LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 132	DECEMBRE 2017

Kangourou et sapin de Noël
Pliages réalisés par Walter Nurdin

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : décembre 2017. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 20 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

SOMMAIRE

ÉDITORIAL

UNE MÉTHODE ? DES MÉTHODES !

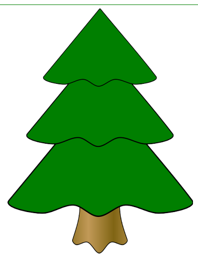
Le 20 octobre dernier, notre Ministre de l'Éducation Nationale, au vu de nos résultats plus que moyens à PISA ou TIMMS et devant l'exceptionnelle réussite de Singapour, a décidé de donner comme mission à des experts, notre Cédric Villani préféré et Charles Torossian, inspecteur général, de concocter « une méthode de Singapour à la française ». Il n'est pas question ici d'expliquer en détail les ressorts de cette méthode, ni même de polémiquer sur une évaluation de type PISA.

Les Journées Nationales de Nantes ont beaucoup bruissé de ce projet pédagogique. Ceux d'entre vous qui souhaitent en savoir plus sur ce mode d'enseignement prétendument miraculeux, découvriront peut-être qu'il ne s'agit là que de pratiques déjà mises en œuvre par un grand nombre de collègues depuis longtemps. D'autres s'interrogeront surement sur son efficacité réelle. D'autres encore pourront rétorquer que ce qui fonctionne bien dans une classe n'est pas assuré de réussir dans une autre. Les enseignants qui démarrent dans la carrière pourront être ravis d'apprendre qu'on a trouvé une méthode d'enseignement qui donne des résultats « à coup sûr ». Leurs ainés se demanderont quelle nouvelle réforme on essaie encore de leur faire ingurgiter et surtout quelle est la part de leur liberté pédagogique dans ce projet.

L'APMEP se bat depuis longtemps pour que les pratiques pédagogiques permettent à chaque élève de réussir en mathématiques, en tenant compte de la spécificité de chacun. Tout professeur a pu observer que des formulations différentes de la même idée pouvaient aider différents élèves à la comprendre. Bien des collègues mettent en œuvre des stratégies didactiques variées pour faciliter l'accès aux notions mathématiques pour des élèves variés : en un mot, la différenciation. Les méthodes varient d'un professeur à l'autre, et, si quelques élèves fragiles mettent parfois du temps à s'adapter, c'est aussi ce qui leur permet de découvrir l'étendue de l'activité mathématique. On peut donc aisément admettre que chaque élève a besoin d'approches adaptées à son fonctionnement personnel, individuel, intime, pour apprécier cette discipline que nous aimons à faire partager.

Il semble donc difficile de croire à une recette magique pour enseigner les mathématiques. Gageons que nos experts, une célèbre médaille Fields et un IG, ont déjà réfléchi à ce sujet et proposeront un projet éducatif plus ambitieux qu'une potion façon Harry Potter. Et s'il fallait s'inspirer de méthodes venant du lointain Orient, il serait intéressant de regarder de près les « lessons studies » du Japon – ces séances où de petites équipes de professeurs se réunissent pour partager et présenter des séquences didactiques conçues par les uns et les autres.

Gilles Waehren



La rédaction du Petit Vert et le Comité de la Régionale vous souhaitent à tous une excellente fin d'année, de joyeuses fêtes et une heureuse année 2018

retour au sommaire

VI

JOURNÉE RÉGIONALE : 21 mars 2018

La prochaine Journée régionale aura lieu le mercredi 21 mars prochain, le matin à la Faculté des Sciences (campus de Vandœuvre), l'après-midi au lycée Jacques Callot.

Elle débutera par une conférence de Frédéric Métin et Patrick Guyot (IREM de Dijon) à propos de Didier Henrion, compilateur de récréations mathématiques des années 1620. Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et se terminera par deux plages de dix ateliers.

Le programme de cette journée sera envoyé à tous les adhérents, ainsi qu'aux participants des années précédentes. Dès que vous l'aurez reçu, faites-en des copies pour vos collègues qui ne sont pas encore adhérents … et faites en sorte qu'ils le deviennent !

RÉADHÉSION APMEP 2018

Si ce n'est déjà fait, **n'attendez pas pour réhadhérér**. Le plus simple est de le faire en ligne, en vous identifiant : https://www.apmep.fr/?page=adhesion#/.

N'oubliez pas que si votre réadhésion parvient au secrétariat avant le 31 décembre, 66 % du montant seront déduits de votre impôt sur les revenus de cette année. Une réadhésion à 45 € (indice inférieur ou égal à 445) ne vous coutera en réalité **que 20 €**, une réadhésion à 75 € (indice supérieur à 445) ne vous coutera que **39 €** : sommes minimes eu égard aux services rendus. Mais vous pouvez même faire beaucoup mieux : opter pour une cotisation « de soutien » (un soutien au tarif de 120 €, par exemple, ne vous coutera que 54 €, mais rapportera 120 € à l'association).

Outre le Petit Vert de la régionale Lorraine (gratuit), votre adhésion comprend l'abonnement à la nouvelle revue APMEP « **Au fil des maths** » ainsi qu'au BGV (voir ci dessous).

Faites également adhérer vos collègues et amis : la première adhésion pour les enseignants est au tarif de 30 €. Cette offre ne concerne que les personnes n'ayant encore jamais adhéré à l'APMEP.

****

Nous vous rappelons que les **BGV** ne sont plus envoyés en version papier. Pour les consulter, aller sur le site national : https://www.apmep.fr/Le-BGV-no196-est-en-ligne.

****

Par ailleurs, quand vous faites dans votre établissement des photocopies de publications de l'APMEP, n'oubliez pas de le signaler, pour que l'établissement transmette l'information au centre français d'exploitation du droit de copie (www.cfcopies.com).

VI

EN REVENANT DE NANTES ....

43 lorrains ont participé à ces journées nationales de l'APMEP. Voici quelques unes de leurs impressions.

C'est bien la vie de retraité(e)s ! On part à Nantes trois jours avant les autres, on visite avant tout le monde et ensuite on « frime » en racontant nos exploits : on est montées sur le célèbre éléphant, on a admiré Nantes du haut de la Tour de Bretagne sous un soleil resplendissant, on s'est extasiées devant la galerie Pommeray, le château d'Anne de Bretagne, la cathédrale …

Le samedi les choses « sérieuses » commencent et c'est bien aussi ; même les discours d'ouverture, les conférences de début et de fin des Journées nous ont beaucoup intéressées. On craignait de nous égarer dans les fractales en trois dimensions, mais absolument pas : Jos LEYS a presque su nous laisser croire que c'était simple ! En fait, il nous a éblouies par son travail, la clarté de ses explications et la magie de ses images.

En vieilles routières, nous avions choisi des ateliers, conférences, commissions … et nous n'avons pas été déçues par ces choix.

Après une très agréable croisière sur l'Erdre, retour dans les Vosges : Mireille conduit, Monique « copilote » et Françoise fredonne *En revenant de Nantes.*

Françoise, Mireille et Monique

La conférence de clôture de Jos Leys

Encore des JN réussies, avec en point d'orgue une conférence de clôture de Jos Leys magique, merveilleuse (au sens étymologique) sur les fractales (http://www.josleys.com/).

Michel.

En passant par Nantes avec nos sabots !

Néo-titulaire, j'ai entendu parler pour la première fois de l'APMEP lors de ma formation à l'ÉSPÉ. Ne connaissant pas la ville de Nantes et les journées nationales de l'APMEP, j'ai décidé, accompagnée de ma maman, de me lancer dans l'aventure et de participer à ces journées.

Cette découverte fut un réel plaisir. Avec les différents ateliers choisis, j'ai pu découvrir comment faire du geocaching avec les élèves et découvrir qu'il était possible de créer des QR codes avec les nouvelles calculatrices Casio du collège grâce à Benoit Truchetet ou encore, d'après le travail de l'IREM de Poitiers présenté par Nicolas Minet, comment introduire des notions en seconde en s'appuyant sur la météorologie.

En dehors des ateliers, les différentes conférences proposées ont été des moments d'apprentissage d'histoire des sciences notamment avec la conférence sur la famille Boole d'Anne Boye en découvrant ses nombreux travaux sur les polytopes mais aussi des moments d'échanges conviviaux avec des collègues venus de toute la France.

Maintenant, il ne reste plus qu'à mettre à profit toutes ces découvertes avec les élèves et à attendre l'année prochaine pour participer à nouveau à ces magnifiques journées dans la ville de Bordeaux !

Aude

retour au sommaire

Quand ma fille m'a proposé de l'accompagner aux journées nationales de l'APMEP à Nantes, j'ai été surprise, je ne pensais pas que la famille pouvait être invitée à ce genre de manifestation et surtout, je croyais être dépassée par le niveau d'études en mathématiques (niveau que je n'ai pas).
Comme j'ai toujours apprécié cette matière, j'ai accepté de tenter l'expérience. Arrivée là-bas, je fus agréablement surprise par l'accueil, j'avais l'impression de faire partie de la grande famille des mathématiciens. J'avais peur d'être perdue, parmi tous ces passionnés en mathématiques. Je ne comprenais pas tout, bien sûr, mais tout m'a intéressée, aussi bien la conférence de Marie-Françoise Roy sur les femmes mathématiciennes que l'exposé sur la météorologie de Nicolas Minet ou encore les maths et la magie de Dominique Souder et les jeux de la maison des maths de Belgique et, enfin, la conférence de clôture de Jos Leys sur les fractales. Tout était très varié et intéressant. J'ai apprécié également le moment convivial passé avec tous les adhérents de la Lorraine.

Annie

Le repas au restaurant « La Cigale »

La réunion de la régionale Lorraine

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale A.P.M.E.P. Lorraine.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren.
La maquette est réalisée par Geneviève Bouvart et Michel Ruiba.

retour au sommaire

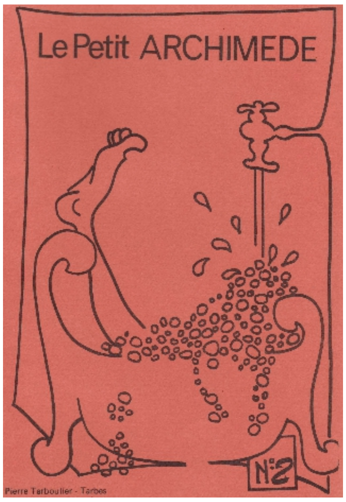
SUDOKU 2018

		2	0		1	8		
	0	6	8	3	7	5	1	
1	8			5			6	7
3	2						0	4
7	6						3	8
	1	4				2	5	
		8	6		3	4		
			5	1	4			
				0				

Bonne recherche !

Tiré de http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article903

ANNONCE



Les plus jeunes d’entre vous n’en ont peut être jamais entendu parler, mais cette revue (Le Petit Archimède, devenu ensuite le Jeune Archimède) fourmillait d’activités et de petits problèmes mathématiques. Vous y trouverez certainement nombre de petites pépites utilisables dans vos classes...

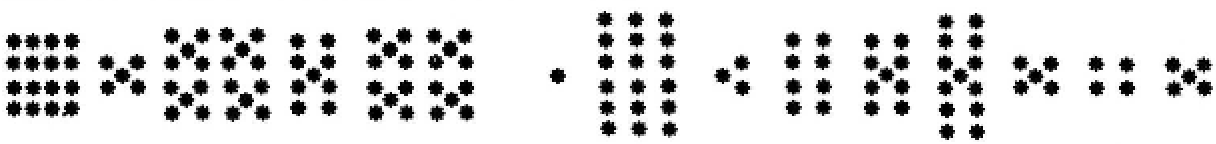
Anciens numéros du Petit Archimède :
http://www.lepetitarchimede.fr/pa/pa.htm

Anciens numéros du Jeune Archimède :
http://www.lepetitarchimede.fr/ja/ja.htm

Anciens numéros du Nouvel Archimède :
http://www.lepetitarchimede.fr/na/na.htm

Voici un exemple d’énigme (n°91 de juin 1983).

MESSAGE A DECHIFFRER



Vous l’aurez certainement trouvé : c’est PETIT ARCHIMEDE. Le nombre de points de chaque signe est le rang dans l’alphabet de la lettre correspondante.

Un autre exemple, tiré du Jeune Archimède :
Quel est le nombre de multiples de 13 compris entre 1 et 10 milliards, à la fois pairs et carrés ? La solution est dans le numéro 12 page 15 du jeune Archimède : il y en a **3 846** !

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS DANS, LE PETIT VERT n°32

Dans le Petit Vert de décembre 1992, Jean PILLOY (alors enseignant au lycée Varoquaux de Tomblaine) proposait un « vrai problème concret » à ses élèves de seconde et de première.

La cadastration de Métaponte

Entre le VIII^{e} et le V^{e} siècle avant notre ère, des Grecs originaires d'Achaïe, nord du Péloponnèse, installèrent une colonie en Italie du sud, dans le golfe de Tarente : la ville de Métaponte. Une partie du sol à cultiver des alentours de cette ville fut cadastrée, elle fut découpée en parcelles d'égale superficie. Ces parcelles étaient attribuées aux colons pour les faire mettre en valeur.

Dans la plupart des cadastrations antiques, on utilise des parcelles formées de rectangles. À Métaponte, on utilisa un procédé beaucoup plus complexe que voici :

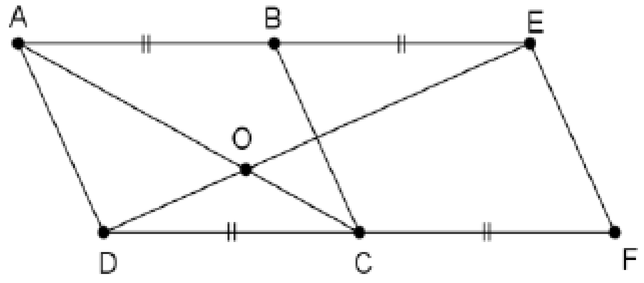
Soit un parallélogramme AEFD. B est le milieu de [AE], C celui de [DF]. [AC] et [DE] sont perpendiculaires. La diagonale [DE] mesure 3 300 pieds, le segment [AC] 2 700 pieds.

1) Faire une figure à l'échelle.
Proposez une méthode pour construire cette figure, en justifiant toutes les étapes de la construction.
2) L'unité d'aire étant le plèthre, qui vaut 10 000 pieds carrés, calculez l'aire du parallélogramme ABCD.

Ce procédé permet de tracer deux parallélogrammes d'aires égales, ABCD et BEFC, qui constituent deux lots mesurant environ 26 hectares.

Première remarque : Ne nous occupons pas des hypothèses concernant les diagonales [AC] et [DE]. Ici les longueurs AC et DE ne correspondent pas à l'énoncé et (AC) n'est pas perpendiculaire à (DE), mais OE = 2 OD et OA = 2 OC. Cherchez pourquoi… Ce qui est vrai dans cette configuration est encore vrai même si on est plus « exigeant » avec [AC] et [DE]. Persuadez-vous en !

retour au sommaire



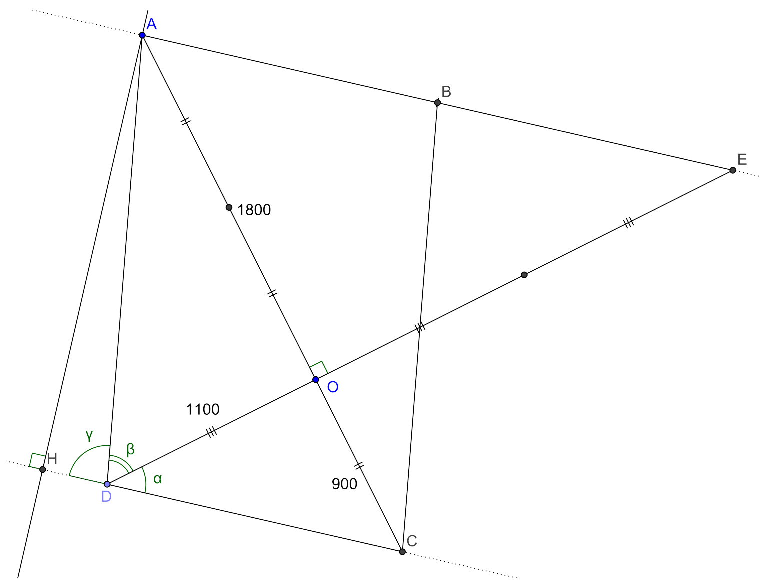
Proposition de construction :

1) Choisir son échelle (par exemple 1 cm pour 200 pieds)

2) Tracer d'abord [AC] et [DE] sécants en O tels que OE = 2 OD et OA = 2 OC.

3) Compléter le tracé : parallélogramme AEFD puis segment (CB).

Calcul de l'aire de ABCD :



$\tan\alpha = \dfrac{900}{1100}$ d'où $\alpha \approx$ ….

De même β = ≈ …

Or γ = 180° - α – β ≈ …

Calcul de la hauteur AH :

$\sin\gamma = \dfrac{AH}{AD}$ d'où AH = AD.sinγ

AD s'obtient avec le théorème de Pythagore, de même que DC.

Aire (ABCD) = AH×DC

Aire (ABCD) = ADxsinγ×DC

Aire (ABCD) ≈ 297 000 pieds carrés.

Aire ≈ 297 plèthres.

Seconde remarque : Si 297 plèthres ≈ 26 hectares, alors 1 m ≈ 3,4 pieds. Pourquoi ?

Nota bene : la transformation des hectares en plèthres peut donner lieu à un travail sur les changements d'unités (1 mètre vaut environ 3,4 pieds achéens).

VIE DE LA RÉGIONALE

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS DANS LE PETIT VERT N°32

Dans le Petit Vert de décembre 1992, on pouvait trouver les « nouveaux » horaires de mathématiques applicables (en première et en seconde) à la rentrée 1992, présentés dans la colonne de gauche du tableau ci-dessous. Dans la colonne de droite, les horaires actuels, pour comparaison.

B.O. du 6 aout 1992	**Divers B.O. de 2010 à 2016** ([1])
Sans tenir compte des « modules » (½ heure ou ¾ heure)	+ Accompagnement personnalisé : 2 heures à tous les niveaux du lycée
Série L (littéraire) *En première* : 2 heures (4 heures pour ceux qui prennent mathématiques en option). *En terminale* : 4 heures (uniquement pour ceux qui prennent mathématique en option).	**Série L** *En première* : 0 h *En terminale* : 0 h *+ Un enseignement de spécialité au choix : Mathématiques par exemple (4h)*
Série ES (économique et sociale) *En première* : 3 heures (maths appliquées à l'économie et aux sciences sociales) + 2 heures pour ceux qui prennent l'option « maths appliquées approfondies » *En terminale* : 4 h + 2 heures pour ceux qui prennent l'option « maths appliquées approfondies »	**Série ES** *En première* : 3 h + TPE : 1 h *En terminale* : 4 h *+ Un enseignement de spécialité au choix : Mathématiques par exemple*
Série S (scientifique) *En première* : 5 heures, + 2 heures en option *En terminale* : 6 heures + 2 heures en option	**Série S** *En première* : 4 h + TPE : 1 h *En terminale* : 6 h *+ Un enseignement de spécialité au choix : Mathématiques par exemple*
Série SMS (médico-sociale) *En première* : 2 heures + 1 heure de T.D. (classe dédoublée si effectif > 24) *En terminale* : 2 heures.	**Série ST2S (sciences et technologies de la santé et du social)** *En première* : 3 h *En terminale* : 3 h
Série STT (sciences et technologies tertiaires) *En première* : 3 heures pour la spécialité « Gestion » ou 2 heures pour la spécialité « Action administrative et commerciale » *En terminale* : 3 heures pour la spécialité « Gestion », 2 heures pour les spécialités « Administration » ou « Commerce »	**Série STMG (sciences et technologies du management et de la gestion)** *En première* : 3 heures *En terminale* : 2 heures
Série STL « Physique » *En première* : 3 heures + 1 heure de T.D. *En terminale* : 2 heures de T.D.	**Série STL (sciences et technologies de laboratoire)** *En première* : 4h BO spécial n°3 du 17 mars 2011 *En terminale SPCL* : 4h *En terminale Biotechnologies* : 4h
Série STL « Chimie » *En première* : 2 heures + 1 heure de T.D. En terminale : 2 heures de T.D.	
Série STL « Biochimie-Biologie » *En première* : 2 heures + 1 heure de T.D. *En terminale* : 2 heures	
Série STI « Génie mécanique» *En première* : 2 heures + 1 heure de T.D. *En terminale* : 2 heures de T.D.	**Série STI2D (sciences et technologies de l'industrie et du développement durable)** *En première* : 4 heures *En terminale* : 4 heures.
Hôtellerie (Série créée en 1992 après suppression de l'ancien brevet de technicien *)* *En première :* 2h *En terminale :* 2h	**Série STHR (Hôtellerie)** Bulletin officiel n° 14 du 2 avril 2015 *En première :* 3h *En terminale :* 3h

[1] Références : http://www4.ac-nancy-metz.fr/mathematiques/SPIP/spip.php?article123

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

TROIS PIÈCES DU « PUZZLE AZTÈQUE » POUR DES FORMES SYMÉTRIQUES

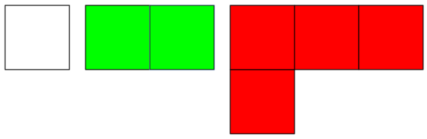
François DROUIN

Le défi

Les trois pièces utilisées

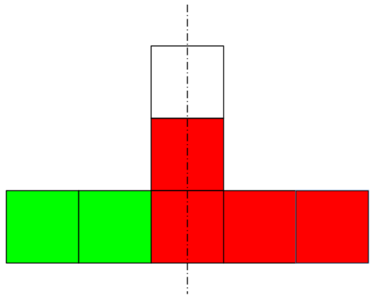
Elles sont retournables.

Elles doivent être accolées par des côtés entiers des carreaux dessinés sur les pièces.



Un premier assemblage

La forme obtenue admet un axe de symétrie vertical (nous ne tiendrons pas compte des couleurs des pièces).
Trouve le plus possible d'assemblages de telle sorte que la forme obtenue admette au moins un axe de symétrie.



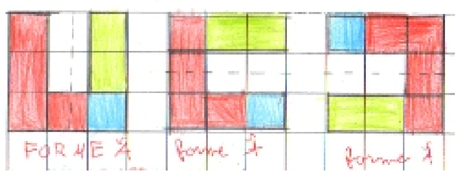
Expérimentation en classe de CM2

Christine Oudin a repéré ce thème de recherches dans le forum "prise2tete". Reconnaissant trois des pièces formant le puzzle aztèque évoqué dans un défi pour de jeunes élèves (Petit Vert n°129) et sa mise en classe de CE2 (Petit Vert n°131), il a été tentant d'adapter les couleurs aux pièces des jeux déjà détenus par l'école. La grande crainte était que ces pièces coloriées perturbent l'aspect symétrique de la forme obtenue. Il fallait donc essayer !
Voici quelques remarques faites par l'enseignant de la classe :

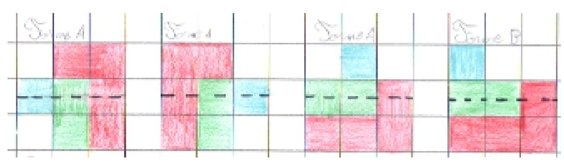
> Ils ne m'ont pas semblé perturbés par les couleurs. Par contre, peut-être cela a-t-il favorisé le fait d'avoir plusieurs fois la même forme mais avec des positions différentes des pièces ; cependant ils se sont bien rendus compte que quelquefois il ne s'agissait que d'un retournement ou d'une rotation de pièces.
> Quelques erreurs d'axe de symétrie ont été repérées ; cela montre aussi que la symétrie n'est pas acquise par tous les CM2 en fin d'année …

Sur les recueils des propositions des élèves, les pièces carrées blanches sont devenues des carrés bleus, ce qui a réglé l'inconvénient du « blanc » choisi pour « Jeux École 3 - Géométrie ».

