N° 145 Mars 2021

LE PETIT VERT

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE

FAITES GRANDIR VOS ELEVES

avec les produits

de la gamme

GRAND'HOMME

Éloge de l'inutile

En Maternelle

Les doigts de la sorcière

Au collège

Échecs et maths

En haut du mur

Le jeu TRIO en 2021

Régionale de Lorraine APMEP

www.apmeplorraine.fr

SOMMAIRE

Retour au sommaire

ÉDITO

ÉLOGE DE L'INUTILE

Gilles Waehren

Le monde de la culture (dont les enseignants font aussi partie) a été fortement touché par les mesures de lutte contre la pandémie. Le bien-être et la santé de tous étant une richesse inaliénable, on est en droit de croire que les activités non vitales doivent être mises à l'arrêt pour garantir cette protection. On peut aussi se demander si la pratique d'une activité culturelle n'est pas d'une égale importance avec celle d'une activité physique, dont les bienfaits sont incontestables.

Pour protéger leur économie et le bon fonctionnement de leurs infrastructures, beaucoup de pays ont donc décidé de suspendre les spectacles et les expositions. Sans répéter cette tirade attribuée à Churchill, on peut poser la question sous-jacente : quel est le vrai objectif de ces sacrifices ?

Comme en temps de guerre, des personnes très qualifiées et très compétentes (sans ironie aucune) ont fait la part entre ce qui était essentiel, utile, et ce qui ne l'était pas. Dans l'urgence présente, ils n'ont eu guère de temps de débattre et travailler dans la nuance ; certaines mesures universelles prises de façon uniforme en sont la preuve. Je ne pense pas être mieux à même que les conseillers de nos dirigeants pour faire ce genre de choix, ou alors tout le monde en est capable.

Je me pose la question du sens que l'on donne au mot « essentiel ». Pouvons-nous être si insouciants qu'on veuille se battre pour ce qui est désigné comme non utile ? Une phrase du trimestre de votre publication préférée rappelait récemment la richesse du temps perdu dans le travail de l'enseignant. Le plus important est-il nécessairement le plus productif ?

Le sentiment de certains enseignants est que, s'ils n'ont pas eu à subir le deuxième confinement, c'est pour permettre aux salariés, dont l'activité génère une forte valeur ajoutée, de continuer de produire ou pour justifier le salaire que le ministère de l'Éducation Nationale continue de verser aux professeurs alors que beaucoup de Français ont perdu leur emploi dans cette période. Tous les professionnels du monde de la culture n'ont pas pu se targuer de telles prérogatives.

J'espère que 2021 montrera à nos dirigeants que la curiosité n'est pas une activité non essentielle.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale APMEP Lorraine. Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents. Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr. Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Léa Magnier, Walter Nurdin, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS

Voici un extrait d'un article du Petit Vert 45 de mars 1996.

Extrait des consignes de passation que les professeurs devaient lire aux élèves lors de l'évaluation à l'entrée en sixième, à la dernière rentrée

Les consignes sont données aux élèves page par page. Pour chaque page, lir consigne, laisser le temps prévu pour effectuer le travail, faire tourner la page. Veiller à ce les élèves ne reviennent pas en arrière et ne prennent pas d'avance, afin que tous soient dan mêmes conditions.

Page 14

Dire : " **Prenez page 14. Vous avez un tableau concernant la composition quelques aliments. Regardez - le attentivement, puis répondez aux trois questions vous sont posées. Vous avez 2,5 minutes. Allez-y ...**"

Page 15

Après 2, 5 minutes, dire : "**Prenez page 15. Sur cette page vous allez effectuer additions et des soustractions : trois sont posées, quatre sont en ligne. Vous po**

Le fait qu'il faille lire "2,5 minutes" (prononcez bien deux-virgule-cinq) a beaucoup étonné un de nos collègues : les minutes seraient-elles devenues décimales ? les secondes auraient-elles disparu, emportées par le vent de la réforme ? ... Et comme le "sens" du nombre décimal n'est pas totalement acquis à l'entrée en sixième, ce collègue n'ose imaginer ce que ses élèves auraient compris s'il avait respecté ces consignes : il a osé dire "deux minutes trente secondes" !!!!

Comment sont exprimées les durées dans les dernières évaluations passées en 2020 ?

