DANS NOS CLASSES

RICOCHETS : UNE ACTIVITÉ AVEC LE NUMÉRIQUE

Par Gilles Waehren, lycée Mangin de Sarrebourg

Introduction

Quelques années d'enseignement en BTS SN (Systèmes Numériques) m'ont permis de constater le manque d'aisance de mes anciens élèves de STI 2D SIN (Systèmes d'Information et Numérique) dans l'usage des outils numériques. Le présupposé de connaissances plus avancées dans le domaine, du fait d'enseignements dédiés à l'utilisation d'un ordinateur, peut mener à quelques déconvenues. Recourir à l'informatique pour explorer n'est pas naturel et certains élèves de première année de BTS m'ont déjà rendu des feuilles de calcul remplies de calculs faits « à la main » ! Les sciences physiques ont aussi besoin de ces compétences en tableur et partent du même a priori pour aboutir à la même conclusion : ce n'est pas un acquis.

Il n'en subsiste pas moins que le tableur – ou l'algorithmique dans une certaine mesure – pourront intervenir plus souvent qu'on ne se l'imagine dans leur pratique professionnelle ; plus sûrement que GeoGebra ou qu'un logiciel de calcul formel.

Présentation de l'activité

L'objectif de cette activité était donc de motiver l'usage du tableur ou de la calculatrice programmable dans le cadre de la résolution d'un problème lié aux suites géométriques. Je traite toujours ce chapitre en début d'année de Terminale STI2D, car il met tous les élèves en confiance sur un thème qui revient dans presque tous les sujets de baccalauréat. Il permet également d'aborder les problèmes de limites assez naturellement et, bien sûr, de générer, avec des opérations assez simples, une série de valeurs. Je pense que d'autres chapitres pourraient se prêter pas à la mise en place de TP comme celui-ci et cela pourra faire l'objet d'autres articles dans le « Petit Vert ».

Le but du problème était énoncé ainsi :

> *« Un enfant s'amuse aux ricochets sur un canal de 20 mètres de large.*
> *Entre la berge et le premier rebond, la pierre a parcouru 12 mètres. Après chaque rebond, la pierre ne parcourt plus que 40 % de la distance précédente.*
> *Problème : peut-elle traverser le canal ? »*

Problème : peut-elle traverser le canal ? pas avec 7 rebonds

(réponse de Melvyn)

Il s'agissait d'une situation relativement classique. La fiche élève (en annexe) était assez guidée. Je me suis inspiré de l'approche des autres enseignements de cette filière, où certaines séances de TP sont très détaillées pour ne pas multiplier les difficultés. Les questions alternaient restitution de connaissances du cours nécessaires aux formules sur tableur ou calculatrice et manipulations effectives. J'avais également prévu comme aides (assez peu utilisées) une copie d'écran de la feuille de calcul ainsi que le deuxième algorithme, à traduire. Des questions de recherche sur le pourcentage d'évolution ont été traitées par l'un ou l'autre élève plus rapide. L'évaluation du travail a donné lieu à une note sur 10 sur des critères de réussite par question plutôt binaires, en valorisant tout particulièrement le travail informatique. On pourra réfléchir à une évaluation par compétence, plus pertinente.
Le travail devait se faire en une heure. La salle informatique est de toutes façons attribuée à la classe sur un des créneaux de cours.

Travaux des élèves sur les connaissances générales

« Que peut-on dire de la suite des distances entre deux rebonds ? »
Réponse :

elle diminue de 40 % à chaque rebond.

(Charlotte, bonne élève)

Il est vrai que l'intitulé « Que peut-on dire … ? » donne souvent lieu à des réponses très variées. Cependant, les formulations au bac, telles que « Quel type de suite … ? », sont peu pertinentes, du fait qu'il n'y a que deux types de suites au programme de STI2D : les géométriques et les non géométriques ! J'attendais ici le résultat d'une lecture réfléchie de l'énoncé, et si beaucoup ont identifié une suite géométrique de raison 0,4 et de premier terme 12, nécessaire pour construire la première liste de valeurs sur tableur, le taux de 40 % a quelquefois été perçu comme un taux de diminution (« la raison est 0,6 »). J'ai aussi vu le premier terme égal à 20 (la largeur du canal). Cette phase d'extraction de l'information n'était pas censée être difficile, mais il a fallu vérifier avec certains élèves que les notions du cours (raison, premier terme) avaient bien été repérées dans le texte.

