MATHS ET JEUX

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$$

Par François DROUIN

Il y a quelques années, Claude Pagano - grand amateur de polycubes - m'avait confié l'ensemble des pièces visibles sur la photo ci-dessous.



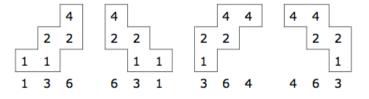
Ce sont les assemblages de 2, 3, 4, 5, 6 et 7 cubes pouvant être utilisés pour la réalisation d'un cube $3\times3\times3$. Vous pourrez vérifier que la collection est complète.

La consigne jointe à l'envoi était : « On en prend un de chaque couleur et on essaie de réaliser un cube 3^3 . Il y a, je crois, matière à un papier pour le Petit Vert, nous en reparlerons en avril ».

Les années ont passé, Claude Pagano n'est plus parmi nous, le Petit Vert n'est plus imprimé sur papier, mais j'ai maintenant un peu de temps pour informatiser ses propositions et en faire profiter nos lecteurs bricoleurs et joueurs.

			 			 		. ,	
	4	4	4	4	4	4	4	4	
2	2	2		2	2	2		2	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	7	7	5	7	7	7	5	7	

L'envoi contenait également un codage original. Trois puissances de 2 sont utilisées, d'autres nombres auraient pu être choisis à condition qu'ils garantissent l'unicité de la décomposition additive des chiffres du codage pour permettre le décodage.

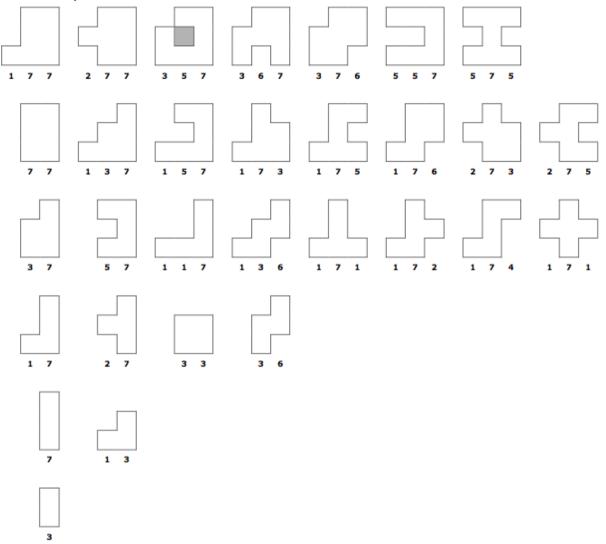


Chaque position de la pièce fournit un codage de la pièce.

Quelques questions

Quel est le nombre maximum de codages d'une pièce ? Quel est le nombre minimal de codages d'une pièce ? Existe-il une pièce possédant trois codages différents ?

Toutes les pièces sont des prismes. Les réponses aux questions précédentes font intervenir les éléments de symétrie de leurs bases.



Voici le codage des pièces telles qu'elles sont disposées sur la photo en début d'article.

Pour un cube 3×3×3

Prendre une pièce de chaque couleur et réaliser un cube $3\times3\times3$ ne présente a priori pas de grande difficulté mais fournit de bons moments de plaisir dans la recherche. Voici les codages des pièces utilisées pour quatre exemples.

357 333 313 113 111 11	727 363 271 71 7 3
766 764 332 322 32 11	11 766 32 764 322 332

En prenant une pièce de chaque couleur, la réalisation d'un tel cube est-elle toujours possible ? Vous saurez vous convaincre de l'impossibilité de l'assemblage des pièces « 727, 77, 272, 33, 7, 3 » : le nombre important des éléments de symétrie de leurs bases limite leur nombre de positions possibles. Cependant, un cube est réalisable avec des pièces ayant des bases symétriques : « 673, 77, 471, 33, 7, 3 » et « 717, 731, 75, 72, 31, 3 » en sont deux exemples.