Le document « Évaluer pour mieux aider », texte collectif d'un groupe dirigé par Stanislas Dehaene et Johannes Ziegler propose pour le cycle 1 des règles strictes de passation : « *L'intérêt des épreuves à réaliser dans un temps court et limité est triple. Le fait que le même temps de passation soit accordé à tous les élèves facilite les comparaisons. La rapidité évite les problèmes liés à l'attention. …* ».

Le guide pour le professeur de CP en 2020, édité par le ministère de l'Éducation nationale, enjoint l'enseignant à respecter strictement les temps impartis. : « *Les consignes de passation sont destinées à uniformiser autant que possible les conditions de l'évaluation, de façon à placer tous les élèves dans la même situation. Nous vous demandons de les appliquer strictement. Aucun délai supplémentaire ne pourrait donc être octroyé aux élèves qui n'auraient pas fini un exercice dans le temps imparti.* » Les durées sont exprimées en minutes et secondes.

Dans l'académie de Créteil, le souci n'est plus de découper la minute : « *Les élèves doivent avoir le temps qui leur est nécessaire pour répondre à l'ensemble des questions. Un travail supplémentaire doit donc être prévu pour les élèves les plus rapides leur permettant de patienter dans le calme pendant que leurs camarades poursuivent le test à leur vitesse.*

Les élèves travaillent à leur vitesse. L'enseignant circule dans les rangs pour s'assurer qu'aucun élève ne reste bloqué sur le même exercice pendant un temps déraisonnable, auquel cas cet élève serait invité à passer à l'exercice suivant. »

Face à des consignes de passation aussi contradictoires, on peut se demander quels sont les objectifs de ces évaluations ?

Le Ministère affirme : ce « *dispositif est mis en œuvre pour que vous puissiez disposer pour chaque élève de points de repères fiables permettant d'organiser l'action pédagogique. L'objectif est de bien apprécier, d'un point de vue individuel et collectif, certains acquis fondamentaux permettant d'ancrer les apprentissages au début de l'année.* » *(extrait du guide pour le professeur de CP en 2020).* Si tel est vraiment l'objectif poursuivi ne serait-il pas plus judicieux de laisser aux élèves le temps de chercher, de s'interroger … comme cela a été fait à Créteil ?

Retour au sommaire

À KNUTANGE

Repéré le 21 Décembre 2020 dans le Républicain Lorrain

KNUTANGE Éducation

Travailler les maths de façon ludique

Paul Oudin, animateur des jeux de logiques mathématiques, explique la bonne démarche aux enfants. Photo RL

Les salles du centre social, d'ordinaire dédiées aux animations artistiques (théâtre, dessin ou peinture), se sont transformées en salles de classe. Vingt enfants, des deux écoles primaires de la commune, redoublent d'efforts lors de quatre séquences hebdomadaires consacrées au soutien scolaire.

« C'est un dispositif d'accompagnement à la scolarité intitulé Apprendre autrement, financé par la *Caf* et la commune de Knutange. Il permet de venir en aide aux enfants et de revoir, avec eux, en employant d'autres méthodes, les leçons incomprises en classe », explique Valérie Bertei, directrice du centre social.

Les jeudis, de 17h à 18h30, place aux casse-tête mathématiques.

À peine sortis de leur salle de classe, mais après avoir pris le temps de goûter, les 20 enfants, tous volontaires, se donnent la peine de revenir sur ce qu'ils ont fait.

« Développer une logique mathématique, mais aussi de la confiance et de l'assurance »

« Ces séquences offrent un soutien individualisé et sont adaptées à la personnalité de chaque enfant. L'objectif est de développer une logique mathématique, mais aussi de la confiance et de l'assurance », explique la directrice.

Répartis en petits groupes, les ados sont en prise avec de curieux volumes en bois, tous de couleur différente, qu'il faut judicieusement disposer sur une grille.

« Ce sont des petits jeux mathématiques, ponctués d'énigmes et de logique, qui permettent de travailler les mêmes notions qu'en classe élémentaire, mais de façon ludique. La géométrie, la hiérarchisation des valeurs et des données sont dans le viseur de nos applications ce soir », détaille Paul Oudin, délégué auprès la Ligue de l'enseignement et animateur de la soirée. « Nous avons pour ambition de développer, auprès des enfants de primaire, la logique algorithmique et mathématique. Les jeux ont été conçus en partenariat avec l'association des professeurs de mathématiques », ajoute l'animateur.

