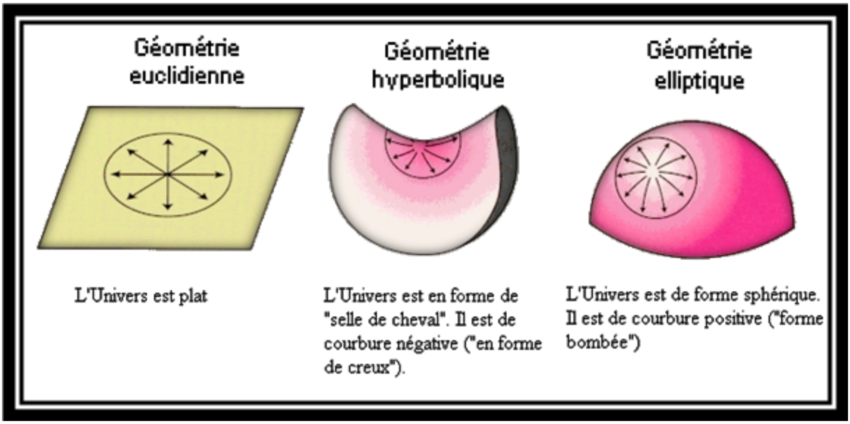
retour sommaire

MATHS ET PHILO

par Didier Lambois

L'axiomatique ou la crise des fondements mathématiques

« La philo, c'est pas sérieux, on ne sait jamais si ce qu'on dit est vrai… » L'absence de vérité en philosophie effraie bon nombre de nos élèves de terminale. Les mathématiques semblent beaucoup plus sérieuses, et même si elles effraient parfois par leurs exigences, elles consolent par leur assurance : *« on peut au moins savoir si un résultat est vrai ou faux ! ».*



Pourtant nous savons, depuis l'apparition de géométries dites « non-euclidiennes », qu'il est possible de construire des systèmes de géométrie différents du système classique ou euclidien et nous savons que la somme des angles d'un triangle n'est pas nécessairement égale à 180 degrés. Quand bien même nous admettons que la géométrie euclidienne semble correspondre davantage à l'expérience sensible que nous avons du monde, les géométries non-euclidiennes ont montré qu'elles nous permettent elles aussi de mieux appréhender l'univers dans lequel nous vivons.

Nous savons, depuis l'apparition de ces nouvelles géométries, que les mathématiciens peuvent construire des systèmes mathématiques différents mais cohérents dès lors que les principes posés au départ de leur déduction sont compatibles (qu'ils ne se contredisent pas) et indépendants (ils ne doivent pas se déduire les uns des autres). Les mathématiques sont, de ce point de vue, des sciences hypothético-déductives et « relatives » puisqu'elles dépendent de l'axiomatique choisie.

Qui de Lobatchevski[1], de Riemann[2] ou d'Euclide a raison ? Mais alors, qui de Hobbes[3] ou de Rousseau[4] a raison ? Si nous admettons, comme Hobbes, que « *l'homme est un loup pour l'homme* », nous devrons admettre avec lui qu'il est nécessaire d'avoir un Etat tout puissant qui puisse mettre fin à la barbarie naturelle. Si nous admettons, comme Rousseau, que « *l'homme est naturellement bon* », nous pourrons alors admettre que la démocratie est certainement le meilleur régime politique possible. Il est inutile de multiplier les exemples pour comprendre que l'on peut être rigoureux tout en disant des choses différentes…

Nos élèves ont trop souvent tendance à vouloir que la vérité soit « une » et à ne qualifier de « vrai » que ce qui correspond à ce qu'ils perçoivent (en ce sens l'espace euclidien est bien confortable !) ; peut-être devrions-nous leur rappeler que nous devons aussi considérer comme « vrais », au pluriel, tous les énoncés qui, par leur rigueur logique, s'imposent à notre assentiment… et nous aident à mieux réfléchir.

---

1 LOBATCHEVSKI (mathématicien russe, 1792-1856) publia en 1826 un premier aperçu de sa nouvelle géométrie qu'il dénommait « géométrie imaginaire » (géométrie hyperbolique) et qui se fondait sur un refus de l'axiome des parallèles et sur l'hypothèse que la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°.

2 En 1868, Bernhard RIEMANN (mathématicien allemand, 1826-1866) développa le second type de géométrie non euclidienne appelée géométrie elliptique et dans laquelle la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180°.

3 Thomas HOBBES, philosophe anglais (1588-1679), auteur du *Léviathan* publié en 1651.

4 Jean-Jacques ROUSSEAU, philosophe de langue française, né à Genève, auteur du *Contrat Social* publié en 1762.

retour sommaire

ETUDE MATHÉMATIQUE

LA GÉOMÉTRIE DE LA MOSAÏQUE DE GRAND (2e partie)

Par Bernard PARZYSZ,
Université d'Orléans & Laboratoire André-Revuz
(univ. Paris-Diderot)

La première partie de cet article a été publiée dans Le Petit Vert n° 115 de septembre 2013. L'article complet sera bientôt disponible sur notre site, à l'adresse http://apmeplorraine.fr (rubrique études mathématiques).

Il existe plusieurs décors voisins de [ce dernier[1]] en Gaule Belgique. Je n'en mentionnerai ici que deux, dans le but de montrer comment la mise en place d'un même décor peut varier d'une mosaïque à l'autre.

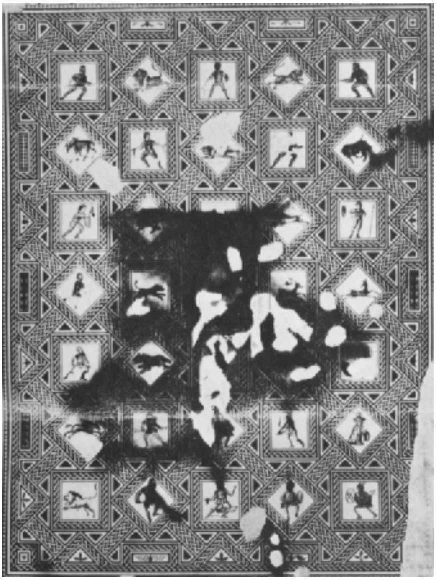


Fig. 22. Reims, panneau principal (aquarelle d'E. Deperthes)[2]

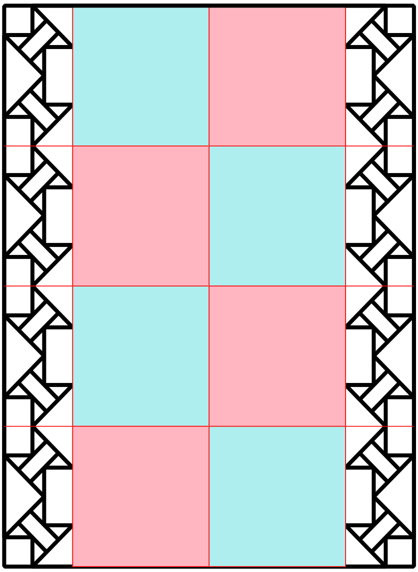


Fig. 23. Reims, schéma de la composition.

1 Il s'agit du décor du panneau étudié dans la première parie de l'article.
2 Sauf indication contraire, les photos et les schémas sont de l'auteur, B. Parzysz.

1) *Reims* (Stern 1979 n° 38, pl. XI). Le motif unitaire de la « mosaïque des Gladiateurs »[3], datée de la fin du 2^{e} siècle de notre ère ou du début du 3^{e}, est identique à celui de Grand (fig. 22). La composition présente cependant une différence, car le panneau est constitué d'une partie axiale de 4 × 2 carrés (entiers), prolongée de part et d'autre, sur les côtés longs, par une rangée de « demi-carrés » (fig. 23).

2) *Besançon* (Stern 1963 n° 270, pl. V à VII). Cette mosaïque fragmentaire (fig. 24) est, elle aussi, datée de la fin du 2^{e} siècle ou du début du 3^{e}.

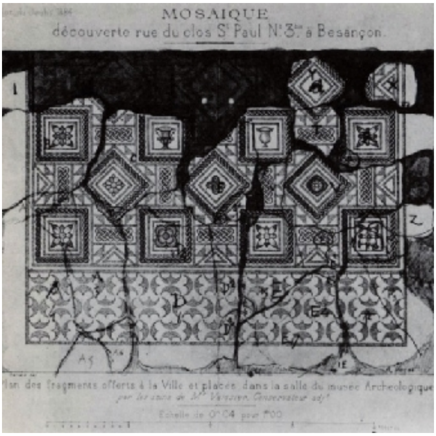


Fig. 24. Besançon, relevé de la mosaïque (dessin d'A. Vassier))

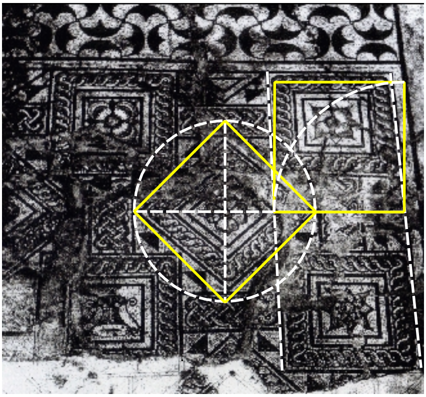


Fig. 25. Besançon, vérification du modèle

Une photographie adéquate et le recours à la géométrie perspective nous permettent encore de vérifier que le panneau principal de cette mosaïque est bien construit sur le même modèle qu'à Grand (fig. 25) : en se plaçant dans un plan vertical frontal, on relève le carré sur la pointe et un carré isométrique aux carrés droits ; le calcul des périmètres effectué par le logiciel permet alors de vérifier que les deux carrés relevés sont de même taille.