Avec les élèves

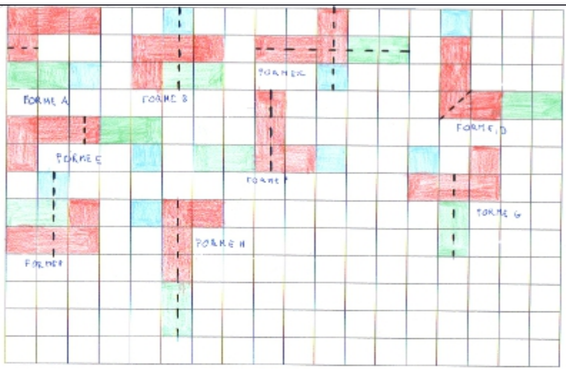


Pour cet élève, ces trois formes sont différentes.



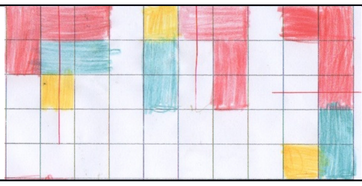
Pour cet élève, il est difficile d'imaginer un axe de symétrie dans une direction non horizontale.

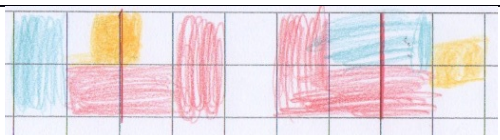
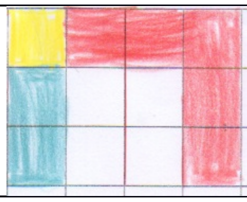
retour au sommaire

	Voici le recueil des dessins d'un élève. Les axes de symétrie sont horizontaux, verticaux ou obliques, la présence de deux axes de symétrie n'a pas été dissuasive, les formes n'ont pas été dessinées plusieurs fois. D'autres formes pouvaient-elles être trouvées ?

Expérimentation en classe de CM1

Le défi a été par la suite proposé aux élèves de CM1 de la même école. Eux non plus n'ont pas été perturbés par les couleurs des pièces.

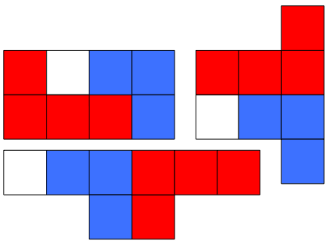
	Moins d'assemblages ont été trouvés, seuls des axes de symétrie horizontaux ou verticaux ont été envisagés.

	
Les conditions de placement des pièces n'ont pas été respectées. Un axe de symétrie est indiqué, mais dans le deuxième cas, ce n'est pas celui de la forme construite.	L'élève a réalisé un assemblage admettant un axe de symétrie mais s'est trompé lors de la reproduction dans le quadrillage. La forme dessinée admettant elle aussi un axe de symétrie, l'élève n'a pas pris conscience de son erreur.

L'examen des productions des élèves montre qu'au CM1 la reproduction sur quadrillage doit continuer à être travaillée. La rencontre avec des axes de symétrie autres qu'horizontaux et verticaux sera faite au CM2.

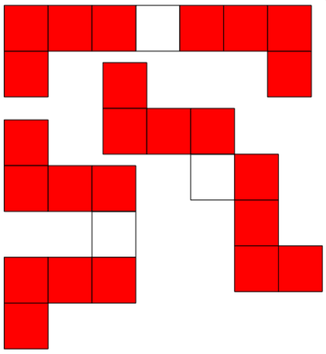
Les programmes de cycle 3 indiquent « *Pour construire ou compléter des figures planes par symétrie, différentes procédures seront abordées au cours du cycle.* » Cette activité pourra donc aisément s'intégrer dans la progression de la classe, mettant en œuvre une procédure manipulatoire suivie d'une reproduction dans un quadrillage.

Pour que les élèves de CM1 créent plus de formes symétriques

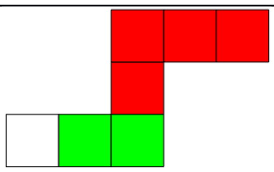
	La pièce verte est remplacée par une pièce bleue. Cet ensemble de huit carreaux permet d'imaginer le placement de quatre carreaux de chaque côté de l'axe de symétrie et n'empêche pas la rencontre avec des formes admettant deux axes de symétrie.

Pour que les élèves de CM1 imaginent des axes de symétrie autres qu'horizontaux ou verticaux

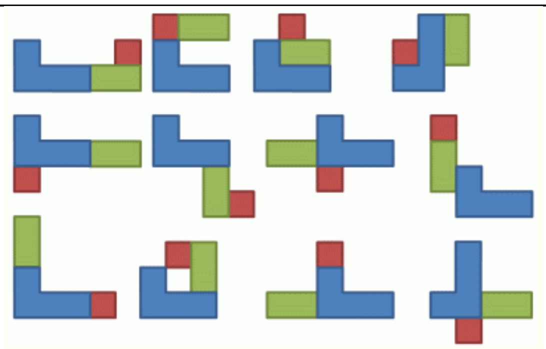
retour au sommaire

	La pièce verte est remplacée par une deuxième pièce rouge. Cet ensemble de neuf carreaux amène l'élève à accoler de manière symétrique les deux pièces rouges. Un axe de symétrie ni horizontal ni vertical sera peut-être envisagé.

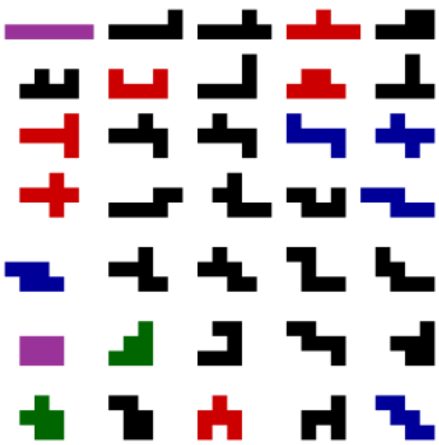
Au cycle 4 ?

	La recherche de formes admettant un centre de symétrie semble moins prometteuse mais pourra être proposée à des élèves de cycle 4.

Sur le forum "prise2tete"

	Des propositions montrent des formes identiques recouvertes différemment, d'autres abordent la présence d'un centre de symétrie (prolongement possible pour le cycle 4). Voici un ensemble de douze formes différentes. D'autres formes pouvaient-elles être trouvées ?

Vers le nombre maximum de formes différentes

	Voici une première piste de recherche : j'imagine comment accoler un septième carré à chacun des trente-cinq hexaminos. Je ne conserve que les configurations symétriques, j'élimine les formes identiques, je conserve celles qui sont recouvrables par les trois pièces. Une autre piste serait de rechercher les heptaminos (il y en a 108) et de ne conserver que ceux qui sont symétriques et recouvrables par les trois pièces.

Les lecteurs du Petit Vert auront peut-être envie de tester d'autres pistes de recherche !

retour au sommaire

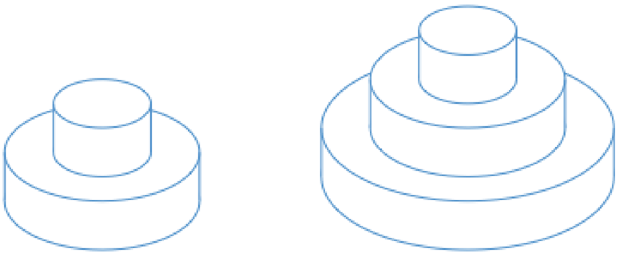
DANS NOS CLASSES

UN SAPIN SURPRISE

François DROUIN

Sous ce nom a été vendu surgelé un empilement de cylindres utilisable lors de l'étude du volume d'un cône.

Première proposition



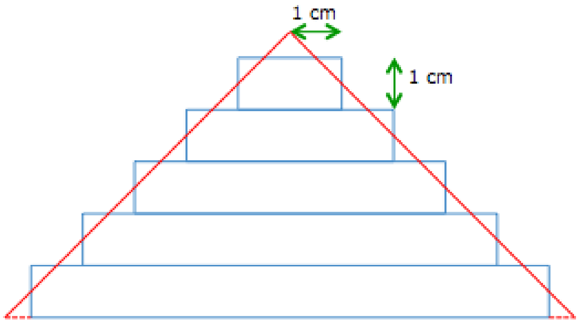
Imaginons un empilement de cylindres de même axe et de hauteur 1. Les rayons de leurs bases seront égaux à 1, 2, 3, etc.

Rayon de la base et hauteur de l'empilement	Volume du cylindre qui contient l'empilement	Volume de l'empilement de cylindres	Volume de l'empilement divisé par le volume du cylindre qui contient l'empilement
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Comme cela avait été évoqué par Clara RAGOT et Émilie MARTIN-DUPAYS dans l'article « Volumes de pyramides » (Petit Vert n°122, juin 2015), il y a là une possibilité d'utiliser un tableur pour faire les calculs, les poursuivre et approcher la valeur 1/3 présente dans la formule.

retour au sommaire

Deuxième proposition



J'imagine de nouveau cet empilement de cylindres de même axe et de hauteur 1. Les rayons de leurs bases seront égaux à 1, 2, 3, etc.
J'imagine un cône coupant chaque cylindre au milieu de sa hauteur. Son rayon de base et sa hauteur peuvent être calculées par un élève de collège. Est dessiné ci-dessus le début de la coupe représentant 5 cylindres et le cône.

	Premier cylindre	Deuxième cylindre	Troisième cylindre	Quatrième cylindre	Cinquième cylindre
Rayon de la base (cm)					
Aire de la base (cm^2)					
Volume du cylindre (cm^3)					

Quel est le volume total des 5 cylindres ?
Quel est le volume du cône ?
Quel pourcentage du volume du cône représente l'écart entre les deux volumes ?

Dans les programmes de cycle 4
Une formule permettant le calcul du volume d'un cône fait partie des « connaissances et compétences associées » précisées pour le cycle 4. Les deux propositions précédentes montrent que le calcul du volume d'un cône peut être approché par le calcul du volume d'empilements de cylindres et donneront peut-être du sens à la fraction 1/3 intervenant dans la formule.

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

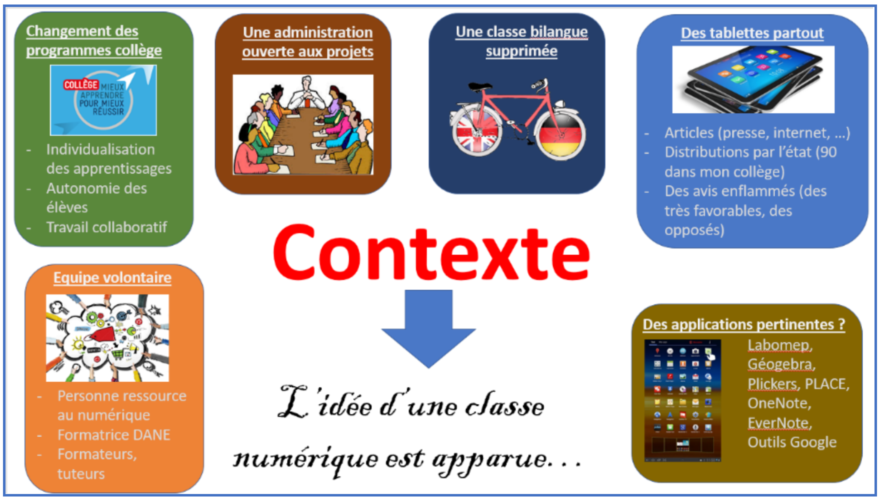
UN PROJET « CLASSE NUMÉRIQUE » AVEC SIX TABLETTES

Alain Garland, collège de Neuves-Maisons (54)

1. Construction du projet

1.1 Le démarrage

Au collège Jules Ferry de Neuves Maisons, début 2016, c'est en discutant entre collègues de logiciels, des évolutions des programmes du collège, de la suppression de notre classe bilangue en septembre mais aussi de l'usage des tablettes en classe qu'est né un projet au départ assez vague : mettre en place une classe numérique au collège.



L'idée était de tester différents usages numériques et de nous faire une idée plus précise de la pertinence de ces nouveaux outils, indépendamment des modes et des volontés politiques. Au fil des semaines, ce projet s'est affiné et neuf collègues de disciplines différentes se sont montrés motivés et intéressés (Maths ; Français ; Anglais ; Espagnol ; Techno ; EPS ; Arts Plastiques ; SVT ; HG).

Nous avons rencontré la principale du collège et lui avons expliqué notre envie de mettre en place une classe numérique sur le niveau quatrième. E*n effet il nous a semblé que ce niveau était le plus pertinent : âge des élèves et aucun examen à la fin de l'année*. L'administration du collège s'est montrée intéressée et nous a proposé un financement à la hauteur de 1200€.

Nous nous sommes mis d'accord et avons fixé deux objectifs à ce projet :

1. La formation des enseignants sur ces nouveaux usages.
2. Développer certaines compétences d'élèves avec des outils numériques (autonomie, individualisation, travail collectif)

Certains d'entre nous se sont renseignés sur les tablettes (fournisseurs, performance, fiabilité, protections, prix, etc.) et d'autres sur les applications que nous pourrions utiliser collectivement.

1.2 Les applications

Chaque discipline est capable de trouver des applications spécifiques à sa matière mais nous voulions également des outils communs. Nous avons choisi une application de gestion de classe : « ClassDojo » (*https://www.classdojo.com/fr-fr/*) et un exerciseur en ligne « LearningApps » (*https://learningapps.org/*). Nous souhaitions aussi un outil (*différent de PLACE*) pour déposer et gérer des devoirs en ligne. Nous avons testé « OneNote », « EverNote » et « Google Classroom » et avons finalement opté pour « Google Classroom » (*https://fr.wikipedia.org/wiki/Google_Classroom*). Cet outil permet la création de compte pour chaque élève, le dépôt de sujets de devoir, la possibilité de réaliser le devoir en ligne pour chaque élève et enfin une correction en ligne de ces copies virtuelles par le professeur.

Nous avons essayé de rester dans un cadre légal (*aucun de nous n'est juriste*) en n'utilisant que des pseudos lors de la création des comptes pour les élèves. Nous avons recensé les familles « phobiques du numérique » en observant les réponses à un questionnaire proposé

retour au sommaire

aux familles des élèves de cinquièmes (fin mai 2016). Lors de la constitution des classes, ce ne sont que des élèves volontaires qui ont intégré ce projet (*indépendamment du niveau scolaire, c'est une évidence*). Début septembre, les parents et les élèves de cette classe particulière ont pu être informés de l'utilisation des pseudos et des raisons de ce choix (*par le biais d'une lettre d'information*). Nous avons parié sur la transparence pour éviter tout conflit.

1.3 Le matériel

Les collègues qui se sont penchés sur l'achat de tablettes se sont d'abord intéressés au Wi-fi. En effet, une tablette sans Wiki nous semblait devenir un outil beaucoup moins pertinent qu'avec. Nous avons choisi d'acheter 6 bornes Wiki (*matériel familial peu onéreux*) pour couvrir une grande partie de la surface du collège ; des essais ont été réalisés avant l'achat de ces bornes (*du matériel personnel a été déplacé et testé*). Le budget permettait l'achat de 6 tablettes avec un tarif proche de 150 € par appareil. Une borne « familiale » peut supporter une connexion simultanée de 6 tablettes. Nous avons également ajouté deux claviers « Bluetooth », des mallettes de transport, et un casque par tablette. J'ai construit un bloc en bois pour la recharge de ces appareils.
C'est début juillet 2016 que nous avons acheté tout ce matériel. Les devis étant très différents d'un fournisseur à l'autre, nous avons été surpris de trouver des tarifs très attractifs chez Darty. C'est cette enseigne qui nous a fourni une grande partie du matériel.

1.4 Le travail d'été

J'ai réceptionné le matériel le premier jour des vacances d'été. Il a fallu vérifier et configurer chaque tablette qui est sous Android. Chaque tablette est associée à un compte Google que j'ai dû créer pour chacune d'elles.
En aout, nous nous sommes retrouvés au collège pour des réunions de travail avec ces tablettes. Il faut dire que nous n'avions aucune expérience avec ce matériel.

2. L'expérimentation

2.1 Le Wiki et Internet

Il m'a fallu du temps pour installer les 6 bornes Wiki dans le collège. Ce temps d'installation (*jusque fin septembre 2016*) nous a permis de rester concentrés sur les outils que nous avions choisis (ClassDojo, Google Classroom, LearningApps). Début octobre, j'ai pu mettre entre les mains des élèves les tablettes. Les tests du Wiki étaient positifs. Tout fonctionnait correctement (*même mot de passe pour chaque borne ; mot de passe préenregistré sur chaque tablette*).
Dès le début de l'année scolaire, j'ai mis en place un groupe de travail sur l'ENT PLACE intitulé : « 4E-Mathematiques 2016-2017 ». Pour chaque chapitre et tout au long de l'année, j'ai déposé les cours, les corrections des exercices, des liens vers des vidéos, des liens vers des exercices « LearningApps » et des photos de productions d'élèves.
Ma première « activité tablette », je la voulais simple : consulter les corrections des exercices pour les élèves que je désignais *(les rapides ou les lents)*. Après discussion, je déposais une tablette devant un élève qui devait aller sur son compte PLACE et ouvrir le bon PDF pour comparer son travail et la résolution proposée. Mon objectif était de pouvoir discuter ensuite des différences et des points communs des résolutions (*sans être descendant*).
Si l'idée me semblait bonne, je n'ai pas su anticiper les variations des débits Internet.
Je passe les problèmes d'oublis de mots de passe ; les problèmes de mots de passe qui restent enregistrés dans le navigateur de la tablette, les problèmes de la majuscule qui se met automatiquement au début de l'identifiant. Ces problèmes ont finalement trouvé une solution

en cherchant sur Internet ou en discutant avec les élèves. Le problème des variations de débit est resté un point noir du projet.

Une séance pouvait se dérouler ainsi : 8h10, le premier élève se connecte correctement et affiche le bon PDF sur la tablette ; à 8h20 le deuxième élève qui cherche à se connecter ne peut pas car le débit est insuffisant. Jusque 8h45, personne ne peut se connecter à PLACE (*le premier élève a toujours son PDF ouvert et fonctionnel*) et comme par magie un dernier essai permet d'accéder au bon PDF. Après plusieurs séances proches de celle que je viens de décrire il m'a fallu trouver une autre approche.

Avec le collègue d'EPS qui était sûr de ne pas disposer d'Internet dans son gymnase, nous avons cherché des solutions pour utiliser les tablettes sans Internet. Nous nous sommes tournés vers une petite borne wi-fi « Hootoo TripMate Titan » (*https://www.hootoo.com/hootoo-tripmate-ht-tm05-wireless-router.html*) qui permet de brancher une clé USB dont le contenu devient accessible en utilisant un réseau wi-fi délivré par ce même appareil, mais sans Internet.

Le prix de cet outil est peu onéreux. Le plus compliqué a été d'effectuer cet achat sur Amazon et de se faire rembourser… Les tests ont été assez satisfaisants.

Les séances devenaient : à 8H10, le premier élève se connecte au Hootoo en utilisant un QR code et ouvre le PDF demandé dans l'arborescence de la clé USB. Les élèves suivants faisaient de même sans gros problème (*pour être honnête il est arrivé une fois ou deux que le Hootoo génère des coupures de wi-fi ce qui a obligé les élèves à se reconnecter…mais le problème n'en était plus un au bout de 3-4 minutes*).

Pour chaque chapitre, il fallait donc que je dépose mes fichiers sur le groupe de travail de l'ENT (*usage en ligne par les élèves et les parents*) mais aussi sur la clé USB (pour le Hootoo). Les séances en classe étaient moins « aléatoires » mais les possibilités n'étaient pas les mêmes (*voir les deux tableaux ci-dessous*).

Activité pédagogique : Consultation de ressources
Diffusions de contenus d'un ordinateur vers les tablettes

	Sans Internet	Avec Internet
PDF (cours, corrections d'exo, …)	Hootoo TripMate	Groupe de travail sur l'ENT PLACE
VIDEOS (cours commentés, corrections d'exo)	Hootoo TripMate	Groupe de travail de l'ENT PLACE et Youtube
EXERCICE INTERACTIFS (Labomep, Itooch, LearningApps, …)	Itooch	LearningApps Labomep avec Puffin
SITES (Maths-vidéo, ONISEP)	—	Navigateur Internet

Activité pédagogique : Récupérations de documents construits par les élèves.
Diffusions de contenus des tablettes vers un ordinateur.

	Sans Internet	Avec Internet
PHOTOS corrections d'exo, bilan du travail, …	Hootoo ou cable	Google drive ENT PLACE
VIDEOS : tutos, questions, …	Hootoo ou cable	Google drive ENT PLACE
APPLICATIONS tableur, traitement de texte, dispos, …	compliqué google docs + Hootoo	google docs ou autres

Sur la fin de l'année scolaire nous nous sommes rendu compte que le plus simple était de déposer nos fichiers sur les tablettes directement et que les clés USB disposant de deux types de connexion (USB normal et mini USB) étaient très pratiques pour le transfert des données. Un câble mini USB mâle et USB normal femelle peut aussi être très pratique pour utiliser la clé USB classique d'un élève.

2.2 Les applications

2.2.1 Les applications tablettes hors ligne

En septembre 2016 nous pensions que les tablettes ne pouvaient fonctionner qu'avec une connexion Wiki et Internet. A la fin de l'année scolaire cette idée n'était plus une évidence.

Nous avons passé beaucoup de temps à trouver des applications et des usages « hors ligne ». Dans ce mode, j'ai testé :

- **Itooch :** (http://www.edupad.com/fr/itooch/application-mathematiques-4-eme/) une application disponible sur PlayStore. Elle propose de nombreux exercices de difficultés différentes et clairement répertoriés. Mais la version gratuite est parasitée par des messages publicitaires et le contenu correspond à l'ancien programme. Je ne l'utiliserai plus en 2017-2018. De manière générale il semblerait que les modèles économiques des applications de PlayStore ne sont pas tous identiques et ne facilitent pas le choix de ces outils par les enseignants.

- **GeoGebra : j'ai été déçu en septembre et satisfait des évolutions apportées à cette application tablette sur la fin de l'année.** Tout va très vite avec ces outils. L'idée qu'on peut se faire un jour donné d'une application peut être caduque peu de temps après.

- **La consultation de fichiers** (.PDF ou films ou image) m'est apparu l'usage le plus pertinent (*avec stockage des fichiers sur la tablette*).

- Les six tablettes ont aussi été utilisées comme six appareils photos.

2.2.2 Les applications tablettes en ligne

La période septembre 2016-janvier 2017 était compliquée pour obtenir une connexion Internet stable. Mais sur la fin de l'année scolaire Internet était plus stable. J'ai ainsi pu expérimenter des usages en ligne.

- **Labomep** : la technologie « Flash » utilisée par Labomep n'étant pas appréciée des tablettes il a fallu que j'installe le navigateur Puffin (*il en existe d'autres*) pour envoyer mes élèves sur cette application de Sesamath avec des tablettes. L'utilisation est possible mais l'absence de souris ne rend pas toujours le travail facile. En 2017-2018, je vais privilégier l'utilisation de Labomep sur des ordinateurs et non sur des tablettes.

- **Navadra** (https://www.navadra.com/) : Cette application est jouable sur une tablette mais parfois le clavier virtuel vient couvrir une trop grosse partie de l'écran. En 2017-2018, je vais privilégier l'utilisation de Navadra sur des ordinateurs.

- **Framapad** (https://framapad.org/) : Cette application est intéressante pour un usage avec des tablettes. Je m'en suis servi pendant une heure de vie de classe. Six questions étaient posées. Les élèves passaient de tablettes en tablettes en groupe pour répondre aux questions. Une synthèse collective des écrits a été réalisée en fin de séance. Je compte reconduire ce fonctionnement en 2017-2018.