Le journaliste pense qu'il n'y a qu'une démarche qui soit bonne alors que nos « jeux » en général et celui-ci (gratte-ciel) en particulier peuvent être abordés différemment selon l'âge, le niveau, la sensibilité, le mode de pensée …

Retour au sommaire

Depuis plus de trois ans, des adhérents de la régionale sont à l'initiative de la création de dix valises de vingt jeux. Pour diverses raisons, celles-ci ne sont pas totalement finalisées. Ces valises sont entre autres utilisées dans les périscolaires gérés par la FOL57 (section mosellane de la Ligue de l'Enseignement).

À l'occasion de cette coopération APMEP Lorraine - FOL 57 pour le périscolaire, nous avons fourni le principe et les règles des jeux (construits en collaboration et pour beaucoup au fablab de Metz à l'IUT GMP du Saulcy), nous avons formé les animateurs et leur avons mis le pied à l'étrier (Odile et Daniel ont participé à plusieurs séances avec les enfants et les animateurs).

VIE DE LA RÉGIONALE

JOURNÉE RÉGIONALE : 24 MARS 2021

La prochaine Journée Régionale aura lieu le mercredi 24 mars prochain, en **distanciel**.

L'accueil sur la plateforme se fera de 8h15 à 8h40.

À 8h45, Marie Duflot-Krémer donnera une conférence intitulée « Informatique en classe, des compétences à la pratique ». La matinée se poursuivra par l'Assemblée Générale et se terminera par une plage d'ateliers.

Une pause méridienne jusque 14h précédera deux plages d'ateliers (14h - 15h15 puis 15h30 - 16h45).

L'inscription en ligne peut s'effectuer jusqu'au 8 mars.

Toutes les instructions pour y participer seront communiquées aux inscrit·e·s.

VIE DE LA RÉGIONALE

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LORRAINE 2021

Le rallye mathématique de Lorraine, en partenariat avec Aleph et Texas Instruments, est proposé aux 3è de collège et de LP, aux 2de de LGT et de LP de notre académie depuis plus de 15 ans.

La participation au rallye mathématique de Lorraine reste **gratuite**.

Cette année, l'épreuve aura lieu la semaine du **19 au 23 avril 2021 sur une plage de deux heures**, en classe ou à distance selon les possibilités et les consignes sanitaires.

Les inscriptions se feront en ligne **avant le 1er avril 2021**.

ALEPH TEXAS INSTRUMENTS

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

RÉUNION DU LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES DE MOULINS-LÈS-METZ

Le 17 décembre 2020, de 17h30 à 19h, les enseignantes de Cours Moyen des écoles Cressot et Paul Verlaine, les enseignant·e·s de mathématiques, de SEGPA et intervenant en ULIS du collège Louis Armand, l'universitaire chercheur référent et un membre du groupe jeux de la régionale se sont retrouvés par visioconférence.

Dans un premier temps, les enseignant·e·s ont échangé à propos de ce qui a pu être mis en place malgré le premier confinement et à propos des effets constatés à partir de septembre chez les élèves du collège.
Un deuxième temps a été consacré à l'utilisation de puzzles à pièces quadrillées et au tracé de figures géométriques sur papier quadrillé, les propriétés des réseaux apparents servant comme outil pour faire émerger des propriétés géométriques et fournir des éléments de preuve. Le groupe Jeux de la régionale fournit aux enseignants des ressources et du matériel à utiliser en classe.
Un troisième temps a permis de compléter les objectifs de travail pour les trois mois qui viennent. La symétrie axiale sera mise en avant pour aborder les notions de droites perpendiculaires, de droites parallèles et de distance d'un point à une droite.

Rendez-vous a été pris pour une nouvelle réunion par visioconférence fin janvier.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

UNE PLATE FORME MOODLE POUR L'APMEP LORRAINE

Le 28 décembre 2020, des membres du comité se sont réunis pour discuter de ce que cette plateforme pourrait apporter au fonctionnement de la régionale.

Moodle est une plateforme d'apprentissage en ligne utilisée par de nombreux organismes de formation. Véritable « couteau suisse », elle s'adapte aux pratiques des utilisateurs et en favorise de nouvelles. Elle a été installée sur le serveur OVH de l'association. Tous les membres du comité sont « participants », selon les rubriques, leurs droits peuvent varier.