Par contre, comme on peut s'en rendre compte sur le relevé, le réseau primaire permettant la mise en place du panneau est différent. Tous d'abord, le fait que les axes des rectangles soient parallèles aux bords du panneau suggère un réseau diagonal ; mais on s'aperçoit alors qu'aucun quadrillage diagonal ne s'adapte au décor : il reste toujours des « petits bouts » dans les angles. Une solution plus satisfaisante consiste en un « quadrillage de bandes », c'est-à-dire une alternance de bandes larges

3 Cette mosaïque a été détruite en 1917.

retour sommaire

et étroites de largeurs respectives $a\sqrt{2}$ et *a*, avec ici une bande large sur le pourtour[4] (fig. 26). Une fois le réseau installé, la mise en place ne pose pas de difficulté (fig. 27) : entre quatre grands carrés droits on trace le carré sur la pointe, puis les quatre rectangles, et on progresse de proche en proche sans risque de « dérive ».

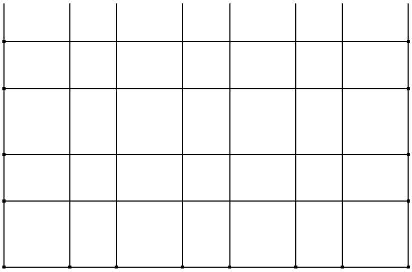


Fig. 26, Besançon.
Quadrillage de bandes ($a\sqrt{2}$, a)

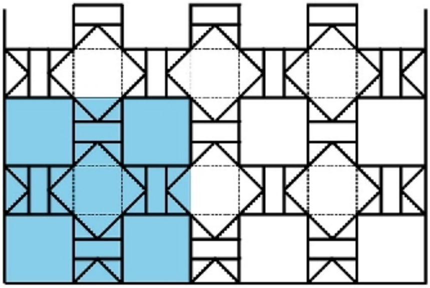


Fig. 27, Besançon
Mise en place du décor

L'existence de cette variété des schémas de mise en place montre que le modèle de « carrés droits et obliques de même taille séparés par des rectangles », non seulement était bien connu des mosaïstes des 2e-3e siècles, mais qu'il constituait pour eux un objet de réflexion, leur permettant d'imaginer des façons diverses de le mettre en place et conduisant *ipso facto* à des dessins différents sur le pourtour : alternance de double carrés et de grands triangles à Grand et à Reims, alternance de carrés et de petits triangles à Besançon, etc..

2.3. Le panneau central

Je ne mentionne ici que pour mémoire le panneau central, qui est malgré tout l'endroit vers lequel converge l'ensemble de la mosaïque, même si en définitive – en exceptant les quatre représentations animales du panneau intermédiaire – sa surface ne représentait à l'origine, dans son intégralité que 65 pieds carrés sur les 1764 pieds carrés du panneau carré (hors abside), soit moins de 4 %.

Le panneau figuré (fig. 28), dont il ne reste qu'un quart environ, a été identifié par J.-P. Darmon comme représentant deux acteurs interprétant une scène d'une comédie (disparue) de Ménandre, célèbre auteur grec de la fin du 4e siècle av. J.-C.), intitulée *Phasma* (le Fantôme).

4 La détermination de la valeur de *a* pouvait se faire assez rapidement par approximations successives.

retour sommaire

Fig. 28. Ce qui subsiste du panneau figuré

2.4. L'abside

La mosaïque de l'abside est constituée, à l'intérieur d'une bordure de triangles, d'une « *composition orthogonale d'écailles bipartites adjacentes, en opposition de couleurs* » (Balmelle & al., p. 338), ici traitée en noir et blanc (fig. 29). L'observation fait apparaître que la décor a sans doute été construit sur un réseau carré s'appuyant sur le diamètre et sur le rayon perpendiculaire, réseau qui paraît mieux adapté au motif qu'un réseau oblique (mais les obliques ont toutefois pu être utilisées comme contrôle).

Fig. 29. Le décor de l'abside

Pour réaliser le décor, le diamètre a été partagé en 17 parties égales de part et d'autre du centre du cercle, ce qui a permis de mettre en place le réseau carré[5]. Chaque écaille se situe à l'intérieur d'un carré de 2 × 2 unités (fig. 30). Elle est constituée d'arcs de cercles de rayon unité : un

5 En réalité, en raison du décalage du centre du cercle signalé plus haut, on observe qu'il y a un peu plus de 17 rangées parallèles au diamètre, au lieu des 17 attendues.

retour sommaire

demi-cercle, centré au centre du carré, et deux quarts de cercle centrés en deux sommets du carré.

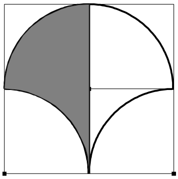


Fig. 30. Schéma théorique des écailles

Comme on le voit, une fois le réseau mis en place le dessin du décor se résume au tracé, parallèlement au diamètre, d'une succession de demi-cercles inscrits dans des rectangles 2 × 1 (fig. 31).

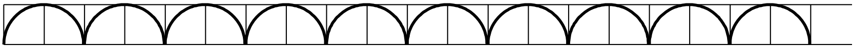


Figure 31. Ligne d'écailles

Pour passer d'une ligne à la suivante, il suffit de reproduire le même schéma en se décalant d'un carré (fig. 32).

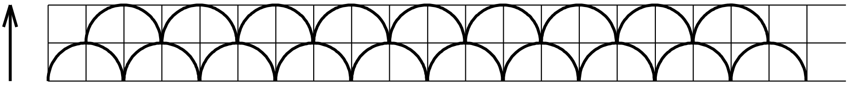


Figure 32. Succession des lignes d'écailles

La simplicité de cette construction permet de proposer la procédure de mise en place suivante :

1° Partage de chaque demi- diamètre en 17.
2° Report perpendiculaire du module ainsi défini et tracé d'une première rangée de carrés.
3° Tracé successifs des demi-cercles dans les paires de carrés adjacents.
4° Tracé d'une deuxième rangée de carrés et de la deuxième rangée de demi-cercles, etc.

Remarque. Cette procédure progressive, rangée après rangée, fournit une explication au fait qu'on a un peu plus de 17 rangées d'écailles dans le sens est-ouest, ce qui n'aurait pas été le cas si le rayon perpendiculaire au diamètre avait été dès le départ partagé en 17 pour la mise en place d'un réseau général..

retour sommaire

3. Conclusion

La mise en place des panneaux témoigne de l'existence d'un projet bien précis chez le *pictor* lors de la conception du pavement : il lui fallait passer d'une surface carrée, décidée par l'architecte du bâtiment, à un panneau figuré très allongé, sans doute choisi par le commanditaire. Il a alors imbriqué successivement des rectangles, en allant de l'extérieur vers l'intérieur et en ménageant des bordures pour les transitions. Partant d'un rectangle de rapport 1 / 1, il a commencé par y inclure un rectangle de rapport 5 / 3, dans lequel il voulait ensuite inclure un rectangle de rapport 3 / 2 pour y insérer le décor qu'il envisageait et qui devait servir de cadre au panneau figuré, ce qui nécessitait un bandeau qu'il a choisi de placer du même côté que les deux autres bandeaux séparant le grand panneau de l'abside[6].

En ce qui concerne le décor, si celui du panneau extérieur est d'une grande simplicité, celui du panneau intermédiaire nécessite de solides connaissances géométriques pour sa mise en place, ainsi qu'une grande rigueur pour son exécution (on parle d'ailleurs de « style sévère »).

Je n'ai pas pu ici, faute de place, parler de la réalisation des tresses diverses (à deux et quatre brins) du panneau carré. Elles aussi, quoique d'une relative simplicité de conception, nécessitent de la rigueur dans la mise en place et dans l'exécution.

En définitive, j'imagine assez bien un *pictor* spécialisé dans les décors géométriques, en pleine possession de son art, en compétition avec un collègue spécialisé dans les décors figurés, et désireux de montrer l'étendue son savoir-faire en réalisant un décor difficile comme encadrement de la scène centrale. Comme le dit J.-P. Darmon : « *on se trouve en présence d'un atelier gallo-romain puisant sa main d'œuvre dans le vivier local (ou régional) mais dirigé par des maîtres formés aux meilleures traditions italiennes, via sans doute la Gaule narbonnaise* » (Darmon 2006, p. 93).

Enfin, je serai heureux si je suis parvenu, par cette première approche, à susciter chez certains lecteurs le désir de se rendre à Grand pour aller admirer ce chef d'œuvre de l'art antique. Ils ne seront pas déçus.

.../...

6 En effet, quelle que soit la largeur de bordure, on ne peut obtenir qu'un rectangle intérieur dont le rapport est supérieur à 5 / 3.

retour sommaire

Bibliographie

Balmelle, C. & al. *Le décor géométrique de la mosaïque romaine. Vol. 1 : Répertoire graphique et descriptif des compositions linéaires et isotropes.* Ed. Picard, Paris 1985. 2e édition 2002.

Blanc, P. Le dossier de protection et de restauration de la mosaïque, in *La mosaïque de Grand* (J.-M. Demarolle, éd.) pp. 231-251. Ed. Centre Régional Universitaire Lorrain d'Histoire. Ed. Université de Metz 2006.

Darmon, J.-P. La mosaïque de Grand mise en perspective, in *La mosaïque de Grand* (J.-M. Demarolle, éd.) pp. 91-100. Ed. Centre Régional Universitaire Lorrain d'Histoire. Ed. Université de Metz 2006.

Dechezleprêtre, T. L'enceinte monumentale, in *Sur les traces d'Apollon. Grand la gallo-romaine*, pp. 30-33. Ed. Somogy, Paris 2010.

Olivier, A. L'amphithéâtre, in *Sur les traces d'Apollon. Grand la gallo-romaine*, pp. 24-29. Ed. Somogy, Paris 2010.

Stern, H. *Recueil général des mosaïques de la Gaule*, vol. 1 (Province de Belgique), fasc. 1 (partie Ouest). Ed. CNRS, Paris 1979.

Stern, H. *Recueil général des mosaïques de la Gaule*, vol. 1 (Province de Belgique), fasc. 2 (partie Est). Ed. CNRS, Paris 1960.

