

UN PROBLÈME OUVERT EN DEVOIR MAISON

par Sarah Chiolo

Professeure stagiaire en 2014-2015, Sarah Chiolo enseignait en classe de seconde au lycée Poncelet de Saint-Avoid. C'est dans le cadre d'un travail collaboratif en cours de formation à l'ÉSPÉ qu'elle a expérimenté ce problème ouvert en devoir à la maison. Elle nous invite ici à partager son expérience.

I/ Conception et mise en œuvre du sujet

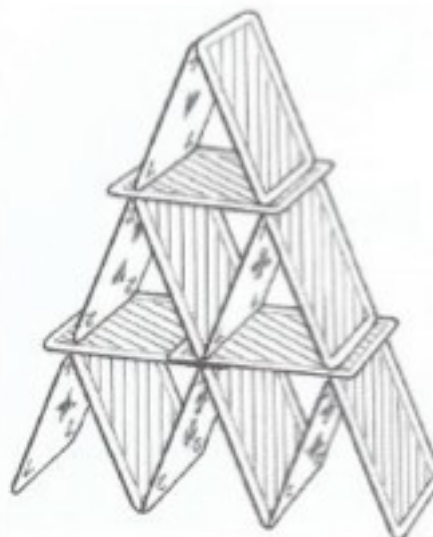
Pour ce travail collaboratif j'ai décidé de m'orienter vers un problème plutôt ouvert. L'idée de cet exercice m'est venue lors de la préparation de la journée portes ouvertes de mon établissement. Mes collègues et moi-même voulions mettre en place des ateliers mathématiques. Nous souhaitons que certains de ces ateliers soient consacrés à la résolution d'énigmes tandis que d'autres seraient consacrés à la résolution de problèmes ouverts. L'idée m'est venue de travailler sur une pyramide composée de cartes. Ayant à ma disposition un jeu de 52 cartes, je me suis demandée combien de niveaux il était possible de faire avec ce jeu puis, après avoir rapidement trouvé la solution, dans le sens inverse, je me suis questionnée sur le nombre de cartes qu'il était utile d'avoir pour construire un château comprenant 52 niveaux. Après avoir réfléchi à l'énoncé que je voulais proposer aux élèves et à la mise en œuvre du problème, j'ai décidé de placer cet exercice dans le devoir maison n°6 dont voici l'énoncé :

Cet exercice est un **problème ouvert**.
 Pour obtenir tous les points, **il n'est pas nécessaire** de trouver les réponses aux questions posées.
 En effet, ici il vous est demandé **principalement d'expliquer votre démarche** afin de voir l'évolution de votre réflexion.
 Vous pourrez également faire figurer dans votre copie les idées qui n'ont pu aboutir aux résultats.

Le but de cet exercice est de travailler sur une éventuelle relation entre le nombre de cartes utilisées et le nombre de niveaux d'un château de cartes.

1) Avec un jeu de 52 cartes, combien peut-on faire de niveaux au maximum ?

2) A présent, nous voulons construire un château à 52 niveaux, combien de cartes devons nous avoir à notre disposition ?



Le sujet m'est paru intéressant, d'une part car l'énoncé est clair et je supposais que les élèves pourraient facilement imaginer une situation réelle et, d'autre part car c'était leur premier exercice de type "ouvert" à faire en devoir. C'est notamment la raison pour laquelle j'ai décidé d'ajouter dans l'énoncé du problème les modalités d'évaluation. [Voir en annexe ces modalités.](#)

II/ Compte rendu

Les élèves ont eu une semaine pour rendre leur devoir ce qui leur a permis de me poser plusieurs questions lors de la séance précédent le rendu du devoir maison. J'ai pu constater à ce moment, au travers de leurs questions, que certains ont trouvé la "réponse" assez rapidement tandis que d'autres ont dû explorer plusieurs pistes avant de trouver la solution. Les élèves se sont donc interrogés et m'ont posé la question suivante : si un élève a trouvé directement la bonne réponse, qu'il n'a pas eu besoin de tester d'autres méthodes, peut-il tout de même avoir tous les points ? Ma réponse était évidemment positive.

