

DU PÉRIMÈTRE D'UN CERCLE À LA VITESSE EN SIXIÈME

par Valérian Sauton,
collège Raymond Poincaré à Bar-le-Duc

Travail préliminaire : Très tôt dans l'année j'ai commencé des problèmes de proportionnalité et ensuite de pourcentages. La plupart des élèves de mes deux classes sont maintenant habitués à manipuler les tableaux de proportionnalité en passant d'une ligne à l'autre en multipliant ou divisant (souvent avec un retour à l'unité).

Objectifs de la séance

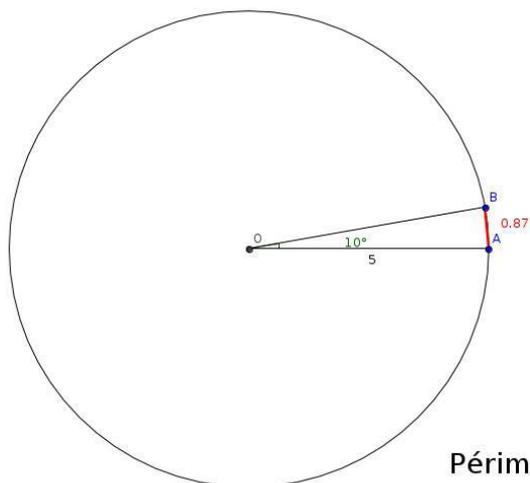
- A : Développer l'esprit d'initiative, de recherche avec un problème ouvert.
- B : Travailler la notion de proportionnalité.
- C : Utiliser l'algorithmique au service de la résolution de problème.
- D : Introduire la formule de la longueur d'un cercle.

Mise en situation de la séance

- Première phase

Les élèves sont installés dans une disposition traditionnelle sur table. Je leur demande de chercher individuellement comment on pourrait calculer le périmètre d'un cercle.

Lors de la mise en commun un élève propose cette piste :



On trace un cercle de rayon 5 cm.
On place un point B tel que $\widehat{AOB} = 10^\circ$.
On mesure $[AB]$ et on multiplie par 36 pour obtenir le périmètre.

$$\text{Périmètre} = 36 \times 0.87 = 31.38$$

- Deuxième phase Par groupes de 4 ou 5, les élèves explorent cette idée avec différentes valeurs de mesure du rayon du cercle.
- Troisième phase en classe entière. Nous regroupons les calculs des périmètres avec des rayons différents dans un tableau et nous constatons qu'à peu de choses près il s'agit d'un tableau de proportionnalité. Les élèves formulent l'hypothèse suivante : « le périmètre du cercle est 6 fois plus grand que le rayon ».

Je leur affirme qu'en fait, avec des mesures très précises, les mathématiciens ont trouvé que c'était environ 6,28 (je n'ai toujours pas parlé de Pi et hésite encore à le faire).

- Quatrième phase

Sachant comment calculer une valeur approchée du périmètre d'un cercle, avec la méthode précédente, je leur demande dans quelles situations on pourrait être amené à utiliser cette formule.

Voici les propositions des élèves suivies de leur exploitation dans des exercices (cf. annexes) :

- calculer le périmètre d'une piste d'athlétisme :

je propose un exercice portant sur l'entraînement d'un coureur ;

- construire une tour circulaire de château :

il s'agit de calculer le nombre de pierres nécessaires à la réalisation de cette tour ;

- calculer le périmètre d'une roue de vélo, de voiture :

nous travaillons sur les mesures des pneus (annexe 1) et un exercice sur le rouleau de scotch pour les plus rapides.

Séance suivante

Défi : Déterminer les périmètres de 160 pneus dont les caractéristiques sont données.

Répartis en groupes, les élèves devaient trouver le plus de périmètres possibles !

Rapidement les élèves ont bien compris la démarche algorithmique.

Remarques

Il m'a fallu donner quelques coups de pouces de temps en temps bien sûr, notamment au sujet des pneus, afin d'expliquer qu'après un tour de roue la voiture a avancé d'une distance égale au périmètre de la roue.

Les exercices sur les vitesses et le tour de stade ont été assez facilement réalisés après avoir montré un exemple. Beaucoup me disaient "Monsieur, on n'a pas vu les vitesses. (Dans le programme 2015 du cycle 3, on peut lire : *Proportionnalité : Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée. Par exemple, situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes...*). Il m'a suffi de leur demander "qu'est-ce que ça veut dire courir à 12 km/h ?" pour avoir en réponse "en une heure on court 12 km", faire un tableau de proportionnalité distance (km)/temps (min) et entendre des "aaaah c'est facile en fait". Ces exercices m'ont permis aussi de travailler la division en convertissant des durées de minutes en jours-heures-minutes.