Stern, H. *Recueil général des mosaïques de la Gaule*, vol. 1 (Province de Belgique), fasc. 3 Partie Sud(). Ed. CNRS, Paris 1963.

Sitographie

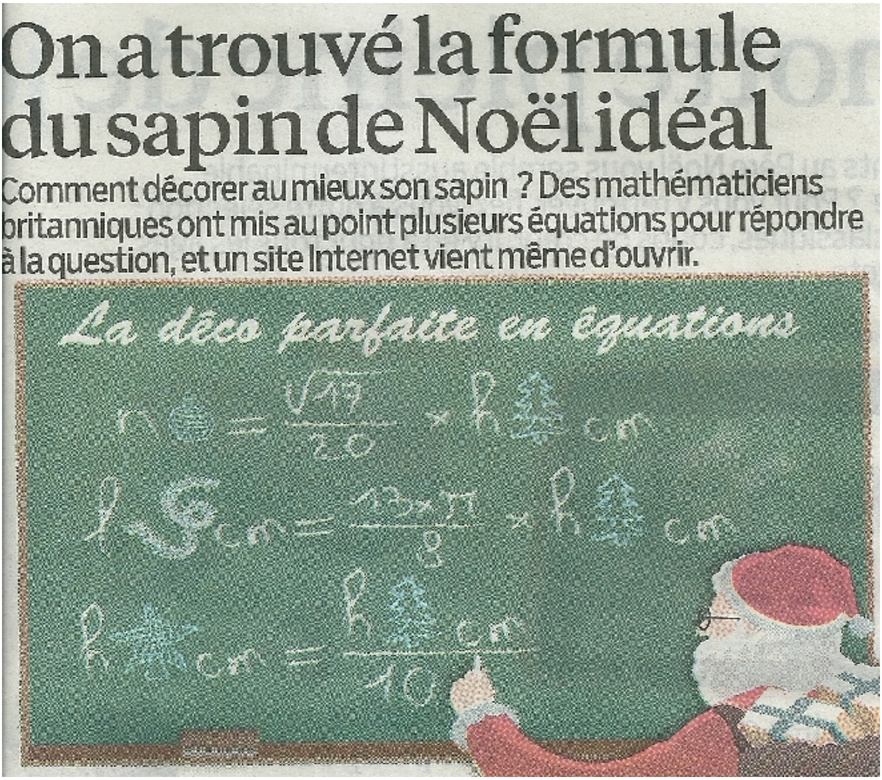
http://www.vosges-sitedegrand.fr/mosaique.asp

retour sommaire

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.
Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .
Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :
http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

La formule du sapin de NOEL



On a trouvé la formule du sapin de Noël idéal

Comment décorer au mieux son sapin ? Des mathématiciens britanniques ont mis au point plusieurs équations pour répondre à la question, et un site Internet vient même d'ouvrir.

retour sommaire

Avec la chasse aux cadeaux et la composition du menu de réveillon, c'est sans doute la troisième question existentielle la plus importante à l'approche de la fin de l'année : comment décorer son sapin de Noël ?(...)

Combien de boules et d'étoiles ? Quelle longueur de guirlandes ? Du sommet jusqu'à la base, au risque de surcharger le conifère et de le faire ressembler à une star de la télé-réalité, ou vaut-il mieux jouer la carte du dénuement, risquant les moqueries de sa progéniture ?

Nos amis britanniques ont décidé de ne pas laisser ce sujet angoissant sans réponse (...). En fait, c'est simple : le nombre de boules idéal est égal à la racine carrée de 17 divisée par 20, multiplié par la hauteur de l'arbre en centimètres ; la longueur des guirlandes correspond pour sa part à pi multiplié par 13 et divisé par 8, le tout multiplié par la hauteur en centimètres du sapin ; la hauteur de l'étoile est égale à celle du sapin divisée par 10.

Entrer la taille de l'arbre se révèle beaucoup plus simple

(...) Ils ont ouvert un site Internet :
http://www.shef.ac.uk/news/nr/debenhams-christmas-tree-formula-1.227810.
(…) Il suffit de rentrer dans la seule case vide la taille de votre sapin, et le calculateur vous indique immédiatement le nombre idéal de boules, la longueur des guirlandes, simples ou électriques, et la dimension de la petite étoile tout en haut. Ce qui donne, pour un conifère d'un mètre, 21 boules et 5,11m de guirlandes... Regrettons toutefois que d'autres paramètres, tels que la présence dans le foyer d'un bébé cascadeur ou d'un chat facétieux, n'aient pas été pris en compte.

Chez Debenhams, on affiche cependant la satisfaction du devoir accompli :« *La formule est tellement polyvalente qu'elle fonctionnera aussi bien pour un arbre assez grand pour la famille royale à Balmoral que pour des arbres de petite taille convenant aux plus modestes des foyers* ». Elle devrait donc prendre racine aussi par chez nous...

Extrait du quotidien « Le Parisien » (décembre 2012)

retour sommaire

Couches carrées

Un scoop envoyé par Élisabeth Muller : des couches de forme carrée, de dimensions 9x11 cm...

Il faut faire bien attention que vous enfants ne s'amusent pas avec, ils auraient des ennuis plus tard à l'école !

Mais nous restons un peu déçus par la composition 60 %, 20 % et 20 % … on aurait préféré, pour notre rubrique, un total supérieur à 100 % !

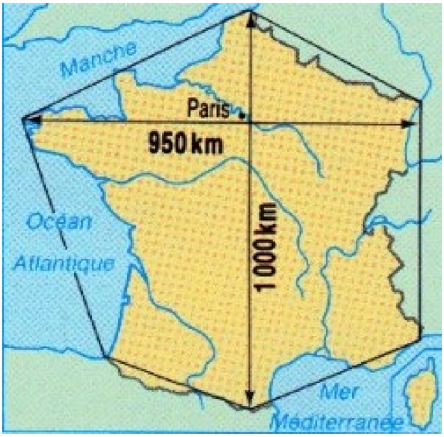
Encore les cubes[1]...

A Marseille, dans notre beau sac de plage, nous avions une petite brochure "MARSEILLE. Les incontournables 2013". A la page 65, le MuCEM nous est présenté : « *Pour abriter les collections du musée, l'architecte a souhaité **un cube** de verre habillé d'une résille de béton* ». Au vu de ce qui a été construit, il nous faut constater que les vœux de l'architecte n'ont pas dû être réalisés...

[1] Ce titre fait référence à des articles publiés dans la rubrique Math & Media des numéros 113 (mars) et 115 (septembre) du Petit Vert.

retour sommaire

HEXAGONE



Le choix de la figure géométrique à six angles comme modèle de la France métropolitaine apparaît au tout début du XIX^e siècle (il est alors doté d'un H majuscule), mais ne s'imposera qu'à partir de 1934.
Cette année-là, Charles de Gaulle en ranime la figure de rhétorique dans l'ouvrage *Vers l'armée de métier*. A son avènement, le vocable est concurrencé par le pentagone, prôné par le géographe Emmanuel de Martonne, et l'octogone, proposé par son confrère Élisée Reclus.
Dans son *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* (1882-1886), Ferdinand Buisson (1841-1932), pédagogue et homme politique français (Prix Nobel de la paix en 1927) préconise d'imposer un tracé hexagonal aux frontières physiques du pays en joignant les points extrêmes de sa représentation cartographique.

Extrait de *Petites histoires des mots et des expressions, depuis abstraction jusqu'à zut*, de Claude Darras, Victoires Éditions, 2012.

Image tirée de http://les-yeux-du-monde.fr

Dictionnaire de pédagogie de F. Buisson disponible sur Gallica :
http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k24232h/

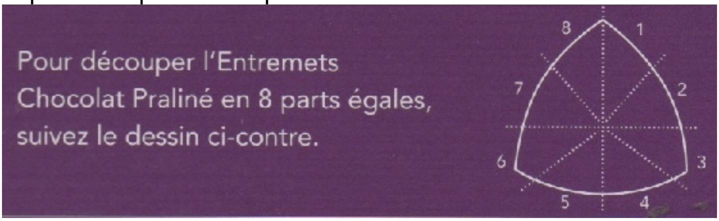
Proposition d'activité avec des élèves : faire comparer l'aire de l'hexagone proposé par Ferdinand Buisson avec l'aire de la France. Quelle est la marge d'erreur faite lors de l'utilisation de cette schématisation ? Des mesures prises sur une carte ou trouvées sur un site de géographie pourront être utilisées.

retour sommaire

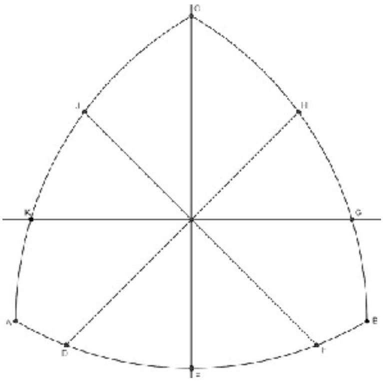
Retour sur le gâteau Thiriet

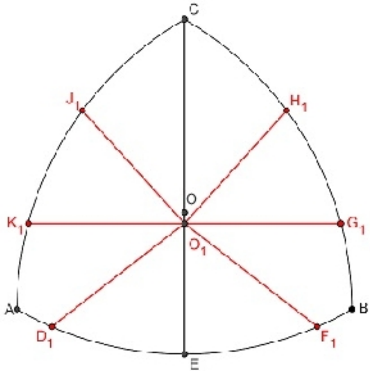
(publié dans le Petit Vert n°115)

Nous vous avions présenté un entremets au chocolat praliné qui avait la forme d'un triangle de Reuleaux. Et nous vous posions la question du partage en huit parts égales de ce dessert. Une figure imprimée sur le côté de l'emballage nous en donnait une suggestion, mais cette figure était très petite et par conséquent difficilement utilisable.