Lors de la correction des copies j'ai pu constater que les élèves ont, pour la plupart, trouvé la réponse aux deux questions. Plusieurs méthodes, très différentes parfois, sont apparues. J'ai pu trouver dans plusieurs copies une ébauche de château de cartes dessinée avec des commentaires sur les côtés (niveau du château, nombre de cartes présentes sur le niveau, nombre de cartes nécessaires pour atteindre le niveau ...). Pour l'une des mes élèves, le château entier à 52 niveaux a été dessiné sur une feuille A3 avec, sur le côté droit, pour chaque niveau x le numéro correspondant ainsi que le nombre de cartes nécessaires pour ce même niveau et sur le côté gauche, le nombre de cartes nécessaires pour construire le château de niveau x .

La rédaction de cet exercice était assez différente d'une copie à l'autre. Pour une même méthode, j'ai pu remarquer plusieurs façons d'expliquer. En effet, ils ont tous constaté que pour un niveau supplémentaire, nous aurions besoin de trois cartes supplémentaires. Ainsi, dans un grand nombre de copies, les élèves ont listé le nombre de cartes nécessaires par niveau en indiquant clairement l'ajout de trois cartes à chaque niveau supplémentaire. Certains élèves ont simplement listé tandis que d'autres ont placé leurs résultats dans un tableau, pour plus de clarté. Les élèves ayant opté pour cette méthode, ont expliqué clairement que les valeurs trouvées étaient celles correspondant au nombre de cartes par niveau et donc, pour tout le château, il leur fallait additionner tous leurs résultats. Ce qu'ils ont fait et ils ont donc tous trouvé qu'il fallait 4082 cartes pour construire ce château. Certains élèves ont essayé de trouver une relation entre le niveau du château et le nombre de cartes présentes à ce niveau mais cette méthode n'a pas abouti. Une élève a tenté de trouver un lien entre le nombre de cartes et le nombre de niveaux. Elle a essayé de trouver une proportionnalité entre les deux mais, en traçant la courbe représentant le nombre de cartes en fonction du nombre de niveaux elle s'est aperçue que la représentation graphique de la fonction n'était pas une droite et a conclu que sa méthode n'était pas correcte. Certains élèves ont posé x comme inconnue qui représentait le nombre de cartes nécessaires pour construire un château de cartes à 52 niveaux. Méthode possible mais les élèves n'ont pas réussi à mener leur réflexion jusqu'au bout.

Dans l'ensemble, les résultats sont plutôt positifs. J'ai eu l'impression que pour une majorité d'élèves l'exercice les a intéressés. Il leur a permis de voir que plusieurs méthodes sont possibles pour un même énoncé. Certains élèves ont passé énormément de temps sur cet exercice, parfois deux copies doubles rendues pour expliquer tout leur raisonnement, toutes les méthodes auxquelles ils ont pensé. De plus, au vu des copies, les élèves semblaient pour la plupart très investis dans leur devoir maison et, même pour les élèves en grande difficulté, ils ont tout de même essayé et m'ont expliqué avec leurs mots comment il était possible de trouver la solution sans avoir à aller demander au voisin sa copie pour y piocher des idées.

III/ Correction

Pour la correction de cet exercice, et étant donné que tous les élèves ont trouvé la réponse à la question, j'ai décidé de faire une correction utilisant le tableur et AlgoBox. En effet, en classe entière, j'ai projeté l'écran de mon ordinateur et, en utilisant les réponses (correctes ou non)

des élèves, je leur ai montré qu'il était possible de résoudre cet exercice à l'aide de logiciels mathématiques.

Je leur ai demandé ce dont nous aurions besoin dans les cellules. Ils m'ont dit, après un temps de réflexion, qu'une colonne avec le numéro du niveau et une colonne avec le nombre de cartes utilisées serait une bonne idée. J'ai donc suivi cette idée. Nous avons ensemble numéroté les niveaux de 1 à 52 (toujours une idée des élèves) en étirant simplement la colonne puis, dans la case correspondante au niveau 1 nous avons initialisé le nombre de cartes à 2. Je leur ai ensuite demandé ce que nous devions faire, certains m'ont dit de remplir la case correspondante au niveau 2 à 5 cartes mais d'autres n'étaient pas d'accord puisque, si nous faisons ainsi, il faudrait remplir les 52 cases à la main. Je leur ai donc demandé s'ils avaient une autre idée, et j'ai eu des propositions de formules à insérer dans cette case. Certaines ne fonctionnaient pas mais je les ai tout de même affichées pour leur montrer la ou les raisons pour lesquelles la formule n'était pas correcte. Après plusieurs essais les élèves ont trouvé la bonne formule, il faut ajouter 3 pour obtenir le bon résultat. Après avoir recopié la formule, au niveau 52 correspond 155 cartes. Je leur ai demandé si c'était ce résultat qui répondait à notre question. Ils se souvenaient bien que non et m'ont donc dit qu'à présent nous devons tout additionner. De la même manière, ils m'ont proposé un titre pour la colonne suivante et nous avons testé ensemble différentes formules afin de trouver celle nous permettant d'avoir le bon résultat.

