

**DES ZELLIGES EN CLASSE DE TROISIÈME***Claire RENOUE, collège Anjou de Sablé-sur-Sarthe***Devoir donné fin septembre 2017**

Compétences

	1	2	3	4
M3 Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique				
RA3 Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion				
CA1 Calculer de manière exacte ou approchée, en combinant le calcul mental, posé et instrumenté				
CO2 Expliquer à l'oral ou à l'écrit, comprendre les explications d'un autre et argumenter				

L'art du zellige est apparu au Maroc au X<sup>ème</sup> siècle et s'est propagé rapidement dans le monde musulman pour devenir l'ornement de base de tout édifice religieux ou privé.

Le zellige est une mosaïque dont les éléments, appelées tesselles, sont des morceaux de carreaux de faïence colorés. Ces morceaux sont découpés un à un et assemblés sur un lit de mortier pour former un assemblage géométrique.

Nous allons travailler sur une partie de mosaïque présente dans l'art du zellige.

Voici deux illustrations de cet art.



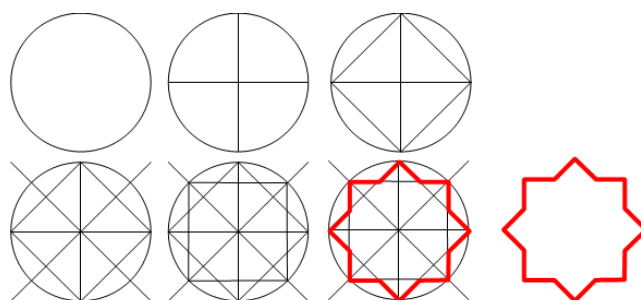
L'Alhambra de Grenade



La mosquée de Paris

Les motifs de base des tesselles, s'obtiennent à partir de l'étoile à huit branches, parfois nommé « sceau de Salomon » ou « khatim ».

Dans ce devoir nous allons travailler sur l'étoile à huit branches. Voici sept étapes pour tracer cette étoile :



1. Trace sur une feuille blanche l'étoile à huit branches, à partir d'un cercle de rayon 10 cm.
2. Rédige un programme de construction, étape par étape, de l'étoile à huit branches.
3. On remarque deux quadrilatères entrecroisés sur la figure. Démontre que ce sont des carrés.
4. Trace, si possible, le(s) axe(s) et centre(s) de symétrie de cette étoile.

5. Si la figure de départ était le carré ci-contre, quelle transformation du plan nous permettrait d'obtenir le motif de l'étoile à huit branches ? Décrire cette transformation.



6. Calcule le périmètre et l'aire de l'étoile à huit branches.

### Quelques productions d'élèves

<p>1- Programme :</p> <p>Étape 1: Tracer un cercle de rayon 10 cm</p> <p>Étape 2: Tracer un segment passant par le milieu appelé [BF]</p> <p>Étape 3: Tracer un segment perpendiculaire à [BF] passant par le point O.</p> <p>Étape 4: Rejoindre les segments [BO], [OF], [FH], et [HB] en faisant un carré en rotation.</p> <p>Étape 5: Tracer les médiatrices du carré BOFH en prenant le milieu de chacun de ces segments, tout en passant par le milieu.</p> <p>Étape 6: Prenez les points d'intersection des médiatrices, en créant un carré ACEG. Et relier [AC], [CE], [EG], [GA]</p> <p>Étape 7: Relier chaque segment, point d'intersection entre eux, pour former une étoile à 8 branches.</p>	
--	--

Ces deux exemples ne permettent la réussite des tracés que si la figure à obtenir est connue du lecteur des textes. Le conseil avait été donné aux élèves de faire tester leurs programmes : des tests faits auprès de personnes étrangères à la classe auraient sans doute montré les failles des écrits, en particulier à propos des points nommés rarement définis. La rédaction de tels programmes de construction n'est pas encore naturelle pour les élèves.

Concernant la question 5, tous n'ont pas retrouvé la rotation et ceux qui y ont pensé ont souvent oublié d'en préciser le sens et l'angle.

Concernant la question 6, une aide a été demandée par les élèves : en début d'une heure de cours, quinze minutes ont été prises pour voir le « découpage » et les longueurs manquantes à calculer à l'aide du théorème de Pythagore.

