

# LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 117

MARS 2014



Spirale en mosaïque de l'abbaye Saint-Michel de Saint-Mihiel

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", "maths et philo" et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Walter NURDIN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe VALENTIN.

## Des nouvelles du site

Nous vous annonçons, dans notre précédent bulletin, la disparition de notre site pour cause de « hackage ». Les travaux de remise en route d'un nouveau site, entièrement « relooké », sont en cours.

En attendant qu'il soit opérationnel, nous avons mis en place une page d'accueil (<http://apmeplorraine.fr>), sur laquelle quelques documents (dont les derniers Petit Vert) sont en ligne.

Pour obtenir d'autres documents ou informations :

- Pour tout article paru dans les anciens Petits Verts, contacter [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr)
- Pour tout ce qui concerne l'enseignement élémentaire, le groupe jeux et le groupe Maths & Arts, contacter [francois.drouin2@wanadoo.fr](mailto:francois.drouin2@wanadoo.fr)
- Pour ce qui concerne le rallye : [rallye@apmeplorraine.fr](mailto:rallye@apmeplorraine.fr)
- Pour les autres sujets : [contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr) qui fera suivre à la personne concernée.

## SOMMAIRE

<u>ÉDITO</u>	4
<u>VIE DE L'ASSOCIATION</u>	
Des nouvelles du site	2
C'était il y a 25 ans	6
Sortie au musée de Strasbourg	6
Brochure « Le carré de Metz »	7
<u>DANS NOS CLASSES</u>	
Autour des pommes ( <i>Laurence Ancel</i> )	8
Géométrie dans l'espace au cycle 2 ( <i>François Drouin</i> )	17
La spirale de St-Mihiel ( <i>Serge Ermisse</i> )	25
<u>MATH ET PHILO</u>	15
<u>MATHS ET MÉDIA</u>	21
On n'est pas à 15 000 près...	21
5 x 6%, ça fait 30 %	22
Les grosses existent-elles encore ?	23
Pan sur le bec	24
<u>VU SUR LA TOILE</u>	32
<u>RUBRIQUE PROBLEMES</u>	
Solution du Problème 116	33
Énoncé du Problème 117	35
Solution Défi Collège 116	36
Solution Défi Lycée 116	35
Défi Collège 117 / Défi Lycée 117	37

## édito

Et voici déjà le temps de l'édito printanier du Petit Vert du mois de mars. Que cela passe vite une année ! Nous voilà déjà à la Journée Régionale.

Ce numéro du Petit Vert est toujours très particulier puisqu'il s'agit de celui que pourra découvrir tout participant à la journée, qu'il soit adhérent, ou non, et dans ce cas, nous espérons, futur adhérent.

Cet édito est encore plus particulier pour moi puisqu'il s'agit de mon dernier en tant que présidente de la régionale. Il est temps pour moi de passer la main et de poursuivre ma route, sans pour autant quitter la régionale !

Qu'elles ont passé vite ces années ! Avant de me lancer dans l'écriture de ces quelques lignes, j'ai repris les quelques éditos que j'ai écrits au fil des années.

J'y ai retrouvé celui du Petit Vert 83, datant de décembre 2005. En me relisant, j'y retrouve une belle énergie de jeune professeur, heureuse de participer à un groupe IREM mais également de faire partie de la grande famille APMEP. Déjà un appel à l'adhésion auprès des jeunes collègues pour qu'ils ne se retrouvent pas isolés, qu'ils puissent trouver un espace d'échange à proximité de chez eux mais également pour qu'ils participent à la vie de la régionale, pour assurer la relève.

Dans les éditos qui ont suivi, toujours le même enthousiasme car l'APMEP m'a accompagné tout au long de ces années et a participé grandement à la construction du professeur que je suis devenu aujourd'hui. Qu'elles m'ont apporté toutes les rencontres que j'y ai faites, tout d'abord au sein de la régionale et de son comité, et au cours de toutes les journées régionales. Puis au niveau national, au sein des commissions et du comité national, au cours des Journées Nationales depuis mes premières à Orléans en 2004 jusqu'aux dernières à Marseille en 2013 sans oublier LES JOURNÉES de ma vie de Lorraine : celles de Metz 2012.

Les années ont passé et de tous les éditos que j'ai écrits, celui qui reste le plus au goût du jour est bien celui du Petit Vert 86. C'est marrant, car c'est aussi le premier édito que j'ai écrit en tant que présidente de la Régionale. J'y évoquais le côté chronophage de notre profession, l'impression de continuellement courir après le temps, la lutte engagée par les membres de l'association contre la baisse annuelle du nombre d'adhérents.

La constante dans tout cela ? La bonne humeur, l'enthousiasme, la volonté, la motivation, la conviction, l'amitié (à ordonner comme bon vous semble) des membres du comité lorrain qui se serrent les coudes pour continuer à faire vivre notre association, en proposant le rallye mathématique qui rencontre un succès toujours grandissant depuis 2007, en publiant de nouvelles brochures, en poursuivant l'organisation de goûters sur des thèmes variés, en exploitant les évolutions technologiques : diffusion électronique du Petit Vert depuis le numéro 87 (10 ans déjà !), accès au Petit Vert 117 par Flash-Code, construction d'un nouveau site lorrain. Dynamisme également au niveau national avec cette année la mise en place de vidéoconférences et de l'accompagnement des néo-titulaires. Plus que jamais, l'association a besoin de l'adhésion du plus grand nombre pour poursuivre ainsi de nombreuses années encore !

Pour conclure, je vais reprendre ma suggestion de fin d'édito du PV86 : **« Et si chacun d'entre-nous se fixait l'objectif de faire adhérer une personne de son entourage (collègue, ami ou les deux) ? »**.

Il est maintenant temps pour moi de passer la main au futur président et de vous souhaiter à tous de nombreux et excellents moments au sein de la Régionale Lorraine, pourquoi pas en participant à la sortie au Vaisseau de Strasbourg ?

Céline COURSIMAULT

**VIE DE LA RÉGIONALE**

## C'était il y a 25 ans

Une assemblée générale extraordinaire, dont le but était de définir la ligne politique de l'association, a eu lieu le 8 février 1989. Dans le compte rendu de cette AG, au sujet de la seconde indifférenciée, on peut y lire ceci (Petit Vert n°17 de mars 1989).

*EN MATH, il faut que la classe de seconde donne avant tout des bases élémentaires solides (bon sens, raisonnement, démarche scientifique, « y voir clair dans un énoncé de pb. » ...). Les référentiels (expérimentés cette année par un certain nombre d'équipes dans l'académie) nous semblent être un bon outil pour travailler dans ce domaine : on n'évalue pas que les productions des élèves, mais on les forme sur les stratégies et démarches de résolution de problèmes ; en outre, ces référentiels pourraient avoir un effet très positif : inciter les professeurs d'un même établissement à travailler ensemble (pour harmoniser les objectifs méthodologiques visés). (...) Il faudrait pouvoir travailler beaucoup plus sous forme de T.D., c'est à dire avec des demi-classes.*

Quels changements de pratiques depuis 25 ans ?

---

## Sortie lorraine à Strasbourg

Dans le cadre d'un « jumelage » entre les régionales d'Alsace et de Lorraine, les membres des deux comités se sont proposés de se retrouver à Strasbourg le samedi 26 avril 2014, à 10 h. Le cadre de cette rencontre sera l'exposition « Mathémanip » qui se tient au Vaisseau. Cette exposition est la version francophone de la célèbre expo « Mathematikum », qui a déjà fait une longue tournée en Allemagne.

Cette sortie est ouverte à tous les adhérents. Si vous souhaitez vous y inscrire, merci de le faire à l'adresse ci-dessous :

[https://docs.google.com/forms/d/1SSbnD2is0ChlxbibnsK6SCOOetBWBieDM37eS\\_jPJX0/](https://docs.google.com/forms/d/1SSbnD2is0ChlxbibnsK6SCOOetBWBieDM37eS_jPJX0/)

Les modalités d'organisation sont très simples : si vous souhaitez profiter d'un covoiturage, il faut l'indiquer dans le formulaire ; l'entrée est gratuite pour les détenteurs de la carte professionnelle.

Pour plus d'infos sur l'expo « Mathémanip » :

<http://www.levaisseau.com/fr/enseignants/expositions-temporaires-22/>

Céline Coursimault et Gilles Waehren ([gilles.waehren@wanadoo.fr](mailto:gilles.waehren@wanadoo.fr))

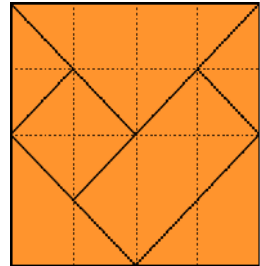
## VIE DE LA RÉGIONALE

## Une nouvelle brochure de la régionale LE CARRÉ DE METZ ET LE PAVÉ DE METZ

par François Drouin

Deux nouveaux puzzles géométriques pour l'école élémentaire et le début du collège : le quadrillage présent sur les pièces du Carré de Metz est une aide lors des manipulations, il facilite la reproduction des polygones réalisés en classe, il permet la recherche de mesures d'aires par dénombrements d'unités.