Le « site » Moodle est découpé en « cours » dans lesquels des sections pourront être mises. Dans celles-ci pourront être insérés des fichiers, des documents collaboratifs (wiki) avec intégration de fichiers et de commentaires, des tests, des forums, des liens, des visio-conférences avec BigBlueButton, etc. Une formation interne à ces modules sera faite ultérieurement.

La plateforme Moodle de l'APMEP Lorraine a comme objectif de mettre à disposition des personnes qui le souhaitent des espaces virtuels de collaboration, dans le cadre des activités soutenues par l'APMEP.
Ces espaces sont les suivants :

- comité de rédaction du Petit Vert ;
- travail collaboratif : sur un thème donné, les participants construisent des activités-élèves ;
- groupes de travail : sur la base des groupes existant au sein de la Régionale ;
- goûters APMEP : pour prolonger ou animer les goûters en ligne.

Cette plateforme sera ouverte à toute personne souhaitant travailler en groupe, dans le cadre des valeurs défendues par l'APMEP. Elle peut accueillir des structures comme celle des Labos de Maths.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

CONFINÉE ET APRÈS ?

P. Balland,
collège Jules Ferry, Le Thillot (Vosges)

Comme tout le monde au mois de mars je me suis retrouvée seule face à un ordinateur, angoissée, avec beaucoup de questions « Que faire ? comment faire ? avec quoi ? … »
Durant cette période j'ai dû retranscrire mes cours et les explications sur papier mais des cours de maths sur PDF rien de très motivant. Alors je me suis lancée, j'ai fait en complément des classes virtuelles CNED pour réexpliquer les cours envoyés. Ce lien était très apprécié des élèves (ceux qui avaient du réseau, bien-sûr) car cela leur donnait un moment pour être ensemble à nouveau.
Dans mes cours, j'ai inséré des liens vers des vidéos (un grand merci à Y. Monka). Ensuite est venue la question du suivi, comment savoir si mes élèves comprenaient quelque chose car j'ai abordé de nouvelles notions.

Alors j'ai utilisé « La Quizinière », « learningapps ».

Pour qu'ils aient à disposition les cours et qu'ils puissent envoyer leurs travaux j'ai créé une rubrique maths dans l'ENT et des dossiers partagés. Il est vrai que jusqu'à cette période je n'en voyais pas vraiment l'utilité.
Durant ce confinement j'ai donc passé beaucoup de temps devant l'ordinateur à me former, à m'informer, à répondre aux questions… et je ne voulais pas que ce travail reste vain.
Depuis septembre nous sommes revenus en classe, masqués (pas drôle) et, ayant peur qu'on se retrouve à nouveau à la maison, j'ai tout de suite demandé à mes élèves de m'envoyer un message sur l'ENT pour vérifier que leur code fonctionnait bien.
J'ai aussi créé une rubrique maths dans l' ENT et des dossiers partagés, ce que je ne faisais pas les années précédentes. Mes cours et activités y sont déposés ainsi les élèves absents peuvent y retrouver ce qu'ils ont « loupé ».
Cette année, j'ai aussi demandé à mes troisièmes de m'y déposer un DM. Je ne voulais pas de version papier et l'objectif était de vérifier s'ils savaient déposer un fichier dans les dossiers partagés. Il n'y avait pas de notations mathématiques trop compliquées à taper. Ils se sont bien investis dans ce travail. Je n'ai pas exigé que le devoir soit sur traitement de texte, certains m'ont envoyé une photo, cela suffisait.
Autre changement, je communique régulièrement des liens vers des vidéos. Le retour des élèves a été plutôt positif et m'encourage à poursuivre.
Ai-je réutilisé Learningapps ? La quizinière ?

Retour au sommaire

J'ai préparé en 3è une séquence de révision pour un devoir classe sur Learningapps. Souvent les élèves ne savent pas réviser. On leur explique comment faire, on fait des séances de révisions en classe mais si on ne leur donne pas le travail, très peu refont des exercices. Ils disent « je relis le cours ». Le retour de ce mode de révision a été plutôt positif et m'encourage à continuer.
J'ai remarqué que les élèves n'ont pas toujours les affaires pour faire le travail demandé lors des heures de devoirs faits, alors, pour éviter ce problème, je mets maintenant systématiquement en pièce jointe la fiche d'exercices dans le cahier de texte.
Cela signifie tout numériser et j'ai l'impression de passer de plus en plus de temps devant un ordinateur….