La figure admet un axe de symétrie, et il est très facile de montrer qu'un découpage à partir du centre avec 8 angles de 45° ne donnera pas des parts égales (fig. 1). Nous vous proposons ci-dessous une solution approximative, obtenue par tâtonnements, qui semble donner des parts égales (fig. 2) ; remarquer que $J_1O_1F_1$ ne sont pas alignés).





Le problème est le suivant : peut-on déterminer de façon <u>rigoureuse</u> la position des points O_1, J_1 et D_1 de façon que les parts soient égales ?
Personne, dans le Comité de rédaction du Petit Vert, n'en a été capable...
Nous nous proposons donc de soumettre ce problème aux responsables des rubriques « Problèmes » et « Exercices de-ci de-là » du bulletin national (le « Gros » Vert). Il y aura peut-être, parmi ses lecteurs, des mathématiciens plus « doués » que nous ! Affaire à suivre...

DANS NOS CLASSES

Your number was...

Activité enseignée en anglais (DNL) en seconde

Par Didier Rahuel,
d.rahuel@ac-nancy-metz.fr

Didier Rahuel enseigne les mathématiques au lycée Varoquaux de Tomblaine (54) depuis 1992. Depuis l'an dernier il est le coordonnateur de la DNL Maths/Anglais sur l'académie Nancy-Metz. Il animera un atelier DNL lors de la Journée régionale de mars 2014.

Pour lui, la DNL est l'occasion de pratiquer (sans la crainte de prendre du retard dans les programmes) des activités ludiques qu'il aimait faire en français : on trouve beaucoup de « recreational maths » dans les pays anglo-saxons.

Dans cet article, il nous présentera d'abord ce qu'est la DNL, et comment elle est mise en place au lycée Varoquaux. Puis il nous relatera une séance d'une heure en classe : « Your number was... ».

La rédaction

DNL ? mais qu'est ce que c'est ?

DNL = « discipline non linguistique » . Il s'agit d'une discipline (autre qu'une langue vivante) enseignée en langue étrangère. L'objectif est d'amener les élèves à communiquer dans un contexte différent d'un cours de langue étrangère, la discipline n'étant qu'un support amenant des bases de discussion : on privilégie donc des pistes historiques, des paradoxes, des controverses, bref tout ce qui amènera naturellement un débat. J'aime bien travailler sur des tours de magie, des jeux… mais qui débouchent toujours sur une résolution mathématique : il faut s'adapter aux possibilités des élèves (on peut parfois aller loin mais il faut aussi savoir s'arrêter à temps).

Certaines activités sont cependant plus « académiques », surtout en terminale, où je double certaines parties choisies du programme en français et où il faut préparer l'épreuve spécifique de manière plus précise. Cela devrait progressivement changer, car une évolution des sujets de bac est en route.

Dans mon cas, il s'agit donc de mathématiques en anglais. La règle est de ne communiquer qu'en anglais, mais je me permets de la transgresser (rarement) ou d'autoriser un élève à expliquer en français (dans un premier temps) lorsque la notion est un peu délicate à exposer.

Organisation, horaires, intérêt

Dans les textes officiels, tout est possible : l'heure de DNL peut être dissociée ou intégrée au cours de mathématiques en français, cela peut être une heure en plus de l'horaire officiel ou non…

Et c'est là que commencent les problèmes : aucun moyen n'est donné par le Rectorat. Les heures en sus de l'horaire officiel seront financées par l'établissement, donc pris sur la DHG ; s'ajoutent également des heures d'anglais européen. Le nombre d'heures nécessaires peut donc s'avérer important.

Dans un « petit » lycée, cela pose des problèmes car la marge d'heures est restreinte. J'ai la chance d'exercer dans un gros établissement et, d'autre part, notre proviseure précédente s'étant fortement engagée dans la création de la section européenne, son successeur a tenu à maintenir les moyens nécessaires : la section européenne représente aujourd'hui 10 % des effectifs du lycée Varoquaux (et même davantage si on ne compte pas les post-bac).

La D.N.L. au lycée Varoquaux

Pour me faire comprendre je dois d'abord présenter notre fonctionnement, car il n'est pas si courant…

- Nous accueillons des élèves de plusieurs collèges, certains d'entre eux possédant également une section euro. Il n'est cependant pas indispensable d'avoir déjà suivi le cursus euro pour intégrer la section euro en seconde. Nous intégrons également des élèves lorsqu'ils entrent en première.

Il existe 4 matières DNL en anglais à Varoquaux : histoire, biologie, management/communication et, bien sûr, mathématiques.

En seconde : les élèvent alternent histoire et mathématiques (un semestre pour chaque DNL, à raison d'une heure/semaine)

En première et en terminale cela dépend de la section : maths en S, histoire en L et ES, biologie en STL et management/communication en STG (une heure/semaine sur l'année entière cette fois).

Les élèves des sections européennes ont donc chaque semaine une heure supplémentaire de DNL, à laquelle il faut ajouter une heure d'anglais européen à chaque niveau. Ajoutez quelques dédoublements, au gré des effectifs : c'est donc de 15 à 20 h qu'il faut prendre sur la DHG.

- A l'issue de la terminale, les élèves passent une épreuve de baccalauréat spécifique, qui est comptée comme une option. Si tout se passe bien, ils obtiennent le baccalauréat avec « mention européenne ».

Ils peuvent donc obtenir des points supplémentaires pour le bac, d'autre part leurs dossiers pour le supérieur semblent être examinés avec plus de bienveillance : ces élèves ont été volontaires pour assurer un travail supplémentaire conséquent (apprécié pour les classes prépa) et aussi des compétences en anglais (appréciées … presque partout ! et de plus en plus).

retour sommaire

Déroulement de la séance « Your number was... »

Voir en annexe la fiche distribuée aux élèves.

Les « machines » évoquées sont disponible sur Internet :
http://nrich.maths.org/7216 et http://nrich.maths.org/2289

Objectifs

- Communiquer en pratiquant le vocabulaire des opérations, des équations. De façon générale le vocabulaire nécessaire est introduit petit à petit : pris en note au cours de la séance, ou sur la fiche quand elle est distribuée au début … on complète alors souvent le glossaire de la fiche.
- Continuer à repérer des potentiels dans le groupe
- Préparer les élèves à des sujets ouverts
- Se faire plaisir, aussi

Public

Élèves de section euro de seconde, bon niveau globalement mais de la variété : à Varoquaux, les élèves peuvent poursuivre la section euro en 1ère en section S, ES, L, STMG et STL. On adapte les prolongements suivant les réactions des groupes, et j'ai des surprises dans les deux sens…

J'ai cette année un groupe de 23 élèves au premier semestre, avec lequel j'ai expérimenté cette activité, et j'aurai le second groupe au second semestre (20 élèves). Ces 43 élèves sont répartis dans trois classes de seconde. J'assure aussi cette année le cours de mathématiques (en français) dans l'une de ces 3 classes.

Déroulement

Après avoir demandé à deux élèves de résumer la séance précédente, j'affiche d'abord à l'écran la première « machine » (au vidéo-projecteur), et débute la séance en expliquant aux élèves que le brouillard matinal de ce mercredi me rend particulièrement réceptif aux ondes cérébrales, et que je vais en profiter pour lire dans leurs pensées (tout cela en anglais).

Pour le prouver, je lance la machine et leur demande de suivre ses instructions (chacun choisit donc un nombre différent).

- Pensez à un nombre (ne dites rien), ajoutez 4… Un élève intervient : « *Je connais, on trouve toujours le même nombre !* » ; mais en DNL, je ne comprends plus le français : il recommence en anglais cette fois. Coup de chance pour moi : ça, c'est le tour de la 2ème machine, mais j'ai choisi de commencer par la première ! Je réponds donc qu'il pense à une autre procédure, et je continue :

- … Multipliez par 2, soustrayez 7.

Je demande ensuite à plusieurs élèves le dernier nombre qu'ils ont obtenu et leur donne aussitôt à chacun celui auquel il avait pensé. Je fais tourner

retour sommaire

la machine pour vérifier chaque résultat, car dans certains cas il y a désaccord. Et puisque les élèves demeurent sceptiques quant à mes capacités de télépathie, ils doivent expliquer le fonctionnement de la machine. Un élève trouve rapidement une façon de trouver le nombre choisi, il l'expose: il inverse les opérations et l'ordre. Ça marche, bravo mais le prof a donné la réponse tout de suite, lui … la méthode de l'élève demande plus de temps à un professeur « normal ».

Cela coince un peu, je donne alors un indice :

- Nous avions vu il y a 15 jours comment dire en anglais : « Soit x un nombre qui… ». Un élève : - Oh yes, we can do the same and call x the number !

- Indeed you may consider that x is the *chosen* number, would explain to the class ?

L'élève développe sa méthode au tableau, au passage je rectifie le vocabulaire et on l'enrichit pour varier la rédaction avec les mots-clé : then, so , therefore, since, etc.

Le nombre obtenu est finalement $2x + 1$, il m'avait donc suffi de soustraire 1 puis de diviser par 2 pour deviner le nombre de départ. Je ne suis donc pas un magicien, ni un calculateur prodige !!!

Si, quand même, car un bon tour doit se terminer par une pirouette (le « prestige ») : quand le public croit avoir compris le truc, le magicien en réalise un dernier qui semble vraiment inexplicable d'ordinaire. Mon prestige ne va pas aussi loin : je lance la seconde machine, et cette fois j'annonce aux élèves que par un curieux hasard ils ont tous pensé au même nombre, puisqu'ils ont tous obtenu 5...

Cela va sonner : pour la prochaine séance il faudra travailler la première activité et le vocabulaire, expliquer le mécanisme de la seconde (et bien s'entraîner pour pouvoir la présenter à la classe). La fiche *(en annexe)* ne sera distribuée que la semaine suivante, mais mise en ligne sur PLACE pour que les élèves y aient accès.

Prolongements

- Le but principal étant toujours de faire parler, on trouvera bien un élève qui connaît un « trick » du même genre et qui le présentera, éventuellement le préparera pour la séance suivante.