Les symétries rencontrées dans certains assemblages sont utilisées pour la création de nouveaux motifs ; des agrandissements (et des réductions) mettent en œuvre la notion d'échelle. Avec des pièces ayant pris de l'épaisseur, le Pavé de Metz permet des liens entre ce qui est vu, touché et dessiné. De plus, la notion de mesure de volume peut se construire avant l'utilisation de formules.



Extrait de la préface de Jean Fromentin :

*Ce qui m'a le plus étonné dans le Carré de Metz, c'est que ce puzzle, par sa simplicité (cinq triangles rectangles isocèles, un rectangle et un carré) offre une immense richesse mathématique, et ceci dès les premiers niveaux de l'école primaire. (...)*

*Et il est aussi question de volume et c'est une des idées géniales de François d'avoir pensé à donner de l'épaisseur à ce carré de Metz qui devient bien sûr le Pavé de Metz ! Le carré devient un cube, le rectangle un parallélépipède et les autres pièces des prismes à bases triangulaires. Le plus étonnant, c'est que ces sept pièces « épaisses » permettent de réaliser un cube et bien sûr beaucoup d'autres solides !*

Parution mars 2014, 114 pages, 7 €. Disponible en dépôt-vente à l'IREM.

Pour commander cette brochure, envoyer un chèque à l'ordre de **ASS. REGION PROFESSEURS MATH** d'un montant de 10 € (incluant la brochure et les frais de port) à : APMEP LORRAINE c/o André STEF, IREM de LORRAINE, Faculté des Sciences et Technologies, B.P. 70239, 54506 VANDŒUVRE CEDEX).

Contact pour devis ou envoi en nombre : [Andre.Stef@univ-lorraine.fr](mailto:Andre.Stef@univ-lorraine.fr)

**DANS NOS CLASSES**

## Autour des pommes

*Par Laurence Ancel*

*Lycée agricole du Val de Seille, Château-Salins (57)*

L'activité présentée s'inscrit dans un travail pluridisciplinaire mis en œuvre dans des classes de 4<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> du collège agricole de Château-Salins.

En termes de public, la moitié de nos élèves viennent avec une motivation pour l'agriculture, l'autre moitié pour les filières équine ou pour les services aux personnes et aux territoires. En plus des deux semaines de stages individuels d'observation ou d'initiation sur le cycle, les élèves ont un module consacré à la découverte de la vie professionnelle et des métiers (l'animal, l'aménagement et valorisation de l'espace, les matériaux, l'énergie, les activités d'accueil ou de loisirs...). Une partie de ce module se déroule en pluridisciplinarité regroupant les enseignants de matières générales et techniques, avec pour objectif la motivation des élèves.

Quant au programme de mathématiques dans nos filières, il est validé par le socle commun de compétences et par le brevet professionnel. La majorité de nos élèves poursuit ses études en bac pro 3ans (conduite et gestion d'une entreprise agricole ou hippique, agro-équipements ou services aux personnes et au territoire) et les autres se dirigent vers des CAP (coiffure, production agricole...). Voir <http://www.eplea.chateau-salins.educagri.fr/formations.html>.

Le travail présenté ici s'est déroulé en 2012-2013 avec les classes de 4<sup>è</sup>A (16 élèves) et de 3<sup>è</sup>A (24 élèves).

### **Un projet pluridisciplinaire**

Élèves et professeurs ont commencé par cueillir et ramasser des pommes dans le verger de l'établissement. Ces pommes ont été en grande partie transformées en jus et proposées à la consommation lors de la réunion parents-professeurs. Avec ma collègue enseignante de maths-info en 4<sup>ème</sup>, j'ai travaillé avec les élèves sur les étiquettes pour les bouteilles de jus de pommes. Les professeurs de langues vivantes ont travaillé le vocabulaire en anglais ou allemand dans les deux classes, le professeur d'aménagement de l'espace sur la taille des arbres dans les vergers... De plus, ces classes participent à l'opération « un fruit à la récré », où des



pommes sont proposées pour un goûter.

Je suis intervenue aux côtés de la professeure d'ESF (Économie sociale et familiale) pour une séance de deux heures en cuisine. Les élèves de 3<sup>ème</sup> ont confectionné des tartes et un gâteau aux pommes. Ces pâtisseries ont ensuite été partagées. Et puis la collègue d'ESF s'est jointe à moi pour encadrer un T.P. Maths et info en classe de 3<sup>ème</sup>.

## La séance de mathématiques et informatique

Il s'agit ici d'exploiter les informations relatives à la récolte 2013 des pommes en France à partir des données fournies sur le site [www.lapomme.org](http://www.lapomme.org) et de critiquer les représentations faites sur ce site. Les élèves doivent pour cela réinvestir les connaissances acquises antérieurement dans le domaine de la gestion de données.

	A	B	C	D
1				
2				
3	<b>La production en France, en tonnes</b>			
4				
5	variétés	prévision récolte France 2013 en milliers		
6	reine des reinettes	12		
7	idared	6		
8	jazz	15		
9	braeburn	85		
10	pink lady	83		
11	joya	7		
12	rouges	61		
13	arane	19		
14	gala	236		
15	belchard	45		
16	chouquette	3		
17	golden	518		
18	elstar	14		
19	jonagold	12		
20	fuji	71		
21	honey crunch	14		
22	tentation	7		
23	reinettes grise du canada	39		
24	boskoop	6		
25	grannysmith	170		
26	caméo	1		
27	autres variétés	83		
28	TOTAL:			
29				

Le TP dure 1h30 et se déroule en salle informatique, chaque élève disposant d'un poste de travail.

Il reçoit une fiche papier avec les consignes, fiche qu'il doit compléter tout au long de la séance (document élève en annexe 1). Le travail se fait également à partir d'une feuille de calcul préalablement remplie avec les prévisions de récolte par variété de pommes (copie écran ci-contre et résultats attendus en annexe 2).

Les élèves sont entrés avec plaisir dans l'activité et chacun a pu avancer à son rythme. Au cours des bilans faits pour le groupe via le TBI, ils ont participé activement pour montrer leur travail et inscrire leurs réponses sur le TBI.

A priori, l'activité amène les élèves à chercher de l'information, à utiliser le tableur pour construire un graphique mathématique. Mais, les élèves ne peuvent se contenter de la réalisation via l'informatique, puisqu'ils doivent rechercher le sens de leur travail en donnant un titre à la colonne de pourcentages calculés et ordonner les résultats obtenus en se servant de leur document. C'est bien entendu à ce moment-là que sont apparues les difficultés : si les titres proposés par les élèves faisaient apparaître le mot « pourcentage », ils n'en demeuraient pas moins fantaisistes (allant même jusqu'à la "composition de la pomme en %"). Il a fallu temps et patience pour obtenir la notion de répartition... La représentation des ventes sous forme d'une pomme a permis d'ouvrir la discussion sur le choix d'une représentation (esthétique, volontairement ou non trompeuse, correcte mathématiquement ou non...). Ce travail sera prolongé par d'autres exemples de représentations erronées (merci au site de l'APMEP pour ses ressources).

### **Prolongements**

La séance s'est terminée par un moment convivial. J'avais apporté huit pommes de variétés différentes : Granny, Reinette, Jonagold, Pink lady (la plus traitée), Golden (la plus consommée en France), Fuji (la plus consommée au japon), Elstar et Braedburn. Les élèves les ont goûtées et ont tenté de deviner les variétés. A ma grande surprise, certains élèves n'ont pas su identifier la golden ou la granny. D'autres sorties sont prévues pour prolonger le travail autour des pommes.

*... Annexes pages suivantes ...*



## ANNEXE 1 : LA FICHE DE TRAVAIL DES ÉLÈVES

**AUTOUR DE LA POMME**SOURCE : [www.lapomme.org](http://www.lapomme.org)

Avec sa composition variée et bien équilibrée, la pomme peut apparaître comme un fruit de base, pratiquement un fruit "modèle".

**Modérément énergétique**, elle apporte 54 kcalories (226 kJoules) aux 100 g, soit environ 80 à 95 kcalories pour une pomme moyenne (pesant 150 à 175 g net).

Fruit désaltérant et rafraichissant, la pomme renferme plus de 84 % d'**eau**, dans laquelle sont dissous de très nombreux **minéraux** et **oligo-éléments**

La **composition vitaminique** de la pomme est bien diversifiée, avec un large éventail de vitamines du groupe B, un peu de vitamine E (0,5 mg aux 100 g) et de provitamine A (0,07 mg), et une teneur en vitamine C qui est en moyenne de 5 mg aux 100 g, mais qui peut s'étager de 2 à 25 mg selon la variété.

Les pommes Reinette, Calville ou Boskoop sont les mieux pourvues en vitamine C (8 à 25 mg aux 100 g), alors que les Golden ou Américaines rouges en renferment généralement moins (2 à 6 mg en moyenne).

**Compléter au fur et à mesure la feuille d'Excel pour répondre aux questions suivantes**

**1)** Quel est le nombre total de tonnes de pommes que l'on prévoit de produire en 2013 ? Réponse : .....

**2)** En sélectionnant les cellules de A5 à B27, construire un diagramme en barres (nommé à tort histogramme dans EXCEL suite à une mauvaise traduction)

quadrillage : quadrillage principal pour l'axe des ordonnées y

légende : ne pas l'afficher

étiquettes de données : afficher la valeur

Puis terminer le graphique

En double-cliquant sur l'axe des abscisses, choisir un alignement du texte à 80%, et en Arial, 10

De même, mettre l'autre axe et les étiquettes en taille 10.