Annexe 1

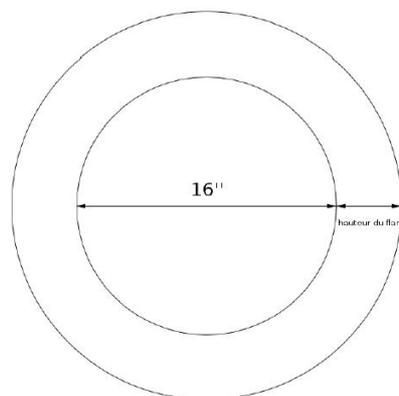
Une histoire de pneus

La voiture de Laure est équipée de pneus 205 55 R 16 91 V
Le premier nombre indique la largeur, en millimètres de ses pneus.

Le deuxième indique la hauteur du flanc du pneu par rapport à la largeur. Ici la hauteur du pneu est égale à 55% de la largeur du pneu.

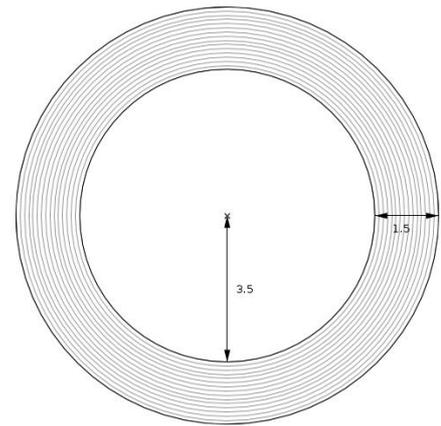
Le diamètre intérieur du pneu est donné par le nombre 16, exprimé en pouces.

Indication : 1 pouce = 2,54 cm



1. Calculer le périmètre des pneus de la voiture.
2. Si ses roues font 10 tours complets, de quelle distance a-t-elle avancé ?
3. Si elle roule à 50 km/h, combien de tours fait sa roue en une minute ?
4. Pendant les vacances, Laure se rend à Toulouse pour rendre visite à sa famille. Elle effectue le trajet depuis Bar-le-Duc avec une étape à Limoges pour une séance de natation. Elle part de Bar-le-Duc à 6h22 et arrive à Limoges à 11h03. Elle repart de Limoges à 14h34 et roule 2h51 avant d'arriver dans la ville rose, distante de 290 km. Combien de tours ses roues ont-elles fait sur l'ensemble du trajet ?

Les plus rapides ont eu droit à un exercice sur le scotch !
 Connaissant l'épaisseur du film, le diamètre du rouleau vide et l'épaisseur totale de film, calculer la longueur totale du scotch !



Proposition d'élève :

Le scotch

1.05

partie où il y a le scotch

Le 1^{er} épaisseur du scotch fait 0,0026 cm

Quel est la distance du scotch déroulé ?

$1,9 \div 0,0026 = 577$

Il y a 577 épaisseurs de scotch.

$3,5 \div 2 = 1,75$

$1,75 \times 6,28 = 10,99$

$10,99 \rightarrow 11$

La première épaisseur de scotch est de 11 cm

$6,5 \div 2 = 3,25$

$3,25 \times 6,28 = 20$

La dernière épaisseur de scotch est de 20 cm

$577 \div 2 = 288$

$20 \rightarrow 19,5611$

Le 288^e épaisseur de scotch fait 19,5 cm

$17 \times 577 = 6347$ $6347 \text{ cm} \rightarrow 63,47 \text{ m}$

Le rouleau de scotch fait au minimum 63,47 m

$20 \times 577 = 11540$ $11540 \text{ cm} \rightarrow 115,4 \text{ m}$

Le rouleau de scotch fait au maximum 115,4

$15,5 \times 577 = 8943,5$ $8943,5 \text{ cm} \rightarrow 89,433 \text{ m}$

Le rouleau de scotch déroulé fait 89,433 m.

Annexe 2**Exercice n° 1**

On cherche à calculer le périmètre de tous les pneus suivants :