### Devoir donné mi janvier 2018

Compétences

	1	2	3	4
CHER2 : S'engager dans une démarche scientifique, observer, expérimenter, émettre des hypothèses, (Domaines 2, 4)				
CHER3 : Tester, essayer plusieurs pistes de résolution (Domaines 2, 4)				
CHER4 : Décomposer un problème en sous-problèmes (Domaines 2, 4)				
MOD2 : Traduire en langage mathématique une situation réelle (Domaines 1.3, 2, 4)				
REPR4 : Utiliser, des représentations de solides et de situations spatiales (Domaines 5, 1.3)				
RAIS1 : Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées : mobiliser ses connaissances, exploiter ses erreurs (Domaines 3, 2, 4)				
COMM1 : Faire le lien entre le langage naturel et le langage mathématique (Domaines 3, 1.3, 1.1)				
COMM2 : Expliquer à l'oral ou à l'écrit, comprendre les explications d'un autre et argumenter (Domaines 3, 1.3, 1.1)				

En observant bien les mosaïques de l'art zellige, on voit que certaines pièces sont obtenues en modifiant le motif de l'étoile à huit branches. Voici quelques motifs de base utilisés par les artisans.

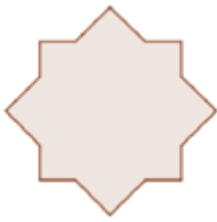


Figure 1



Figure 2

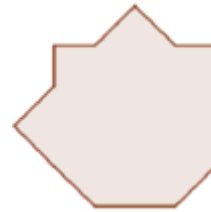


Figure 3



Figure 4

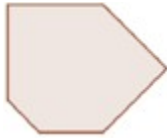


Figure 5

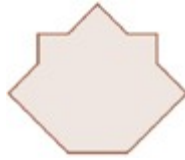


Figure 6



Figure 7



Figure 8



Figure 9



Figure 10



Figure 11



Figure 12



Figure 13

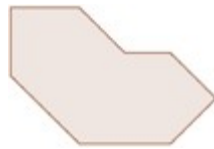
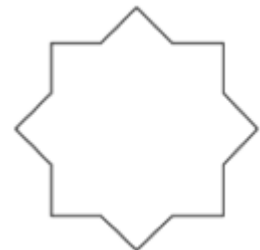
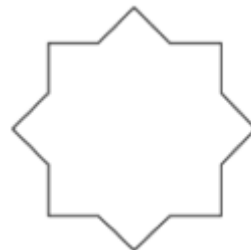
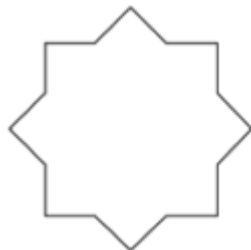
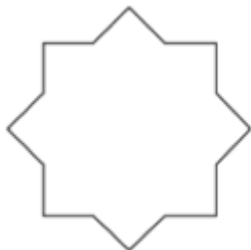
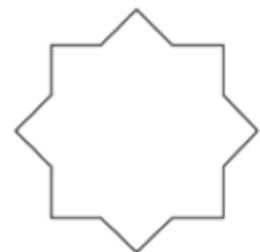
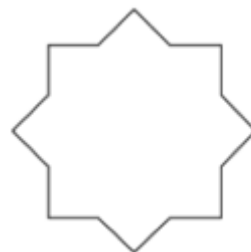
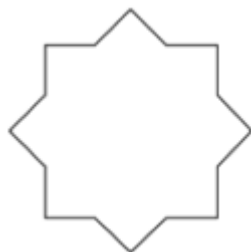
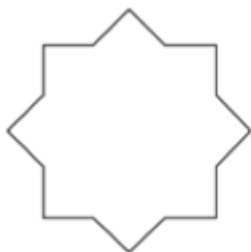
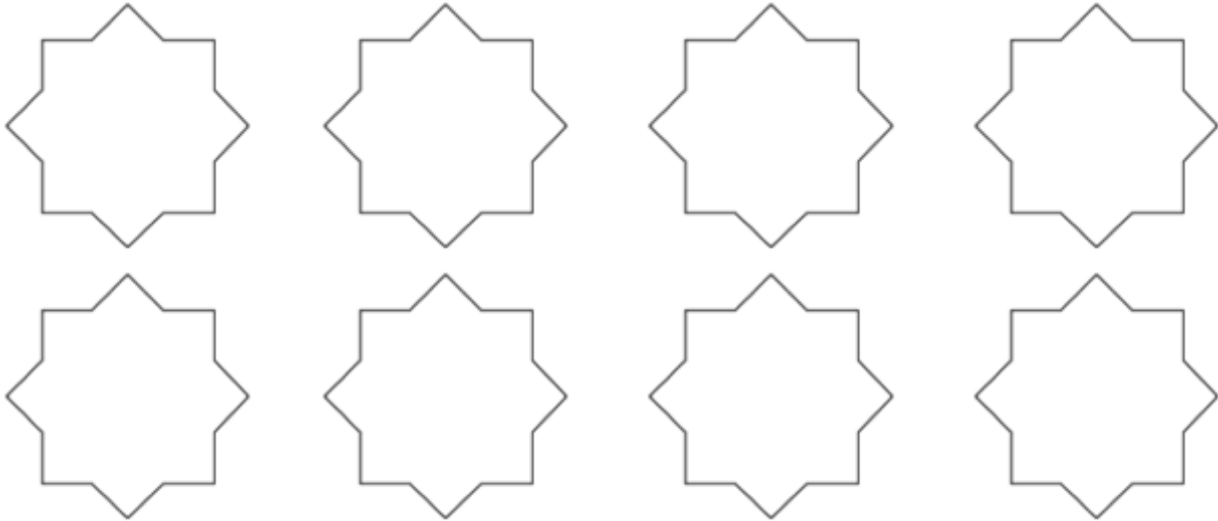