La question « Comment calculer … ? » pouvait laisser une certaine place à l'interprétation. Penser à la formule de la somme de termes de suite géométrique ne s'est pas fait immédiatement. Ici aussi, ce type de travail, plus ouvert qu'une séance d'exercices, est l'occasion pour les élèves de chercher à répondre sans recourir aux méthodes vues en classe. Il n'était pas nécessaire d'utiliser cette formule pour déterminer les valeurs cherchées, mais beaucoup ont remarqué qu'elle simplifiait le premier algorithme (voir ci-après). Enfin, ce fut aussi l'occasion de retrouver la bonne expression dans le cours – et ne pas la confondre avec celle du terme général ou avec la relation de récurrence – mais aussi d'insister sur la numérisation en remplaçant les termes de l'expression par leur valeur afin de repérer la variable : le nombre de termes.

Travaux des élèves sur le tableur

À l'aide de la relation de récurrence, les élèves ont pu écrire la formule tableur nécessaire à la construction de la suite des distances. Cette étape s'est faite sans encombre. Par contre, l'écriture de la longueur totale a demandé plus de temps. Je voulais qu'ils réfléchissent à la façon dont on peut effectivement calculer la somme des termes d'une suite. C'est un exercice qui n'est pas nécessairement évident pour qui ne l'a pas vu au moins une fois. On a donc commencé avec l'exemple « 1+2+3+4+5 » pour se rendre compte du mécanisme. Ce travail de décomposition du calcul sans chercher à utiliser une quelconque astuce est assez formateur pour l'écriture d'algorithme : il s'agit de se regarder calculer pour savoir ce que l'on va pouvoir demander à la machine. Ici, il fallait voir qu'à chaque nouveau terme de la somme, on utilisait la somme des précédents pour effectuer une seule addition à la fois (copie d'écran de droite). Bien entendu, une bonne formule bien comprise donne le même résultat (copie d'écran de gauche) ; mais, les termes de la suite ne sont plus nécessaires au calcul de la somme.

19	17	2,0616E-06	19,999999
20	18	8,2463E-07	19,999999
21	19	"=B20*0,4	"=12 * (1-0,4^(A21+1))/(1-0,4)

26	24	3,3777E-09	19,999999998
27	25	1,3511E-09	19,999999999
28	26	"=B27*0,4	"=C27+B28

Le calcul de puissances reste une opération lourde pour un ordinateur, source d'erreurs notamment sur les décimaux, même si les résultats apparaissent instantanément. J'essaie de rendre les élèves de STI 2D sensibles à ce genre de problème pour motiver des formules comme celles de la copie d'écran de droite. On trouve sur ces deux exemples de sommes, deux conceptions de la programmation en STI 2D : à gauche, la programmation par positionnement de variables, pratique assez courante dans leur enseignement SIN pour la gestion des cartes type Arduino ; à droite, une programmation plus algorithmique où l'on

retour au sommaire

cherche à simplifier les opérations, approche plus conforme à notre sensibilité mathématique. On retrouvera cette différence dans le traitement des algorithmes sur calculatrice.
Les élèves de STI2D manipulent tous les jours de nombreuses expressions, parfois compliquées, et ne sont pas effrayés par celles qui leur sont proposées en mathématiques. Elles sont cependant, pour certaines, difficiles à mémoriser, et c'est aussi dans cette filière qu'on va trouver des élèves à la recherche de solutions de contournement efficaces. Malgré cela, il a fallu corriger de nombreuses formules pour obtenir le résultat voulu.
Les deux questions qui suivaient avaient pour but d'exploiter les résultats du tableur. Le record de l'enfant étant établi à 7 ricochets, la moitié des élèves a limité son tableur au rang 7 (voir ci-dessous) . Il se trouve que cela suffisait pour obtenir les 95 % et 99 % demandés, mais comment le savoir a priori ? On pourra ici modifier le pourcentage inciter les élèves à poursuivre leur investigation.