Lu pour vous

TIMMS ET APRÈS ? par Serge Petit

Serge Petit, adhérent de longue date à l'APMEP, est un fidèle ami de notre régionale pour laquelle il est venu plusieurs fois animer goûters et ateliers. Dans l'article Après TIMMS : quel pilote et quel cap ? du Café pédagogique, le 5 janvier 2021, il met en avant le besoin de laisser l'enseignant organiser les apprentissages en tenant compte des rythmes différents d'apprentissage des enfants de cycle 2. Ce qu'il précise pour ce cycle est aisément transférable pour les autres cycles, en particulier à propos de la mise en place précoce des formalismes sans tenir compte de la compréhension de leur signification en mathématiques. Il analyse quelques items de cette évaluation dans l'article Après TIMMS, quel enseignement des mathématiques à l'école ? du 11 février 2021.

Lu pour vous

HISTOIRE DE LA NUMÉRATION

dans LES CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Dans les numéros 185 (juin 2020) et 186 (octobre 2020), le bulletin de la régionale Ile de France nous offre en deux parties une passionnante « histoire de la numération ». Cette étude très complète aborde l'origine des mots utilisés dans notre langue. Les évolutions du latin vers le français intéresseront sans nul doute également les enseignants de français, de latin et d'histoire dans nos établissements. Bonne lecture !

En complément, on pourra relire avec intérêt « Les noms des nombres » de Jacques Verdier.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

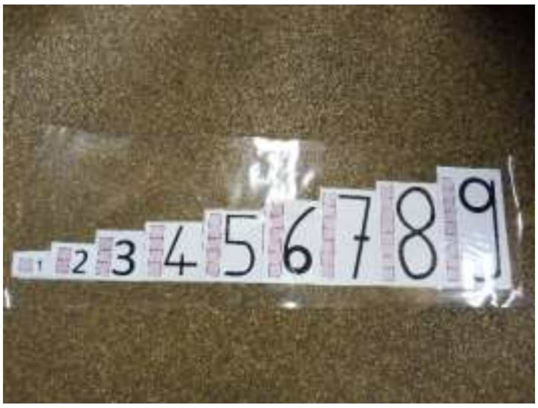
LES DOIGTS DE LA SORCIÈRE ET LES POISSONS

Pascale Stauffer
École maternelle G. Charrier
Lunéville

La construction du nombre est un objectif fondamental en maternelle. Les activités présentées ne sont qu'une étape d'un processus réparti sur l'année scolaire.
La séance, d'une durée de 45 minutes, se déroule dans une classe comportant des élèves de moyenne section et de grande section. L'ATSEM gère le groupe des « moyens ». Les activités proposées s'adressent aux « grands ».

Le jeu des bonbons

La classe est regroupée et les élèves sont interrogés un par un : « Tu as 3 bonbons dans la main (nombre inférieur ou égal à 9). Je t'en donne 1 de plus. Combien as-tu maintenant de bonbons ? » ou « Tu as 5 bonbons dans la main (nombre inférieur ou égal à 9). Tu en manges 1. Combien as-tu maintenant de bonbons ? »



Les élèves ont à leur disposition une bande numérique posée au sol.
Quand l'un d'entre eux rencontre une difficulté, ses pairs sont invités à représenter la collection de départ avec leurs doigts, puis opèrent l'ajout ou le retrait d'un des doigts. Une seule enfant ne comprend pas du tout la tâche à accomplir. Elle bénéficie d'une aide individualisée à l'issue de la journée de classe. Certains sont au stade de l'automatisation.

Quand le professeur dit : « Tu as 3 bonbons dans la main. Je t'en donne 1 de plus. Combien as-tu maintenant de bonbons ? » Il ne suffit pas à l'enfant d'avoir recours à la frise numérique et de regarder le chiffre situé immédiatement après le chiffre 3. Il est en en situation de résolution de problème et doit d'abord mobiliser un savoir opérationnel. Il essaie de donner du sens à ce que dit l'adulte pour construire ses connaissances : " Combien as-tu maintenant de bonbons ? " ; l'élève répond « 4 ». C'est la valeur cardinale, c'est la quantité.
Ce moment avec le professeur permet à l'élève de construire des outils de recherche : les doigts, la bande numérique, l'aide par les pairs, la manipulation d'objets… Il se sent ainsi sécurisé et peut aborder plus sereinement le moment où il sera seul face à la tâche.