- **LearningApps** : J'ai construit quelques modules interactifs que j'ai mis à disposition des élèves qui s'entrainaient en classe ou à la maison ou au CDI. Ils étaient évalués quand ils se sentaient prêts, seuls ou à deux (*exemple pour les rotations :* https://learningapps.org/2967043). Je compte reconduire ce fonctionnement en 2017-2018. Les tablettes étaient pertinentes avec cette application.

retour au sommaire

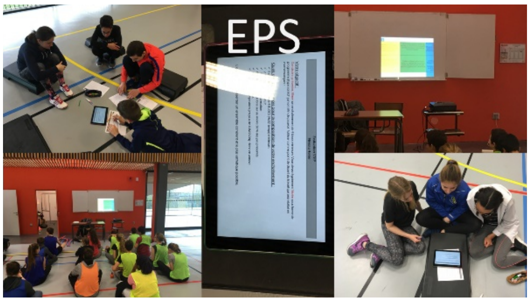
2.2.3 <u>Les autres applications</u>

Concernant l'application **« ClassDojo** » nous étions trois collègues à l'avoir utilisée en 2015-2016 et elle avait été intéressante dans certaines classes. Mais en 2016-2017 cela n'a pas été le cas. Je crois que nous avons (*plus ou moins volontairement)* hiérarchisé les applications à tester et celle-ci est arrivée en fin de liste ; malgré ce que nous avions convenu en aout.

Concernant l'application **« Google Classroom »**, pendant toute l'année j'ai proposé mes DM sous deux formes. Les élèves pouvaient rendre une copie papier ou une copie virtuelle. Les exercices étaient les mêmes. J'ai trouvé cette expérimentation très intéressante. Je pouvais corriger et donner des conseils sur certaines copies virtuelles avant la date de remise. Les élèves dyslexiques pouvaient changer la taille, les couleurs des textes (*du sujet ou de leur réponse*). Quand je corrigeais les copies numériques, j'ajoutais mes commentaires et je rendais la copie en un clic. Tout me semblait idéal et assez révolutionnaire. Mais dans la pratique les élèves ne se sont pas montrés aussi enthousiastes que moi. Ils se sont montrés curieux au premier trimestre (*plus de 50% des copies rendues étaient virtuelles*) et plus traditionnels à la fin de l'année (*pour le dernier DM je n'ai obtenu que 4 à 5 copies virtuelles*). Je crois que les élèves ont rapidement compris que la copie papier est fiable (*ne dépend pas d'Internet*), facile à « remplir » (*pas d'identifiant ni de mot de passe*) et ne pose pas de problème avec les instruments de géométrie. L'approche des élèves envers ces outils numériques me semble très pragmatique (*ce qui est très bien*). Je garde cette expérience en mémoire mais je ne poursuivrai pas en 2017-2018.

<u>2.3 Dans les autres disciplines</u>

Je ne suis pas au courant de tout ce qu'ont expérimenté mes collègues mais je peux vous dire que :



- ✓ En français les tablettes ont servi lors d'analyses de tableaux. Les images affichées sur les appareils ont pu être manipulées (zooms, filtres, etc.). Un dictionnaire de français a été installé sur toutes les tablettes.

- ✓ En Anglais les tablettes ont servi de dictaphone, de lecteur audio et de caméra. Des petites scènes ont été filmées. Des extraits de vidéos et des textes étaient disponibles sur les tablettes. Un dictionnaire français-anglais a également été installé.

- ✓ En Espagnol, des exercices de compréhension orale ont été proposés sur Google Classroom. Un dictionnaire français-espagnol a également été installé sur toutes les tablettes.

- ✓ En EPS, les consignes de travail étaient données sur les tablettes (activité à réaliser, critères de réussite, consignes de sécurité, …). Des films et des photos d'élèves en action ont été pris pour permettre des analyses collectives.

- ✓ En SVT : les tablettes ont été utilisées pour mettre en commun les travaux des groupes sur une tâche complexe. Différentes applications ont été installées (sur le corps humain, sur les feuilles des arbres, …)

<u>Remarque :</u> En HG, la collègue intéressée par la classe numérique en juin n'a pas pu faire partie de l'équipe en septembre 2016 pour des raisons d'emploi du temps.

retour au sommaire

3. Pour 2017-2018

3.1 Un bilan partiel

Un bilan de cette expérimentation est difficile à réaliser car nous avons testé de nombreuses pistes. Nos objectifs n'étaient pas assez précis. Mais quelques points nous ont semblé importants :
1. Les outils numériques sont intéressants pour le travail de groupe (*nous n'avions pas le choix avec nos six tablettes*). Mais le travail de groupe n'est pas si facile à mettre en œuvre. Proposer une tablette pour un groupe d'élèves nous semble être une bonne solution. Mais il faut d'abord se préparer à cette forme de travail, même sans tablette.
2. Une tablette n'est pas un ordinateur. Nous avons perdu beaucoup de temps à chercher sur les tablettes des fonctionnalités d'ordinateurs. Ordinateurs et tablettes sont simplement des outils différents. *L'exemple des QR codes est révélateur ; c'est un usage pertinent pour tablettes ou smartphone qui n'existe pas sur un ordinateur.*
3. Il ne faut pas négliger l'irrégularité des débits Internet. Les usages « hors ligne » doivent être privilégiés (au moins au début) pour ne pas vivre des séances « inefficaces ».

3.2 La suite à donner

Au cours de l'année 2017-2018 l'État a prévu de nous livrer 90 tablettes. D'autres établissements de Meurthe-et-Moselle sont aussi dans cette situation. Nous souhaitons que ce matériel soit vraiment utile. Nous avons donc proposé un plan de formation pour les collègues qui n'étaient pas impliqués dans le projet « classe numérique » en 2016-2017. Pour 2017-2018, nous avons choisi de développer et de travailler en équipe des usages simples :

- **Les QR codes**. En effet il est très facile de construire ces images qui permettent aux élèves d'accéder à du contenu sélectionné par un enseignant. Ce contenu peut être en ligne (si Internet fonctionne) ou sur un Hootoo (si Internet ne fonctionne pas bien). L'application que nous utilisons et qui lit les QR codes est « i-nigma ».
- **Les PDF Interactifs.** En utilisant les 'renvois de pages' des fichiers PDF on peut construire des QCM interactifs. Un des avantages de ces QCM est de proposer aux élèves des outils pour l'auto évaluation. On peut mélanger des vignettes de plusieurs chapitres ou plusieurs matières. Les fichiers sont utilisables sur tout type d'appareils (ordinateurs, tablettes, smartphones). Pour des informations plus détaillées : http://qcminteractifs.free.fr/
- **Le club informatique du CDI.** Depuis plusieurs années il existe un club informatique au CDI. Les élèves s'autogèrent sous l'œil attentif de la documentaliste. Certains collègues s'impliquent dans ce club par moment. Nous avons, par exemple, proposé une animation « programmation et robotique » en mai 2017 (http://www4.ac-nancy-metz.fr/clg-j-ferry-neuves-maisons/spip/spip.php?article546).

  En 2017-2018 nous souhaitons soutenir et développer ce club qui servirait de ressource collective aux autres élèves. Nous pensons que pour réussir l'intégration d'outils numériques en classe, il faut qu'il existe une culture numérique commune et un enthousiasme chez les élèves. Nous souhaitons que ce club informatique y contribue.

Pour les mathématiques j'ai trouvé une série d'applications (fichiers .apk) conçues par Christophe Auclair (de l'académie de Dijon) qui semblent pertinentes :
http://mathematiques.ac-dijon.fr/spip.php?article196#196
J'ai très envie de tester ces logiciels en classe cette année.

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

CHER FOOTBALL

Christelle Kunc

À l'ÉSPÉ, Christelle Kunc a présenté à ses professeurs stagiaires une mise en œuvre du problème évoqué dans la rubrique Maths et Médias du Petit Vert n°131. Volontairement, les trois réponses possibles indiquées dans l'hebdomadaire n'ont pas été fournies.

Document élève – niveau 3e / seconde – adaptable en 4e en cours d'année

Lu dans la presse cet été…

> *« Le PSG et l'Olympique de Marseille (OM) ont au moins un point commun : ils ont tous les deux fait l'acquisition de joueurs brésiliens cet été.*
> *Pendant que l'OM a déboursé 8 millions d'euros pour recruter Luiz Gustavo, qui aura un salaire d'à peu près 600 000 euros par mois, le PSG a intégré gratuitement Dani Alves, qui sera, lui, payé à peu près 35 000 euros par jour.*
> *En estimant qu'un mois fait 30 jours, au bout de combien de mois le PSG aura-t-il plus dépensé que l'OM ? »*

À toi de résoudre ce problème.

Document professeur

Compétences mise en œuvre

- Chercher (comprendre l'énoncé, tester des valeurs)
- Raisonner (mettre en place une démarche de résolution)

Remarque : Il est bien d'envisager que des élèves n'ont pas besoin de l'algébrisation pour résoudre et peuvent procéder par test, mois par mois, à la calculatrice. Ce sera aux autres élèves et à l'enseignant de les convaincre de l'intérêt de la chose.

- Modéliser (mettre en équation le problème, rentrer dans le calcul littéral de manière autonome ou avec le coup de pouce de ses pairs)
- Calculer (résoudre une équation, une inéquation, ou utiliser la calculatrice, un tableur)
- Communiquer (échange au sein d'un groupe, au minimum avec un binôme, puis devant le groupe classe)

Aides possibles

- Fournir un tableau à compléter en fonction du nombre de mois (Dépense pour Gustavo - Dépense pour Alves)
- Reformuler, poser l'inconnue : « calculer ce que coute chaque joueur au bout de x mois pour chaque équipe. »
- Proposer plusieurs réponses dont la bonne (QCM) à tester.

Exploitation

- Problème ouvert permettant de développer des compétences chez l'élève (chercher, communiquer, modéliser...).
- Peut servir de test diagnostique sur l'utilisation du calcul littéral et sa mise en œuvre (rentrée de seconde).

Mise en œuvre

- Pour un travail de groupe, anticiper la constitution des groupes (homogènes, hétérogènes) ou se contenter d'une activité par binômes (pour une première expérience de début d'année par exemple).
- Prévoir le support : une fiche-énoncé par élève et /ou la projection de l'énoncé au vidéo.
- Anticiper la forme de restitution : écrite (sur une fiche dédiée), orale (présentation par un rapporteur au tableau, interrogation nominative de l'enseignant, …).

retour au sommaire

- Prévoir un temps d'échange suffisant (dans les groupes ou après les restitutions), pour permettre la validation de solutions par les élèves (développer l'esprit critique de l'élève). D'une manière générale, il faut anticiper le temps nécessaire pour mener à bien l'activité, mettre en parallèle plusieurs démarches, sans négliger la phase de validation et l'apport non négligeable de l'enseignant. Il est aussi possible de fractionner l'activité.
- Anticiper la trace écrite (une solution choisie et recopiée dans le cahier, un rappel de résolution d'équation ou d'inéquation, …) ou trace numérique (envoi de plusieurs solutions validées par le biais de l'ENT, …).

Dans la classe de seconde de Christelle Kunc

Intéressée elle aussi par ce problème, elle a proposé l'énoncé à ses élèves de seconde comme activité de rentrée. Voici ses remarques.

> J'ai suivi pour ma part les modalités que je proposais à l'ÉSPÉ et des solutions sont arrivées assez rapidement (15 min environ pour les premiers). Ce qui les a surpris, c'est que je ne voulais pas valider leur réponse, (c'est juste madame ?), j'ai attendu qu'ils échangent en binôme pour lister des réponses au tableau et je leur ai demandé d'apporter une preuve de leur résultat. Ils ont validé collectivement la bonne réponse par des calculs « avant-après ». Et une réponse a été notée dans le cahier.
> Ensuite nous avons échangé sur d'autres méthodes possibles pour éviter de tester trop de valeurs. Le mot fonction est sorti en premier, puis le choix d'une inconnue « *x* », mais pas d'évocation du tableur. J'ai donné l'algébrisation du problème comme exercice à tous pour la séance suivante.
>
> Bilan de cette première séance :
> - tous les élèves ont cherché ;
> - aucun n'a eu l'idée seul de modéliser le problème ;
> - l'énoncé a été compris, les élèves ont en général su valider ou non les résultats des essais effectués, mais j'ai constaté quelques hésitations sur le choix de la solution (valeur entière par défaut ou excès ?) et quelques réponses fausses n'ont pas été invalidées dans les binômes ;
> - la communication entre l'élève et l'enseignant est bonne, la participation collective aussi mais une grande partie des élèves a du mal à travailler avec ses pairs (et n'en voit pas l'intérêt). La rédaction des réponses sur les cahiers est restée très succincte ;
> - tous les élèves ont effectué des calculs cohérents avec leur compréhension de l'énoncé, malgré quelques erreurs d'interprétation, ou oubli d'une partie des consignes, en général rectifiées lors du travail en binôme ;
> – pas de schéma ou de représentation graphique du problème lors de la recherche.
>
> Ces observations ont permis d'évaluer le travail de la classe sur une échelle de **1** à **4** :
> **1** : compétence non mobilisée --◊ **4** : compétence fortement mobilisée

Chercher **4**	Modéliser **0**	Raisonner **3**	Communiquer **2**	Calculer **4**	Représenter **0**

> Lors de la séance suivante, à la correction, une grande majorité des élèves a traduit le problème par une égalité. En interrogeant la classe sur cette proposition, un élève a précisé : « ce n'est pas égal, c'est supérieur ».
> L'élève au tableau a modifié ce paramètre. Il a résolu l'inéquation qui a ensuite servi de correction à toute la classe.
>
> Plusieurs m'ont demandé si j'aurais compté juste s'ils avaient donné leur première méthode sans algébriser. J'ai répondu oui, (puisqu'on cherchait une valeur entière) mais ils ont admis sans difficulté que faire des tests prenait en général plus de temps et que les élèves qui avaient trouvé un résultat à la calculatrice sans rien écrire n'avaient pas su fournir de preuve.

Ce fut l'occasion d'échanger en classe avec les élèves à propos des six compétences mathématiques. À partir du moment où on les évalue aussi par compétences, qu'elles apparaissent sur leurs énoncés, il est fondamental que ces six verbes veuillent dire quelque chose pour eux, notamment le plus difficile, modéliser.

Dans la classe de seconde de Valérie Pallez

Dans ma classe, les élèves ont aussi fait des essais, pas de recours à l'algébrisation.
Certains ont trouvé mais d'autres avaient du mal.
Un élève m'a dit qu'avec un tableur on pourrait aller plus vite pour trouver la réponse.
Algébrisation le lendemain, ils ont recourt à une équation et ne traduisent pas le problème avec une inéquation.
Petite activité sympa, aucun élève n'est resté sans rien faire.

À l'ÉSPÉ

Chez les stagiaires qui ont testé l'activité, Christelle a eu trois retours à l'oral. Chez deux d'entre eux, aucun élève n'a algébrisé. Pour le troisième, un élève l'a fait. Le détail des modalités manque, mais il serait souhaitable que cet élève n'ait pas trop rapidement proposé une solution algébrisée retenue par l'enseignant pour laisser ses camarades aboutir eux aussi à une solution.
Un retour a été fait sur cette activité, pour parler du choix d'une « bonne activité », en lien avec les objectifs. L'exercice n'a pas pour but d'introduire l'algébrisation car celle ci n'est pas indispensable, tout au plus rend-elle la résolution plus rapide. En revanche l'activité permet de diagnostiquer la manière dont les élèves entrent dans la réflexion pour la résolution d'un problème. En particulier, évaluer leur compétence de modélisation. On s'aperçoit que celle-ci est très faible en début de seconde.

Complément

Voici un extrait du document sur l'aménagement des programmes de seconde (mai 2017). http://cache.media.education.gouv.fr/file/18/95/3/ensel512_maths_757953.pdf

Dans la mesure du possible, les problèmes posés s'inspirent de situations liées à la vie courante ou à d'autres disciplines. Ils doivent pouvoir s'exprimer de façon simple et concise et laisser dans leur résolution une place à l'autonomie et à l'initiative des élèves. Au niveau d'une classe de seconde de détermination, les solutions attendues sont aussi en général simples et courtes.

ANNEXE

Pour information, voici la réponse qui était fournie dans l'hebdomadaire.

18 mois.

On estime le salaire mensuel d'Alves à 25 000 x 30 = 1 050 000 euros.

On cherche alors le nombre M de mois pour que 1 050 000 x M > 600 000 x M (le salaire mensuel de Gustavo) + 8 000 000 (le cout de son transfert). On commence par retrancher 600 000 x M des deux côtés, et on obtient 450 000 x M > 8 000 000. On divise par 450 000 pour obtenir le chiffre auquel M doit être supérieur et on obtient :

M > 8 000 000 / 450 000 = 17,77.

Résultat : c'est donc au bout de 18 mois que le PSG aura payé plus que l'OM.

retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE
MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

LES PROMENADES D'ELTON LE KANGOUROU

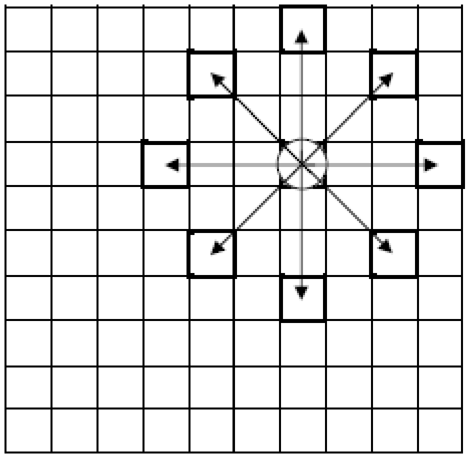
La première partie de cet article permet de nous remémorer les avatars d'un problème qui a occupé quelques numéros du Petit Vert de 1989 à 1999. Dans la seconde partie, Marie Duflot-Kremer (maitre de conférences à l'Université de Lorraine) nous propose une solution informatique à cet intéressant problème.

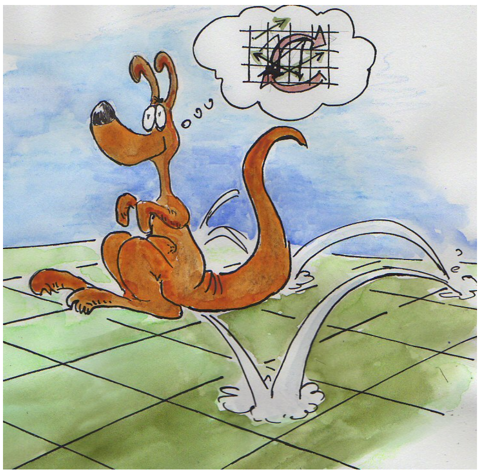
L'énoncé du problème dans le Petit Vert de décembre 1989

Au zoo de Raon-l'Étape vit l'ami ELTON[2], un kangourou solitaire enfermé dans un enclos de 10 m sur 10 m (soit 100 m²). Pour tromper son ennui, il saute de case en case,

- soit de 3 m vers le nord, l'est, le sud ou l'ouest,
- soit de $2\sqrt{2}$ m vers le nord-est, le sud-est, le sud-ouest ou le nord-ouest.

Inlassablement, en 100 sauts, il revient à la case de départ en ayant piétiné toutes les cases.





Première partie : HISTORIQUE

François Drouin raconte :

« J'ai découvert ce kangourou lors d'un stage Jeux animé en particulier par Claude PAGANO, Pierre DORIDANT, Marie-José BALIVIERA et Odile BACKSCHEIDER dans les années 1980. Je l'ai introduit au Club maths du collège, puis en classe de sixième, puis « en famille ».
Nous nous étions limités à la recherche d'un parcours passant par toutes les cases sans nécessairement revenir au point de départ, ce qui aurait représenté une difficulté supplémentaire. Plutôt que regarder sauter l'« ami Elton », nous utilisions simplement le nombre de carreaux dans le carré : « Euh ! l'aire ! ».

De nombreux trajets n'arrivaient qu'à des cases de numéro inférieur à 24. Comme nous l'avait expliqué Claude Pagano, nous regardions si on pouvait faire « reculer le kangourou » pour obtenir un trajet passant par un nombre supérieur de cases. Les cases sont nomérotées de 0 (case de départ) à 24. L'exemple ci-contre montre comment gagner une case :

	17		11	18
4	1	8	5	2
15	12	19	15	13
9	6	3	10	7
20	0	14	21	

	17		11	18
4	1	8	5	2
15	12	19	15	13
9	6	3	10	7
20	0	14	21	-1

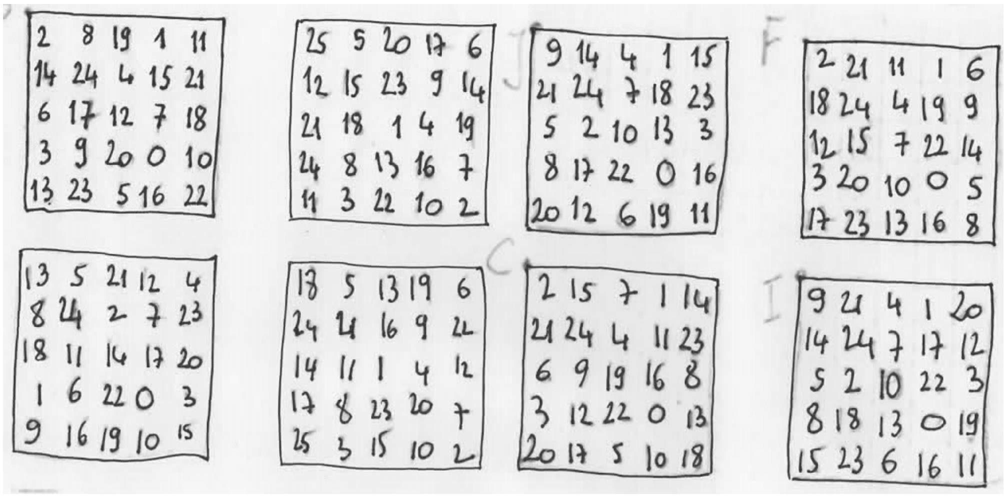
	18		12	19
5	2	9	6	3
16	13	20	16	14
10	7	4	11	8
21	1	15	22	0

[2] Il s'agit bien entendu d'une allusion aux chemins hamiltoniens pris par ce nouvel ami Elton !

retour au sommaire

Finalement, nous avions récolté un certain nombre de grilles dans lesquelles toutes les cases avaient été parcourues par le kangourou ».

Voici quelques exemples de ces premiers essais, proposés par Claude PAGANO :



Première solution informatique (Petit Vert 21 de mars 1990)

Nous avons reçu une solution (partielle) de François Munier (de Lusse, Vosges). Il faisait partir l'ami Elton du coin nord-ouest de son enclos. Pas la peine de se fatiguer... c'est l'ordinateur qui fait le travail. Le programme était écrit en Pascal.

		e_4			S_3				
									e_3
S_4									
									S_2
e_1									
				S_1			e_2		

92	97	76	91	98	75	58	68	74	57
78	89	94	79	88	66	61	71	54	62
84	81	99	85	82	69	52	64	59	51
93	96	77	90	95	72	55	67	73	56
100	86	83	80	87	65	60	70	53	63
23	13	7	20	12	29	47	44	41	50
16	4	10	15	5	34	39	27	33	36
1	19	24	2	8	45	42	30	46	43
22	14	6	21	11	28	48	35	40	49
17	3	9	18	25	31	38	26	32	37

Il n'y a aucune solution pour un carré 4x4 (réponse immédiate de l'ordinateur).
Pour un carré 5x5, l'ordinateur donne toutes les solutions en quelques secondes.
Pour un carré 6x6, la première réponse arrive après plusieurs heures de travail (on est en 1999, il y a eu des progrès depuis !) … inutile, par conséquent, d'essayer avec le carré 10x10 !

Il faut donc aider la machine : par exemple en partageant le carré initial en quatre carrés 5x5 avec des points d'entrée et de sortie bien choisis, comme montré ci-dessus à gauche. Ci-dessus à droite, une des solutions obtenues avec cette méthode.