	A	B	C
1	nbr de rebonds	distance rbd	longueur totale parcourue
2	0	12	12
3	1	4,8	16,8
4	2	1,92	18,72
5	3	0,768	19,488
6	4	0,3072	19,7952
7	5	0,12288	19,91808
8	6	0,049152	19,967232
9	7	0,0196608	19,9868928
10			

Certains élèves ont cherché à justifier leurs réponses en recopiant toutes les valeurs du tableur, rebonds par rebonds, d'autres ont mis en évidence les valeurs sur la feuille de calcul (voir exemple ci-dessous). Mais les avis étaient partagés sur le nombre de rebonds à effectuer pour 95 % et pour 99 % de la largeur : 3 et 5 rebonds contre 4 et 6 rebonds (ci-dessous : l'élève a commencé sa suite à u_1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Rebond	Distance		Somme de terme		Raison			
2	1	12		12		0,4			7 Premier rebonds
3	2	4,8		16,8					
4	3	1,92		18,72					
5	4	0,768		19,488					95% du canal
6	5	0,3072		19,7952					
7	6	0,12288		19,91808					
8	7	0,049152		19,967232					99% du canal
9	8	0,0196608		19,9868928					
10	9	0,0078643		19,99475712					
11	10	0,0031457		19,997902848					

Rien n'empêche d'initialiser la suite au rang 1 plutôt qu'au rang 0, mais il peut être bon d'insister sur la formulation de la conclusion. L'intitulé de la question laissait peu de place à des réponses différentes.
Ce premier travail sur tableur fut l'occasion de constater que nous ne consacrons pas suffisamment de temps à l'exploration sur ce formidable outil de calcul. C'est pourtant, on le voit ici, l'occasion de manipuler des expressions algébriques complexes et de donner du sens aux calculs. Les réflexions menées devaient permettre de construire plus facilement les programmes calculatrices de la deuxième partie du TP.
L'un ou l'autre élève a demandé à me rendre le travail plus tard pour traiter la dernière partie :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	NB REBOND	LONG TOTAL	DIST REB								
2	0	12	12			13	13			11	11
3	1	4,8	16,8			4,55	17,55			4,95	15,95
4	2	1,92	18,72			1,5925	19,1425			2,2275	18,1775
5	3	0,768	19,488			0,557375	19,699875			1,002375	19,179875
6	4	0,3072	19,7952			0,1950813	19,894956			0,4510688	19,630944

Travaux des élèves sur la calculatrice

Pour cette partie, plus constructive, certains élèves ont manqué de temps. Le premier programme, qui demandait la somme des termes, a été assez rapidement écrit ; mais il fallait tout de même l'implémenter. La calculatrice n'est pas le meilleur support pour ce genre de travail, mais c'est le seul dont ils disposent à l'examen. Ayant déjà vu des élèves écrire des programmes pendant l'épreuve de mathématiques, je m'étais dit qu'il était intéressant qu'ils apprennent à le faire pour traiter les questions d'algorithmique, récurrentes dans les sujets actuels.

Comme les appuis que je fournissais donnaient l'algorithme, j'ai demandé à ce que les élèves recopient leurs programmes sur le document élève, ne pouvant pas ramasser toutes les calculatrices. Certains se sont contentés de recopier – voire de coller directement - l'algorithme fourni sans chercher à le traduire ; les petites aides sont parfois à double tranchant (voir ci-contre). J'ai fait remarquer à ces élèves, sur leur copie, que j'attendais un programme. La différence n'est pas toujours très claire, dans leur esprit, entre programme et algorithme.

```
N ← 0;
S ← 12;
U ← 12;
Tant que S ≤ 19,99 faire
 N ← N+1;
 U ← U × 0,4;
 S ← S+U;
fin Tant que;
Afficher N.
```

Ce deuxième programme est un classique problème de seuil, relativement courant à l'examen. Comme sur tableur, on retrouve ici les deux approches du calcul de la somme. La condition de boucle est une inégalité stricte à gauche et large à droite : dans la situation présente, cela n'avait que peu d'importance. Les deux programmes sont écrits en langage CASIO (matériel recommandé dans mon Lycée). On remarquera à droite une transcription moins fidèle (positionnement des flèches) ; il s'agit vraisemblablement d'une réécriture de l'algorithme, car ce programme ne peut pas fonctionner sur CASIO. Nota Bene : cette orientation de la flèche sur les calculatrices est peu conforme aux nouvelles instructions du B.O. quant à la notation de l'affectation de variables.

```
1→X↵
12×((1−0,4^X)⌟(1−0,4))→Y↵
While Y<19,99↵
X+1→X↵
12×((1−0,4^X)⌟(1−0,4))→Y↵
WhileEnd
"il faut"↵
X◢
"rebonts"
```

```
N→0↵
S→12↵
U→12↵
While S ≤19,99 do :
    N→N+1↵
    U→U×0,4↵
    S→S+U↵
While End↵
N◢
```

retour au sommaire

Exemple 1 :

```
1->N
1x(1-0,4^N)÷(1-0,4)->A
While A<1999
N◢
```

Exemple 2 :

```
"R0"
?->R
"MAX"
?->M
0->N
R->Z
While Z<M
Rx((1-0,5^(N+1))÷(1-0,5))->Z
N+1->N
While end
N-1◢
```