Quelle est la pomme la plus produite en 2013 ? .....

Puis déterminer, dans l'ordre décroissant, le top 11 des pommes les plus produites en France en 2013. Ce top 11 sera utilisé pour compléter le schéma page suivante (on exclut naturellement la catégorie 'autres variétés'):

- 1. .... 2. .... 3. ....
- 4. .... 5. .... 6. ....
- 7. .... 8. .... 9. ....
- 10. .... 11. ....

**3)** En cellule C6, saisir la formule = **B6/total** (total est le total calculé en B28)

- Tirer la formule jusqu'en C28.
- Mettre les cellules C6 à C28 en format %
- En cellule C5, donner un titre à la colonne

Réponse en C5 : .....

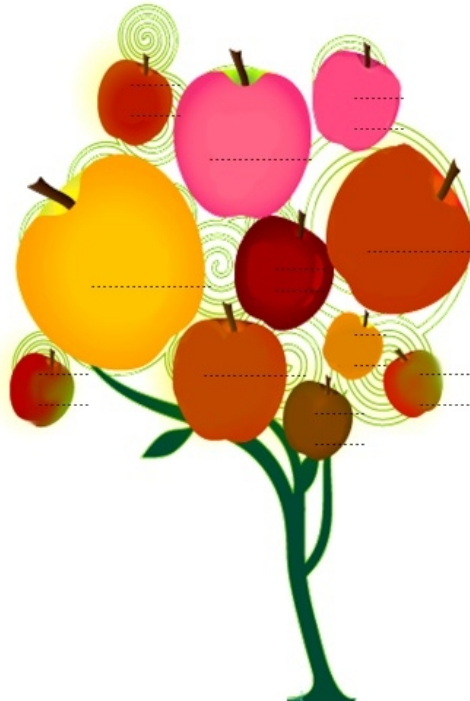
**4)** Compléter le schéma ci-contre par le top 11.

**5)** Quelle est la pomme la plus consommée en France ?

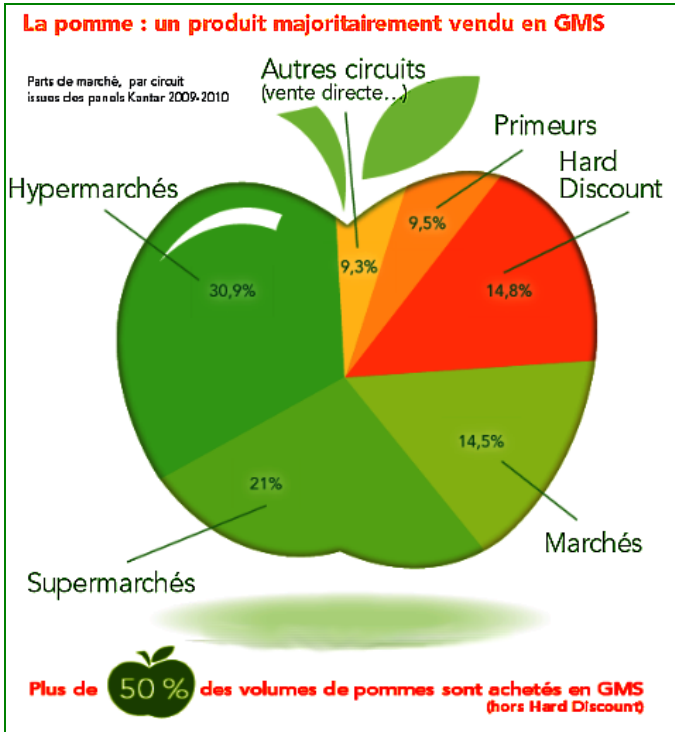
.....  
Quelle est la pomme la plus consommée au Japon ?

.....  
Quelle est la pomme la plus consommée en Angleterre ?

.....



La vente de la pomme se fait majoritairement en grands magasins et supermarchés. La répartition des ventes par type de magasin est représentée sur le schéma suivant :



6) Expliquer à quoi l'on voit que cette représentation n'est pas correcte :

.....

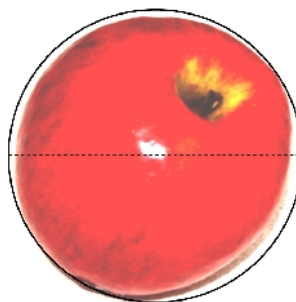
.....

.....

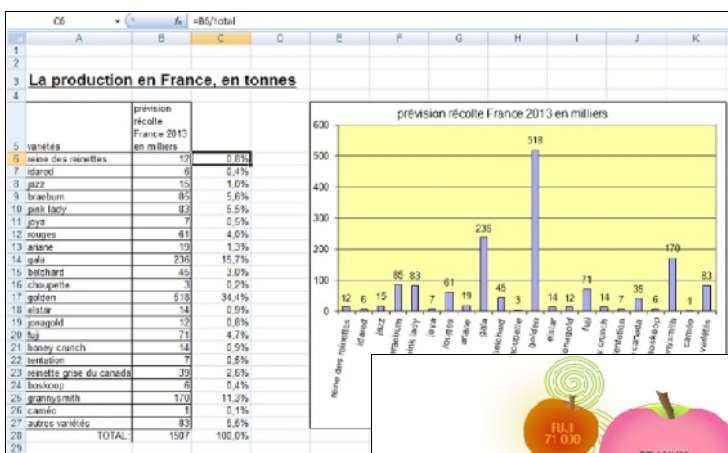
.....

.....

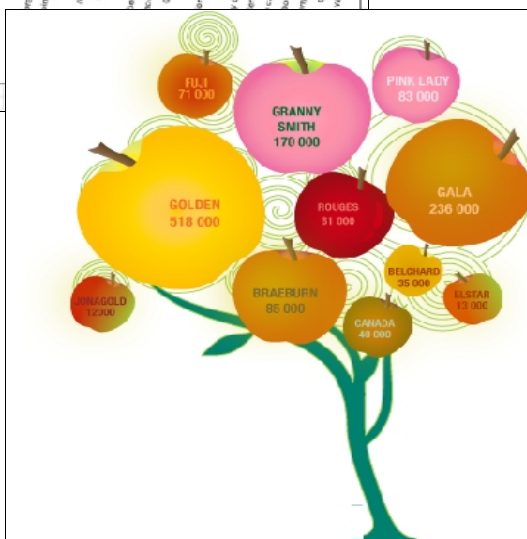
7) Construire une représentation correcte sous forme d'un diagramme circulaire :



### ANNEXE 2 : LES RÉSULTATS ATTENDUS



(questions 1 à 5)



**MATH ET PHILO****Par Didier Lambois, Lycée Bichat, Lunéville**

## Pythagore, un mythe mathématique et philosophique



Lorsque la plupart des citoyens français repensent à leur scolarité, et plus particulièrement à leur apprentissage des mathématiques, un nom s'impose à eux, celui de Pythagore et de son fameux théorème. Très peu savent que ce théorème incontournable avait été découvert bien des siècles avant lui et, de fait, pour beaucoup, cela n'a guère d'importance. Quelques uns, plus érudits, savent que ce savant grec, qui n'a rien écrit<sup>1</sup>, avait réuni autour de lui une véritable communauté religieuse et « scientifique ». En effet, l'école pythagoricienne était une secte qui croyait en la transmigration des âmes<sup>2</sup>, prônait une réglementation stricte des mœurs et défendait des conceptions politiques très

conservatrices et aristocratiques. En affirmant que « **tout est nombre** » cette secte influença de nombreuses pratiques ésotériques jusqu'à la fin du moyen-âge. Dans tout cela nous ne pouvons rien trouver de ce qui fait habituellement le sérieux et la rigueur d'un mathématicien ! Certes on raconte aussi qu'en entendant un jour les bruits d'une forge, il eut l'intuition du rapport entre les nombres et les hauteurs de sons, on raconte, on raconte... Vénééré comme un dieu par ses disciples et leurs successeurs, il ne nous reste aucune information objective et digne de foi sur ce qui a pu faire de Pythagore un grand scientifique.

- 
- 1 *Les Trois Livres* et les *Vers dorés* qui sont attribués à Pythagore (v.570-490 av. J.-C.) dateraient du début de l'ère chrétienne.
  - 2 Les pratiques et les croyances pythagoriciennes ont été largement influencées par l'orphisme, courant religieux qui affirmait que l'âme, enfermée dans le corps comme dans une prison, porte le fardeau d'un crime originel, et qu'elle ne pourra s'en évader qu'après de nombreux cycles d'existence (transmigration), lorsqu'elle sera purifiée, conformément aux règles du jeûne, de l'ascétisme et de l'initiation.