- Il me semble que cette activité peut s'utiliser aussi à différents niveaux : en collège pour introduire la mise en équation ou leur résolution, au lycée pour leur donner du sens et en voir l'intérêt : je pense en particulier à des classes de STMG qu'il faut réconcilier avec la matière. Le calcul littéral permet de simplifier l'expression algébrique, ce serait plus laborieux en langage courant (même si on le faisait ainsi autrefois – mais en latin !).

retour sommaire

Annexe. Fiche-élève : Your number was…

Part one

Press START to investigate what this machine does:

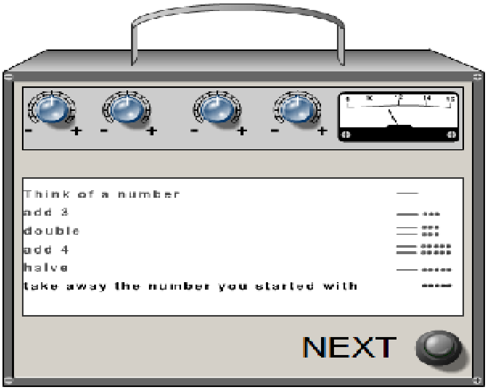
Try starting with other numbers - maybe decimals or negative numbers.

How is the machine working out your starting numbers?

Can you devise your own set of instructions so you can work out someone else's starting numbers in the same way?

Part two

Press the start button and see what happens:



Now try again starting with a different number.

Try again.

Try starting with a fraction.. or decimal... or negative number...

Why is the answer ALWAYS the same?

Thanks to the NRICH team

retour sommaire

ETUDE MATHÉMATIQUE

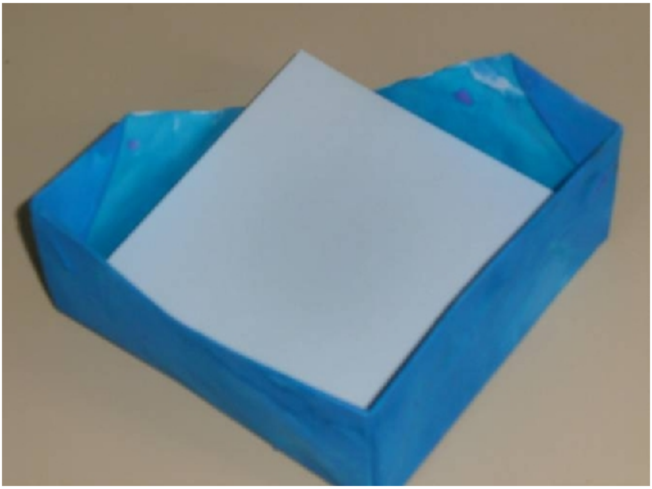
Origami : boite par la méthode Fujimoto

Par Walter Nurdin (ÉSPÉ Nancy)

Le problème qui va suivre a été proposé dans un atelier d'origami par un formateur qui n'en connaissait pas la solution : construire une boite pour y placer un bloc-note de 9 cm sur 9 cm. Il semblerait, après recherche sur la toile, que le créateur soit Humiaki Huzita[1].
La réalisation permet, entre autres, de réinvestir la construction du rapport $\frac{3}{7}$ par la méthode de Fujimoto (voir Petit Vert n° 114).

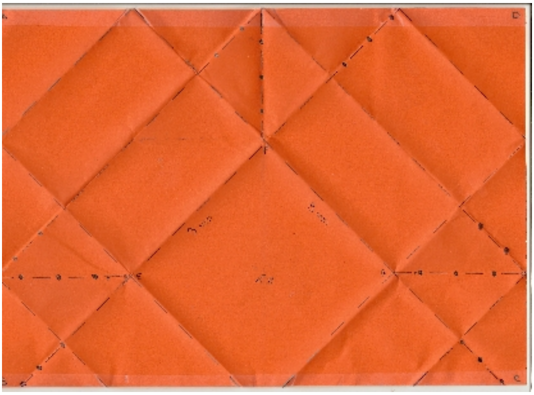
Il est également nécessaire pour le résoudre de savoir qu'une feuille A4 est dans le rapport $\frac{L}{l}=\sqrt{2}$ avec l = 21 cm.

La première phase de l'activité consiste à construire, à partir d'une feuille A4, une boîte qui pourra contenir des feuilles carrées d'un bloc cube de 9 cm de côté, en suivant des consignes données. Voici une réalisation d'un enfant de cycle 3.

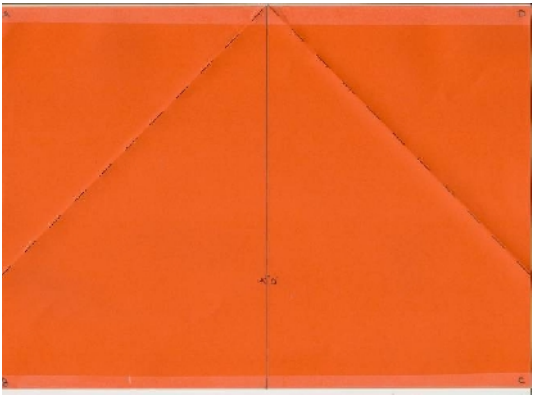


1 Site : http://www.giladorigami.com/oridb.php?dbq=Memo%20paper%20holder%20Humiaki%20Huzita

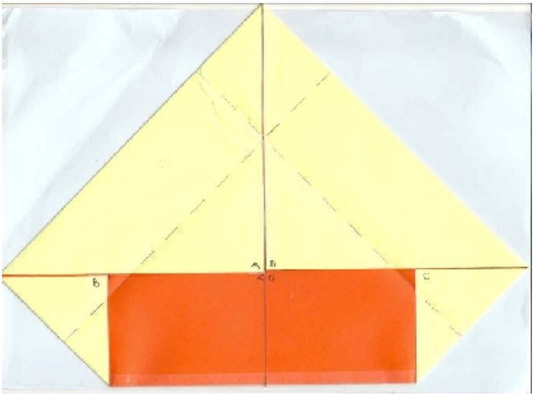
Pour construire cette boîte il faut tout d'abord obtenir les plis suivants.



Pour cela il faut tout d'abord plier la feuille A 4 (papier bicolore orange /jaune) en partageant la longueur en deux. Puis rabattre les points A et D sur le pli central en A' et D'.

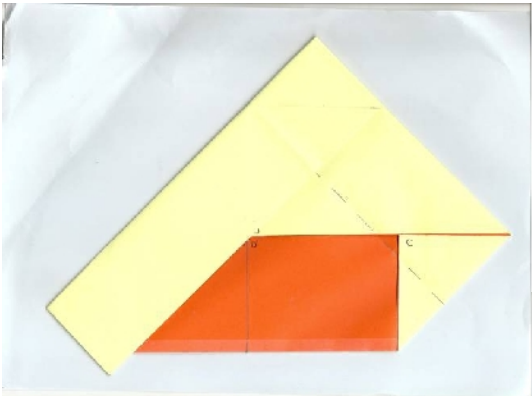


Une fois A et D repliés on relève les « coins » B et C pour obtenir ce type de figure.

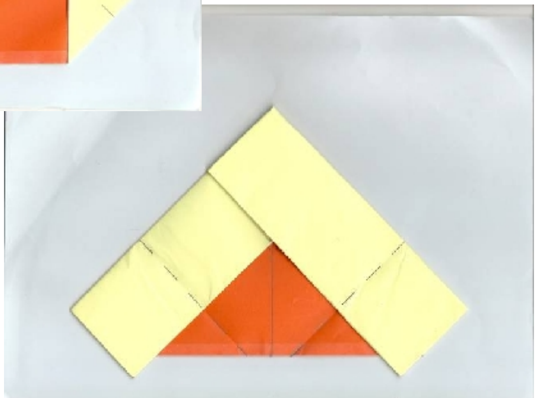


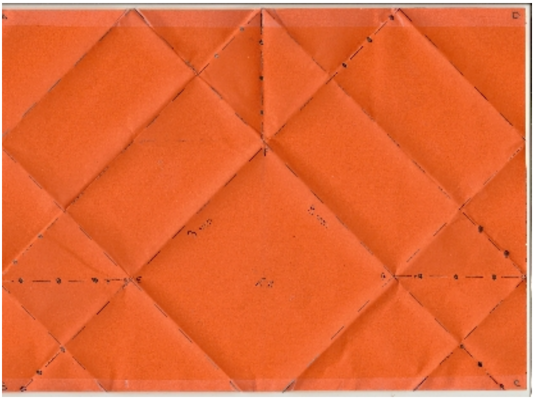
La suite du pliage, que l'on voit en traits discontinus, est obtenue en amenant une partie du bord extérieur gauche en A' (ou D'). On réitère la procédure à droite.

retour sommaire



Il reste à plier en deux la partie basse / gauche et basse / droite pour obtenir :