Figure 14

1. Reproduis ci-dessous ces motifs.





2. Choisis une des huit pièces dérivées de l'étoile à huit branches et rédige un programme de construction permettant de l'obtenir.

La première étape du programme de construction sera obligatoirement : « Tracer un cercle de centre O et de diamètre  $AB = 10 \text{ cm}$  ». Ton programme peut comporter des croquis ou des dessins afin d'aider à la compréhension.

Astuce : Une fois le programme rédigé, tu peux le faire tester par une personne afin de vérifier qu'il est complet et clair.

À partir de maintenant, nous allons travailler sur le zellige ci-contre:



3. Donne les différents types de pièces qui composent ce zellige. Tu peux utiliser les numéros pour les figures présentées au début du sujet et/ou faire un croquis si certaines ne sont pas répertoriées.

4. Les zelliges sont des pavages du plan qui utilisent les transformations du plan : symétries axiales et centrales, rotations et translations.

a) Trace les axes de symétries du zellige précédent.

b) Quelle est l'image de 1 par la rotation de centre A et d'angle  $90^\circ$  dans le sens horaire (sens des aiguilles d'une montre) ?

c) Quelle est l'image de 3 par la rotation de centre A et d'angle  $45^\circ$  dans le sens anti-horaire ?

d) Quel est l'angle de la rotation de centre C qui transforme 8 en 9 ?

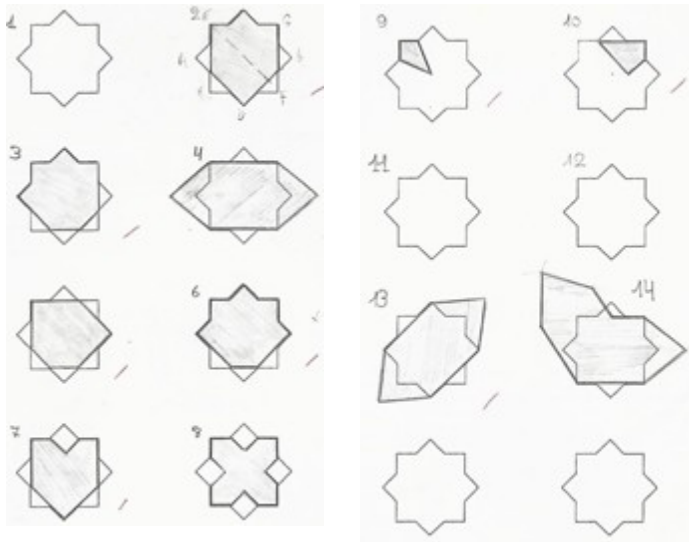
e) Trouve deux rotations, de centre différent, qui transforme 6 en 7.

f) Donne une translation présente sur ce zellige.

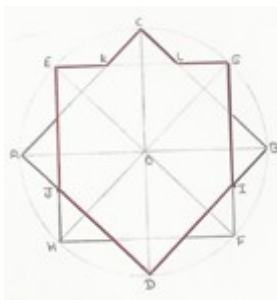
5. Sur une feuille petits carreaux, à partir d'un carré de  $20 \text{ cm}$  sur  $20 \text{ cm}$ , reproduis le zoom suivant du zellige précédent et colorie le. Laisse visibles les traits de constructions au crayon de papier.



## Quelques productions d'élèves.



Les pièces ne sont pas toujours perçues comme pouvant être obtenues à partir de l'étoile à huit branches.