Mais Pythagore a réussi aussi à s'imposer dans le panthéon des philosophes. C'est à lui en effet que l'on a coutume d'attribuer l'invention du mot « philosophie ». Pythagore aurait affirmé que le nom de sage ne convenait qu'à Dieu, et que l'homme ne devrait ambitionner que le modeste titre d'ami (*philo*) de la sagesse (*sophia*), c'est du moins ce que raconte Cicéron<sup>3</sup> qui raconte ce qu'on a raconté :

« Tous ceux qui se sont appliqués aux études contemplatives ont été réputés et appelés sages, et ce nom leur est resté jusqu'au temps de Pythagore, qui, au rapport d'Héraclite de Pont, disciple de Platon et fort instruit, vint à Phlionte s'entretenir avec Léon, prince de cette ville, longuement et doctement sur certaines questions. Léon, admirant le génie et l'éloquence de Pythagore, lui demanda sur quelle science il s'appuyait. Et le sage lui répondit qu'il ne connaissait aucune science, mais qu'il était l'ami de la sagesse, philosophe. Surpris de la nouveauté du nom, Léon doit avoir demandé ce que c'étaient que les philosophes, et en quoi ils différaient des autres hommes. Et Pythagore a dû répondre : « Qu'il comparait la vie humaine à ce commerce qui se faisait en présence de la Grèce assemblée pendant la solennité des jeux publics. De même que les uns se rendent là pour briller dans les exercices du corps et y mériter l'honneur d'une couronne ; que d'autres n'y vont que pour y faire quelque profit, en vendant ou en achetant, tandis qu'il est une troisième classe, et la plus noble, qui n'y cherche ni les applaudissements ni le profit, qui ne s'y rend que pour observer attentivement ce qui se fait et comment les choses se passent : de même nous sommes venus d'une autre vie, d'une autre existence, comme on va d'une ville à une grande foire, les uns pour chercher la gloire ; les autres, l'argent ; un petit nombre seulement dédaignant tout le reste et s'appliquant à bien étudier la nature des choses. Ce sont là les hommes qu'on appelle amis de la sagesse, c'est-à-dire philosophes ; et comme à l'égard des jeux le parti le plus noble est d'y assister sans esprit de lucre, de même, dans la vie, l'étude et la connaissance des choses sont de beaucoup préférables à tout le reste ».

Si Pythagore n'est pas venu en cette vie pour y chercher la gloire, il l'a bien trouvée ! Contentons nous d'être parmi ceux qui étudient et qui font étudier « sans esprit de lucre ».

---

3 Cicéron, *Tusculunae disputationes*, V, 3, 9.



**DANS NOS CLASSES**

## Géométrie dans l'espace dans des manuels de cycle 2

*François DROUIN*

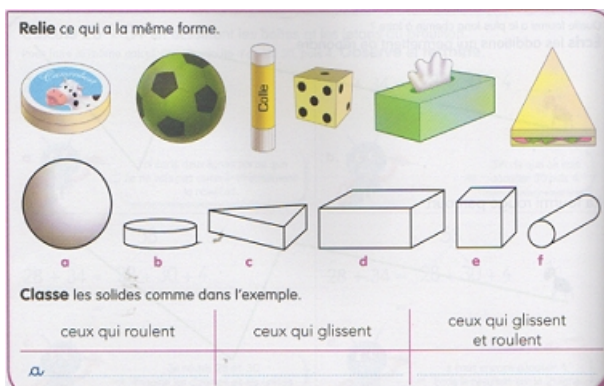
*Ce qui suit vient en complément de l'atelier « Géométrie dans l'espace au cours moyen » destiné aux Professeurs des Écoles lors de notre Journée Régionale 2013.*

Dans les programmes 2008, au Cours Préparatoire, l'élève est amené à « reconnaître et nommer le cube et le pavé droit ». Au CE1, il lui est demandé de « reconnaître, décrire, nommer quelques solides droits : cube, pavé ... ». Aucun document d'accompagnement n'est fourni à l'enseignant, il devra chercher seul ce qu'est un solide droit et ce qui se cache derrière les trois petits points suivant le mot « pavé ».

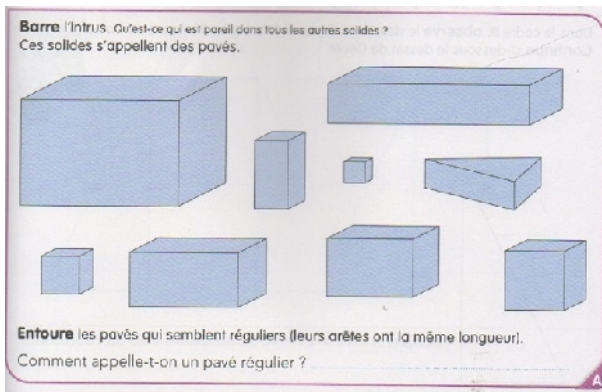
Qu'en est-il dans les manuels ?

### Dans un manuel de Cours Préparatoire

Voici quelques extraits du livre « J'apprends les maths avec Picbille – CP cycle 2 » RETZ 2012. Ce manuel est une référence pour travailler avec nos étudiants l'entrée des élèves dans la numération décimale.



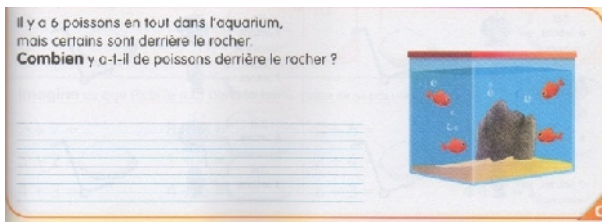
Dans ce manuel, ce document est le premier moment d'étude des solides, ou plutôt des dessins de solides. Les dessins de la première ligne tentent de se rapprocher de ce qui pourrait être vu. Les élèves auront peut être plus de difficulté à interpréter ceux de la deuxième ligne.



L'étude se poursuit quelques pages plus loin avec ce second document. Les solides dessinés ne sont que des solides qui « glissent ». L'intrus étant barré, les autres sont nommés des pavés. Cette activité permettra-t-elle à l'élève de comprendre ce qu'est un pavé ?

Les auteurs font ici travailler dès le CP le fait que les pavés « réguliers » sont des cubes. Ceci se fait en continuité avec le fait que les rectangles « réguliers » sont des carrés. Peu de manuels ont cette exigence.

Dans ce même manuel, le type de représentation utilisé pour dessiner un aquarium facilite-t-il la compréhension de ce qu'est un pavé ?



### Dans un manuel de CE1

Voici maintenant quelques extraits du livre « Maths +, CE1 Cycle 2, fichier de l'élève » Éditions Sed 2009. J'aimais bien utiliser ces extraits avec nos étudiants pour leur faire prendre un peu de recul par rapport aux manuels utilisés dans les classes.

**Le sais-tu ?**

arêtes  
sommets  
faces

*Cube*                      *Pavé droit*

- Repasse les arêtes du cube **en vert** et celles du pavé droit **en bleu**.
- Colorie 2 faces du cube **en jaune** et 2 du pavé **en orange**.
- Marque, d'un point **rouge**, tous les sommets que tu vois.
- Combien y a-t-il de sommets que tu ne vois pas ? .....

Dans le premier document, l'élève ne va pouvoir repasser en couleur que les arêtes visibles sur les dessins du cube et du pavé droit. Il y a là aussi confusion entre les solides et leurs représentations. L'élève doit appréhender seul devant son fichier le fait qu'il ne voit pas tous les sommets et éventuellement se poser des questions à propos des arêtes. Par ailleurs, les fuyantes de la face supérieure du cube ne sont pas parallèles : par copié collé, il en est de même pour tous les dessins de pavés présents dans la double page.

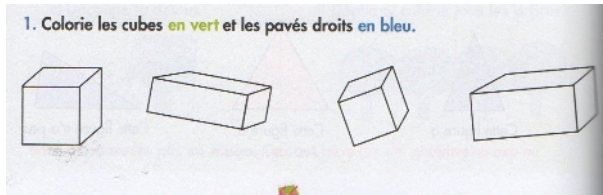
**Jeu du portrait**

Je pense à un des solides. A-t-il 5 faces? Non.

Est-ce que toutes ses faces sont identiques? Oui. Alors, c'est un cube!

- Continue le jeu avec un camarade.

Le deuxième document met en œuvre un « jeu du portrait », type d'activité fréquemment utilisée à l'école élémentaire. Vous serez rapidement convaincu qu'un solide n'ayant pas cinq faces, mais ayant toutes ses faces identiques n'est pas nécessairement un cube (nous pouvons d'ailleurs repérer dans les dessins proposés quelque chose qui est peut être le dessin d'un tétraèdre régulier). Par ailleurs, il est demandé à l'élève de continuer le jeu avec un camarade. Si celui-ci pose des questions se rapportant aux couleurs des dessins proposés, l'intérêt mathématique sera très réduit.



Voici l'activité proposée à la suite du « jeu du portrait ». Il y a de nouveau confusion entre le solide et sa représentation. Pour l'élève utilisateur de ce manuel, un cube ne sera jamais un pavé droit particulier. Comment va s'implanter la connaissance « les six faces du cube sont des carrés » ? De plus, même en présence de maquettes de cubes (ou de pavé), est-ce le cube qui va être peint (ou colorié) ? N'y aurait-il pas confusion avec le coloriage des faces du cube (ou du pavé) ?

### Et si on se passait de manuel ?

Les confusions entre « solides » et « dessins de solides » perturbent l'aspect description des cubes et des pavés et peuvent engendrer des mauvaises représentations dans les têtes de nos élèves. Il apparait donc



nécessaire de privilégier pendant le cycle 2 la vision et la manipulation de maquettes de solides, ce que font sans doute nombre de professeurs des écoles. Des boîtes d'emballages ou des réalisations en carton peuvent être aisément mises à disposition des élèves. Il sera intéressant ensuite de travailler sur les relations entre la vision, le toucher de ces maquettes et des photographies puis des représentations plus schématisées.