1. 205/45 R 14	33. 205/45 R 15	65. 205/45 R 16	97. 205/45 R 17	129. 205/45 R 18
2. 205/50 R 14	34. 205/50 R 15	66. 205/50 R 16	98. 205/50 R 17	130. 205/50 R 18
3. 205/55 R 14	35. 205/55 R 15	67. 205/55 R 16	99. 205/55 R 17	131. 205/55 R 18
4. 205/60 R 14	36. 205/60 R 15	68. 205/60 R 16	100. 205/60 R 17	132. 205/60 R 18
5. 205/65 R 14	37. 205/65 R 15	69. 205/65 R 16	101. 205/65 R 17	133. 205/65 R 18
6. 205/70 R 14	38. 205/70 R 15	70. 205/70 R 16	102. 205/70 R 17	134. 205/70 R 18
7. 205/75 R 14	39. 205/75 R 15	71. 205/75 R 16	103. 205/75 R 17	135. 205/75 R 18
8. 205/80 R 14	40. 205/80 R 15	72. 205/80 R 16	104. 205/80 R 17	136. 205/80 R 18
9. 210/45 R 14	41. 210/45 R 15	73. 210/45 R 16	105. 210/45 R 17	137. 210/45 R 18
10. 210/50 R 14	42. 210/50 R 15	74. 210/50 R 16	106. 210/50 R 17	138. 210/50 R 18
11. 210/55 R 14	43. 210/55 R 15	75. 210/55 R 16	107. 210/55 R 17	139. 210/55 R 18
12. 210/60 R 14	44. 210/60 R 15	76. 210/60 R 16	108. 210/60 R 17	140. 210/60 R 18
13. 210/65 R 14	45. 210/65 R 15	77. 210/65 R 16	109. 210/65 R 17	141. 210/65 R 18
14. 210/70 R 14	46. 210/70 R 15	78. 210/70 R 16	110. 210/70 R 17	142. 210/70 R 18
15. 210/75 R 14	47. 210/75 R 15	79. 210/75 R 16	111. 210/75 R 17	143. 210/75 R 18
16. 210/80 R 14	48. 210/80 R 15	80. 210/80 R 16	112. 210/80 R 17	144. 210/80 R 18
17. 215/45 R 14	49. 215/45 R 15	81. 215/45 R 16	113. 215/45 R 17	145. 215/45 R 18
18. 215/50 R 14	50. 215/50 R 15	82. 215/50 R 16	114. 215/50 R 17	146. 215/50 R 18
19. 215/55 R 14	51. 215/55 R 15	83. 215/55 R 16	115. 215/55 R 17	147. 215/55 R 18
20. 215/60 R 14	52. 215/60 R 15	84. 215/60 R 16	116. 215/60 R 17	148. 215/60 R 18
21. 215/65 R 14	53. 215/65 R 15	85. 215/65 R 16	117. 215/65 R 17	149. 215/65 R 18
22. 215/70 R 14	54. 215/70 R 15	86. 215/70 R 16	118. 215/70 R 17	150. 215/70 R 18
23. 215/75 R 14	55. 215/75 R 15	87. 215/75 R 16	119. 215/75 R 17	151. 215/75 R 18
24. 215/80 R 14	56. 215/80 R 15	88. 215/80 R 16	120. 215/80 R 17	152. 215/80 R 18
25. 220/45 R 14	57. 220/45 R 15	89. 220/45 R 16	121. 220/45 R 17	153. 220/45 R 18
26. 220/50 R 14	58. 220/50 R 15	90. 220/50 R 16	122. 220/50 R 17	154. 220/50 R 18
27. 220/55 R 14	59. 220/55 R 15	91. 220/55 R 16	123. 220/55 R 17	155. 220/55 R 18
28. 220/60 R 14	60. 220/60 R 15	92. 220/60 R 16	124. 220/60 R 17	156. 220/60 R 18
29. 220/65 R 14	61. 220/65 R 15	93. 220/65 R 16	125. 220/65 R 17	157. 220/65 R 18
30. 220/70 R 14	62. 220/70 R 15	94. 220/70 R 16	126. 220/70 R 17	158. 220/70 R 18
31. 220/75 R 14	63. 220/75 R 15	95. 220/75 R 16	127. 220/75 R 17	159. 220/75 R 18
32. 220/80 R 14	64. 220/80 R 15	96. 220/80 R 16	128. 220/80 R 17	160. 220/80 R 18

Je sais comment calculer le périmètre de chacun de ces pneus, j'ai une

Le faire pour tous ces pneus est, par contre, très

J'ai une vie à côté et n'ai pas des heures à perdre.

Je vais donc utiliser un

Pour cela je dois bien identifier toutes les de mon
 raisonnement.

Exercice n° 2 – Un exemple d’algorithme

Variables

largeur : l'utilisateur indique dans cette variable la largeur du pneu, en millimètres

pourcentage_hauteur : l'utilisateur indique dans cette variable le pourcentage

diamètre_intérieur : l'utilisateur indique dans cette variable le diamètre intérieur, en pouces

diamètre_roue : pour l'instant on n'y touche pas

hauteur_flanc : pour l'instant on n'y touche pas

périmètre_roue : pour l'instant on n'y touche pas

D'abord je convertis la en centimètres à l'aide du

calcul : largeur = ÷

Ensuite je calcule la à l'aide de la formule :

hauteur_flanc = (largeur ÷) ×

Puis je calcule le diamètre de la roue en utilisant la formule :

diamètre = + 2 ×

Finalement je calcule le périmètre de la roue en utilisant la formule

..... =

×

Exercice n° 3 – Scratch