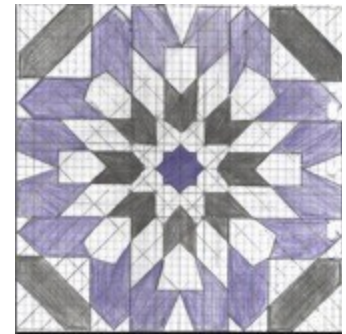


2. Figure 2

- Tracer 1 cercle de centre O de diamètre  $AB = 10$  cm
- Tracer 1 diamètre  $AB$
- Tracer 1 diamètre  $CD \perp$  à  $[AB]$
- Tracer bissectrice de l'angle  $AOC$  qui coupe le cercle en E.
- prolonger  $[EO]$ , on obtient le point F
- tracer le diamètre  $[GH] \perp$  à  $[EF]$
- tracer les cornes  $ACBD$  et  $EGFH$

$[GF]$  coupé  $[BD]$  en I  
 $[EH]$  coupé  $[AD]$  en J  
 $[AC]$  coupé  $[EG]$  en K  
 $[CB]$  coupé  $[EG]$  en L

Relier les points EKCLGIDJE



La classe comporte deux élèves syriennes arrivées en France l'an dernier. Ci-dessous se trouve le programme de construction de la pièce 2 écrit par l'une d'entre elles.

Le cercle utilisé pour le tracé de l'étoile à huit branches n'est plus utilisé lors de la reproduction du motif central du zellige. Le quadrillage du papier est sollicité : les pièces de couleur violette ne sont plus superposables.


### Les sources

Ont été utilisés pour préparer ce devoir : le travail de Céline Coursimault ([PLOT n°20](#) et [brochure](#) « Maths et arts »), les propositions de Fathi Drissi dans cette même [brochure](#), l'article de Céline Prouteau (l'art du zellige et les azulejos dans la revue [n°175](#) « Chantiers de la régionale Ile de France »), l'article de Julie Benoit (PLOT n°58) à propos des zelliges à la Grande mosquée de Strasbourg, les [deux ouvrages](#) d'Éric Broug : celui édité en 2013 a fait l'objet d'une note de lecture dans le [PV126](#) à la page 82.


Afin d'y intégrer les TICE en AP (tous les élèves n'ont pas un ordinateur), une ressource supplémentaire a été trouvée dans le site de l'académie de Créteil: Mathématiques et outils numériques au collège (pages 13 à 19, activité [zellige](#)).

### Compléments confiés au comité de rédaction

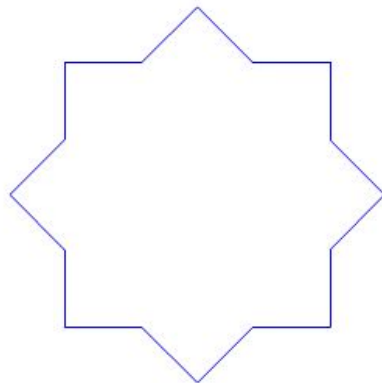
Bien que n'ayant jamais enseigné les mathématiques, une collègue retraitée a repéré une [vidéo](#) présentant la réalisation en direct de zelliges. Des gabarits sont utilisés et l'artisan doit être très précis lors des découpes.



```


quand  est cliqué
  aller à x: 0 y: 50
  s'orienter à 90
  montrer
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  répéter 8 fois
    avancer de 50
    attendre 1 secondes
    tourner ↻ de 90 degrés
    attendre 1 secondes
    avancer de 50
    attendre 1 secondes
    tourner ↻ de 45 degrés
    attendre 1 secondes
  cacher

```




Laurent nous a fourni ce programme Scratch ainsi que de quoi suivre son déroulement [en direct](#).


En 2016, dans le cadre d'une [formation aux nouveaux programmes](#) de collège, Fathi avait présenté la transformation d'un exercice d'un manuel de cinquième. Le lutin de Scratch est sollicité après une recherche de propriétés géométriques de l'étoile à huit branches.





```

quand  est cliqué
  cacher
  aller à x: 0 y: 0
  stylo en position d'écriture
  répéter 8 fois
    avancer de 10
    tourner ↻ de 45 degrés
    avancer de 10
    tourner ↻ de 90 degrés

```



```

quand  est cliqué
  effacer tout
  mettre la taille du stylo à 2
  mettre la couleur du stylo à 
  mettre longueur du côté à 200
  aller à x: -100 y: 100
  s'orienter à 90
  répéter 2 fois
    répéter 4 fois
      stylo en position d'écriture
      avancer de longueur du côté
      tourner ↻ de 90 degrés
    relever le stylo
    tourner ↻ de 22.5 degrés
    avancer de longueur du côté / 2 / cos de 22.5
    tourner ↻ de 67.5 degrés

```

L'étoile à huit branches était l'objet d'un contrôle pour des élèves de Gilles en option ISN.

Michel L s'est intéressé à un script permettant de tracer les deux carrés imbriqués : ceux-ci font apparaître l'étoile à huit branches

Sébastien a créé un script montrant comment visualiser l'étoile à huit branches en utilisant une rotation d'un premier carré tracé.