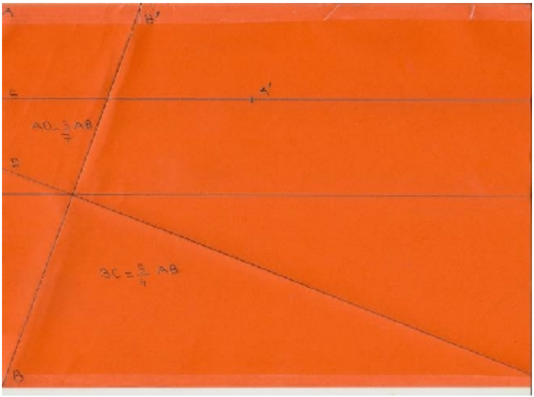




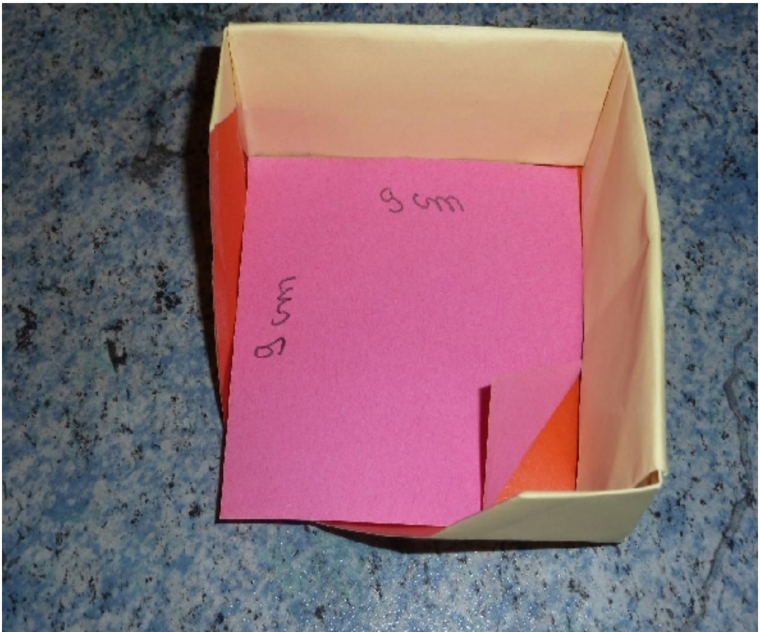
En ouvrant la feuille on dispose de presque tous les plis. Il reste à plier une des diagonales de 3 petits carrés. Les plis marqués par des traits continus sont des plis « vallées ». Les plis marqués par des traits continus encadrés par des points sont des plis « montagnes ».
On peut achever cette phase en offrant aux élèves la possibilité de fabriquer des boîtes en partant de feuilles de différents formats. Ils pourront constater que les boîtes vont avoir des fonds différents.

On peut visionner le pliage sur :
http://www.youtube.com/watch?v=jToF0b2lRzM

La deuxième phase est le problème posé.
On veut une boîte qui permet de déposer, sans débord, une feuille carrée de 9 cm de côté. C'est un format d'une feuille de bloc cube. Autrement dit, obtenir au centre des longueurs de 9 cm.
Il faut alors observer la feuille et ses pliages. On retrouve ainsi les 9 cm à de nombreux endroits. Les pliages effectués font que l'on a également des plis de 4,5 cm. Ainsi on observe un triangle rectangle isocèle dont l'hypoténuse doit mesurer 18 cm. En utilisant le théorème de Pythagore on obtient que la longueur de la feuille doit être de $18\sqrt{2}$ cm et donc, pour conserver la proportion, qu'une largeur de la feuille sera de 18 cm.
On peut bien évidemment utiliser une règle puis mesurer les 18 cm et par le report de la diagonale d'un carré de côté 18 cm obtenir la longueur de $18\sqrt{2}$ cm .
Mais en origami, on convient de ne pas utiliser de règle graduée. Il faut donc obtenir 18 cm par une autre procédure. C'est là que la méthode de Fujimoto est utile. 18 cm c'est les $\frac{6}{7}$ de 21 cm. Or $\frac{6}{7}$ c'est le double de $\frac{3}{7}$.
Or la procédure de Fujimoto évoquée au début de l'article permet le partage en $\frac{3}{7}$ de la largeur.



En doublant on obtient les 18 cm.
Il ne faut pas oublier de reporter la diagonale du carré de côté 18 cm pour conserver la proportion.
Le format de la feuille permet alors la construction d'une boîte avec un fond carré de 9 cm de côté sans débord.



retour sommaire

VU SUR LA TOILE

Les tablettes dans l'espace

Les dernières découvertes archéologiques montrent que les mathématiques babyloniennes auraient d'abord eu une visée utilitaire. Les tablettes exhumées ne laissent pour le moment guère de place à l'astronomie.

Toutefois, le site du C.L.E.A. (Comité de Liaison Enseignant Astronomes) vous donnera de nombreuses ressources à utiliser en classe, à tous les niveaux : http://www.ac-nice.fr/clea/. Plus à destination du lycée et du supérieur, on consultera les pages « L'Astronomie dans l'apprentissage des Mathématiques » qui donne des exemples – souvent animés – de la présence de l'astronomie dans la plupart des chapitres d'Analyse : http://media4.obspm.fr/public/AAM/index.html. Pour des activités au niveau Collège, on pourra s'inspirer de ce que nous propose l'IREM de la Réunion : http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/spip.php?article24. Cette page donne quelques pistes de réflexions pour l'usage de l'astronomie en classe : http://www.ac-aix-marseille.fr/pedagogie/jcms/c_74649/fr/quelles-mathematiques-elementaires-pour-l-astronomie

Voilà, pour l'espace, passons maintenant aux tablettes. Il devient difficile d'ignorer cet outil technologique et des applications mathématiques commencent à émerger. Certaines reprennent ce qui existent déjà : Xcas, le logiciel libre de calcul formel a désormais sa version sur Android et IOS (http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/install_fr.html) ; il en est de même pour GeoGebra (http://www.geogebra.org/cms/fr/download/). Le premier suppose de connaitre la version PC et sa multitude de fonctions mathématiques car son interface a été réduite au minimum ; le second nécessite un certain doigté dans la mesure où le pointage ne se fait pas avec la même précision qu'à la souris. On trouve d'autres applications du genre MyScript Calculator qui, comme les autres applications du même auteur, repose sur l'écriture scripte et permet donc de saisir, à même l'écran, des calculs numériques : http://www.visionobjects.com/fr/webstore/myscript-calculator/description/. Je signale également deux grapheurs pour représenter vos fonctions : Grapher (https://play.google.com/store/apps/details?id=com.opticron.grapher&hl=fr) et QuickGraph (http://tablettes.recitmst.qc.ca/tag/grapheur/) que je n'ai pas encore testés.

À vous de suivre les pistes de la toile !

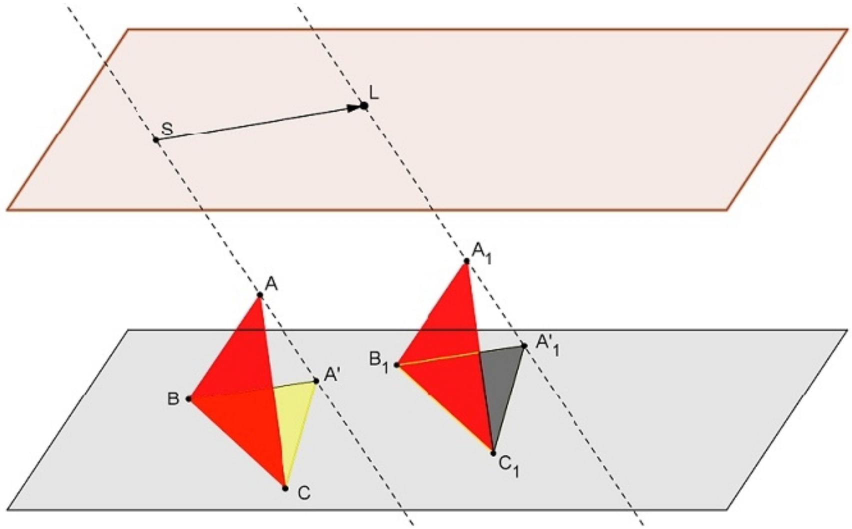
gilles.waehren@wanadoo.fr

Retour sur la solution du problème n° 114 Ombre d'un triangle

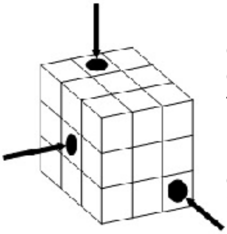
Rappel de l'énoncé : Un triangle quelconque (T) étant donné, est-il toujours possible de le positionner sous une source lumineuse ponctuelle donnée (L) de sorte que son ombre au sol (plan) soit un triangle équilatéral ?

*Nous vous proposons une **solution de Jean-Marie Becker**, enseignant chercheur à Lyon, qui nous est malheureusement parvenue après la parution du Petit Vert n° 115.*

Voici une expérience facile à mener.
Poser le triangle T au sol et noter B et C les points du sol correspondant à deux de ses sommets. Construire aussi au sol un point A' tel que le triangle A'BC soit équilatéral puis faire pivoter d'un certain angle le triangle T autour de son coté BC. On aura choisi l'angle de la rotation de sorte que le point A de l'espace correspondant à la position de son troisième sommet soit encore "sous" la lampe. La droite A'A perce le plan parallèle au sol passant par L en un point S. Il suffit enfin de translater le triangle T du vecteur $\overrightarrow{SL}$ pour obtenir une position solution du problème.



SOLUTION DU PROBLEME n°115



Rappel de l'énoncé : Dans un cube de côté *n* (sur la figure ci-contre, *n* = 3), on choisit **<u>au hasard</u>** un des n^2 « petits carrés » de la face supérieure, et on y perce avec un foret un trou perpendiculaire à cette face, qui traverse tout le cube (forage indiqué par une flèche). On fait de même avec un des « petits carrés » de la face de gauche, et un des « petits carrés » de la face de droite.
Il existe alors quatre possibilités : soit les trois forages ont un même « point » d'intersection, soit ils ont deux points d'intersection distincts, soit deux d'entre eux ont un point d'intersection mais ne recoupent pas le troisième, soit ils ne se recoupent pas du tout (c'est d'ailleurs le cas sur la figure ci-dessus). Calculer, en fonction de *n*, la probabilité de chacune de ces quatre éventualités. Définir leurs limites lorsque *n* tend vers l'infini.

Remarque préalable

Nous noterons p_1, p_2, p_3 et p_4 les probabilités des 4 cas (dans l'ordre de l'énoncé). Lorsque $n = 1$, il est évident que $p_1 = 1$ et que $p_2 = p_3 = p_4 = 0$. Intuitivement, il apparaît que quand *n* est très grand, la probabilité p_4 est très proche de 1 (il est fort probable que les trois forages n'aient aucun point commun). On conjecturera donc que, lorsque n tend vers l'infini, $p_4 \to 1$; et par conséquent que p_1, p_2 et p_3 ont pour limite 0. Les calculs qui suivent confirmeront cette conjecture. Le graphique final montre la variation des 4 probabilités en fonction de *n* (pour *n* de 1 à 10).
Nous avons reçu des solutions de Jacques Choné et Walter Nurdin.