Une fois terminé avec le tableur, je leur ai montré qu'il est également possible de résoudre l'exercice avec un algorithme. Cependant, pour cette correction, je n'ai pas procédé de la même manière puisque j'avais déjà écrit l'algorithme donc je le leur ai expliqué. Les élèves n'ayant pas tous compris immédiatement, j'ai demandé à un élève de réexpliquer au reste de la classe et de venir tester l'algorithme afin de vérifier s'il était correct.

Les élèves ont été assez surpris de voir qu'avec des logiciels de mathématiques il est possible en peu de temps de résoudre un problème qui leur a demandé, pour certains, plusieurs pages de rédaction. Je leur ai également précisé que pour les devoirs maison suivants, si des problèmes ouverts étaient à nouveau présents dans le sujet, il leur était tout à fait possible d'utiliser l'un ou l'autre des logiciels pour trouver la solution.

J'ai trouvé intéressant de faire une correction entièrement à l'aide de l'ordinateur. Les élèves étaient très attentifs et certains prenaient même des notes. Cela leur a permis de voir que, même en mathématiques il est possible de résoudre un exercice d'une autre manière qu'en faisant des calculs à la main, qu'un ordinateur est tout à fait capable de répondre à des questions, même plus difficiles, à partir du moment où les formules ou algorithmes utilisés sont adéquats.

	A	B	C
1	ETAGE DU CHATEAU	NOMBRE DE CARTES UTILISEES PAR ETAGE	TOTAL
2	1	2	2
3	2	5	7
4	3	8	15
5	4	11	26
6	5	14	40
7	6	17	57
8	7	20	77
9	8	23	100
10	9	26	126
11	10	29	155
12	11	32	187

```
1  VARIABLES
2  ETAGE EST_DU_TYPE NOMBRE
3  i EST_DU_TYPE NOMBRE
4  N_total_cartes EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  ETAGE PREND_LA_VALEUR 2
7  N_total_cartes PREND_LA_VALEUR 2
8  POUR i ALLANT_DE 2 A 52
9    DEBUT_POUR
10   ETAGE PREND_LA_VALEUR ETAGE+3
11   N_total_cartes PREND_LA_VALEUR N_total_cartes+ETAGE
12   AFFICHER "A l'étage "
13   AFFICHER i
14   AFFICHER " on a "
15   AFFICHER ETAGE
16   AFFICHER " cartes."
17   FIN_POUR
18   AFFICHER "Il y donc au total : "
19   AFFICHER N_total_cartes
20   AFFICHER " cartes pour un château de à 52 étages."
21  FIN_ALGORITHME
```

Annexe : les modalités d'évaluation

Cet exercice est noté sur 8 points.

Clarté du raisonnement : 2 points.

Cohérence du raisonnement : 1,5 point.

Recherches qui n'ont pas abouti : 1 point.

Outils mathématiques utilisés (tableur, algorithmme ...) : 3 points

Soin apporté au travail : 0,5 point.

* * * * *

Le but de l'instruction est la fin de l'instruction, c'est-à-dire l'invention. L'invention est le seul acte intellectuel vrai, la seule action d'intelligence. Le reste ? Copie, tricherie, reproduction, paresse, convention, bataille, sommeil. Seule éveille la découverte. L'invention seule prouve qu'on pense vraiment la chose qu'on pense, quelle que soit la chose. Je pense donc j'invente, j'invente donc je pense : seule preuve qu'un savant travaille ou qu'un écrivain écrit.

Michel Serres