Un kangourou qui n'a pas fini de sauter

Bien qu'il ait désormais une solution, le problème continue à intéresser les élèves (qui, eux, n'ont à leur disposition que du papier, un crayon et une gomme). Aussi, près de 8 ans plus tard, dans le n°55 de septembre 1988 du Petit Vert, on pouvait lire ce qui suit.

retour au sommaire

Voici la solution trouvée par un élève, Mickaël Misler[3], du collège de Hombourg-Haut (Moselle), en utilisant deux symétries orthogonales (la case de départ porte le numéro 0) : 25 est le symétrique de 24 ; 26 est le symétrique de 23 ; 27 est le symétrique de 22 ; etc. Puis 50 est le symétrique de 49 ; 51 est le symétrique de 48 ; 52 est le symétrique de 47 ; etc. Et enfin 75 est le symétrique de 74 ; 76 est le symétrique de 73 ; 77 est le symétrique de 72 ; etc.

	51		74			75			
	50							99	
					13	8	5	19	11
27	49				3	21	15	0	22
					6	18	12	7	17
					14	9	4	20	10
26	48		25		2	24	16	1	23

Remarque : il n'est pas aisé qu'Elton puisse sauter sur toutes les cases d'un enclos de 5 m sur 5 m. Le retour possible à la case départ (ici de 99 à 0) est un « plus » que cet élève a réussi pour l'enclos de 10 m sur 10 m.

Notre kangourou Elton est parti également faire quelques bonds à Saint-Mihiel (Meuse) : le pauvre n'a droit, au départ, qu'à un enclos de 5 m sur 5 m, qui s'agrandit peu à peu, devenant un enclos de 6 m sur 6 m, puis de 7 m sur 7 m... pour espérer lui rendre finalement son espace vital de 10 m sur 10 m.

À partir de solutions pour les enclos de 5 m sur 5 m et 6 m sur 6 m, les élèves meusiens ont construit des solutions pour des enclos de 10 m sur 10 m, de 12 m sur 12 m, de 18 m sur 18 m, etc.
Pour les enclos de 7 m sur 7 m ou de 8 m sur 8 m, il ne leur a pas été facile de trouver des réponses qui permettaient le retour à la case départ. Et pour l'enclos de 9 m sur 9 m, personne ne réussissait à trouver de réponse.

Un autre idée est venue aux élèves : Elton pouvait-il se déplacer dans un enclos rectangulaire non carré ? La solution déjà trouvée pour 12 m sur 18 m était une première réponse à cette question. Et l'on s'est intéressé aux enclos de 4 m sur 5 m, de 5 m sur 6 m, etc.

Mais on ne savait toujours pas si un enclos de 9 m sur 9 m pouvait accueillir notre kangourou !

Cet "angoissant" problème a donc été présenté (à Maxéville) aux professeurs stagiaires de deuxième année de l'I.U.F.M. Et voici la solution que l'un d'eux a trouvée. Elle utilise des rotations de 90° à partir d'une des solutions proposées pour l'enclos de 4 m sur 5 m. Malheureusement, une fois arrivé à la case 80 (la 81ème et dernière de son périple), notre pauvre Elton ne pouvait plus retourner à son point de départ.

				20	3	6	9	2
				14	11	18	15	12
		21		5	8	1	4	7
				19	16	13	10	17
40				0				80
		41			61			
			60					

Cependant, il pouvait retourner à la case 1 et continuer inlassablement son circuit, ignorant la case centrale "0".

Parmi les lecteurs du Petit Vert, amis des bêtes (et des jeux mathématiques), s'en trouverait-il un qui réussirait à faire revenir le kangourou à son point de départ dans un enclos de 9 sur 9 m ???

Le zoo de Raon-l'Étape pourrait alors lui fournir un enclos de remplacement !

[3] Élève de Martine Dechoux.

retour au sommaire

Le retour de l'ami Elton… dans le Petit Vert n°57 (mars-avril 1999)

Une fois bien reposé, il additionne les numéros de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale, et il trouve (quelle chance !) toujours le même résultat. Saurez-vous retrouver le circuit (hamiltonien) de l'ami Elton ? Y a-t-il d'autres circuits ayant cette propriété ?

La réponse aux questions précédentes a été trouvée par un certain Jean-Marie (dont nous ignorons le nom). La voici, ci-contre à droite.

5	14	29	4	13	30	3	12	31
61	41	26	62	40	25	63	39	24
28	71	48	45	72	69	46	73	2
6	15	60	78	66	57	79	11	32
49	42	27	70	47	74	64	38	23
19	77	67	44	53	68	35	56	1
7	16	59	75	65	58	80	10	33
50	43	20	51	36	21	52	37	22
18	76	8	17	54	9	34	55	0

8	76	50	7	81	51	24	71	52	25
36	29	10	37	28	11	38	27	12	39
49	6	80	75	60	88	82	61	23	70
9	77	92	97	78	85	94	72	53	26
35	30	65	87	90	74	59	89	13	40
48	5	79	84	93	98	83	62	22	69
18	45	91	96	66	86	95	73	54	1
34	31	64	57	32	63	58	99	14	41
47	4	19	46	3	20	67	2	21	68
17	44	33	16	43	56	15	42	54	0

Ce même Jean-Marie proposait également une solution correspondant à l'enclos de 10 m sur 10 m qui n'utilisait pas la décomposition de l'enclos en quatre carrés de 5x5 (voir ci-contre à gauche).

Il y avait alors une remarque : *à suivre dans un prochain numéro*...
Était-ce un poisson d'avril ?

Depuis cette date, on croyait avoir perdu la trace d'Elton… Il n'était plus dans son enclos lorrain : il avait fait un gigantesque bond pour se retrouver dans la brochure « Jeux 6 » éditée par l'APMEP !

Quelques années plus tard, en 2017, Elton fait son « come back » avec la solution du problème, grâce aux progrès de l'informatique.

Seconde partie : RÉSOLUTION INFORMATIQUE DU PROBLÈME

Le backtracking ou retour sur trace

Même si le terme "retour sur trace" est connu par Wikipedia, la méthode utilisée pour résoudre le problème du kangourou est connue des informaticiens sous ne nom de "backtracking". Cette méthode consiste à essayer de construire une solution progressivement (ici choisir les sauts consécutifs du kangourou) en respectant quelques règles de base :
— faire un des 8 sauts possibles,
— ne pas retourner sur une case déjà visitée,
— ne pas sortir du cadre,
— dire qu'on a gagné si toutes les cases sont visitées et on peut revenir en un saut au départ.

Seulement, quand on enchaine des sauts choisis arbitrairement, on a toutes les chances de se retrouver dans une situation où on ne peut pas continuer (toutes les cases n'ont pas été visitées mais il n'y a pas moyen de faire un saut de plus dans une case non visitée) alors on annule le dernier saut et on en essaie un autre. Et si aucun saut ne convient, on revient une étape en arrière de plus, et ainsi de suite. L'inconvénient d'une telle méthode est que, dans le pire des cas, on peut visiter tous les chemins possibles, et ce nombre de chemins est très grand. On peut bien sûr essayer de l'optimiser. Par exemple si toutes les cases qui permettent de retourner au départ sont visitées alors qu'on n'a pas tout parcouru, on ne pourra plus revenir au départ et c'est perdu, pas besoin de continuer. De plus, pour des raisons de symétrie on peut éliminer certains chemins.

Quelle que soit la méthode utilisée, on se doute bien que, si on augmente la taille du terrain du kangourou, le temps pris par un algorithme de recherche de chemin avec retour sur trace va exploser.

Même si on supposait, ce qui est super restrictif, qu'on n'a que deux choix pour continuer à chaque étape (au lieu des 8 maximum théoriquement possibles) et que tous les chemins (sauf le bon) s'arrêtent car il est impossible de continuer après avoir rempli un tiers de la grille, on a tout de même $2^{n2/3}$ possibilités, ce qui pour un carré de 10 sur 10 fait 2^{33} soit quelques milliards. Mais si on passe à un carré de taille 20 cela donne déjà 2^{133} soit de l'ordre de 10^{30} soit plus ou moins 10^{13} années en testant un milliard de chemins par seconde.

Ce qui fait qu'on s'en sort c'est que, s'il existe une solution, justement on ne va pas tester tous ces chemins. Dès qu'on trouve la bonne solution on va s'arrêter. Mais par contre s'il n'y a pas de solution ou si on explore les chemins en terminant par le/les bons, on peut avoir un algorithme qui prend énormément de temps. On se retrouve donc à lancer un algorithme sans aucune certitude et sachant qu'il peut tourner pendant des heures/jours ou plus.

Algorithmes directs

Quelques années après les premières tentatives d'aider Elton, les ordinateurs ont évolué et peuvent plus rapidement donner une solution. Mais comme on a vu dans la section précédente, même une division par mille du temps de calcul d'un ordinateur ne nous permet pas d'aller beaucoup plus loin dans la taille du champ. La complexité du problème joue contre nous, et c'est plus la chance (ou l'existence de nombreuses solutions) qui peut nous aider.

Pour tester les petites instances du problème, nous avons tout d'abord réalisé un programme naïf, en Python, implantant un algorithme simple de backtracking.

L'algorithme, présenté ci-dessous, est assez simple. Il garde en mémoire trois choses : le chemin qu'on a suivi jusqu'à présent (qui au départ contient juste la case du haut à gauche, souvent numérotée 0,0 en informatique), les cases déjà visitées (au départ juste celle du haut à gauche) et le nombre de cases encore non visitées (reste).

Puis on écrit une fonction informatique **cherche (chemin, reste)**. Cette fonction va, étant donnés un début de chemin (le paramètre "chemin") et un nombre de cases non encore visitées (le paramètre "reste") essayer de compléter le chemin existant pour en faire une solution. Cette fonction utilise une autre fonction toute simple : **fin(chemin)** qui renvoie la dernière étape d'un chemin (là où il s'arrête pour le moment).

```
Fonction cherche (chemin, reste)
  Si reste=0 et je peux revenir en un saut de fin(chemin) à départ Alors
  | Arrêter tout, on a gagné !!!
  Sinon
    Pour chacun des 8 sauts possibles Faire
      Si en partant de fin(chemin) et en faisant ce saut on arrive sur une case c non visitée
      (et dans le cadre) Alors
        noter que la case c est visitée
        ajouter la case c à la fin de chemin
        appeler cherche(chemin, reste-1)
        # les deux lignes suivantes ne sont faites que si la case c n'a pas
          donné un parcours correct. C'est donc le retour sur trace.
        enlever la case c de chemin
        noter que la case c est non visitée
      Finsi
    Finpour
  Finsi
Finfonction
```

Avec cette fonction on va bien tester les chemins possibles, en ajoutant une étape au chemin puis en regardant si on peut continuer et finir, et si vraiment cette étape ne mène à rien on l'enlève et on en teste une autre.

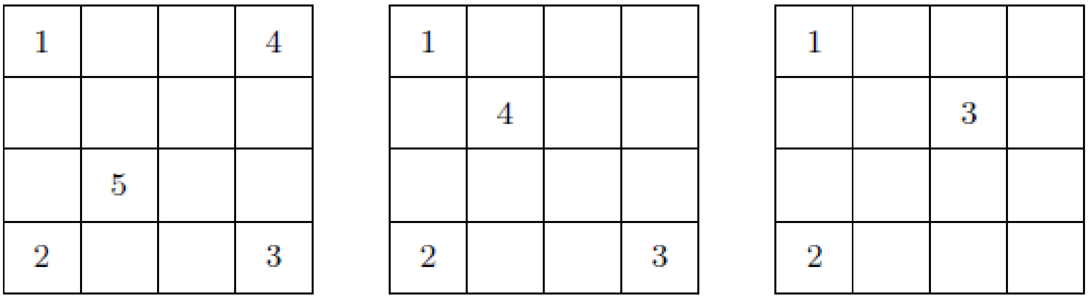


Figure 1 – Trois étapes de la recherche (infructueuse) de parcours dans un champ de 4 par 4.

Pour l'exemple d'un carré de 4 sur 4 (pour lequel il n'y a pas de solution) on va à partir du point de départ, tester le saut en bas (ce qui nous amène dans la case (0,3) non visitée. De là on teste le saut en bas (hors du cadre), puis en haut (déjà visité) puis à droite (ça marche) et on est dans la case (3,3).
De là on teste en bas (hors du cadre), puis en haut ce qui nous amène dans la case (3,0). de cette case seul le saut en bas à gauche est possible ce qui nous donne le premier dessin de la Figure 1. Seulement maintenant on va tester tous les sauts à partir de cette case (numérotée 5 sur la figure) mais ils sont tous soit hors du cadre soit déjà visités. On va donc enlever cette étape, voir si à partir de 4 on peut faire autre chose, voir que non, effacer le 4 de notre grille et voir ce qu'on peut faire à partir du numéro 3 ce qui nous donne notre deuxième dessin, voir qu'on est encore bloqué, revenir encore d'une étape en arrière et essayer (troisième dessin) et ainsi de suite.
Avec notre programme et en tournant sur un ordinateur portable moderne (et donc pas une grosse station de travail ou un super calculateur) on trouve les solutions pour un carré de 5 x 5 en une demi-seconde, de 6 x 6 en 7 secondes, de 7 x 7 en 6 secondes (comme quoi même s'il y a plus de chemins la chance peut jouer), de 8 x 8 en un quart de seconde, mais pour celui de 9 x 9 l'ordinateur ne donne pas de réponse avant une interruption du programme au bout de plusieurs heures.

Quelques améliorations

Afin d'augmenter nos chances de résoudre directement de plus grandes instances du problème, il fallait utiliser des techniques/outils moins rudimentaires qu'un programme avec backtracking sans trop d'optimisation. Pour cela nous avons utilisé un outil appelé "solveur de contraintes", qui va prendre en entrée un ensemble d'(in)équations représentant le problème, les simplifier au maximum avant de tenter de trouver une solution qui satisfasse toutes ces (in)équations.
Pour décrire le problème du parcours du Kangourou sous la forme acceptée par l'outil, nous avons d'abord énoncé qu'il fallait construire une liste de positions sur le carré, que cette liste de positions devait être de longueur *n* x *n* et être un circuit (donc ne passant pas deux fois par la même case, et permettant de revenir au départ).
Il a ensuite fallu dire quelles contraintes reliaient une position (X0,Y0) à la suivante (X,Y) dans le circuit. Les contraintes ressemblent à :
— X = X0 + DX
— Y = Y0 + DY
— DX et DY appartiennent à l'ensemble {-3 ; -2 ; 0 ; 2 ; 3}
— abs(DX) + abs(DY) ≥ 3
— abs(DX) + abs(DY) ≤ 4
Les deux dernières contraintes portant sur les valeurs absolues permettent de ne laisser que les huit sauts autorisés. Le solveur de contraintes a ensuite été lancé sur cette description du problème.
Les techniques de simplification de systèmes de contraintes permettent d'éviter de tester bon nombre de chemins qu'un simple algorithme de backtracking mettrait des heures, des jours, voire des années à parcourir.
Avec cette méthode, nous avons réussi à trouver des solutions directes pour les carrés de côté 7 à 11, ainsi que pour certaines valeurs (mais pas toutes) jusqu'au carré 20x20. Comme pour le backtracking, la méthode utilisant la résolution de contraintes finit par tester des valeurs encore possibles après simplification et est du coup très sensible à la "chance" : on peut pour une plus grande instance tomber plus rapidement sur une solution, par hasard, que pour une petite instance où on finit par se lasser et abandonner.

Utiliser les petites instances pour résoudre les grandes

Comme on sait que, même avec des méthodes optimisées et adaptées, résoudre directement des grands champs pour le kangourou n'est pas gérable, on va essayer de ruser.
Une première technique qui avait été envisagée et déjà publiée dans le Petit Vert était pour la première instance qui ne tourne pas sur ordinateur, de décomposer le carré de 9 sur 9 en 4 rectangles de 4 sur 5 plus une case au milieu. L'idée étant, en partant de la case centrale, de sauter dans un des rectangles, puis de le visiter complètement en terminant sur une case près d'un bord à partir de laquelle on pourrait sauter au rectangle suivant, que l'on visiterait, etc. pour finir après avoir visité les 4 rectangles par ressauter dans la case centrale. Sans ordinateur, un lecteur avait trouvé une solution mais qui ne pouvait pas retourner dans la case centrale. Il y avait un cycle qui parcourait toutes les cases sauf la centrale.
Avec cette idée et un ordinateur, il a été possible (en modifiant légèrement le programme de base pour ne plus terminer dans la case de départ mais dans une case choisie) de trouver un chemin qui visite tout le carré de 9 sur 9, visible dans la figure 2 ci-dessous.

32	22	37	27	21	4	7	10	3
39	25	34	40	15	12	19	16	13
36	28	31	23	6	9	2	5	8
33	41	38	26	20	17	14	11	18
30	24	35	29	1	66	76	81	71
51	54	57	60	53	79	73	64	78
45	42	49	46	43	62	70	67	75
56	59	52	55	58	65	77	80	72
50	47	44	61	48	68	74	63	69

Figure 2 : Parcours d'un carré de 9 cases sur 9 en le découpant en 4 dalles de 4x5 cases.

Pour des instances plus grandes (donc à partir de 10), nous avons eu l'idée de réutiliser cette technique de découper un grand champ en plus petits, parcourant un petit puis sautant au suivant. Le résultat mathématique élémentaire que nous avons utilisé est que toute valeur v supérieure où égale à 10 (donc celles qu'on ne sait pas traiter) se décompose en $v=a\text{x}5+b\text{x}6+c\text{x}7$. Sachant cela, tout carré de v sur v va pouvoir être découpé, verticalement et horizontalement en bandes de 5, 6 ou 7 cases de large, formant des dalles rectangulaires de 5 à 7 cases de longueur/largeur. A partir de cela, il "suffit" de

— trouver un parcours entre les différentes dalles de notre carré,

— trouver un parcours du kangourou au sein de chaque dalle en choisissant un point d'entrée et un point de sortie qui permettent de lier cette dalle à la précédente et la suivante dans notre parcours.

Pour le parcours entre les dalles, la solution retenue dépend du nombre de bandes découpées en hauteur/largeur. Si ce nombre de bandes est pair, un cheminement tout simple nous permet de passer d'une dalle à une autre qui partage un côté avec elle comme le montre le premier dessin de la figure 3.

Si le nombre de bandes est impair, on doit ruser un peu. On ne zigzague plus seulement de gauche à droite en remontant les dalles, mais sur les deux lignes du haut on zigzague

retour au sommaire

également et on finit par un saut en diagonale, comme visible dans le deuxième dessin de la figure 3 ci-dessous.

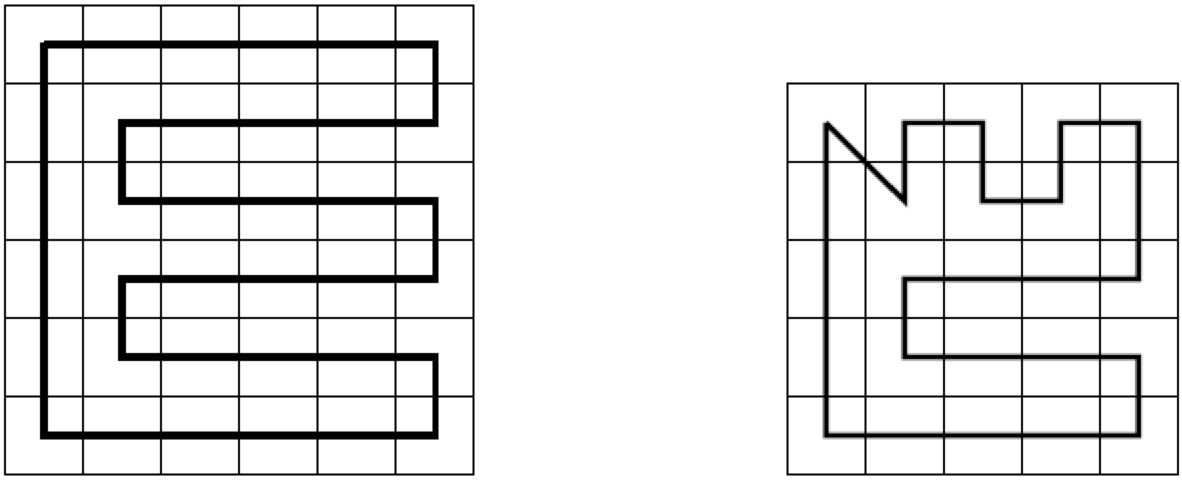


Figure 3 : Parcours entre les dalles d'un champ.
A gauche avec un nombre de rangées pair et à droite quand il est impair.

Vus ces déplacements, on peut déduire quels sont les différents parcours dans les dalles qui nous intéressent. Il y a 5 cas différents, illustrés dans la Figure 4 selon la position de la dalle en cours par rapport à la précédente et la suivante. Elles peuvent être alignées, réaliser un quart de tour à droite, à gauche, ou correspondre au saut final (arriver sur la tuile en diagonale ou aller de la tuile en diagonale à la tuile de départ.

Il suffit donc, pour les différentes tailles possibles de rectangles, de voir si pour chacun des 5 points d'entrée possibles on peut tout visiter en rejoignant à la fin le point de sortie. Nous avons donc fait tourner notre programme naïf pour des rectangles de taille 5 x 5, 5 x 6, 6 x 5, 6 x 6, 6 x 7, 7 x 6 et 7 x 7.

La taille 5 x 7 est inutile, car, comme on travaille sur un carré, on fait le même découpage verticalement et horizontalement. Un rectangle de 5 x 7 signifierait qu'on a une bande de taille 5 et une de taille 7, que l'on peut remplacer par deux bandes de taille 6. Comme il était naïf, notre programme a eu vraiment du mal pour le carré de 7 x 7, pour lequel un des points d'entrée (le premier de la figure 4) a pris énormément de temps. Au total pour les 5 cas il a mis 8 heures et 21 minutes !!! C'est très long, surtout que pendant ce temps là on ne sait pas s'il va donner un résultat dans l'année ou pas.

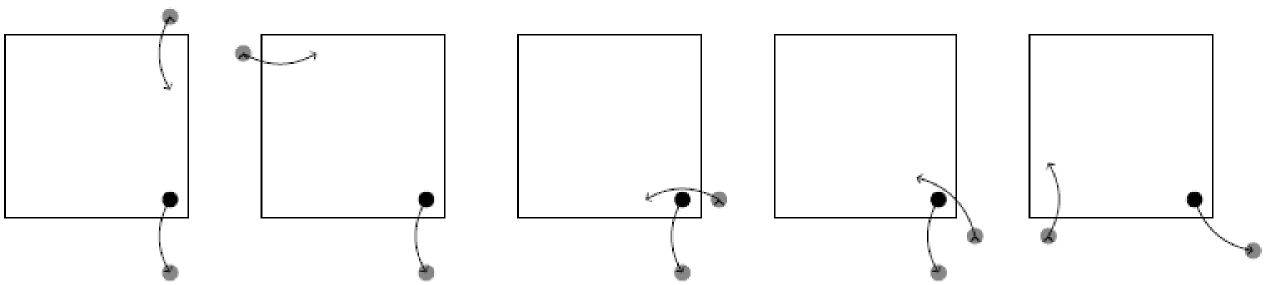


Figure 4. 5 cas de points d'entrée et de sortie dans les dalles en fonction de sa position par rapport aux dalles d'avant/après dans le parcours. De gauche à droite : 1) quand les trois dalles sont alignées 2) quand on fait un quart de tour à droite 3) quand on fait un quart de tour à gauche 4) la dalle de départ quand on y arrive depuis la diagonale 5) la dernière dalle quand on doit rejoindre le départ en diagonale donné dans la Figure 5. Le remplissage a été fait avec un programme dédié permettant, étant donné les remplissages des petites dalles, de remplir tout le carré.