La chanson de la sorcière

La comptine
« *9 grands doigts de sorcière pour aller voir la mer, j'en laisse 1 sur le chemin, combien j'en ai sur mes mains 1 2 3 4 5 6 7 8.*
8 grands doigts de sorcière pour aller … »

Retour au sommaire

Les doigts de la sorcière

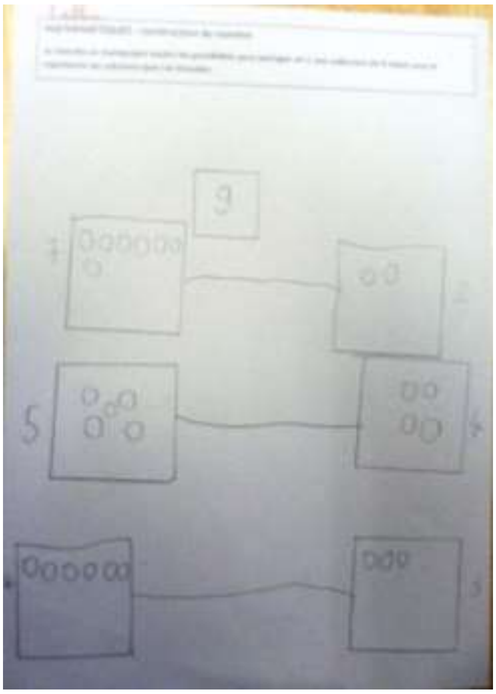
Les élèves récitent collectivement la comptine mettant en scène le retrait successif d'une unité, un doigt de sorcière, à partir des 10 doigts de la main de la sorcière. Ils visualisent la perte successive de « véritables doigts de sorcières » au fur et à mesure de la comptine.

Cette comptine permet de théâtraliser l'apprentissage des petits nombres jusqu'à dix. La présence des doigts de la sorcière permet de ne pas limiter la récitation à une seule énumération en mettant en relation le nombre et la quantité d'objets.

Décompositions du nombre 9

L'activité a lieu en ateliers pour les élèves qui savent travailler seuls, en autonomie. Ils doivent partager une collection de 9 cubes en 2 collections. La même activité a déjà été réalisée lors de séances précédentes pour les nombres inférieurs à 9.

Les élèves disposent de cubes pour manipuler et de la bande numérique utilisée précédemment.

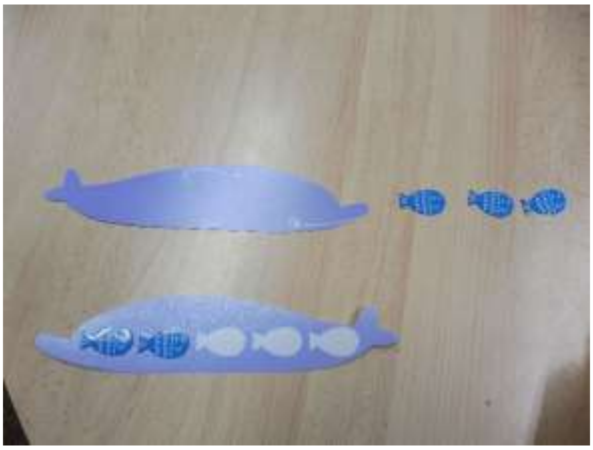


Ils représentent les décompositions obtenues sur une feuille en utilisant un gabarit leur permettant de tracer 2 zones sur la feuille. Ils font figurer en haut de la feuille le nombre 9, travaillé lors de cette séance, et le nombre d'éléments présents dans chaque colonne. Quatre décompositions sont demandées aux élèves. Un élève de la classe propose la décomposition 9+0, inattendue a priori.

La nécessité de faire figurer l'écriture chiffrée est importante, elle permet de travailler la mise en correspondance des quantités avec ce système de symboles.

Retour au sommaire

Le jeu des dauphins



Le jeu est composé de dauphins, de petits poissons et de 10 cartes numérotées de 1 à 10.
Sur une face le dauphin comporte cinq emplacements vides de la forme d'un petit poisson. L'autre face est uniforme.