### Rappel

Notre site régional possède un espace d'échange dédié à l'école élémentaire. Un des dossiers a pour intitulé « Solides ». Le demander par courriel à [francois.drouin2@wanadoo.fr](mailto:francois.drouin2@wanadoo.fr)

# MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : [jacverdi@orange.fr](mailto:jacverdi@orange.fr).

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : [www.apmeplorraine.fr](http://www.apmeplorraine.fr)

## On n'est pas à 15 000 près...

Déniché par l'épouse de Sébastien dans Télé Magazine du 23/11/2013.

On se doutait bien que 46 535 892 était plus grand que 46,551 millions : il y a plus de chiffres écrits !

A proposer à nos élèves de sixième ?

*Note de la rédaction :*

*Rien dans les programmes de cycle 3 n'évoque l'écriture des "grands entiers"*

*à l'aide de nombres décimaux. On ne trouve rien non plus dans les programmes de collège à ce propos... Pourtant cette utilisation des nombres décimaux est fréquente dans les médias. On pourrait inciter les élèves à en rechercher dans divers journaux. Reste à savoir comment donner du sens à 1,3 million (il semble qu'à partir du rang des millions, les écritures sous forme de nombre entier d'unités ne soient plus utilisées). On écrit 6 millions et non 6 000 000 et on peut se poser la question de la pertinence de la lecture de 230 654 138 au CM1. On peut envisager que des choses restent à faire en début de collège... On y voit de plus un travail à faire à propos de valeurs approchées : lorsque l'on écrit 60,2 millions d'habitants, cela ne signifie pas qu'il y a 60 200 000 habitants exactement, mais qu'une valeur approchée à 100 000 près du nombre d'habitants est 60 200 000.*

*Lorsque l'on écrit 60,2 millions d'habitants = 60 200 milliers d'habitants = 60 200 000 habitants, on utilise trois unités différentes pour exprimer la population considérée. Les changements d'unités ne sont en classe rencontrés que liés à "Grandeur et Mesure", ils auraient tout à gagner à être présents aussi dans l'étude de la numération. On les retrouve également dans des écritures comme  $3,4 = 3 + 4/10 = 34/10 = 340/100 = 340/1000...$*

**Katy Perry** est devenue, avec presque 47 millions d'abonnés, la personnalité la plus populaire sur Twitter. Crédité de 46 535 892 followers, la chanteuse vient de détrôner Justin Bieber, qui en réunit seulement ... 46,551 millions.

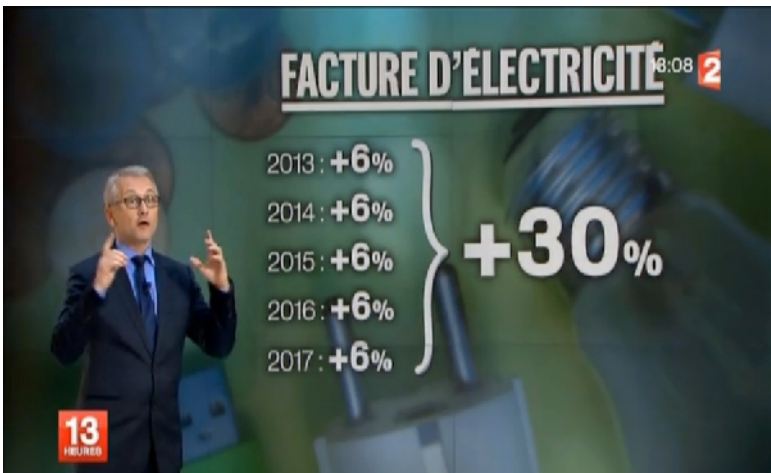


## 5 fois 6 %, ça fait 30 % !

Extrait du Journal de 13 heures de France 2 du 19 février 2013 (oui, ça fait plus d'un an, mais on n'avait pas repéré l'info...). Elise Lucet interroge Jean-Paul Chapel, « spécialiste » du service économique de la chaîne, au sujet des hausses d'électricité prévues par la CRE (Commission de régulation de l'énergie). Citation :

« Plus 6 % d'augmentation pendant 5 ans. Pas besoin d'avoir fait Polytechnique pour voir que ça représente une hausse de 30 % ».

Heureusement que J.-P. Chapel n'avait pas fait l'X, sinon il nous aurait annoncé une hausse de près de 34 % !



Merci à Gilles d'avoir trouvé cette « belle » vidéo sur le site <http://docsmaths.jimdo.com/207/>

Mais si on veut remonter à la source de l'information, elle se trouve dans le n° 33 de « Décryptages », publication de la CRE. Extraits :

La hausse à l'horizon 2017 de la facture moyenne hors taxes d'un client au tarif bleu domestique ou professionnel, à consommation égale, atteint près de 30 % dans les projections de la CRE en euros courants.

Source : <http://www.cre.fr/documents/publications/decryptages/decryptages-numero-33/telecharger-decryptages-n-33> (page 13)

J.-P. Chapel ne se serait-il pas contenté de diviser les 30 % annoncés par 5 pour trouver les cinq augmentations de 6 % ???

## Les grosses existent-elles encore ?

Vu cette annonce dans 55MAG du 16/12/2013. Envoyé par François :

Achète 10 centimes pièce **disques 33 tours ou CD**, en bon état, par grosse uniquement. Musique classique, chants de Noël, musique de chasse, chants religieux.

Rappel pour les plus jeunes : Une **grosse** est une unité de mesure de nombres valant soit douze douzaines (144 unités), soit douze fois douze douzaines d'unités (ou 1278 unités, la « grande grosse », cette dernière acception étant plus rare).

*Elle serait encore utilisée dans certaines régions : « C'est une unité peu usitée mais dans ma région de naissance (Drome) on l'utilise pour compter une spécialité locale : la raviole. Une grosse de raviole (qui est la "norme" par personne ) est composé de 3 plaques de ravioles comportant chacune 6x8=48 ravioles ».*

*Elle serait aussi utilisée en joaillerie : « La grosse est encore utilisée en joaillerie ou en horlogerie. Elle désigne un nombre de pierres précieuses (diamants par ex.), égal à 12 x 12 soit 144 pierres précieuses. Utilisée surtout dans le négoce ».*

Ces deux dernières citations issues de

<http://projetbabel.org/forum/viewtopic.php?t=6797>

Sur cet autre site, vous trouverez également des indications sur l'usage de la « pelle à grosse » :

[http://geneablog.typepad.fr/geneablog/2007/05/la\\_grosse.html](http://geneablog.typepad.fr/geneablog/2007/05/la_grosse.html)

Voir aussi le « Traité complet d'arithmétique à l'usage des commerçants, commissionnaires, etc. » de l'Abbé MAIGNON, édité à Lausanne en 1798 (page 165) :

<http://books.google.fr/books?>

[id=GOE2AAAAMAAJ&pg=PA165&lpg=PA165&dq=douzaine+grosse&source=bl&ots=s7lgOPQyvU&sig=HpsFJfjPi1n2FgA\\_Kp-Qy6ZVQ&hl=fr&sa=X&ei=J5iwUvn4JZOR0QXG84DIAG&ved=0CC4Q6AEwADgK#v=onepage&q=douzaine%20grosse&f=false](http://books.google.fr/books?id=GOE2AAAAMAAJ&pg=PA165&lpg=PA165&dq=douzaine+grosse&source=bl&ots=s7lgOPQyvU&sig=HpsFJfjPi1n2FgA_Kp-Qy6ZVQ&hl=fr&sa=X&ei=J5iwUvn4JZOR0QXG84DIAG&ved=0CC4Q6AEwADgK#v=onepage&q=douzaine%20grosse&f=false)

Et pour les incrédules, nous vous garantissons que tout ceci n'est pas un



## Pan sur le bec !

Dans le Petit Vert n° 116, à la fin de la solution du problème 115, nous avons ajouté une remarque : « *En notant  $X_n$  la variable aléatoire correspondant au nombre d'intersections, on a  $E(X_n) = \frac{3n^2 - 2}{n^3}$ , espérance qui tend vers  $3/n$  lorsque  $n \rightarrow \infty$*  ».

Bien entendu, il fallait lire : «  $E(X_n) \sim \frac{3}{n}$  lorsque  $n$  tend vers l'infini » :

il s'agit bien d'une équivalence, comme l'avait écrit Jacques Choné dans la solution qu'il nous avait envoyée. Avec toutes nos excuses pour cette bourde monumentale.

Même le Petit Vert se retrouve épinglé dans la rubrique Math & Media ! Preuve que nous sommes devenus de « vrais » journalistes ?

$\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$   
            $\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$        $\infty$

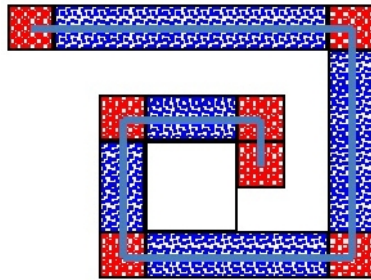
O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos savantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante.