A titre d'exemple, nous avons appliqué cette méthode à un carré de taille 19 x 19 et obtenu le parcours donné dans la figure 5. Le remplissage a été fait avec un programme dédié permettant, étant donné les remplissages des petites dalles, de remplir tout le carré.

retour au sommaire

25	18	8	24	19	7	300	321	311	301	322	310	249	270	285	250	269	286	253
15	3	27	16	4	34	318	306	296	319	307	297	262	277	282	261	276	281	260
29	12	22	32	9	23	292	315	303	293	312	302	284	257	264	279	254	265	274
26	17	5	35	20	6	299	320	308	298	323	309	248	271	288	251	268	287	252
14	2	28	13	1	33	317	305	295	316	304	294	263	278	283	258	275	280	259
30	11	21	31	10	36	291	314	324	290	313	325	289	256	267	272	255	266	273
52	42	58	53	41	65	361	331	336	360	328	337	247	226	215	210	227	216	209
60	70	50	63	69	49	342	347	352	339	344	353	219	231	236	224	230	235	223
46	54	38	66	57	37	335	359	327	332	356	326	238	211	246	233	214	245	228
51	43	59	71	40	64	351	330	343	348	329	338	206	225	218	207	242	217	208
61	67	47	62	68	48	341	346	355	340	345	354	220	232	237	221	229	234	222
45	55	39	44	56	72	334	358	350	333	357	349	239	212	243	240	213	244	241
95	82	87	94	77	114	148	129	115	147	128	156	205	192	157	175	191	158	174
109	92	101	108	89	100	121	141	134	120	140	135	165	183	199	166	182	198	167
86	106	76	83	103	73	152	146	127	155	145	124	186	170	204	185	169	203	190
96	81	88	93	78	113	149	130	116	142	133	119	177	193	160	176	200	159	173
110	91	102	107	90	99	122	138	151	123	139	136	164	184	196	163	181	197	168
85	105	75	84	104	74	153	143	126	154	144	125	187	171	201	188	172	202	189
97	80	111	98	79	112	150	131	117	137	132	118	178	194	161	179	195	162	180

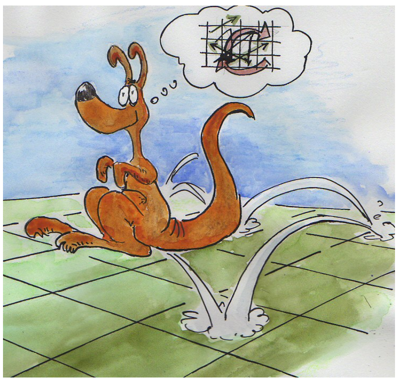
Figure 5 – Parcours d'un carré de 19 cases sur 19 en le découpant en 9 dalles

Conclusion

La morale de cette histoire est que, sur de telles questions, la force brute de l'ordinateur trouve rapidement ses limites quand la taille du problème augmente. Le backtracking est donc une bonne solution pour de "petites" instances (la signification de "petites" dépendant grandement du problème et des optimisations apportées à l'algorithme), mais si on veut en résoudre de plus grandes voire même montrer qu'il existe une solution pour toute instance possible, on a souvent besoin d'utiliser d'autres méthodes de raisonnement, à base de papier, de crayon et de neurones qui chauffent, à combiner avec une solution automatique sur de petites instances.

Avec ce raisonnement en deux étapes : découper le carré en dalles puis recoller les parcours dans chaque dalle, on peut donc rassurer Elton (et lui donner une solution) : oui, il peut visiter toutes les cases sans repasser deux fois par la même, puis revenir à son point de départ, et ce pour tout carré d'au moins 5 cases de côté.

Bonne route à lui !



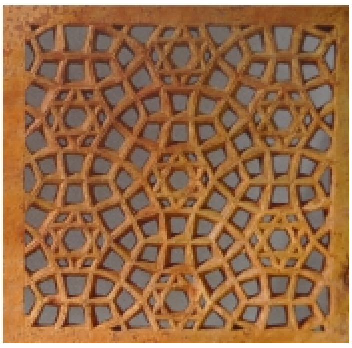
υ **TÉLÉCHARGER LE PROGRAMME PYTHON**

retour au sommaire

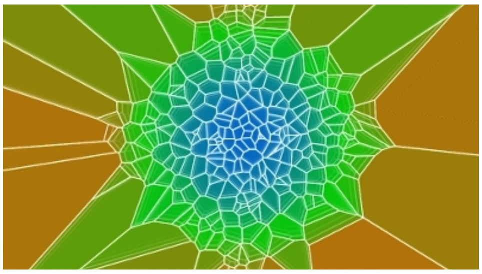
VU SUR LA TOILE

FIGURES SPATIALES, FIGURES SPÉCIALES

Pour égayer cette fin d'année, je vous propose un panel de jolies choses à cliquer. On pourra alimenter le travail sur les transformations au Collège, dans la continuité d'une précédente édition intitulée « Pavons », en exerçant ses élèves à compléter les constructions GeoGebra proposées par l'IREM de Paris. Dans un set d'exercices sur des motifs variés et, surtout, reprises de réalisations existantes, ils pourront s'entrainer à créer frises et pavages (exemple avec l'œuvre 2 : https://www.geogebra.org/m/E85PsP6z). Il faut cependant acquérir une certaine maitrise de l'application pour profiter au mieux des défis.

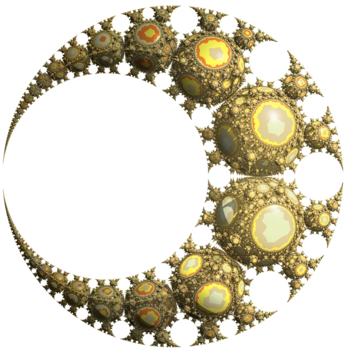


Parmi les ressources GeoGebra de cet IREM, on peut également accéder à un ensemble assez complet des figures de l'espace qui correspondent à la plupart de celles à connaitre dans le Secondaire, avec quelques exemples d'ombres projetées qui méritent le détour : https://www.geogebra.org/m/kfM7bHHT#chapter/58747



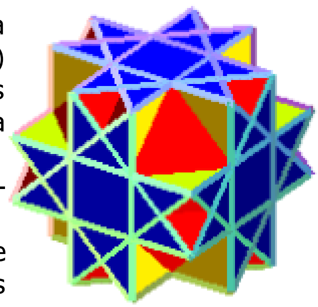
Pour réaliser des œuvres plus ambitieuses, on peut s'inspirer des travaux de certains programmeurs-artistes (ou le contraire) qui interrogent notre conception de l'art et lui donne de nouvelles perspectives. Le recours à la puissance graphique des ordinateurs donne une latitude de plus en plus grande à la création.

Saviez-vous que les diagrammes de Voronoi (https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Vorono%C3%AF), dont l'histoire et les applications au quotidien peuvent donner un sens à l'enseignement de la médiatrice, servent aussi de support à la réalisation de tableaux ? La page Wikipédia en anglais permet d'en avoir un aperçu : https://en.wikipedia.org/wiki/Voronoi_diagram. On vous explique le procédé ici : https://onionesquereality.wordpress.com/2008/12/13/voronoi-art/. Vous pouvez même utiliser un logiciel permettant de les générer : http://lesterbanks.com/2016/01/voronoi-generator-c4d/ (je ne l'ai pas testé). Et, comme c'est bientôt la période des cadeaux, il est également possible d'acheter des sculptures sur le thème : https://www.shapeways.com/marketplace/art/?tag=voronoi.



On reste dans l'espace et les mondes imaginaires avec les fractales en 3D de Jos Leys que les participants aux Journées de Nantes ont pu contempler lors de la conférence de clôture. Une des premières éditions de cette rubrique les mettait déjà à l'honneur : http://www.josleys.com/galleries.php , mais d'autres images se sont ajoutées à la liste depuis.

Pour terminer cette escapade "psychédélique", on passe dans la quatrième dimension (un autre moment fort des Journées de Nantes) avec les solides de Coxeter – en fait empruntés à Alicia Boole, l'une des filles de George – sur ce site qui, en plus d'expliquer (en anglais) la théorie sous-jacente, permet d'assembler quelques patrons : http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-boole. Une description des polyèdres de Bardoureau-Coxeter se trouve ici : http://www.mathcurve.com/polyedres/badoureau/badoureau.shtml Le site d'achat mentionné plus haut permet également d'acquérir de ces solides en 4D.

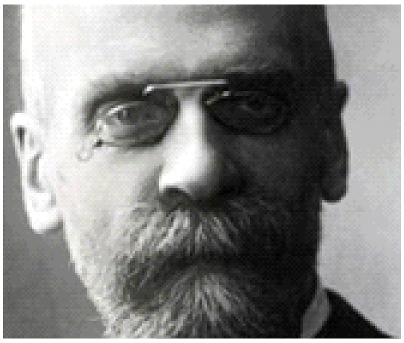


gilles.waehren@wanadoo.fr

MATH ET PHILO

HOMMAGE À UN VOSGIEN

Il y a tout juste cent ans, le 15 novembre 1917, Émile Durkheim mourait à Fontainebleau ; il n'avait que 59 ans. Profondément meurtri par la mort de son fils sur le front de Salonique en 1915, par celle de son ami Jean Jaurès un an plus tôt, il n'avait pu surmonter ces blessures et la cruelle désillusion infligée par la guerre, guerre qui mettait fin à son espoir de voir triompher la rationalité et la moralité. Rendons lui hommage et efforçons-nous de comprendre en quoi ce vosgien a joué un rôle très important dans l'histoire de la pensée.



Émile Durkheim est né à Épinal le 15 avril 1858 dans une famille d'origine alsacienne et juive. Son père était rabbin, tout comme ses ancêtres sur huit générations. C'est donc d'abord à l'école rabbinique que le jeune Émile étudie le Talmud et apprend l'hébreu. Mais il est aussi scolarisé au collège d'Épinal et réussit brillamment ses deux baccalauréats en lettres et en sciences. Il se fait remarquer au concours général et « monte à Paris » pour poursuivre ses études au lycée Louis le Grand. En 1879 il parvient à accéder à l'École Normale Supérieure et bénéficie de l'enseignement des plus grands professeurs de l'époque, Émile Boutroux, Fustel de Coulanges, Charles Renouvier pour n'en citer que quelques-uns. C'est dans ce « milieu exceptionnel » dira-t-il, au contact de ses collègues et amis Jean Jaurès, Henri Bergson, que naîtra sa vocation et son projet : parvenir à une connaissance scientifique des êtres humains pour établir une nouvelle moralité civique, libérale et laïque.

Agrégé de philosophie il enseigne dans différents lycées : Le Puy, Sens, Troyes[1] tout en préparant sa thèse doctorale. Un voyage d'étude en Allemagne (1885) lui donne l'occasion de publier deux articles qui sont remarqués et un poste de chargé de cours en science sociale et pédagogie est créé pour lui à l'université de Bordeaux. Il rejoint cette ville en 1887 et y enseignera jusqu'en 1902, année où il est nommé à la Sorbonne. C'est lui qui imposera la sociologie comme discipline universitaire à part entière.

Émile Durkheim est un travailleur acharné qui rédige tous ses cours. Il en restera une dizaine de livres, une trentaine d'articles majeurs, une centaine de notes critiques et de commentaires, une correspondance volumineuse. De plus, conscient que le savoir sociologique ne peut être l'œuvre d'un seul homme, il rassemble autour de lui de nombreux collaborateurs (ou disciples ?) et fonde en 1896 un nouveau journal, *L'année sociologique*, pour favoriser les échanges entre chercheurs. Mais en quoi ce travail titanesque est-il original et déterminant dans l'histoire de la pensée ?

Durkheim n'est pas le premier à vouloir faire de la sociologie une science. Auguste Comte (1798-1857), l'inventeur du mot « sociologie », avait déjà ce projet. Mais, à la différence de Comte, Durkheim ne va pas chercher à comprendre la loi générale de l'évolution de l'humanité ni à comprendre l'essence de la société, il va se contenter de chercher, par de simples méthodes d'observation et d'inductions, les lois qui relient tel phénomène social à tel autre, comme par exemple le suicide à l'accroissement de la population. Pour cela « *la première règle et la plus fondamentale est de considérer les faits sociaux comme des choses* »[2] dit Durkheim. Il faut étudier la vie sociale « objectivement », comme on étudie un

[1] Les mathématiciens admireront cette formule Puy Sens Troyes. En fait il enseigna aussi à Saint Quentin, mais le mentionner eut gâché la formule...

[2] Les règles de la méthode sociologique, 1895, chap. II

retour au sommaire

objet, abstraction faite de toute considération philosophique ou psychologique. Il faut observer, mesurer, quantifier, comparer… Pour Durkheim c'est l'analyse statistique qui peut contribuer à faire de la sociologie une science à part entière. **C'est donc à partir de Durkheim que les statistiques vont occuper une place prépondérante dans les sciences humaines.** Seule une analyse statistique objective, fondée sur la comparaison, peut par exemple permettre de comprendre les liens qui existent entre le vote et le milieu social, ou entre l'origine sociale et la réussite scolaire. Si cela nous semble évident aujourd'hui, cela ne l'a pas toujours été.

Le sociologisme

Le sociologisme est la « doctrine selon laquelle les faits sociaux sont autonomes et ne résultent pas de tout autre phénomène biologique ou psychologique, mais au contraire peuvent servir à expliquer certaines réalités d'un autre ordre : moral ou religieux par exemple »[3]. Si Durkheim est considéré comme le père du sociologisme c'est parce qu'en érigeant la sociologie au rang de science ce dernier va être enclin à considérer que c'est la réalité sociale, une réalité *sui generis*, indépendante des individus qui la composent, qui détermine la conduite et la conscience des individus. Ainsi tous les comportements, toutes les croyances, trouveraient leur explication non dans les consciences individuelles mais dans les « faits sociaux » qui surplombent les individus.

Cette dérive « holiste » (c'est le tout qui détermine les parties) ne va pas sans poser de problèmes. Qu'en est-il en effet de notre liberté, de notre responsabilité ? De nombreux penseurs remettront en cause cette prétention exagérée qu'a la sociologie à vouloir tout expliquer et chercheront à réévaluer la place de l'homme comme « acteur rationnel »[4]

De plus, en insistant sur la dimension « quantitative » de la méthode sociologique, sur la valeur et la fiabilité de l'analyse statistique, l'approche durkheimienne va susciter des réactions qui conduiront d'autres penseurs à privilégier les données « qualitatives » produites par l'observation directe, le travail sur le terrain, et à construire une « science » plus proche de l'homme dans toutes ses facettes non quantifiables.

Nous le voyons, le travail de Durkheim est bien loin de faire l'unanimité parmi les sociologues. Mais peut-il y avoir « science » là où il n'y a pas quantification et déterminisme ? Ou autrement dit, vouloir une science de l'homme ne nous contraint-il pas à nier la liberté et la diversité de l'humain ?

[3] J. G. Ruelland, *Les notions philosophiques*, PUF, 1990

[4] C'est le travail que fait par exemple Raymond Boudon (né en 1934) en réponse à la sociologie bourdieusienne (Pierre Bourdieu (1930-2002)) qui insistait aussi sur l'idée que l'individu est le produit de structures sociales.

retour au sommaire

MATHS & ARTS EN CLASSE

PENDANT L'ANNÉE, EN CLASSE DE SIXIÈME (Partie 1)

En cours d'année, Nathalie Colas (Collège Paul Verlaine à Maizières-lès-Metz) a passé de nombreuses heures à évoquer des rencontres entre mathématiques et arts avec deux classes de sixième très motivées. Elle a accepté de partager son travail avec nos lecteurs.
Elle éprouve un regret : le professeur d'arts plastiques était enseignant stagiaire et habitait Strasbourg : il n'a guère eu de temps pour s'impliquer dans des projets.
Au C.D.I., collectivement, les élèves ont eu à rechercher avec l'enseignante documentaliste les bibliographies de cinq artistes puis ont repris leurs traces écrites personnelles afin de répondre aux questions posées à propos de certains d'entre eux.
Au collège, les sources utilisées pour les différentes recherches sur les peintres ont été le dictionnaire Larousse des noms propres, l'encyclopédie Larousse en ligne, Wikipedia, le monde des arts.com et centrepompidou.fr.

Pour nos lecteurs, nous avons recherché pour chaque artiste des compléments de sitographie facilitant les recherches bibliographiques et l'accès à certaines œuvres.

Robert Delaunay

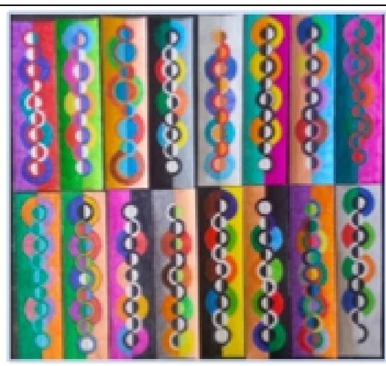
http://www.linternaute.com/biographie/robert-delaunay/
https://fr.wikipedia.org/wiki/Robert_Delaunay
http://mediation.centrepompidou.fr/education/ressources/ENS-Delaunay/
http://www.mam.paris.fr/sites/default/files/documents/dossier-pedagogique-delaunay-mam.pdf pour ne pas oublier Sonia Delaunay.
http://education.francetv.fr/matiere/arts-visuels/premiere/video/les-delaunay-et-le-simultaneisme une vidéo de Francetvéducation.

Recherche sur le peintre

Écrire une bibliographie du peintre Robert Delaunay. Vous parlerez plus précisément de sa période des années 30 avec sa série « Rythmes ».
Quelle forme géométrique utilise-t-il le plus souvent dans ses toiles ? Quelle impression cela donne-t-il ?

Construction

Vous allez réaliser sur la feuille annexe une œuvre de Ropert Delaunay.

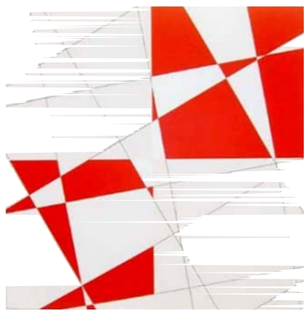
	
L'œuvre à reproduire	Des productions d'élèves

retour au sommaire

François Morellet

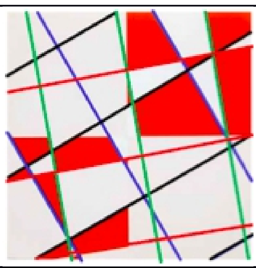
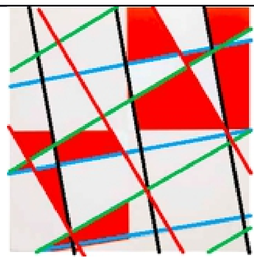
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois_Morellet
https://www.artslant.com/global/artists/show/4779-fran%C3%A7ois-morellet?tab=PROFILE
pour visualiser des œuvres.
https://francoismorellet.wordpress.com/oeuvres/ pour visualiser des œuvres
http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV127.pdf pages 46 et 47, le Petit Vert rend hommage à l'artiste. L'article comporte d'autres éléments de sitographie.

Travail demandé aux élèves

➢ Repasser une droite de l'œuvre de la feuille ci-contre en bleu. ➢ Repasser en bleu toutes les droites qui semblent parallèles à la droite bleue. ➢ Repasser en noir toutes les droites qui semblent perpendiculaires à la droite bleue. ➢ Repasser en vert une droite non encore colorée (ni bleue ni noire). ➢ Repasser en vert toutes les droites qui semblent parallèles à la droite verte. ➢ Repasser en rouge toutes les droites qui semblent perpendiculaires à la droite verte.	

L'œuvre est visible sur le site : http://www.paris-art.com/senile-lines/. Elle fait partie de la série « Pi et Plis ».

Deux productions d'élèves

Piet Mondrian

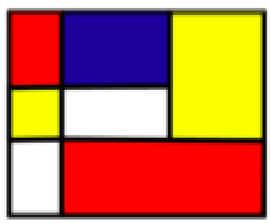
https://fr.wikipedia.org/wiki/Piet_Mondrian

https://www.gommeetgribouillages.fr/CM1/NilsARTVISU-CE2-CM1.pdf

http://www.ac-grenoble.fr/educationartistique.isere/IMG/pdf_mondrian_composition_avec_rouge_jaune_blanc.pdf étude d'une œuvre de Mondrian

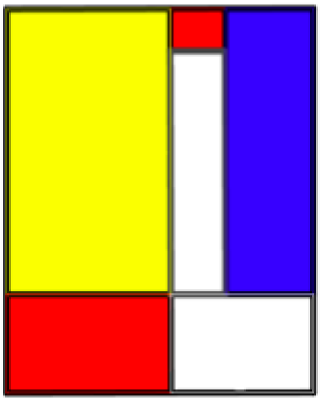
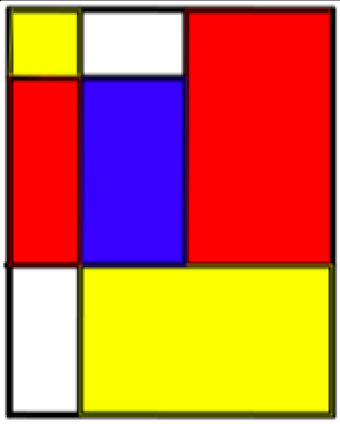
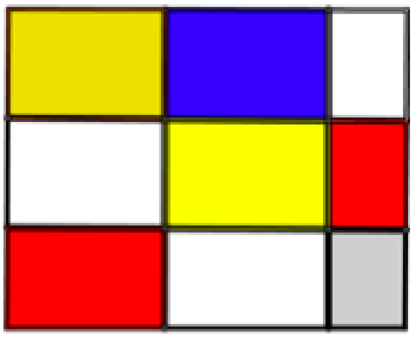
https://www.reseau-canope.fr/creatice/IMG/pdf/dossier_ei_mondrian.pdf en sixième, une utilisation de GeoGebra sur tablettes.

Travail demandé aux élèves

I) I - Recherche sur le peintre 1. Rechercher des informations sur le peintre Piet Mondrian et notamment sur ses œuvres peintes à Paris. **Citer vos sources**. 2. Quelles figures géométriques utilise-t-il souvent dans ses toiles ? 3. Quelles couleurs utilise-t-il souvent ?	II - Construction avec le logiciel GeoGebra Réaliser une œuvre « À la manière de Mondrian » que vous signerez. En voici un exemple :	

retour au sommaire

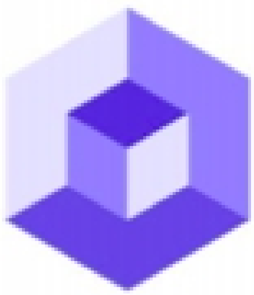
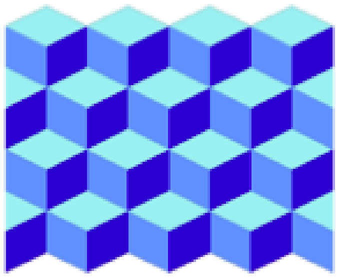
Trois productions d'élèves

Vasarely

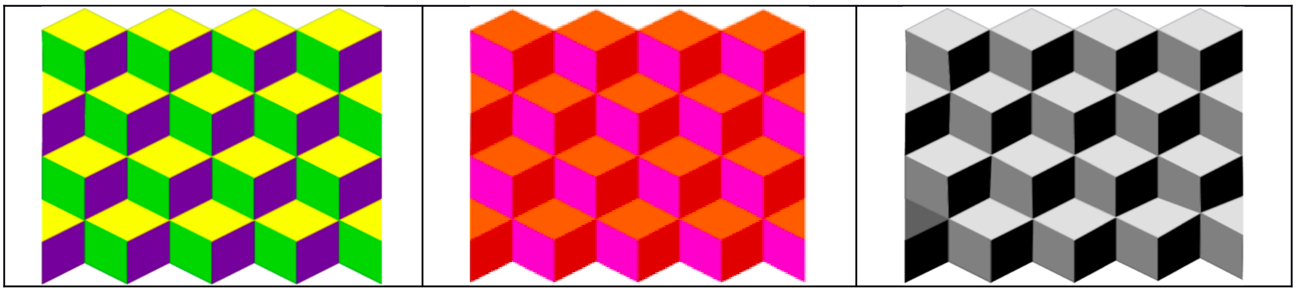
http://www.vasarely.com/ le site officiel
https://www.fondationvasarely.org/centre-architectonique/victor-vasarely/ sur le site de la fondation Vasarely à Aix en Provence.
http://www.fondationvasarely.fr/pdfactualites/vasarely2008.pdf Catalogue d'une exposition d'œuvres de Vasarely en 2008.
http://www.ina.fr/video/CAF97001874 une vidéo à l'occasion de l'inauguration en 1970 du musée Vasarely de Gordes
https://www.ayniart.com/2015/12/26/l-op-art-quand-l-illusion-d-optique-et-l-art-se-rencontrent-attention-les-yeux/ à propos de l'Op Art

Travail demandé aux élèves

<table>
<tr>
<td>La composition ci-contre est une œuvre de l'artiste Victor Vasarely :
1) Rechercher le nom de cette œuvre et l'année de sa création.
2) a. Quelle est la nationalité de Vasarely?
b. À quelle époque a-t-il vécu ?
c. À quel grand mouvement artistique a-t-il participé ?
3) À partir des points ci-dessous, et en n'utilisant que la règle non graduée, reproduire la figure de gauche. Laisser tous les traits de construction visibles et colorier légèrement à l'aide de crayons de couleurs (pas de feutres).</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td> </td>
<td>
4. Utiliser le logiciel GeoGebra pour réaliser cette œuvre.
Choisissez les trois couleurs nécessaires à la construction.</td>
</tr>
</table>

retour au sommaire

Trois productions d’élèves



Norman Dilworth

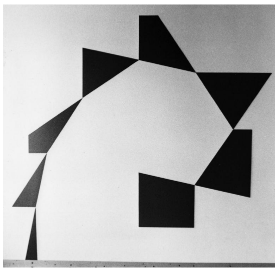
https://fr.wikipedia.org/wiki/Norman_Dilworth
http://www.galerie-oniris.fr/artistes/dilworth/ pour des œuvres de l’artiste et retrouver celles qui ont été reproduites par les élèves en utilisant GeoGebra.
http://normandilworth.com/works/archive pour retrouver « Parts of a Square » et bien d’autres œuvres.
http://wportail.cg59.fr/FrontOffice/UserFiles/File/Musee_Matisse/PDF/Dossierpresse_Dilworth.pdf le dossier de presse d’une exposition.
http://www.ssrdm.ch/mathecole/wa_files/Mathecole_137.pdf pour retrouver à la page 31 une étude de « Parts of a Square » (revue suisse « math école » de mars 1889, à l’époque, l’artiste vivait à Amsterdam).
http://dmentrard.blogspot.fr/2012/06/norman-dilworth-geometrical-art.html Norman Dilworth et GeoGebra.