Déroulement du jeu

Le dauphin est positionné face « lisse » au -dessus. L'élève pioche une carte comportant un nombre compris entre 1 et 10. Il sélectionne le nombre de petits poissons correspondants et se demande s'il y aura assez, trop ou pas assez de poissons pour le dauphin. La validation s'effectue en retournant le dauphin et en positionnant les poissons sur les cases.
Les élèves doivent anticiper le résultat d'une comparaison. Comme le dauphin comporte cinq emplacements pour les poissons les élèves peuvent se référer aux doigts d'une de leurs mains ou effectuer une décomposition en 5+… ou ...
L'autoévaluation est facilement réalisée en retournant le dauphin et en plaçant les poissons dans les cases prévues à cet effet. L'élève est totalement autonome dans cet atelier.

Les élèves ont joué, en réfléchissant et en résolvant des problèmes, en s'exerçant, en se remémorant et en mémorisant.

ANNONCE

L'AVENIR DE LA MATERNELLE

Une note d'analyse et de proposition du conseil supérieur des programmes (CSP) sur le programme d'enseignement de l'école maternelle est parue suite à une lettre de mission du ministre de l'Éducation nationale du 1 septembre 2020. Elle suscite de nombreuses réactions.
La Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire *(*Copirelem*)* dénonce un manque de rigueur scientifique, un vocabulaire imprécis qui peuvent mettre en difficulté les enseignants et leurs élèves ainsi que les formateurs. Le Café pédagogique relaie ces critiques :
« Nous nous interrogeons à propos des expressions « chiffres dits », « chiffres énoncés » (p 35) : comment aider les enseignants à clairement discerner oral et écrit, si on utilise des expressions contenant de telles ambiguïtés ? »
La spécificité de l'école maternelle est oubliée au profit d'une école préélémentaire. Il y a confusion entre le développement intellectuel et l'instruction.
La réussite aux évaluations du CP est-elle la finalité de tout enseignant de maternelle ?

L'APMEP Lorraine adhère totalement aux arguments de la COPIRELEM.

Ajoutons que la tribune publiée le 9 février dans le journal Libération, et rédigée par un collectif de syndicats enseignants et d'associations professionnelles, donne également la mesure des enjeux et montre la gravité de la situation face aux réorientations du programme de maternelle envisagées.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

EN HAUT DU MUR

Groupe Maths et Arts de l'APMEP Lorraine

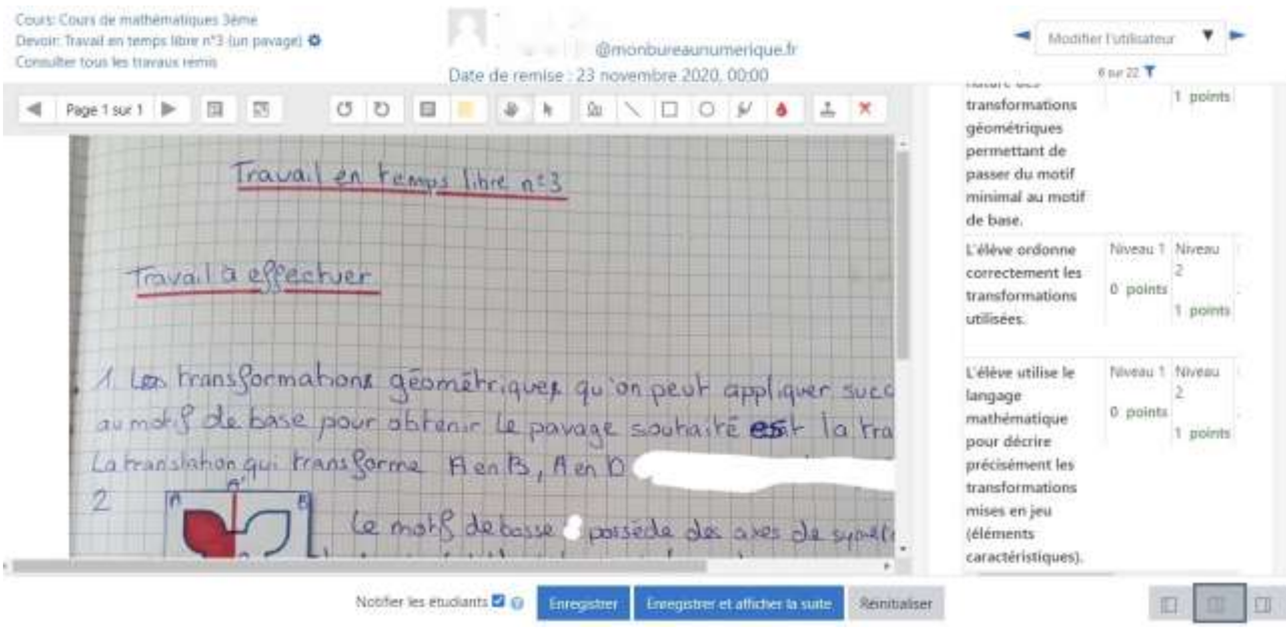
L'envie est venue à des membres du groupe d'imaginer un devoir à la maison incitant les élèves à retrouver le motif de base du pavage repéré lors d'une balade. Ce pavage est analysé dans l'article « En haut du mur » de ce Petit Vert 145.