*Comte de Lautréamont*



**DANS NOS CLASSES**

François Drouin, responsable de la préparation de la future brochure « Maths et Arts » que la régionale prévoit d'éditer, a créé une activité en rapport avec une spirale en mosaïque de l'abbaye Saint-Michel de Saint-Mihiel (la photo de cette spirale figure en couverture de ce numéro du Petit Vert). François avait sollicité Serge Ermisse d'une part pour dessiner (avec le module « Turtle » du logiciel Python) un schéma de cette spirale, et d'autre part pour qu'il donne son avis sur l'activité qu'il avait créée. Pour Serge, la meilleure façon de pouvoir répondre à cette demande était de tester cette activité dans sa classe de 1<sup>ère</sup> S. Il nous livre ici le compte rendu de cette séance.



Le schéma initial proposé par François Drouin

## La spirale de Saint-Mihiel en 1<sup>ère</sup> S

Par Serge Ermisse, Lycée Jean de Pange, Sarreguemines

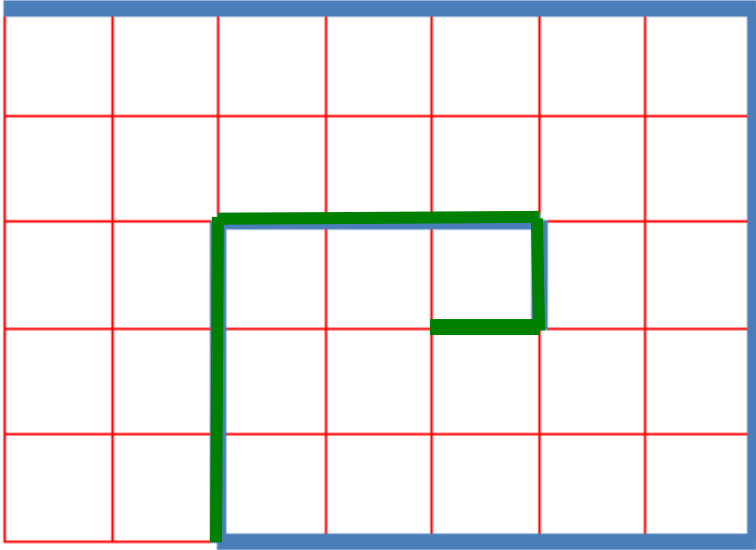
### Objectifs de la séance

- A : Développer l'esprit d'initiative, de recherche avec un problème ouvert.
- B : Travailler, sans le dire, la notion de relation de récurrence qui nous servira pour les suites.
- C : Réinvestir l'algorithmique au service de la résolution de problème.
- D : Réinvestir la méthode de Gauss, vue dans un précédent TD pour trouver la somme des premiers entiers consécutifs.

**Travail préliminaire** : C'est le troisième T.P. de recherche basé sur les suites, mais rien n'a encore été formalisé.

**Remarque** : J'ai modifié légèrement la situation initiale proposée par François (en ajoutant un premier segment), pensant faciliter le travail des élèves pour dégager la suite des entiers qui interviennent dans chaque spire.

### Énoncé donné aux élèves



Une spire de la spirale est formée de 4 segments. La première spire est en vert.

1°) Dans le cahier d'exercice, reproduire puis poursuivre le dessin de la spirale pour obtenir les 4 premières spires (autrement dit un plan qui pourra aider le carreleur).

2°) Quelle serait la longueur d'une spirale de 4 spires ? De 100 spires ? (pour que le carreleur anticipe le nombre de carreaux nécessaires)

3°) Quel est le plus petit rectangle qui contiendra une spirale formée de 4 spires ? De 100 spires ? (pour que le carreleur prévoise la place occupée par la spirale).

4°) Preuve : notre problème revient à trouver une certaine somme d'entiers. Reproduire la démarche de Gauss pour calculer la longueur de la spirale de 100 spires.

5°) Généralisation : Par quelle formule trouve-t-on la longueur d'une spirale de  $n$  spires ?

**Mise en situation :** Les 13 élèves du premier groupe se sont installés devant un ordinateur (un par poste). En attendant la connexion au réseau, je leur ai présenté le sujet du T.P. en vidéo-projetant et en expliquant le début du document de François Drouin.

**■ Déroulement de la séance et stratégies des élèves pour le premier groupe**

La première question n’a posé aucun problème (à une étourderie près). Pour la deuxième question, les élèves ayant l’habitude de se mettre en recherche, tous ont très vite noté plein de calculs sur leur cahier d’exercices ou au brouillon sans que j’aie eu besoin de les relancer. J’ai relevé que 8 élèves recherchaient une formule générale et que les 5 autres voulaient trouver une relation de récurrence, quasiment tous à l’aide des longueurs des premières spires. En final :

- 4 élèves sur les 8 ont trouvé seuls la formule générale (2 sur papier, 2 sur Excel - mais peut-être parce qu’ils se sentaient obligés d’utiliser l’ordinateur devant eux). Une élève n’a pas pu m’expliquer comment elle avait trouvé cette formule. 2 élèves m’ont dit qu’ils avaient remarqué que la longueur des premières spires étaient des multiples de 8 et ont cherché ensuite à exprimer le coefficient multiplicateur en fonction du numéro de la spire. La 4<sup>ème</sup> m’a dit que la référence était la longueur de la première spire et que les autres cas devaient s’exprimer en fonction de celle là.

1 spire	2 spires	3 spires	4 spires
8	32	72	128

Voyant que les 4 autres élèves n’aboutissaient pas, au bout de 30 minutes, je leur ai dit d’arrêter de chercher une formule mais plutôt de faire un programme avec un compteur pour trouver la longueur d’une spirale de 100 spires. C’est également ce que j’ai demandé aux 4 qui avaient trouvé la réponse. Au bout de 40 minutes, j’ai vidéo-projeté la structure du programme ci-contre en justifiant mes choix de variables (et l’affectation du -1) : un seul élève sur les 8 a terminé le programme.

```

VARIABLES
├── longueur EST_DU_TYPE NOMBRE
├── numéroSpire EST_DU_TYPE NOMBRE
├── entierImpair EST_DU_TYPE NOMBRE
└── DEBUT_ALGORITHME
    ├── longueur PRÉD_J A_VAI FIR 0
    ├── entierImpair PRÉD_LA_VALEUR -1
    └── POUR numéroSpire ALLANT_DE 1 A 100
        ├── DEBUT_POUR
        │   ├── entierImpair PRÉD_LA_VA_EUR .....
        │   ├── longueur PRÉD_LA_VALEUR .....
        │   ├── entierImpair PRÉD_LA_VA_EUR .....
        │   └── longueur PRÉD_LA_VALEUR .....
        ├── FIN_POUR
        ├── AFFICHER "La longueur de la spirale est : "
        └── AFFICHER longueur
FIN_ALGORITHME
    
```

- 5 élèves ont trouvé seuls la longueur d'une spirale de 100 spires en exploitant des relations de récurrence (4 sur Excel et 1 sur Algobox).

1 spire	2 spires	3 spires	4 spires
8	32	72	128

Voici les trois démarches relevées.

### Marine

Dans la colonne A, on retrouve le numéro de la spire.

Dans la colonne B, elle a cherché une relation de récurrence donnant la longueur que l'on ajoute à la longueur de la spire précédente. Je n'ai pas eu le temps de lui demander son raisonnement (peut-être un simple jeu numérique du type : trouver le nombre suivant à partir des précédents ?). Elle a ensuite fait la SOMME sur la colonne B.

B3		fx = 2*B2-B1	
A	B	C	
1	8		
2	24		
3	40		
4	56		
5	72		
6	88		

### Guillaume

Il a deviné la relation sur l'augmentation constante des longueurs des spires. Lui aussi a fait la SOMME de la colonne B.

B2		fx = B1+16	
A	B	C	
1	8		
2	24		
3	40		
4	56		
5	72		
6	88		

### Paul

Dans la colonne A, cela correspond cette fois-ci au nombre de spires de la spirale. Dans la colonne C, on retrouve la stratégie de Guillaume. Dans la colonne B, on a donc la longueur de la spirale.

B2		fx = B1+C2	
A	B	C	
1	8		
2	32	24	
3	72	40	
4	128	56	
5	200	72	
6	288	88	
7	392	104	
8	512	120	

J'ai demandé à ces 5 élèves de transférer leur méthode à l'établissement d'un programme sur Algobox, et 3 d'entre eux ont réussi. Les élèves n'ont pas eu le temps d'avancer plus dans l'activité.

### Analyse rétrospective de la séance pour le premier groupe

Objectif A : atteint pour tous.

Objectif B : pas atteint pour tous puisqu'en ajoutant le premier segment, la formule simple était simple à deviner et passer par une relation de récurrence n'était pas nécessaire. Mais je n'ai pas osé remodifier pour le deuxième groupe (*par équité entre les deux groupes*)

Objectif C : atteint pour peu d'élèves et au détriment de la preuve du résultat.

Je n'aurai pas dû imposer à ceux qui avaient trouvé la longueur de la spirale de 100 spires de faire un programme sur Algobox (quelle est la motivation ? Ce n'est pas plus une preuve que le travail fait sur Excel, c'est même le sentiment contraire pour beaucoup, tellement ils sont peu sûrs de leur algorithme en général, alors qu'ils maîtrisent plus facilement les fonctions de base du tableur).