Travail demandé aux élèves

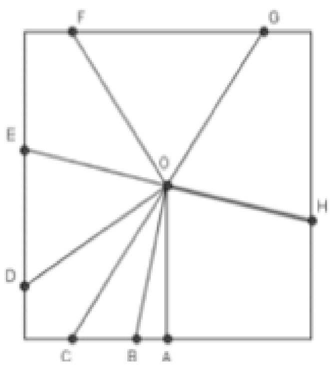
Première partie

1 - Présenter en quelques lignes cet artiste britannique.

2 - On se propose de réaliser une œuvre analogue au tableau ci-dessous



On considère un carré dont les diagonales se coupent en O.



On place sur son pourtour les points A, B, C, D, E, F, G et H tels qu’en se déplaçant sur le bord du carré, on a 1 cm de A à B, 2 cm de B à C, 3cm de C à D et ainsi de suite jusqu’à 8 cm de H à A.

a - Quelle est la longueur du côté du carré ?

b - Positionner A au milieu d’un côté du carré et construire les différentes parties de l’œuvre et les colorier.

c - Les découper et les assembler comme l’artiste sur une feuille de papier blanc.

d - Quelle est l’aire de la surface colorée ?

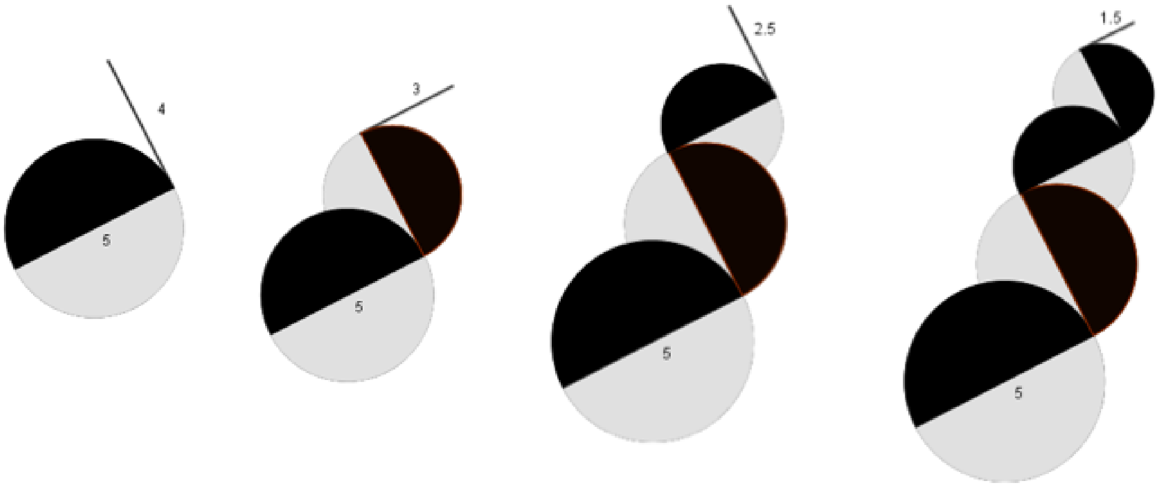
retour au sommaire

Deuxième partie

<table>
<tr>
<td>Réaliser avec GeoGebra une de ces deux sculptures au choix.</td>
<td>
Zigzag Circular (2007)</td>
<td>

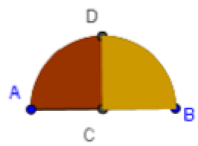
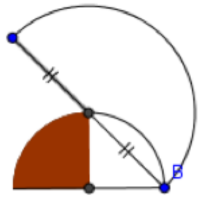
Work in Progress (2006)</td>
</tr>
</table>

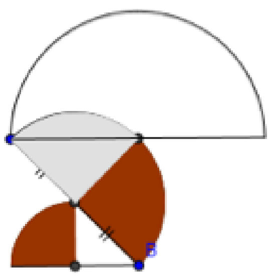
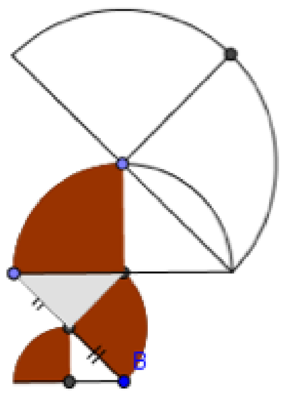
Protocole de construction figure 1



Protocole de construction figure 2

<table>
<tr>
<td>1

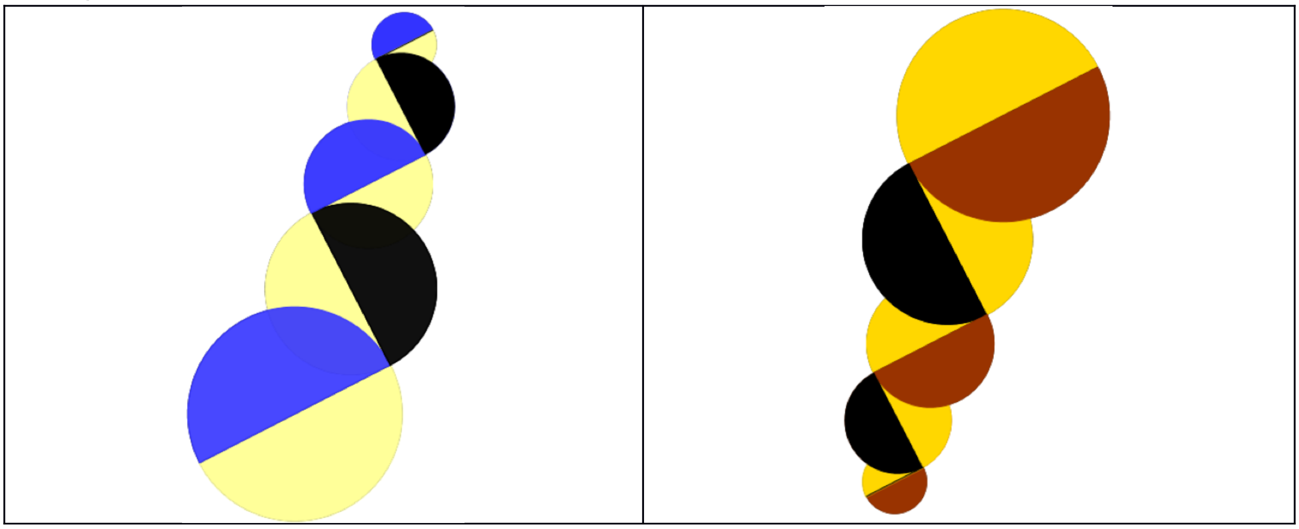
On construit un segment [AB] dont on ne précise pas la longueur.</td>
<td>2

</td>
<td>3

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>4

</td>
<td>4

</td>
<td>Et ainsi de suite.

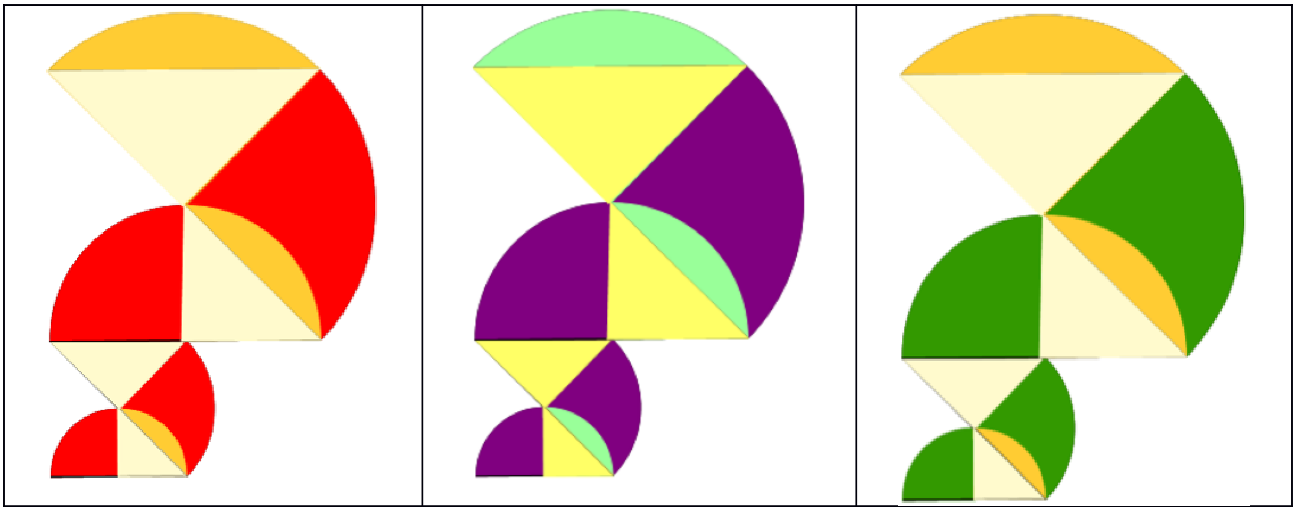
Pour les couleurs des secteurs angulaires, utiliser les filtres</td>
</tr>
</table>

retour au sommaire

Deux productions d'élèves



Trois productions d'élèves



LA PHRASE DU TRIMESTRE

Les mathématiques apparaissent comme un art autant qu'une science.

LICHNEROWICZ

mathématicien né le 21 janvier 1915.
décédé le 11 décembre 1998.

MATHS ET ARTS

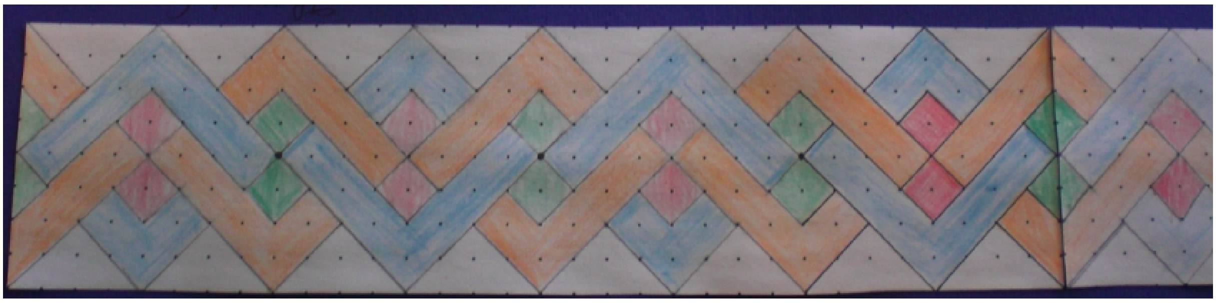
DES POLYGONES ENTRELACÉS

François DROUIN

Dans des couloirs de maisons particulières

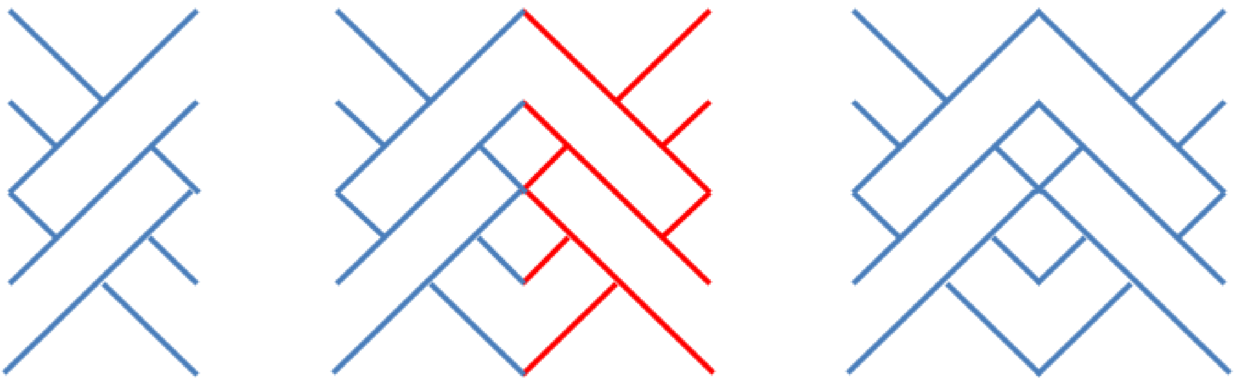
	
À Woinville (55)	À Commercy (55)

En 2013, dans une classe du collège de Montmédy



La consigne fournie aux élèves de cinquième était : construis le symétrique de la figure par rapport au point A.

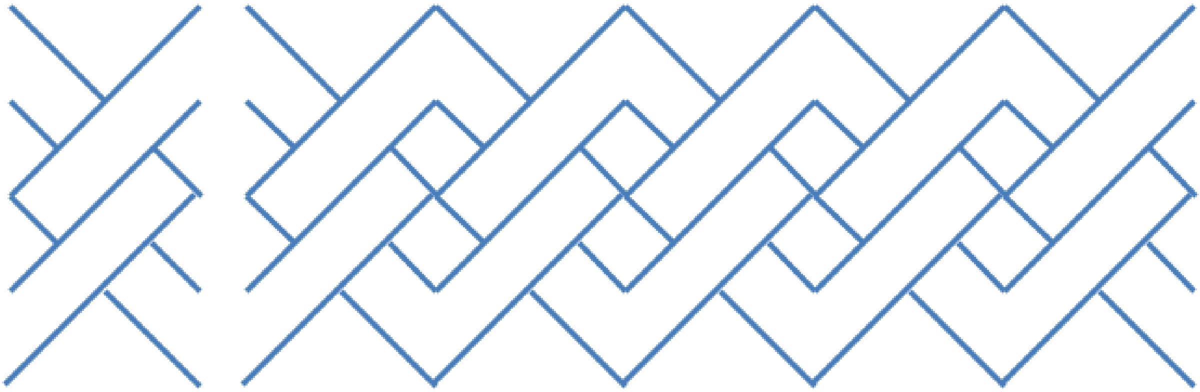
En 2017, l'envie vient de rechercher un sous-ensemble de cet élément pouvant être choisi pour obtenir le motif final.



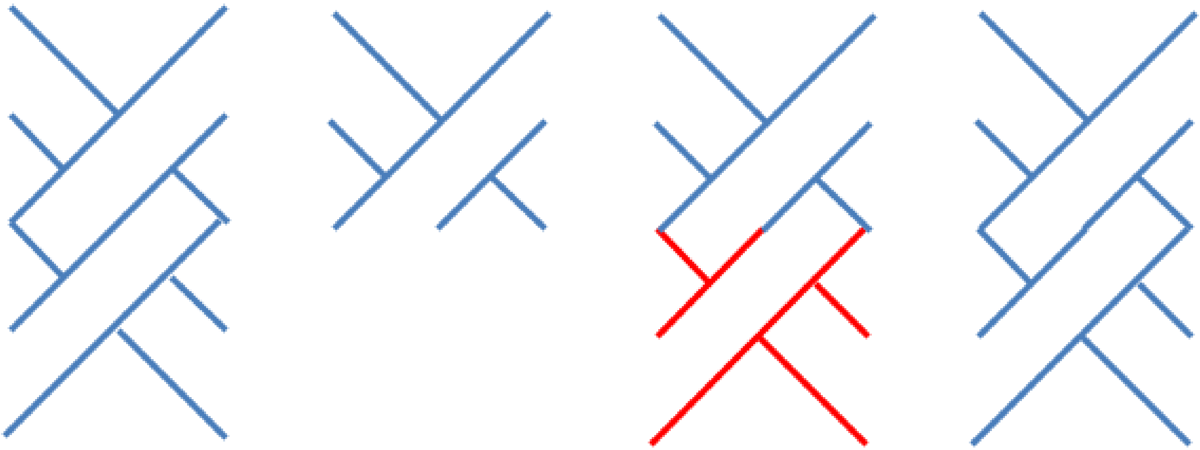
…/…

retour au sommaire

En faisant glisser ce sous-motif l'entrelacement des carrés existe encore.

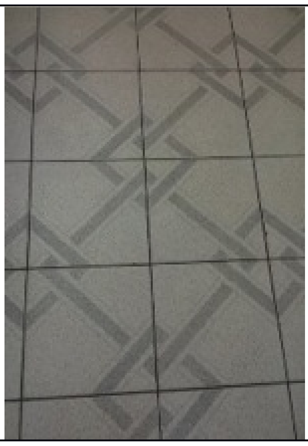


Une sous-figure de la sous-figure précédente et une symétrie centrale permettent de retrouver l'élément utilisé auparavant.



***Avec des élèves** : l'activité proposée à Montmédy peut être un point de départ pour une recherche des sous-figures évoquées ci-dessus puis des isométries à mettre en jeu pour reproduire les carrés entrelacés. Du papier quadrillé et un logiciel de géométrie pourront être utilisés.*

Pendant la « Fête de la Science » à Metz-Bridoux

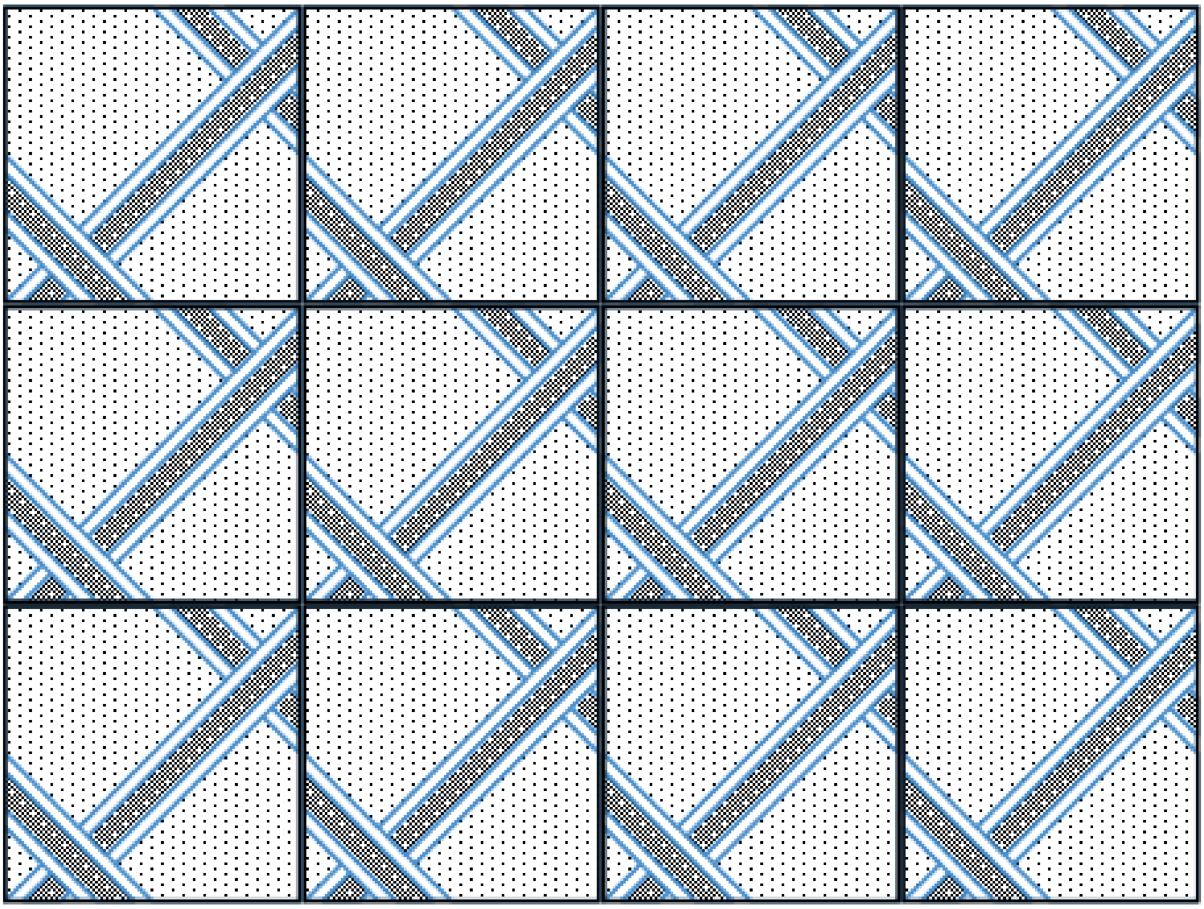


Les élèves de cycle 3 manipulent des pièces semblables à celles dessinées ci-dessous afin de reproduire ce motif de carrelage repéré dans la cuisine d'une collègue.

Un temps est nécessaire pour que soient repérés les carrés entrelacés, la réussite est loin d'être toujours au rendez-vous : les élèves n'ont pas l'habitude de gérer des quarts de tour.

Les élèves de cycle 4 pourront mettre en évidence les rotations et les translations mises en œuvre pour carreler la cuisine.

retour au sommaire



Des lignes entrelacées

		
Dans l'église de Lacroix-sur-Meuse (55)	Sur le mur d'une maison à Verdun (55)	Dans une fenêtre de la basilique d'Avioth (55)

Les motifs celtiques sont peu présents en Lorraine, pourtant lignes et polygones s'y entrelacent !

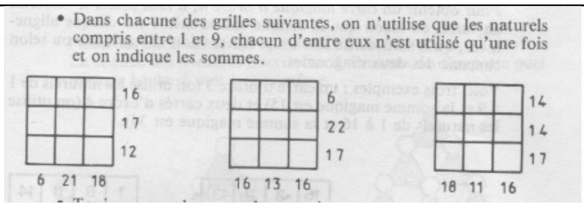
retour au sommaire

MATHS & JEUX

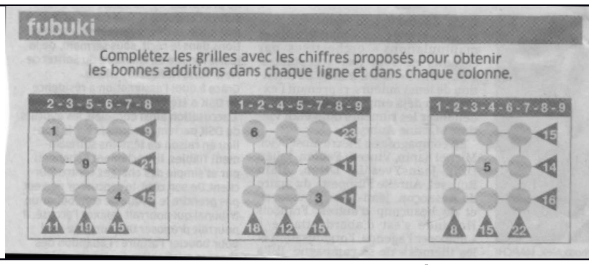
EN SOMME, JE COMPLÈTE

François Drouin

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont placés dans les cases d'un carré 3 $\times$ 3. Les sommes des nombres de chaque colonne et chaque ligne sont écrites. Effacer les nombres puis retrouver leur place n'est pas aisé : la résolution relève souvent d'une démarche essais-erreurs n'aboutissant que rarement avec de jeunes élèves.