J'ai également obtenu quelques productions plus personnelles. Dans l'exemple 1, le corps de boucle est totalement absent, mais l'initialisation est correcte, la condition de boucle est bien écrite et l'élève a vu que l'information attendue était la valeur du rang. L'une des réussites de cette séance reste l'identification de la boucle « Tant que » comme clé de l'algorithme. On peut penser que l'élève n'a probablement pas eu le temps de tester son programme pour le corriger, puisque la boucle est ici infinie.

Le deuxième exemple relève déjà d'une certaine expertise, puisque l'élève demande la saisie du premier terme et du seuil et qu'il affiche le rang diminué de 1 (il est augmenté avant de sortir de la boucle). Une inversion des deux instructions de la boucle aurait été plus efficace.

Bilan

Les élèves ont été relativement actifs lors de cette séance puisqu'ils pouvaient fonctionner comme dans les TP de SIN ou de Sciences Physiques : manipuler, tester, circuler, demander de l'aide aux camarades ou au professeur. Leur manque d'aisance avec le tableur ou avec l'algorithmique ne les ont pas empêchés d'utiliser volontiers l'ordinateur ou la calculatrice. Les freins à la réussite étaient plutôt situés au niveau des connaissances à mobiliser.

Pour améliorer ce TP, on pourra modifier certaines valeurs de l'énoncé pour éviter des résultats trop évidents : taux de diminution, formulation de certaines questions, pourcentage de largeur du canal à atteindre. Les questions d'ouverture méritent d'être remaniées pour pouvoir jouer plus facilement sur la raison et le premier terme de la suite.

Les incitations à l'usage des outils numériques sont nombreuses dans les programmes de mathématiques de toutes les filières. On trouve un grand nombre d'activités numériques sur Internet, mais il n'est pas toujours aisé de construire une séance où l'ordinateur, la calculatrice, va apporter une véritable plus-value par rapport à un travail d'entraînement sur exercices. Les séances informatiques sont une chance pour les élèves des séries technologiques de montrer des compétences qui ne se limitent pas à la production d'un écrit. Mais, il n'est pas commode d'accepter de sacrifier de précieuses heures pour enrichir tel ou tel chapitre dont le contenu notionnel est déjà difficilement accessible. On pourra se focaliser sur des chapitres plus faciles pour donner à nos élèves l'habitude d'une utilisation pertinente d'outils sur lesquels, ils manquent, contrairement à certains clichés, de plus en plus d'autonomie et de savoir-faire.

Annexe : l'énoncé proposé aux élèves

Un enfant s'amuse aux ricochets sur un étang qui mesure 30 mètres dans sa plus grande longueur.
Entre la berge et le premier rebond, la pierre a parcouru 12 mètres. Après chaque rebond, la pierre ne parcourt plus que 60 % de la distance précédente.
Problème : peut-elle traverser le canal ?

Que peut-on dire de la suite des distances entre deux rebonds ?
Réponse :

Sur tableur : (déposer le fichier dans le casier de collecte de l'ENT)

- afficher le numéro des rebonds, les distances entre deux rebonds consécutifs, la longueur totale parcourue par la pierre.

Le record de cet enfant est 7 ricochets : quelle est alors la distance parcourue par sa pierre ?
Réponse :

Au bout de combien de rebonds, la pierre a parcouru 95 % de la largeur du canal ?
Même question avec 99 % de la largeur.
Réponses :

Comment calculer la distance totale parcourue par la pierre ?
Réponse :

Sur calculatrice :

- écrire un programme qui, selon le nombre de rebonds entré, donne la longueur totale parcourue ;
- écrire un programme qui permet de connaître le nombre de rebonds nécessaires pour une longueur totale de 29,99 mètres.

Recopier les programmes dans les cadres ci-dessous :

Programme 1	Programme 2

<u>Pour aller plus loin :</u>
Supposons que la plus grande longueur de l'étang soit 40 m. Comment choisir la distance avant le premier rebond pour traverser l'étang en 7 ricochets ?

RÉPONSE :

retour au sommaire