Voilà deux exemples de programmes réalisés par des élèves qui avaient trouvé la formule générale :



Objectif D : pas atteint par manque de temps (et d'erreur de stratégie en se fixant à tort l'objectif C)

### Réactions par rapport à cette analyse

J'ai décidé d'enlever l'objectif C pour le deuxième groupe et donc de ne pas imposer de faire un algorithme.

## ■ Déroulement de la séance et stratégies des élèves pour le deuxième groupe

Sur les deux premières questions, deux nouvelles stratégies sur Excel sont apparues.

### Céline

Aucune relation de récurrence mais une décomposition de la somme voulue.

Dans la colonne A, on retrouve les nombres impairs. Par contre, elle a dû trouver le dernier nombre impair de la 100<sup>ème</sup> spire qui était 399 pour savoir quand s'arrêter.

Elle a ensuite fait la SOMME de la colonne C

	C1		$f_x = A1*B1$
	A	B	C
1	1	2	2
2	3	2	6
3	5	2	10
4	7	2	14
5	9	2	18
6	11	2	22

### Pauline

Elle voulait utiliser la stratégie de Céline mais ne savait pas jusqu'à quel nombre impair.

Elle a donc commencé par le chercher.

La colonne A représente le numéro de la spire. La colonne B représente le dernier entier impair de la spire.

	B2		$f_x = B1+4$
	A	B	C
1	1	3	
2	2	7	
3	3	11	
4	4	15	
5	5	19	

Mais n'ayant pas imposé de faire un algorithme, les élèves ont cherché la réponse du 3<sup>ème</sup>.

Pour Pauline et Céline, c'était déjà fait.

Pour le seul binôme qui avait fait un programme sur Algobox, les élèves ont complété leur programme pour obtenir le dernier entier impair.

```

▼ VARIABLES
  longueur EST_DU_TYPE NOMBRE
  numéroSpire EST_DU_TYPE NOMBRE
  c EST_DU_TYPE NOMBRE
  dernierEntier EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  longueur PREND_LA_VALEUR 8
  c PREND_LA_VALEUR 8
  dernierEntier PREND_LA_VALEUR 3
  POUR numéroSpire ALLANT_DE 2 A 100
  -DEBUT_POUR
  -c PREND_LA_VALEUR c+16
  -longueur PREND_LA_VALEUR longueur+c
  -dernierEntier PREND_LA_VALEUR dernierEntier+4
  -FIN_POUR
  AFFICHER "La longueur de la spirale est :"
  AFFICHER longueur
  AFFICHER "le dernier entier est :"
  AFFICHER dernierEntier
FIN_ALGORITHME

```

Pour aider les autres, j'ai inscrit au tableau le tableau suivant :

Numéro de la spire	1	2	3	4	...
Dernier impair	3	7	11	15	...

La plupart ont fini par trouver la formule générale : dernier impair =  $4 \times$  le numéro de la spire -1, mais beaucoup sont passés par la relation de récurrence qui donne le dernier impair en fonction du dernier impair de la spire précédente.

En ce qui concerne la 4<sup>ème</sup> et la 5<sup>ème</sup> question, seule Céline a eu le temps de le faire.

### Analyse rétrospective de la séance pour le deuxième groupe

Malgré le fait d'avoir supprimé l'objectif C, ce TP est encore trop long (il faudrait 1h30) pour pouvoir atteindre l'objectif D. Ceci dit, tous ont abordé la notion de récurrence. On peut donc considérer cette fois-ci que l'objectif B est atteint.

### ■ Réactions par rapport à ces analyses

On a repris la fin de ce TP en classe entière, ne serait-ce que pour rappeler la méthode de Gauss :

Il fallait remarquer que les entiers impairs de la  $n^{\text{ème}}$  spire s'exprimaient par :  $4n - 3$  ;  $4n - 3$  ;  $4n - 1$  ;  $4n - 1$ .

En fait pour 100 spires on cherche :

$$\begin{aligned} \text{longueur} &= 1 + 1 + 3 + 3 + \dots + 397 + 397 + 399 + 399 \\ \text{longueur} &= 399 + 399 + 397 + 397 + \dots + 3 + 3 + 1 + 1 \\ 2 \times \text{longueur} &= 400 + 400 + 400 + 400 + \dots + 400 + 400 + 400 + 400 \\ 2 \times \text{longueur} &= 400 \times 400 \\ \text{longueur} &= 200 \times 400 = 80\,000 \end{aligned}$$

Enfin, j'ai fait le lien entre longueur de la spirale et nombre de carreaux nécessaires pour réaliser la spirale (sachant qu'il fallait enlever 1 à la longueur trouvée) ; mais j'ai eu l'impression qu'ils avaient oublié le contexte de la situation « concrète » pour se focaliser sur l'arithmétique sous-jacente.

**VU SUR LA TOILE**

## Chez les IREM

À la recherche d'activités motivantes en classe de quatrième, ma chère et tendre est tombée, l'autre jour, un peu par hasard sur des documents proposés par l'IREM de Paris Nord :

[http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?rubrique12](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique12) .

Elle a notamment utilisé une fiche sur l'éponge de Menger : [http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?article370](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article370) , qui s'est avérée très riche. Ces activités, très bien présentées, laissent beaucoup de latitude dans l'utilisation en classe. Le site propose également de nombreuses utilisations de GeoTortue (dit « La Tortue », dit « Turtle », dit « Logo »), le célèbre logiciel de dessin géométrique : [http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?rubrique53](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique53) .

J'en profite donc pour vous rappeler l'adresse du portail des IREM : <http://www.univ-irem.fr> et vous donner ma liste, non exhaustive, non objective, non ordonnée, de mes sites d'IREM préférés :

- voir le premier paragraphe ;

- l'IREM de Champagne-Ardennes met à disposition de nombreux fichiers à télécharger pour animer des séances sur les TICE, et notamment un grand nombre de TP pour l'*algorithmique au Lycée* : [http://www.univ-reims.fr/site/laboratoires/irem/ressources-et-documents/outils-tice-pour-les-nouveaux-programmes-de-lycee\\_11225\\_20212.html](http://www.univ-reims.fr/site/laboratoires/irem/ressources-et-documents/outils-tice-pour-les-nouveaux-programmes-de-lycee_11225_20212.html) ? ; on trouvera également des pages html interactives pour le travail de *lecture d'énoncé* dans la liaison CM2 – 6ème : [http://www.univ-reims.fr/site/laboratoires/irem/ressources-et-documents/outils-pour-le-remediation\\_9528\\_17446.html](http://www.univ-reims.fr/site/laboratoires/irem/ressources-et-documents/outils-pour-le-remediation_9528_17446.html) ;

- l'IREM de Bourgogne recense 80 *énigmes* mathématiques avec leurs solutions ( !! ) toutes très stimulantes : <http://irem.u-bourgogne.fr/enigmes-mathematiques.html> ;

- de nombreux *problèmes* (50 pour être précis) pour la liaison CM – 6ème sur le site de l'IREM de Lyon : <http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique141>

- un document complet sur les *tâches complexes* : <http://www.irem.univ-bpclermont.fr/spip.php?article876> à l'IREM d'Auvergne et bien d'autres choses à y découvrir : <http://www.irem.univ-bpclermont.fr/spip.php?rubrique85> ;

- un chouette TP pour le *codage des images* avec SciLab en 1<sup>er</sup>S : <https://irem.univ-lille1.fr/activites/spip.php?article343> et c'est sur le site de l'IREM de Lille.

Et c'est déjà le bas de ma page réglementaire, donc il ne me reste plus qu'à vous inciter à visiter tous ces sites et à dénicher ce que les autres IREM comportent comme trésors...

gilles.waehren@wanadoo.fr

[retour sommaire](#)



## SOLUTION DU PROBLEME n°116

Rappel de l'énoncé : Soit  $n$  points sur un cercle ( $n \geq 4$ ). A chacune des  $\binom{n}{3}$  3-parties de l'ensemble de ces points, on associe l'orthocentre  $H_k$  du triangle formé par ces 3 points et le centre de gravité  $G_k$  des  $n - 3$  autres points. Montrer que les  $\binom{n}{3}$  droites  $(H_k G_k)$  ainsi obtenues sont concourantes en un point que l'on précisera.

### Solution de Jacques Choné, auteur du problème

Sans perte de généralité, on peut supposer que les points donnés sont sur le cercle unité du plan complexe d'origine  $O$  et les identifier à leurs affixes.

Soit  $A, B, C$  trois de ces points et  $H$  l'orthocentre du triangle  $ABC$ .

Comme  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ , on a  $H = A + B + C$ .

Soit  $G$  le centre de gravité des  $(n - 3)$  autres points. Alors  $(n - 3)G$  est égal à la somme (des affixes) de ces  $(n - 3)$  points. Donc  $H + (n - 3)G$  est égal à la somme (des affixes) des  $n$  points donnés.

Soit  $K$  le barycentre de  $H$  affecté du coefficient 1 et de  $G$  affecté du coefficient  $(n - 3)$  [ $K$  est donc sur la droite  $(HG)$ ], et  $\Gamma$  l'isobarycentre des  $n$  points donnés.

On a, d'après ce qui précède,  $(n - 2)K = n\Gamma$ .