Un extrait de Jeux 2 (page 173)



En juillet 2011, dans l'Est Républicain

« Jeux 2 » et sa réédition « Comment faire du calcul un jeu d'enfant » présentent de telles « grilles muettes ». Pendant l'été 2011, dans l'Est Républicain sont apparus des jeux nommés « *fubuki* » de difficulté croissante. Des nombres sont déjà placés, la recherche est facilitée. Des grilles pour lesquelles plus de trois nombres sont déjà placés se résolvent très aisément, donnant envie d'utiliser des variantes du jeu avec des élèves.

Dans la première série, les grilles comportent plus de trois nombres déjà placés. Elles peuvent être introduites dès le CE1 en faisant vivre la soustraction comme le résultat d'une addition à trous. Petit à petit, l'élève se repère dans les cases du carré 3$\times$3 et trouve les cases dans lesquelles des résultats peuvent être placés.
Pour chaque grille, commencer par demander la liste des nombres manquants. Cette liste deviendra une aide lorsque seuls un, deux ou trois nombres seront déjà placés.

Dans la deuxième série, trois nombres sont placés, il faut tenir compte des nombres restant à placer. Rechercher des ensembles de deux nombres permettant le calcul du troisième nombre de l'alignement ne suffit plus. Les grilles dans lesquelles sont déjà placés trois nombres alignés sur une diagonale du carré correspondent aux « *fubuki* » trouvés dans la presse. Elles sont les plus difficiles de cette série, l'enseignant prendra la décision de les proposer ou non à ses élèves.

Dans la troisième série, deux nombres, un nombre ou zéro nombre sont placés. Ces grilles correspondent aux « *fubuki* » trouvés dans la presse et seront proposés à des élèves « plus rapides » ou lors de défis entre classes. Les grilles ne comportant pas de nombres déjà placés correspondent aux « grilles muettes » de « Jeux 2 ». Cette série est à proposer aux élèves les plus passionnés par ce jeu.

La quatrième série reprend la progression des deux premières. Les grilles sont construites avec les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 70, 80 et 90 et pourront également être introduites à partir du CE1. Les calculs à faire seront semblables à ceux des séries précédentes si les élèves prennent l'habitude de dire « quatre dizaines » pour « 40 » ou « huit dizaines » pour « 80 ».

La cinquième série reprend également la progression des deux premières. Les grilles sont construites avec les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9 et pourront être utilisées à partir du C.M.2. Les calculs à faire sont semblables à ceux des séries précédentes si les élèves prennent l'habitude de dire « quatre dixièmes » pour « 0,4 » ou « huit dixièmes » pour « 0,8 ».
Les solutions peuvent être demandées à l'adresse contact@apmeplorraine.fr

Première série

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé trois nombres. Replace les.

1	7		**14**
	3	4	**16**
5		2	**16**
15	**16**	**14**	

9		3	**16**
7	8		**20**
	1	6	**9**
18	**13**	**14**	

	7	9	**17**
2		8	**14**
6	3		**14**
9	**14**	**22**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé quatre nombres. Replace les.

	1	6	**11**
7		3	**19**
	5		**15**
13	**15**	**17**	

9	1		**13**
	7	8	**21**
		9	**18**
19	**13**	**20**	

3		6	**16**
	4	8	**21**
1			**8**
13	**16**	**16**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé cinq nombres. Replace les.

6			**12**
3	7		**12**
		9	**21**
17	**16**	**12**	

	1	2	**9**
			17
9		7	**19**
19	**12**	**14**	

8			**17**
	1		**14**
	2	5	**14**
19	**6**	**20**	

Deuxième série

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

4	5		**17**
	3		**14**
			24
14	**14**	**17**	

			22
	1	3	**8**
		6	**13**
16	**11**	**18**	

			20
2	9		**17**
1			**8**
10	**20**	**15**	

retour au sommaire

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

4		6	**18**
			21
1			**6**
10	**17**	**21**	

		9	**19**
			11
7		5	**15**
16	**9**	**20**	

3		4	**8**
			21
		5	**16**
20	**10**	**15**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

	5	4	**17**
			14
2			**24**
14	**14**	**17**	

			17
3		1	**13**
2			**15**
13	**21**	**11**	

	3		**14**
	6		**18**
1			**13**
14	**24**	**17**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

		3	**12**
	2		**14**
9			**17**
17	**16**	**10**	

7			**15**
	4		**13**
		9	**17**
21	**11**	**13**	

		4	**20**
	1		**14**
2			**11**
19	**11**	**15**	

Troisième série

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé sept nombres. Replace les.

7			**16**
			17
		4	**12**
19	**19**	**7**	

8			**13**
			20
		3	**11**
19	**11**	**15**	

5			**12**
			20
		8	**14**
16	**12**	**17**	

retour au sommaire

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé huit nombres. Replace les.

			14
	2		**14**
			17
23	**8**	**14**	

			8
	5		**14**
			23
16	**18**	**11**	

			19
	9		**20**
			6
16	**17**	**12**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé les neuf nombres. Replace les.

			13
			15
			17
14	**19**	**12**	

			13
			16
			16
6	**18**	**21**	

			20
			11
			14
13	**20**	**12**	

Quatrième série

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé trois nombres. Replace les.

	40	70	**120**
50		60	**130**
30	90		**200**
90	**150**	**210**	

90	70		**220**
	80	50	**140**
30		20	**90**
130	**190**	**130**	

60		30	**140**
80	40		**190**
	20	90	**120**
150	**110**	**190**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

40		90	**150**
	80		**190**
10		30	**110**
100	**170**	**180**	

		40	**150**
30	50		**140**
70		80	**160**
120	**150**	**180**	

	90		**190**
70		70	**150**
30	20		**100**
140	**120**	**180**	

retour au sommaire

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

60	40		**150**
	90	80	**190**
			110
110	**140**	**200**	

80		10	**150**
	70		**130**
30			**170**
150	**180**	**120**	

90	10		**170**
			170
40		50	**110**
160	**110**	**180**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

10	80		**130**
	70		**120**
			200
120	**200**	**130**	

			150
	20		**160**
	70	30	**140**
170	**100**	**180**	

			120
	90		**140**
70	80		**190**
100	**220**	**130**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

10		90	**130**
			140
40			**160**
130	**140**	**180**	

50			**150**
			120
90		20	**180**
150	**160**	**140**	

		70	**110**
			110
60		90	**230**
120	**150**	**180**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

10	30		**120**
		40	**190**
			140
140	**140**	**170**	

		60	**120**
30	90		**160**
			170
100	**170**	**180**	

		30	**90**
			170
90	80		**180**
140	**190**	**120**	

retour au sommaire

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

70			**120**
	30		**170**
		20	**160**
240	**100**	**110**	

		40	**150**
	10		**170**
20			**130**
170	**80**	**190**	

10			**140**
	90		**160**
		30	**150**
100	**230**	**120**	

Cinquième série

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé trois nombres. Replace les.

	0,3	0,4	**0,8**
0,9		0,5	**2,2**
0,7	0,2		**1,5**
1,7	**1,3**	**1,5**	

0,6		0,7	**1,5**
	0,3	0,4	**1,5**
0,5	0,1		**1,5**
1,9	**0,6**	**2**	

0,6	0,1		**0,9**
	0,4	0,3	**1,2**
0,9		0,8	**2,4**
2	**1,2**	**12**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé quatre nombres. Replace les.

	0,7	0,2	**1,2**
0,1		0,8	**1,3**
0,9			**2**
1,3	**1,6**	**1,6**	

		0,9	**2,2**
0,1		0,8	**1,3**
0,5	0,2		**1**
1,3	**1,2**	**2**	

0,3		0,6	**1**
	0,8	0,5	**2**
0,2			**1,5**
1	**1,8**	**1,5**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé cinq nombres. Replace les.

	0,1	0,3	**0,8**
			1,3
0,9		0,8	**2,4**
1,8	**1**	**1,7**	

			0,9
0,7	0,5		**1,5**
	0,9	0,4	**2,1**
1,6	**1,6**	**1,3**	

	0,1		**1,1**
0,5		0,7	**2,1**
		0,3	**1,3**
1,1	**1,8**	**1,6**	

retour au sommaire

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

0,6	0,1		**1,4**
	0,5		**2,3**
			0,9
1,7	**0,9**	**1,9**	

			20
0,7	0,3		**1,7**
	0,4		**0,7**
1,4	**1,6**	**1,4**	

			1,1
0,7			**1,4**
0,6	0,9		**2**
1,4	**2,1**	**1**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

0,4		0,2	**1,5**
			1,3
		0,6	**1,7**
1,2	**1,8**	**1,5**	

0,4			**0,7**
			1,8
0,9		0,8	**2**
1,9	**1,1**	**1,5**	

		0,4	**2**
			1,5
0,3		0,6	**1**
2	**1**	**1,5**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

0,6	0,1		**1,6**
			1,7
		0,2	**1,2**
1,7	**1,3**	**1,5**	

			0,9
0,6	0,9		**2,3**
		0,1	**1,3**
1,5	**1,7**	**1,3**	

0,7	0,3		**1,1**
		0,4	**1,8**
			1,6
2,4	**1**	**1,1**	

Dans chacune des grilles, j'ai placé les nombres 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9. J'ai indiqué la somme des nombres de chaque ligne et de chaque colonne. J'ai effacé six nombres. Replace les.

0,6			**2**
	0,4		**1,8**
		0,1	**17**
2,3	**1,2**	**1,6**	

		0,4	**1,3**
	0,9		**1,9**
0,5			**1,3**
1,3	**1,9**	**1,3**	

0,6			**1,9**
	0,7		**1,8**
		0,2	**0,8**
1,5	**2,1**	**0,9**	

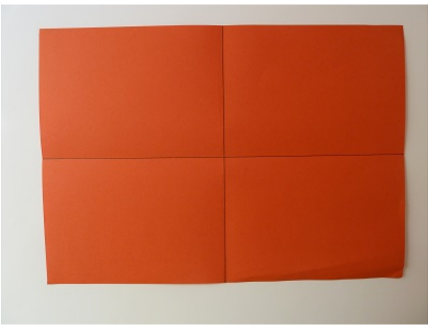
retour au sommaire

MATHS ET PLIAGES/DÉCOUPAGES

UN PUZZLE PLIAGE

Par Walter Nurdin

Voici un pliage trouvé dans la partie Puzzle casse-tête de Nick Robinson[4] tiré de « *Origamis magiques et amusants* » ouvrage collectif des éditions Atlas.

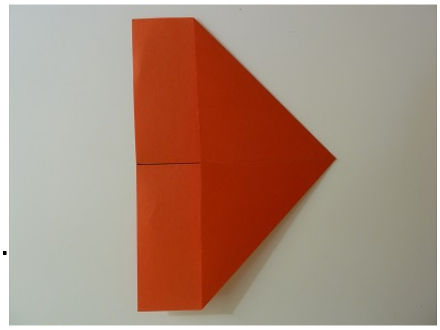


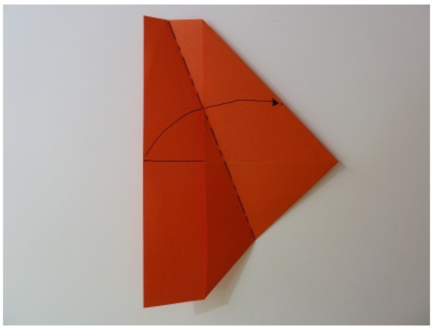
1 Le puzzle va nécessiter de produire 4 modules identiques.
Les 4 modules vont se construire en prenant une feuille A4.

On découpe cette feuille A4 en 4 morceaux identiques en suivant les médianes du rectangle.
On va désormais plier l'un des 4 morceaux.

2 On marque le milieu de la longueur.
Puis on plie pour que le sommet du rectangle se trouve sur la médiane.

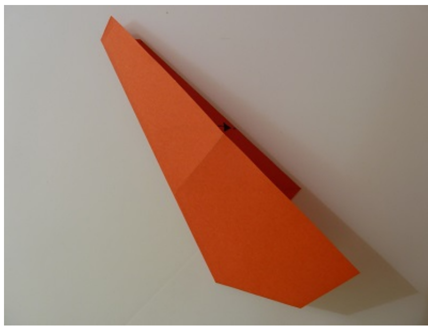
On obtient alors cette forme ▶.

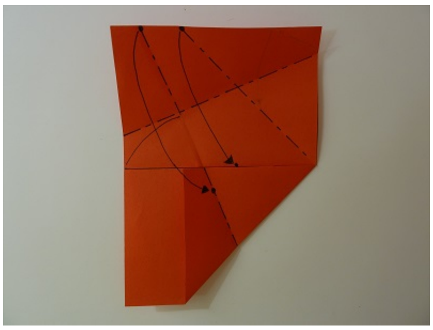




3 On va désormais plier de façon à superposer le côté gauche sur le côté droit.

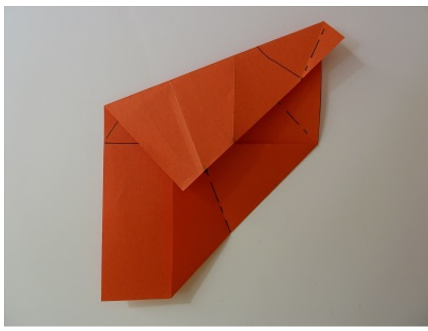
4 On obtient alors cette forme ▶





◀5 On ouvre le pliage pour permettre d'obtenir un nouveau pli. Pour l'obtenir il faut faire parvenir simultanément le point en haut à gauche sur le pli déjà tracé et l'autre point situé en haut plus à droite sur l'un des côtés du triangle isocèle rectangle (désigné par l'extrémité de la flèche).

6 On va obtenir cette forme ▶

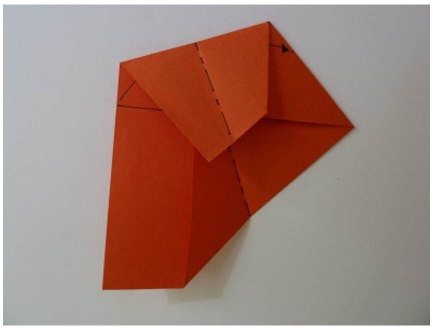


7 ◀ On va plier en utilisant l'un des plis déjà effectué.

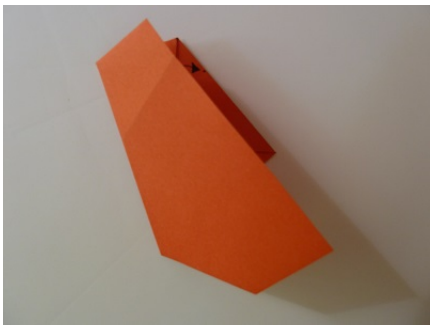
[4] http://www.nickrobinson.info/origami/

retour au sommaire

8 On plie la partie droite pour obtenir cette forme ▶

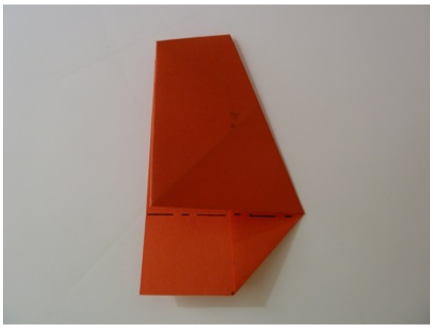


On va plier la partie gauche en suivant également l'un des plis déjà tracé (partie centrale).



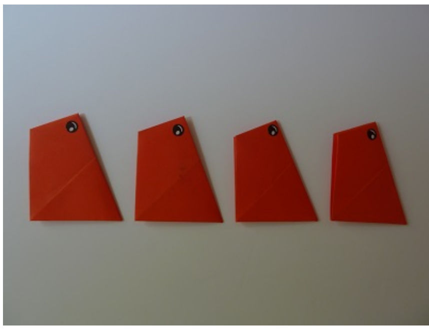
◀ 9 On obtient cette forme. On retourne le pliage.

Il reste à plier la partie basse en suivant le trait tracé. 10 ▶
Pour achever le module il reste à coincer cette partie dans l'une des parties intérieures des pliages précédents. Si le pliage ne reste pas à plat on peut toujours utiliser de la colle. Cependant il faut savoir qu'en origami on ne devrait pas utiliser de colle !



◀11 Voici le module achevé. N'ayant pas d'axe de symétrie on identifie cette face par une marque.

12 On réalise quatre modules identiques. ▶



Les modules construits, positionnés tous du même côté, construire un carré, façon puzzle.

Puis, toujours en les présentant du même coté, construire un carré avec un « trou » carré au centre.

En conservant les mêmes faces, construire un parallélogramme, non carré, non losange, non rectangle.

En ne retournant que deux formes construire un trapèze isocèle, puis un rectangle, non carré, ayant un « trou » rectangulaire au centre.

Ces constructions peuvent se faire aux cycles 3 et 4.

On peut poursuivre l'exploration des formes possibles en exigeant des symétries.

enfin on peut demander, au lycée, d'une part de démontrer que les pliages imposés font que l'on a bien des angles droits, des égalités de longueurs et calculer les valeurs des angles du quadrilatère/module. ainsi on peut en déduire que l'on a un « vrai » puzzle et justifier les constructions. les calculs des valeurs exactes des mesures des côtés du quadrilatère/module permettent de calculer les différentes mesures des aires des surfaces proposées. pour cela il faut se souvenir que pour une feuille a4 les dimensions exactes sont 21 et 21 $\sqrt{2}$ (soit environ 29,7 cm).

retour au sommaire

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

NOMBRE DE DÉCÈS PAR POLLUTION DANS LE MONDE

16,666 %

des décès dans le monde en 2015, soit un sur six, seraient liés à une forme de pollution, selon une étude publiée vendredi dans la revue *The Lancet*. Air, eau, sol, milieu professionnel... Au total, les maladies causées par la pollution ont été responsables de 9 millions de morts prématurées en 2015, évalue ce rapport. Ce bilan représente «*trois fois plus de morts que le sida, la tuberculose et le paludisme réunis, et 15 fois plus que celles causées par les guerres et toutes les autres formes de violence*», soulignent les auteurs. La pollution de l'air (extérieur et intérieur) est responsable, à elle seule, de 6,5 millions de décès chaque année.

Vu dans Libé du 21/10/2017

La source de cette info est la revue « *The Lancet* » : une étude publiée par cette très sérieuse revue scientifique estime qu'**un décès sur six** à l'échelle de la planète est attribuable à une forme de pollution (air, eau, sol ou milieu professionnel). *The Lancet* porte ce décompte macabre à 6,5 millions à l'échelle de la planète pour la seule année 2015 et à un total estimé à 9 millions en ajoutant les morts liées à la pollution de l'eau et des sols (1,8 million) et en milieu professionnel (0,8 million).
Neuf millions, cela représente un décès sur six dans le monde (16 %), relève l'étude qui, pour bien prendre la mesure de la gravité de la situation, note que c'est « *trois fois plus que les morts combinées du sida, de la tuberculose et du paludisme* ».

L'original de l'étude (en anglais) est là :
http://www.thelancet.com/commissions/pollution-and-health?dgcid=twitter_pollution-comm17&dgcid=TheLancetTwitter_social_lancet&sf123013012=1:

Notre commentaire :

Pourquoi Libé a-t-il traduit cette proportion en 16,666 % ? Cela leur a-t-il paru plus « scientifique » que 1 sur 6 ? Et pourquoi pas 16,666666 % (qui augmenterait encore davantage l'impact sur le lecteur) ???

On aurait pu tout aussi bien écrire « Un décès sur 6 » ou « environ un décès sur 6 »...

Le Monde, quant à lui, a repris l'information avec « 1 sur 6 », sans traduire en pourcentage !

retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

UN BIEN SYMPATHIQUE SAPIN DE NOËL

Dans l'Est Républicain du 18/12/2016, un de nos lecteurs a repéré la photo d'un très sympathique sapin géométrique fabriqué et commercialisé par une structure relevant de l'économie sociale et solidaire.

Voici l'article du journal, accompagné de la photo du sapin υ

Une récente commande émanant du ministère du travail pour deux sapins en hélice de 2,5 m de hauteur, électrifiés, confirme la notoriété naissante d'une réflexion collective au sein de Minos, une association de Monthureux-sur-Saône. Le bouche-à-oreille fonctionne à merveille en attendant la nomination d'un commercial attitré sur l'Hexagone.

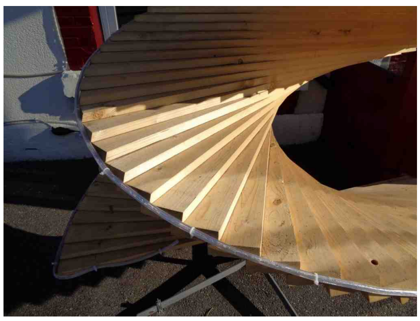
Et voici les caractéristiques de ce sapin :

- Hauteur : 2,50 m (sommet compris)
- Largeur maximale : 1,68 m
- Essence : Sapin / Épicéa des Vosges
- Nombre de lames : 85
- Épaisseur des lames : 23 mm
- Largeur des lames : 95 mm
- Pied en métal : peinture antirouille (grise)
- Finition du sommet : Étoile en bois

Sur le site de l'association, nous retrouvons ses objectifs (économie sociale et solidaire, etc.), et les photos des différents modèles de sapins complétées par des informations intéressant les acheteurs.

Connaissant le nombre et l'épaisseur des lames ainsi que la largeur du sapin, en supposant que la lame supérieure est carrée, n'y aurait-il pas une occasion d'utiliser un tableur et le théorème de Thalès retrouver la longueur de chaque latte utilisée pour la spirale ? Le Petit Vert est preneur de comptes rendus d'activités en classe que l'article ci-dessus vous aurait inspirées.

L'an passé, devant l'hôtel « Le Bonséjour à Verdun »



retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

ÉCRITURES EN LIGNE

Au Café pédagogique comme à l'APMEP, on apprécie le jeu dans l'apprentissage des mathématiques. Toutefois, un article publié par le Café pédagogique a suscité des réactions diverses et variées chez nos adhérents (http://www.cafepeda.net/178_Sciences.htm, « Et si on revisitait le sudoku »).

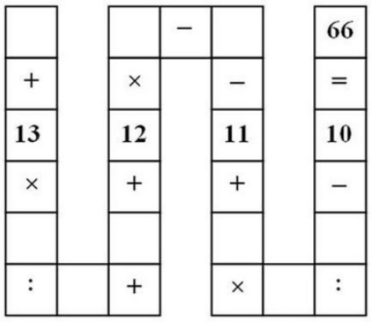
*La question posée était : « Pouvez-vous compléter la séquence 3 × **...** = 21 – **...** = 15 par les chiffres qui conviennent ? »*
*Pour nous, la bonne réponse est 3 × **5** = 21 – **6** = 15.*
A priori, l'auteur du site demandait le calcul en ligne rédigé ainsi 3 x **7** = 21 - **6** = 15 ; or cette dernière réponse impliquerait que 3 x **7** = 15...

Pour une bonne organisation du calcul et du raisonnement, il peut être utile de demander aux élèves « une opération par ligne ».

Certes, à l'oral, nous ne serions pas choqués d'entendre 3 x **7** = ... 21 [un temps d'arrêt] ... - **6** = … 15. Langue orale, langue écrite, langue utilisée en mathématiques : que de choses à gérer par les élèves et les adultes …

*Par ailleurs, dans l'énoncé de la question posée, il aurait fallu écrire « par les **nombres** qui conviennent », et non « par les chiffres ». En dehors de la communauté mathématique, il reste difficile de considérer qu'il puisse exister des nombres à un chiffre, comme il existe des mots à une lettre tels « y », « a » ou « à ».*

Concernant ces « écritures en ligne », on pourrait faire le rapprochement avec le défi du « serpent vietnamien » proposé dans le Petit Vert n°127, page 58 : le but était de remplir les cases vides de la grille ci-contre avec les entiers de 1 à 9 (à n'utiliser qu'une fois chacun), de façon à obtenir, en suivant l'ordre des opérations sur le serpent, le résultat final de 66.