Voici celle proposée par ce dernier, enseignant à l'ÉSPÉ.

Tout d'abord, puisqu'on choisit au hasard un des n^2 petits carrés de chaque face, on peut supposer qu'on est en situation d'équiprobabilité. Pour calculer les probabilités demandées, on va déterminer d'abord le nombre de cas possibles. On a n^2 positions pour le premier forage, et également n^2 pour le second et n^2 pour le troisième forage. Au total n^6 possibilités.
<u>Premier cas</u> : pour avoir les trois forages qui se rencontrent en un même point on a le choix entre n^2 positions pour le premier forage. On a alors *n* positions possibles pour le deuxième forage. Pour le dernier forage un seul choix est possible. On a donc n^3 positions favorables.

Pour ce premier cas la probabilité est donc de : $p_1 = \frac{n^3}{n^6} = \frac{1}{n^3}$

Pour le <u>deuxième cas</u> les points d'intersection peuvent être soit sur le premier forage, soit sur le deuxième, soit sur le troisième. On devra donc multiplier par 3 le résultat trouvé pour l'une des possibilités puisque les trois situations sont symétriques. On a n^2 positions possibles pour le premier forage. Le deuxième peut prendre n positions : les n petits cubes traversés par le premier forage. Le troisième forage peut, lui, prendre n-1 positions pour traverser l'un des cubes du premier forage mais pas celui traversé par le deuxième forage. On obtient ainsi : $3n^2 \times n \times (n-1)$ positions favorables.

Ainsi la probabilité est de : $p_2 = \frac{3n^2 \times n \times (n-1)}{n^6} = \frac{3(n-1)}{n^3}$

Pour le <u>troisième cas</u> le cube intersection peut être obtenu soit par le premier forage et le deuxième, soit par le premier et le troisième, soit par le deuxième et le troisième. On va donc encore multiplier par 3 l'une des possibilités.

Supposons que l'on fasse le calcul pour que l'intersection soit réalisée par le premier forage et le deuxième. On a n^2 positions possibles pour le premier forage et n possibilités pour le deuxième. Maintenant on perd une ligne et une colonne pour le troisième forage. Cela donne $n^2 - n - (n-1)$ trous possibles. Au total : $3n^2 \times n \times (n^2 - n - (n-1))$ positions favorables.

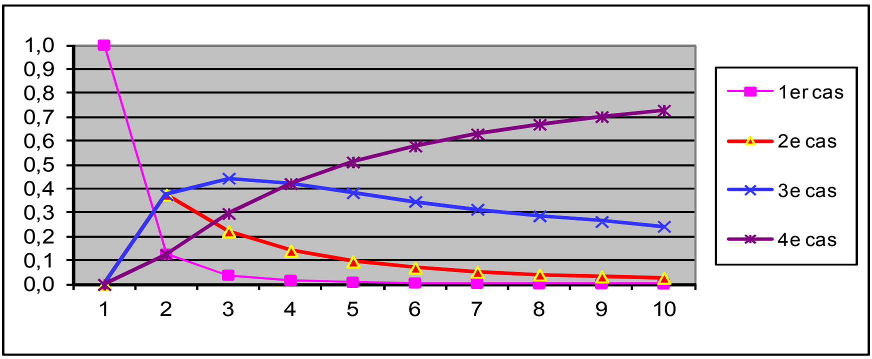
La probabilité est donc de : $p_3 = \frac{3n^2 \times n \times (n^2 - 2n + 1)}{n^6} = \frac{3(n-1)^2}{n^3}$

Pour le <u>dernier cas</u> on a n^2 positions pour le premier forage. Pour le deuxième forage on a le choix entre n^2-n positions pour ne pas rencontrer le premier forage. Pour que le dernier ne vienne pas forer un des cubes déjà transpercé on n'a le choix qu'entre $n^2 - n - (n-1)$ positions comme pour le cas précédent.

D'où : $p_4 = \frac{n^2 \times (n^2 - n) \times (n^2 - 2n + 1)}{n^6} = \frac{(n-1)^3}{n^3}$.

On a bien $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$.

Jacques Choné nous fait remarquer également que, en notant Xn la variable aléatoire correspondant au nombre d'intersections, on a $E(X_n) = \frac{3n^2 - 2}{n^3}$, espérance qui tend vers $3/n$ lorsque $n \to \infty$.



retour sommaire

Problème du trimestre n°116

problème proposé par Jacques Choné

Soit n points sur un cercle ($n \geq 4$). A chacune des $\binom{n}{3}$ 3-parties de l'ensemble de ces points, on associe l'orthocentre H_k du triangle formé par ces 3 points et le centre de gravité G_k des n - 3 autres points.

Montrer que les $\binom{n}{3}$ droites (H_kG_k) ainsi obtenues sont concourantes en un point que l'on précisera.

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à Loïc Terrier (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

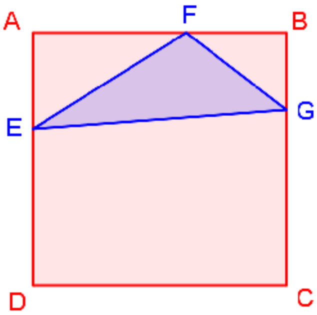
Rubrique problème cherche responsable

Depuis mars 2006, c'est Loïc Terrier qui « gérait » la rubrique « Problèmes » du Petit Vert. Il a demandé à en être déchargé. Nous le remercions chaleureusement pour sa collaboration pendant toutes ces années.

La rédaction du Petit Vert est donc à la recherche d'un adhérent qui accepterait de remplir désormais cette tâche. Pour plus de renseignements, contacter jacverdier@orange.fr ou 09.79.54.07.98.

Nous vous rappelons que **tous** les lecteurs sont invités à proposer énoncés ou solutions.

SOLUTION DÉFI COLLEGE n°115



On considère un carré ABCD.
Sur trois de ses côtés, on place les points E, F et G, **distincts des sommets A, B, C et D**.

Comment placer les points E, F, et G pour que le triangle EFG soit :

- un triangle rectangle ?
- un triangle isocèle ?
- un triangle rectangle isocèle ?
- un triangle équilatéral ?

Plus difficile :
La même question, avec une contrainte supplémentaire : E, F et G ne doivent pas non plus être au milieu d'un des côtés du carré.
Quand vous avez trouvé une (ou plusieurs) solution(s), merci de **fournir un « programme de construction »** : soit pour une construction sur papier avec instruments habituels de dessin (en laissant apparents les tracés), soit pour une construction avec un logiciel de géométrie dynamique (en précisant l'ordre des tracés).

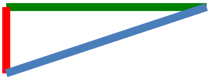
Nous n'avons pas reçu de réponses d'élèves pour ce défi.

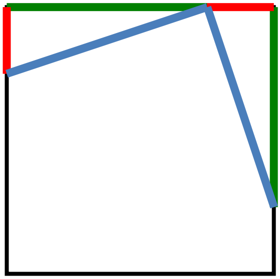
Voici quelques éléments de correction, par François.
Pour un **triangle rectangle**, on peut placer les points E et G sur deux côtés opposés du carré. Le cercle de diamètre [EG] coupe les côtés du carré en deux points qui pourront être nommés F1 et F2. L'enseignant saura se persuader de l'existence de ces points. On peut aussi placer les points E et F sur un même côté du carré et tracer la perpendiculaire à (EF) passant par E ou F. Le point G sera alors obtenu.

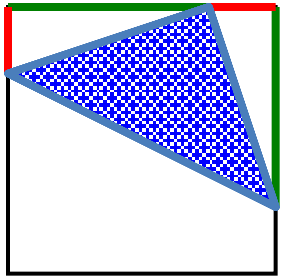
Pour un **triangle isocèle**, on peut aussi placer les points E et F sur un des côtés du carré, puis tracer la médiatrice du segment [EF]. Le point G sera alors obtenu. Cette construction reste valide si E et F ne sont pas des points du même côté du carré.

Pour obtenir un **triangle rectangle isocèle**, voici une série de trois dessins (page suivante) : il restera à vous convaincre que le triangle bleu est bien rectangle et isocèle.

retour sommaire

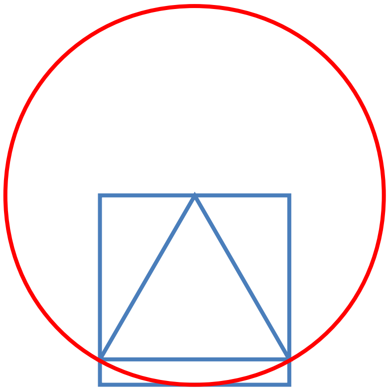






Pour obtenir un triangle rectangle, isocèle ou rectangle isocèle, les milieux des côtés du carré n'ont pas une importance particulière.

Pour obtenir un triangle équilatéral, utiliser le milieu d'un côté facilite les choses. Le cercle tracé a pour rayon le côté du carré. Le centre du cercle et les deux points d'intersection du cercle avec le carré définissent un triangle. On démontrera qu'il est équilatéral.