Toutes les droites  $(HG)$  passent donc par le point  $K$  défini par  $\overrightarrow{OK} = \frac{n}{n-2} \overrightarrow{O\Gamma}$ .

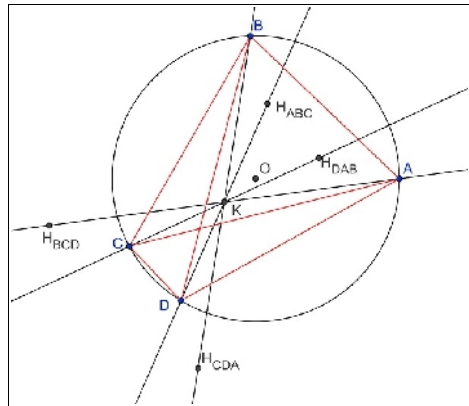
D'où le résultat.

Remarque : il se peut que  $G$  et  $H$  soient confondus (par exemple avec  $n = 5$ ,  $ABC$  équilatéral et  $D$  et  $E$  diamétralement opposés) ; dans ce cas, l'une au moins des trois droites n'est pas déterminée, mais cela n'invalide pas l'étude pour les autres droites.

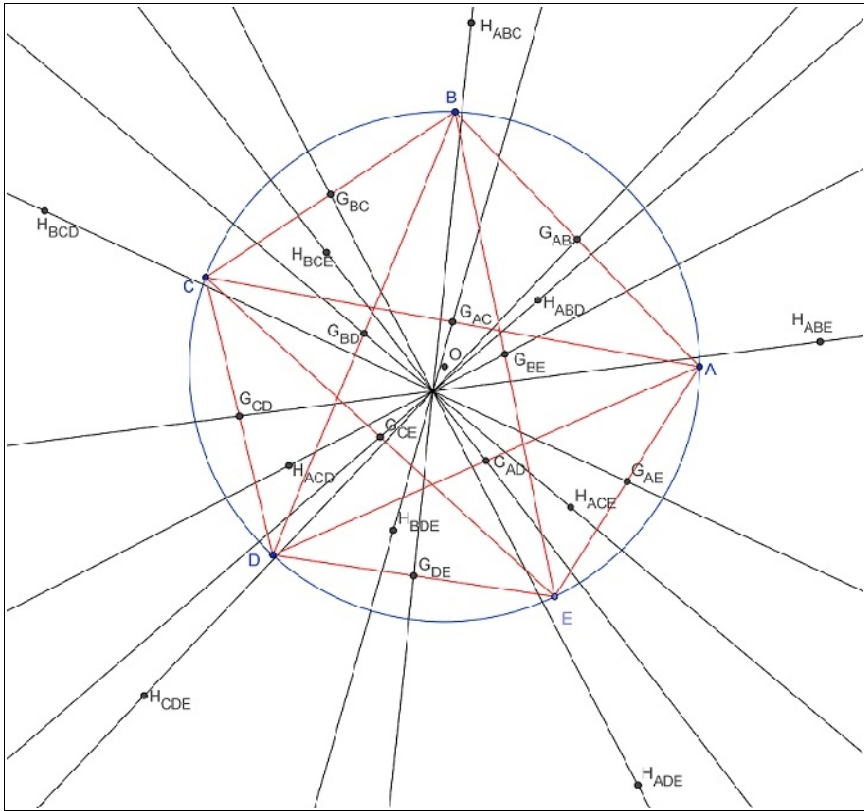
N.d.l.r. : Nous avons illustré ci-contre le cas « particulier »  $n = 4$ .

Les quatre triangles déterminés par points  $A, B, C$  et  $D$  sont en rouge, et leurs orthocentres respectifs  $H_{ABC}$ ,  $H_{BCD}$ ,  $H_{CDA}$  et  $H_{DAB}$  sont en noir.

Les quatre droites évoquées par l'énoncé sont concourantes en  $K$ .



Page suivante, le cas  $n = 5$  points



Avec 5 points, nous pouvons construire 10 triangles. Ils sont en rouge sur cette figure.

Prenons par exemple le triangle ABC (nous avons laissé de côté D et E). L'orthocentre de ce triangle est noté  $H_{ABC}$ . Le centre de gravité des points restants (en l'occurrence le milieu de DE) est noté  $G_{DE}$ . On trace la droite joignant  $H_{ABC}$  et  $G_{DE}$ .

On procède de même pour les 9 autres triangles, et on constate que les 10 droites sont concourantes.

## Problème du trimestre n°117

Les cent passagers d'un vol en avion — toutes les places ont été réservées — s'apprêtent à embarquer. Le premier à monter dans l'avion, un brin étourdi, s'assied au hasard. Les suivants s'installent ensuite à la place prévue par leur billet, à moins que celle-ci ne soit déjà occupée, auquel cas ils choisissent une place au hasard. Quelle est la probabilité que le dernier passager à entrer trouve sa place libre ?

Pour les fanas d'algorithmique, tout algorithme de simulation de cette situation sera également le bienvenu.

Rémi Peyre a rencontré ce problème (qui est un « classique ») lors d'un stage Animath et l'a intégré dans les T.D. qu'il donne à ses étudiants. Voir par exemple :

<http://www.normalesup.org/~rpeyre/pro/enseignement/td10ipbas.pdf>

<http://www.normalesup.org/~rpeyre/pro/enseignement/td09pbas-e.pdf>

En attendant la nomination d'un nouveau responsable de cette rubrique, envoyez toutes propositions de solutions ou de nouveaux énoncés à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr)

## SOLUTION DÉFI LYCEE n°116

On demandait de trouver le plus possible de fonctions vérifiant l'égalité  $f(g(2)) = f(5) = 25$ , en se restreignant aux fonctions polynomiales.

Il y en avait une infinité...

par exemple  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = 2x + 1$ .

On pouvait laisser libre cours à son imagination !

Si on voulait se limiter aux fonctions affines par exemple,  $f(x) = ax + b$  et  $g(x) = cx + d$  (en éliminant la fonction nulle), une condition nécessaire et suffisante était que  $5a + b = 25$  et  $2c + d = 5$ .

## SOLUTION DÉFI COLLEGE n°116

Rappel des questions posées :

Le journaliste annonce un diamètre de plus de 8 m. La photographie nous permet-elle de confirmer ou d'infirmer cette affirmation ?

Considérons que le diamètre de l'œuvre est 8 m. Si l'artiste avait assemblé un volume double de matériaux, quel aurait été le diamètre du « Globe » ?

### Éléments de solution :

Il n'est pas irréaliste d'estimer que la taille de l'artiste est d'environ 1,75m. Il reste à mettre en œuvre une situation de proportionnalité :



Taille de l'artiste mesurée sur la photo	Taille réelle présumée de l'artiste
Diamètre du « Globe » mesuré sur la photo	

Si le diamètre du « Globe » est 8 m, son volume est  $\frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$ .

Si l'artiste amassait un volume double de matériaux, le volume du « Globe » serait  $\frac{8}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ , où  $r$  est le rayon du « Globe » hypothétique.

Après simplification,  $2 \times 4^3 = r^3$ , c'est à dire  $r^3 = 128$ .

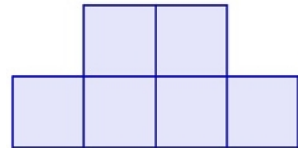
Les élèves de collège n'ayant pas encore rencontré la racine cubique d'un nombre pourront à l'aide d'un tableur, trouver des valeurs approchées à 1 cm près du rayon et du diamètre du « Globe ».

On pourrait poser la même question mais avec 8 fois plus de matériaux, pour laisser entrevoir la racine cubique de 8 aux collégiens, et leur faire percevoir que si on multiplie le diamètre de la sphère par 2, son volume est multiplié par 8 ; et que si on veut doubler le volume, il ne faut pas doubler le diamètre.

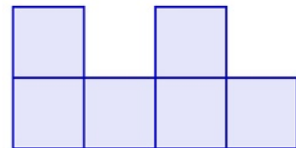
## DÉFI COLLEGE n°117

Défi fourni par les collègues du Palais de la Découverte présents aux Journées de Marseille ; leur stand était dans la salle voisine de celle de la régionale Lorraine.

Essayez de construire, avec le moins de cubes possible, une forme géométrique en trois dimensions dont la vue de face est :



et dont une vue de profil est :



**Combien faut-il de cubes au minimum pour la réaliser ?**

## DÉFI LYCEE n°117

Dans un jeu, dix personnes  $P_1, \dots, P_{10}$  tirent l'une après l'autre un billet dans un sac opaque qui contient vingt billets de 5 euros et un billet de 500 euros (ces billets sont indiscernables au toucher), et le gardent. Après chaque tirage, la probabilité que le billet de 500 euros soit encore dans le sac diminue ; pour éviter ce désavantage,  $P_{10}$  propose à  $P_1$  de lui donner 5 euros pour pouvoir tirer en premier,  $P_1$  tirant alors en dernier.

$P_1$  doit-il accepter ?

(d'après un énoncé proposé par Rémi Peyre à ses étudiants, disponible sur <http://www.normalesup.org/~rpeyre/pro/enseignement/td10ipbas.pdf>)

Chaque trimestre, le Petit Vert vous propose un DÉFI destiné à vos élèves de collège et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute proposition de défi, à [michel.ruiba@ecopains.net](mailto:michel.ruiba@ecopains.net)