Le jeu qui était cité dans l'article du Café pédagogique était le « Garam » (https://www.garam.fr/garam/gaam_en_ligne/tutoriel).

On pourra remarquer que la question proposée n'était pas compatible avec la configuration de ce jeu.

L'auteur de ces égalités considère le jeu de Garam comme un jeu de Sudoku revisité, ce qui n'est pas le cas.

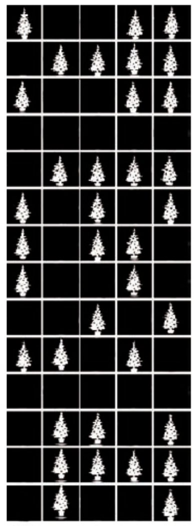
N.B. Dans les Sudokus, les écritures qui interviennent sont des chiffres ; ils peuvent être remplacés par des lettres comme cela été fait dans les « Sudokus mathématiciens » du Petit Vert.

retour au sommaire

DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES

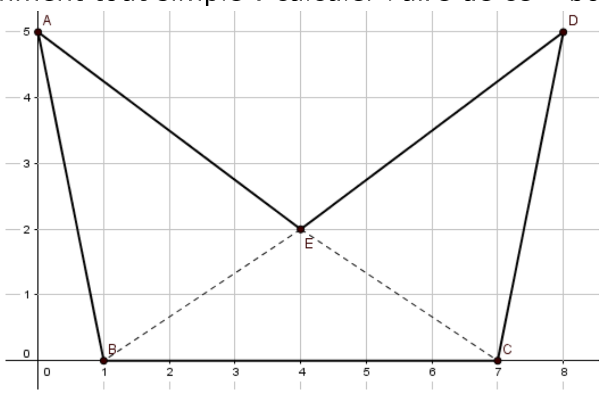
DÉFI 132-a : LE MESSAGE DE NOËL

Notre ami est enfermé un soir de Noël dans un immeuble. Il n'a aucun moyen de communication. Il remarque dans l'immeuble d'en face qu'une personne est encore sur son ordinateur. Il sait que des ingénieurs en informatique travaillent dans cet immeuble. Il lui vient alors une idée. Il va envoyer un message en allumant le sapin et l'éteignant en suivant un code simple qu'un ingénieur en informatique pourra facilement transcrire.
Pouvez-vous retrouver le message de 14 lettres que notre ami tente de transmettre ?



DÉFI 132-b : LE BONNET D'ÂNE

Voici un défi apparemment tout simple : calculer l'aire de ce « bonnet d'âne » ABCDE.



Les coordonnées des points sont A(0;5), B(1;0), C(7;0), D(8;5) et E(4;2).

Les élèves de deux groupes ont calculé cette aire de deux façons différentes.

Premier groupe : les élèves ont calculé la différence des aires du trapèze (ABCD) et du triangle (AED).

Elle vaut : $\frac{1}{2}(6+8)\times 5-\frac{1}{2}\times 8\times 3=35-12=\mathbf{23}$

Second groupe : les élèves ont calculé la somme des aires de (ABC) et de (BDC), et en ont retranché celle de (BEC) qui a été comptée deux fois.

On trouve : $\frac{1}{2}(6\times 5)+\frac{1}{2}(6\times 5)-\frac{1}{2}\times 6\times 2=\mathbf{24}$

Chacune de ces méthodes semble exacte, et pourtant les résultats dont différents. Il y a donc un « hic ». Une des deux méthode est-elle fausse (ou les deux) ? Sauriez-vous expliquer ce qui s'est passé ?

retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI « PYRAMIDE DE NOMBRES » (n°131-a)

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	18	19	20	21	22	23	24	25

Rappel du défi : observez cette « pyramide ». Quels seront les nombres dans les cases oranges de la dixième ligne ? De la 2017$^{\text{ième}}$ ligne ? De la n$^{\text{ième}}$ ligne ?

Éléments pour la solution

17	**10**	**5**	**2**	**1**
18	*11*	*6*	**3**	**4**
19	*12*	**7**	*8*	**9**
20	**13**	*14*	*15*	**16**
21	*22*	*23*	*24*	**25**

Les nombres correspondant aux cases oranges de l'énoncé sont en gras sur le damier ci-contre à gauche ; ceux qui correspondent aux cases blanches de l'énoncé sont en italique.

En observant les nombres que l'on obtient à droite, on s'aperçoit que ce sont les carrés du numéro de l'étage : pour le second étage c'est 4, … pour le cinquième étage c'est 25.
Pour la dixième étage ce sera 100, et pour le 2017$^{\text{ème}}$ étage, ce sera 4 068 289.

Les nombres que l'on obtient à gauche sont les successeurs du nombre de droite de la ligne qui est immédiatement au dessus. Par exemple, la quatrième ligne se termine par 16, donc la cinquième ligne débute par 17.
Le premier nombre de la 10$^{\text{ème}}$ ligne sera donc $9^2+1 = 82$.
Et le premier nombre de la 2017$^{\text{ème}}$ ligne sera $2016^2+1 = 4\,064\,257$.
Quant au nombre au centre de la ligne, c'est la demi-somme des deux extrémités de cette ligne. Par exemple, pour la cinquième ligne, c'est $(17+25)/2 = 21$.
Pour la 10$^{\text{ème}}$ ligne, ce sera donc $(82+100)/2 = 91$
Et pour la 2017$^{\text{ème}}$ ligne, ce sera $(4\,064\,257 + 4\,068\,289)/2 = 4\,662\,273$.
Par construction, et comme l'illustre le carré ci-dessus, à l'étage n la pyramide possède n^2 cases. La dernière case à droite vaut donc $\boldsymbol{n^2}$.
Le contenu de la dernière case de gauche est égal à celui de la dernière case de droite de la ligne n-1 auquel on ajoute 1, soit $\boldsymbol{(n-1)^2 + 1}$.
Le nombre central est la demi-somme des nombres des extrémités soit $\boldsymbol{n^2 - n + 1}$

SOLUTION DU DÉFI « LES TROIS FILLES » (n°131-b)

Rappel de l'énoncé :Le concierge de l'immeuble où habite Cédric Villani a trois filles. Il s'adresse à Cédric en lui précisant que le produit de leurs âges est égal à 36 et que la somme de leurs âges est égale au numéro de l'immeuble qu'ils habitent. Cédric doit deviner leurs âges. Après quelques instants de réflexion, Cédric se déclare incapable de deviner ces trois âges. Le concierge, tout heureux de le mettre en défaut, lui annonce qu'il va en parler à son ainée. À ces mots, Cédric Villani lui donne aussitôt l'âge des trois filles.

Et vous, avez-vous trouvé leurs âges ?

retour au sommaire

Solution : les trois filles ont respectivement 2 ans, 2 ans et 9 ans. En effet, si le produit des trois âges est égal à 26, les seules possibilités sont les suivantes : 1x1x36 dont la somme est 38, 1x2x18 dont la somme est 21, 1x3x12 dont la somme est 16, 1x4x9 dont la somme est 14, 1x6x6 dont la somme est 13, 2x2x9 dont la somme est 13, 2x3x6 dont la somme est 11 et 3x3x4 dont la somme est 10.
Si Cédric ne peut pas répondre c'est que le numéro de l'immeuble où lui_même et le concierge habitent est le 13, car il y a deux triplets qui aboutissent à la même somme : ce sont les triplets (1,6,6) et (2,2,9). Pour tous les autres triplets, les trois âges sont déterminés, et Cédric aurait pu répondre.
Quand le concierge lui dit qu'il va en parler à son ainée, cela élimine les jumelles (6;6) : sinon, il n’aurait pas dit « mon ainée ». Les trois âges sont donc : 2 ans, 2 ans et 9 ans.

SOLUTION DU DÉFI « ÉLECTIONS » (n°131-c)

Rappel de l’énoncé : Dans la commune de Ville-la-Petite, il n’y a que 14 inscrits sur les listes électorales. Au lendemain du référendum, qui posait la question « Souhaitez-vous trouver un défi mathématique dans le bulletin municipal mensuel ? », le journal local annonçait qu’il y avait eu 83,33 % de OUI.
Peux-tu dire combien de personnes ont voté OUI ?

Deux réponses sont possibles : soit il y a eu **12** votants, soit il y en a eu seulement **6**. Ce sont les seules possibilités qui permettent d’obtenir un score de 83,33 %.
La réponse peut être facilement obtenue en utilisant un tableur : dans la colonne de gauche on inscrit le nombre de votants ; dans les autres colonnes on calcule le taux de « OUI » en fonction du nombre de votants.

NB. Votants	Nombre et pourcentage de Oui (par rapport au nombre de votants)													
14	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	100,00%	92,86%	85,71%	78,57%	71,43%	64,29%	57,14%	50,00%	42,86%	35,71%	28,57%	21,43%	14,29%	7,14%
13		13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
		100,00%	92,31%	84,62%	76,92%	69,23%	61,54%	53,85%	46,15%	38,46%	30,77%	23,08%	15,38%	7,69%
12			12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
			100,00%	91,67%	83,33%	75,00%	66,67%	58,33%	50,00%	41,67%	33,33%	25,00%	16,67%	8,33%
11				11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
				100,00%	90,91%	81,82%	72,73%	63,64%	54,55%	45,45%	36,36%	27,27%	18,18%	9,09%
10					10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
					100,00%	90,00%	80,00%	70,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%
9						9	8	7	6	5	4	3	2	1
						100,00%	88,89%	77,78%	66,67%	55,56%	44,44%	33,33%	22,22%	11,11%
8							8	7	6	5	4	3	2	1
							100,00%	87,50%	75,00%	62,50%	50,00%	37,50%	25,00%	12,50%
7								7	6	5	4	3	2	1
								100,00%	85,71%	71,43%	57,14%	42,86%	28,57%	14,29%
6									6	5	4	3	2	1
									100,00%	83,33%	66,67%	50,00%	33,33%	16,67%
5										5	4	3	2	1
										100,00%	80,00%	60,00%	40,00%	20,00%
4											4	3	2	1
											100,00%	75,00%	50,00%	25,00%
3												3	2	1
												100,00%	66,67%	33,33%
2													2	1
													100,00%	50,00%
1														1
														100,00%

retour au sommaire

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE n°132

Proposé par Jacques Verdier

Quelle est la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier *n* par

$u_n=e^{-n}\times(1+\frac{n}{1!}+\frac{n^2}{2!}+...+\frac{n^n}{n!})$?

Le responsable de cette rubrique est philippe.fevotte@wanadoo.fr.
Lui envoyer vos propositions de solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME n°131

Rappelons l'énoncé du problème proposé par Jacques Choné :
Les nombres de Fibonacci sont les termes de la suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$f_0=0$, $f_1=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$ $f_{n+2}=f_n+f_{n+1}$.
Est-il vrai que la somme des carrés de deux nombres de Fibonacci consécutifs soit toujours un nombre de Fibonacci ?

SOLUTION

La réponse est oui et il y a plusieurs démonstrations possibles.
La première est proposée par Noël Lambert (qui signale un site proposant cette solution : https://ima.org.uk/950/sum-of-the-squares-of-consecutive-fibonacci-numbers-puzzle/), et André Stef en partant de l'expression explicite de la suite de Fibonacci.

Avec les notations de l'énoncé, on a pour $n\in\mathbb{N}, f_n=\frac{1}{\sqrt{5}}(\phi^n-\alpha^n)$, où $\phi>\alpha$ sont les racines de l'équation $x^2+x+1=0$. On a $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\alpha=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$, $\phi\alpha=-1$

(NB : ϕ est le nombre d'or et cette formule dite de Binet est obtenue en étudiant la suite définie par une relation de récurrence linéaire à coefficients constants).
On calcule, pour un entier naturel *n* quelconque :

$$f_{n+1}^2+f_n^2=\frac{1}{5}(\phi^{2n+2}-2(-1)^{n+1}+\alpha^{2n+2}+\phi^{2n}-2(-1)^n+\alpha^n)\ .$$

On rapproche des termes $f_{n+1}^2+f_n^2=\frac{1}{5}(\phi^{2n}(\phi^2+1)+\alpha^{2n}(\alpha^2+1))$,

En utilisant les expressions algébriques de ϕ et α , on voit que

$\phi^2+1=\frac{5+\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}\phi$ et $\alpha^2+1=\frac{5-\sqrt{5}}{2}=-\sqrt{5}\alpha$,

Ainsi $f_{n+1}^2+f_n^2=\frac{1}{\sqrt{5}}(\phi^{2n+1}-\alpha^{2n+1})=f_{2n+1}$, ce qui répond à la question.

On pouvait également se passer de cette expresssion explicite et raisonner par récurrence. Un calcul sur les premiers termes permet de conjecturer que
$f_n^2+f_{n+1}^2=f_{2n+1}$; un essai de démonstration par récurrence amène au calcul de

$$f_{n+2}^2+f_{n+1}^2=(f_{n+1}+f_n)^2+(f_n+f_{n-1})^2=f_{n+1}^2+f_n^2+2f_{n+1}f_n+f_n^2+f_{n-1}^2+2f_nf_{n-1}$$

retour au sommaire

donc $f_{n+2}^2+f_{n+1}^2=f_{2n+1}+2f_{n+1}f_n+f_{2n-1}+2f_nf_{n-1}$

Soit $f_{n+2}^2+f_{n+1}^2=f_{2n+2}-f_{2n}+2f_{n+1}f_n+f_{2n+1}-f_{2n}+2f_nf_{n-1}$

soit $f_{n+2}^2+f_{n+1}^2=f_{2n+2}+f_{2n+1}+2f_{n+1}f_n+2f_nf_{n-1}-2f_{2n}$

d'où $f_{n+2}^2+f_{n+1}^2=f_{2n+3}+2(f_{n-1}f_n+f_nf_{n+1}-f_{2n})$

Il nous faut donc montrer que $f_{n-1}f_n+f_nf_{n+1}-f_{2n}=0$.

Ainsi on est amené à démontrer **conjointement** par récurrence que :

$f_{2n}=f_{n-1}f_n+f_nf_{n+1}$ et $f_n^2+f_{n+1}^2=f_{2n+1}$ ($H(n)$)

pour $n=1$, on vérifie que $0\text{x}1+1\text{x}1=1=f_2$ et $1^2+1^2=2=f_3$, $H(1)$ est vraie.

Supposons que $H(n)$ est vraie et montrons que $H(n+1)$ est vraie :

$f_{2n+2}=f_{2n+1}+f_{2n}=f_n^2+f_{n+1}^2+f_{n-1}f_n+f_nf_{n+1}$ et donc

$f_{2n+2}=f_n(f_n+f_{n-1})+f_{n+1}(f_{n+1}+f_n)=f_nf_{n+1}+f_{n+1}f_{n+2}$

De plus

$f_{2n+3}=f_{2n+2}+f_{2n+1}=f_{2n+1}+f_{2n}+f_{2n+1}$ et donc

$f_{2n+3}=f_{2n+1}+f_{2n}+f_{2n+1}=(f_n^2+f_{n+1}^2)+(f_{n-1}f_n+f_nf_{n+1})+(f_n^2+f_{n+1}^2)$

Soit $f_{2n+3}=f_{n+1}^2+f_n(f_n+f_{n-1})+f_n^2+f_{n+1}(f_n+f_{n+1})$

Soit $f_{2n+3}=f_{n+1}^2+f_nf_{n+1}+f_n^2+f_{n+1}f_{n+2}$

Soit $f_{2n+3}=f_{n+1}^2+f_n(f_{n+1}+f_n)+f_{n+1}f_{n+2}$

Soit $f_{2n+3}=f_{n+1}^2+f_nf_{n+2}+f_{n+1}f_{n+2}=f_{n+1}^2+f_{n+2}(f_n+f_{n+1})$

Et par conséquent $f_{2n+3}=f_{n+1}^2+f_{n+2}^2$;

La proposition « $H(n)$ implique $H(n+1)$ » est vraie, ce qui achève la démonstration.

Jacques Choné en propose une version plus « élégante » :

Soit *n* un nombre entier naturel quelconque fixé et $(g_m)_{m\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$g_0=f_{n+1}$, $g_1=f_{n+2}$ et pour tout $m\in\mathbb{N}$ $g_{m+2}=g_m+g_{m+1}$.

Montrons par récurrence que $\forall\, m\in\mathbb{N}$ $g_m=f_mf_n+f_{m+1}f_{n+1}$ (1) .

On a : $f_0f_n+f_1f_{n+1}=f_{n+1}=g_0$ et $f_1f_n+f_2f_{n+1}=f_n+f_{n+1}=f_{n+2}=g_1$;

la proposition est donc vraie pour $m=0$ et pour $m=1$.

Soit $m\in\mathbb{N}$; supposons la propriété vraie pour m *et* $m+1$. On a, alors :

$g_{m+2}=g_m+g_{m+1}=f_mf_n+f_{m+1}f_{n+1}+f_{m+1}f_n+f_{m+2}f_{n+1}=f_{m+2}f_n+f_{m+3}f_{n+1}$ ce qui termine la récurrence.

Montrons également par récurrence que $\forall\, m\in\mathbb{N}$ $g_m=f_{n+1+m}$ (2) .

La proposition est vraie pour $m=0$ *et* $m=1$. Si elle vraie pour m *et* $m+1$, alors :

$g_{m+2}=g_m+g_{m+1}=f_{n+1+m}+f_{n+1+m+1}=f_{n+1+m+2}$ ce qui termine la récurrence.

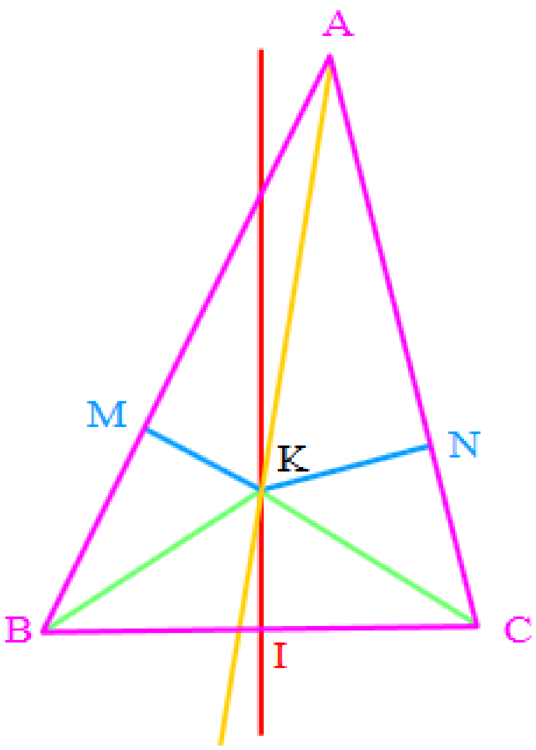
De (2) et de (1), on tire alors avec $m=n$: $f_{2n+1}=g_n=f_n^2+f_{n+1}^2$.

retour au sommaire

LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n°132)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes. Contrairement aux sophismes publiés dans les précédents Petits Verts, celui-ci peut être proposé aux élèves.
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Tout triangle est isocèle



Observe la figure ci-contre : le triangle ABC est « quelconque », les longueurs de ses trois côtés sont différentes.

Nous allons démontrer que ce triangle « quelconque » a deux côtés de même longueur, donc est nécessairement isocèle. Voici les étapes de cette démonstration.

- On considère la bissectrice issue de A et la médiatrice du segment [BC] (elles sont tracées sur la figure). Elles se coupent en un point K.
- Soit M le projeté orthogonal de K sur [AB]. Le triangle AMK est rectangle en M.
- Soit N le projeté orthogonal de K sur [AC]. Le triangle ANK est rectangle en N.
- K est sur la bissectrice issue de A. Les propriétés de la bissectrice assurent que KM = KN.
- Appliquons de théorème de Pythagore au triangle AMK (rectangle en M) : on a $AK^2 = MK^2 + AM^2$.
- Appliquons de théorème de Pythagore au triangle ANK (rectangle en N) : on a $AK^2 = NK^2 + AN^2$.
- Comme MK = KN, on déduit des deux égalités précédentes que $AM^2 = AN^2$, donc que AM = AN.
- Par construction, K est sur la médiatrice de [BC]. On a donc KB = KC.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KBM (rectangle en M). On a $KB^2 = KM^2 + MB^2$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KCN (rectangle en N). On a $KC^2 = KN^2 + NC^2$.
- Or on sait que KB = KC et KM = KN (démontré ci-dessus, ligne 4). Donc on en déduit que $MB^2 = NC^2$, puis MB = NC.
- On avait montré que AM =AN et MB = NC. Or AB = AM+MB donc AB = AN+NC = AC, d'où AB = AC. Le triangle (quelconque) ABC est donc isocèle en A.

Conclusion : tout triangle est isocèle.

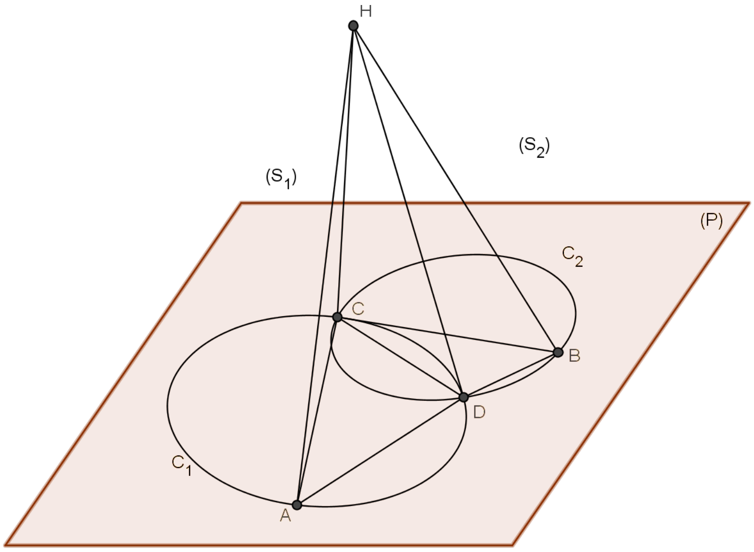
retour au sommaire

SOLUTION DU SOPHISME n° 131

Le théorème proposé était le suivant :
D'un point extérieur à un plan, on peut mener plusieurs perpendiculaires à ce plan.

On considère un plan (P), deux points quelconques A et B de ce plan, et un point H extérieur à ce plan. La sphère S_1 et la sphère S_2, de diamètres respectifs [HA] et [HB], coupent le plan (P) selon deux cercles C_1 et C_2 ; ces deux cercles se coupent en C et D.
(N. B. : Les deux sphères ne sont pas représentées sur la figure ci-dessous)

On trace les segments [HA], [HB], [HC] et [HD].



Le plan (HAC) coupe la sphère S_1 suivant un cercle (de diamètre HA) ; l'angle $\widehat{HCA}$, inscrit dans un demi-cercle, est donc droit. De même, $\widehat{HCB}$ est droit.
La droite (HC), perpendiculaire à deux droites (AC) et (CB) du plan, est donc perpendiculaire à ce plan.
De la même façon, l'angle $\widehat{HDA}$ est inscrit dans un demi-cercle, donc droit, tout comme l'angle $\widehat{HDB}$. La droite (HD) est donc elle aussi perpendiculaire à (AD) et à (DB), donc perpendiculaire au plan (P).
On a donc tracé deux droites distinctes (HC) et (HD), toutes deux normales au plan (P).

SOLUTION

Le « piège » se trouvait dans la phrase « ***La droite PD, perpendiculaire aux deux droites (AD) et (DB) du plan, est donc perpendiculaire à ce plan*** ». En effet, ces deux droites sont confondues. Or la propriété utilisée était la suivante : « Une droite perpendiculaire à deux droites distinctes d'un plan est orthogonale à ce plan », dans laquelle on avait sciemment omis le mot « distinctes ».

Ce sophisme est extrait de « Mathesis », ouvrage de G. Gille publié en 1919.

La rédaction du Petit Vert est à court de sophismes. Merci à nos lecteurs de nous en proposer !

retour au sommaire