Pour obtenir un triangle équilatéral sans utiliser le milieu d'un côté du carré, c'est bien difficile pour un élève de collège…

On trouvera des éléments de réponse sur :

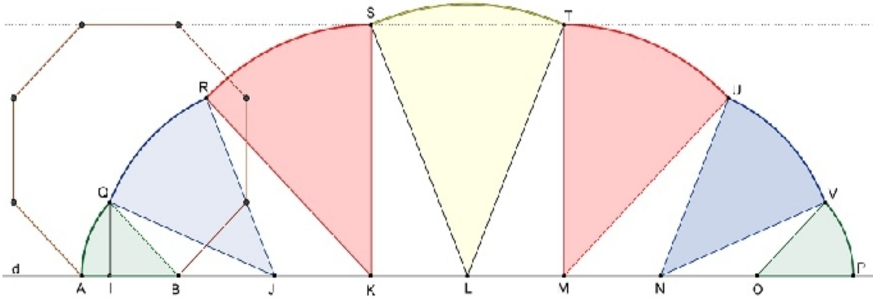
http://pilatinfo.org/pilat/sujets/carretour.htm
http://debart.pagesperso-orange.fr/college/triangle_carre.html

Prolongement à MATHs.en.JEANS :
http://mathenjeans.free.fr/amej/labo/sujlab02/forme02l/formes.html

retour sommaire

SOLUTION DÉFI LYCEE n°115

Rappel de l'énoncé : un octogone « roule » sur une droite (d). On cherche la longueur de la trajectoire quand il a fait un tour, ainsi que l'aire entre cette trajectoire et la droite d. On prendra AB comme unité.



Calcul de la longueur

La trajectoire est formée de 7 arcs de cercle. Les angles au centre font tous 45° (l'angle que fait l'octogone en tournant) : ce sont donc des huitièmes de cercle.
Le premier arc AQ a pour rayon BA = 1,

Le second arc a pour rayon JQ. JQ² = JI² + IQ². Or $IJ=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ et

$IQ=\frac{\sqrt{2}}{2}$. D'où $JQ=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

Le troisième arc a pour rayon $KS=1+\sqrt{2}$

Le quatrième arc a pour rayon LS. LS² = LK² + KS². D'où $LS=\sqrt{2(2+\sqrt{2})}$

La longueur d'un arc d'un huitième de cercle de rayon r vaut $\frac{1}{4}\pi r$.

D'où $c_1=c_7=\frac{\pi}{4}$, $c_2=c_6=\frac{\pi}{4}\sqrt{2+\sqrt{2}}$, $c_3=c_5=\frac{\pi}{4}(1+\sqrt{2})$ et $c_4=\frac{\pi}{4}\sqrt{2(2+\sqrt{2})}$.

La longueur total de la courbe est

$$\boxed{L=\frac{\pi}{4}\left(2\times 1+2\times\sqrt{2+\sqrt{2}}+2\times(1+\sqrt{2})+2\times\sqrt{2(2+\sqrt{2})}\right)}$$

Calcul de l'aire

L'aire est formée d'une part des 7 secteurs coloriés, et d'autre part de 6 triangles blancs.

Aire des secteurs

L'aire d'un secteur d'un huitième de cercle vaut $\frac{1}{8}\pi r^2$

Ce qui donne pour les secteurs

$$\frac{\pi}{8}\left(2\times 1+2\times(2+\sqrt{2})+2\times(3+2\sqrt{2})+1\times(4+2\sqrt{2})\right) = \pi(2+\sqrt{2})$$

Aire des triangles (chacun apparaît 2 fois)

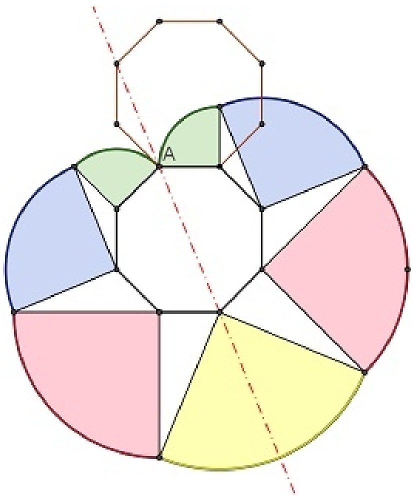
$$2\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 1\times(1+\frac{\sqrt{2}}{2})+\frac{1}{2}\times 1\times(1+\sqrt{2})\right) = 2(1+\sqrt{2})$$

Aire totale

Il ne reste plus qu'à ajouter : $\boxed{A=\pi(2+\sqrt{2})+2+2\sqrt{2}}$

* * * * *

Dans une seconde partie du défi, l'octogone brun tournait autour d'un autre octogone qui restait fixe. On demandait la longueur de cette trajectoire, et l'aire de la surface intérieure à cette trajectoire.



La trajectoire est encore composée de 7 arcs de cercle, mais cette fois ce sont des quarts de cercle : au passage de chaque sommet, l'octogone fait un quart de tour.

Nous vous laissons le soin de faire les calculs !

DÉFI COLLEGE n°116

Proposé par François DROUIN, du groupe APMEP Maths et Arts

Au « Vent des Forêts »

L'Est Républicain du 14 Juillet 2013 présentait l'œuvre « Globe » de l'artiste belge Maarten Vanden Eynde. L'artiste est monté sur l'œuvre, ce qui est fortement déconseillé au promeneur…


Meuse : le rêve éveillé du Vent des Forêts

Le globe prémonitoire de l'artiste belge Maarten Vanden Eynde est l'une des nouvelles œuvres monumentales de 2013. En Sortir Photo Daniel WAMBACH

1. Le journaliste annonce un diamètre de plus de 8 m. La photographie nous permet-elle de confirmer ou d'infirmer cette affirmation ?

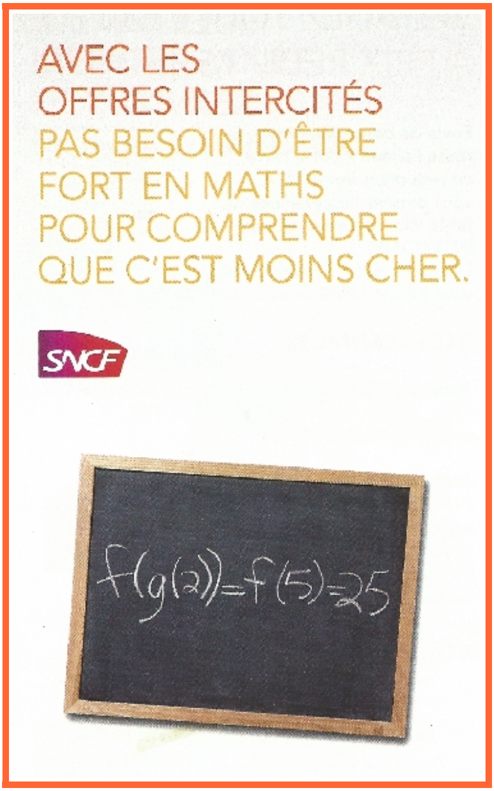
2. Considérons que le diamètre de l'œuvre est 8 m. Si l'artiste avait assemblé un volume double de matériaux, quel aurait été le diamètre du « Globe » ?

retour sommaire

Remarque : tel le bouvier amassant ses déchets, l'artiste a amassé petit à petit ses ferrailles : la boule est « pleine »…

Pour en savoir plus sur le « Vent des Forêts »: http://leventdesforets.org/
Pour en savoir plus sur l'œuvre « Globe » :
http://leventdesforets.org/oeuvre/globe/

DÉFI LYCEE n°116



Ceux qui ont été à Marseille en train ont trouvé ce dépliant publicitaire de la SNCF. Notre défi du mois est le suivant : trouver le plus grand nombre possible de fonctions qui vérifient cette égalité (on se restreindra aux fonctions polynomiales).

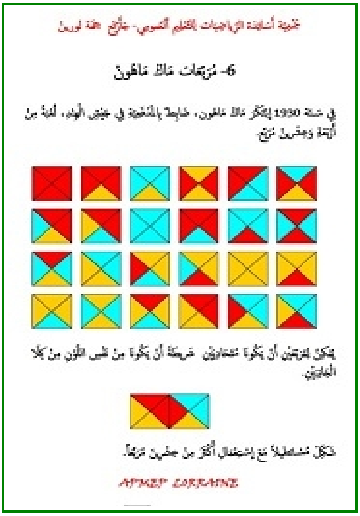
Chaque trimestre, le Petit Vert vous propose un DEFI destiné à vos élèves de collège et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute proposition de défi, à
michel.ruiba@ecopains .net

N.B. Qui n'a rien à voir avec ce défi : il faut certainement être très très fort en maths pour comprendre comment fonctionne l'algorithme des tarifs de la SNCF !

retour sommaire

ANNONCE

« Objets Mathématiques »
au carrefour des cultures de la Méditerranée



La version initiale (en français) des panneaux de notre exposition itinérante a été suivie de versions en allemand, en anglais et en espagnol. L'ensemble a été mis à disposition des enseignants souhaitant utiliser avec leurs élèves des documents mathématiques dans une langue d'enseignement (classes D.N.L).

Depuis l'annonce du thème des récentes Journées Nationales, d'autres traductions ont été réalisées dans des langues méditerranéennes parlées dans les familles de certains de nos élèves.

Notre venue à Marseille nous a incité à travailler sur des versions en turc, en italien et en arabe, permettant de faire rencontrer les langues parlées à Gibraltar, en Espagne, en Turquie, en Italie et dans les pays du Maghreb. Les traductions ont été faites par des enseignants de mathématiques ayant des compétences dans les langues abordées. Nous sommes preneurs de tout ce qui pourrait améliorer les versions proposées.

Dans l'attente du dépôt de l'ensemble des versions de l'exposition sur le nouveau site de la régionale, les documents au format PDF pourront être demandés à l'adresse contact@apmeplorraine.fr.

Comment faire venir cette exposition dans son établissement, dans sa ville ?

Quatre exemplaires circulent dans les quatre départements lorrains. Une modique somme (10 €) est demandée comme participation à son entretien et sa rénovation. La durée du prêt n'est pas limitée, cependant une durée d'une ou deux semaines semble être la durée habituelle. Contacter :

- pour la Meurthe-et-Moselle : André STEF
- pour la Meuse : Joëlle AGAMIS
- pour la Moselle : Michel RUIBA
- pour les Vosges : Marie-José BALIVIERA
- pour les versions en langues étrangères : P.-A. MULLER