L'énoncé proposé en classe de troisième d'un collège de l'agglomération messine se trouve en annexe page suivante.

La classe était en travail à distance pendant sept jours. Tous les élèves devaient rendre leur copie sur Moodle. Ils devaient prendre une photo de leur travail fait dans le cahier d'exercices, puis assembler les photos dans un document PDF et le déposer sur Moodle de l'ENT ; certains travaux ont été récupérés sur Moodle, d'autres ont été envoyés par courrier électronique, d'autres, enfin ont été rendus sur papier lors du retour en classe.

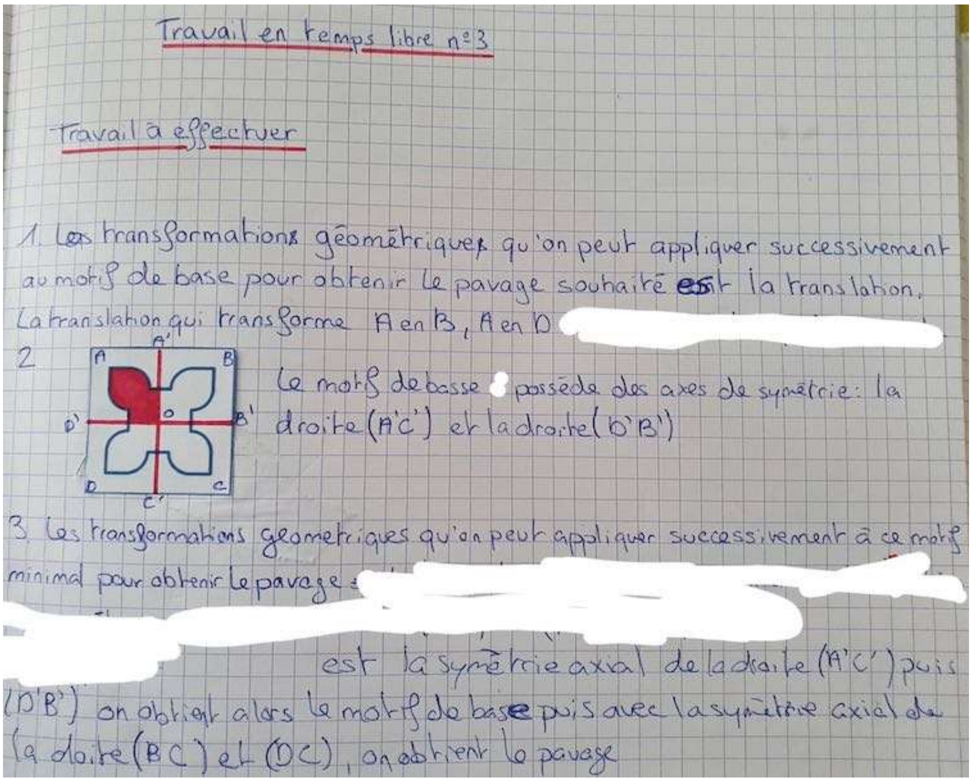
La copie était ensuite dématérialisée et corrigée en ligne à l'aide d'une grille d'évaluation accessible aux élèves (Moodle permet d'intégrer au devoir une grille d'évaluation avec des niveaux et des critères, les élèves étaient préparés à faire ce genre de choses depuis la rentrée, au cas où…).

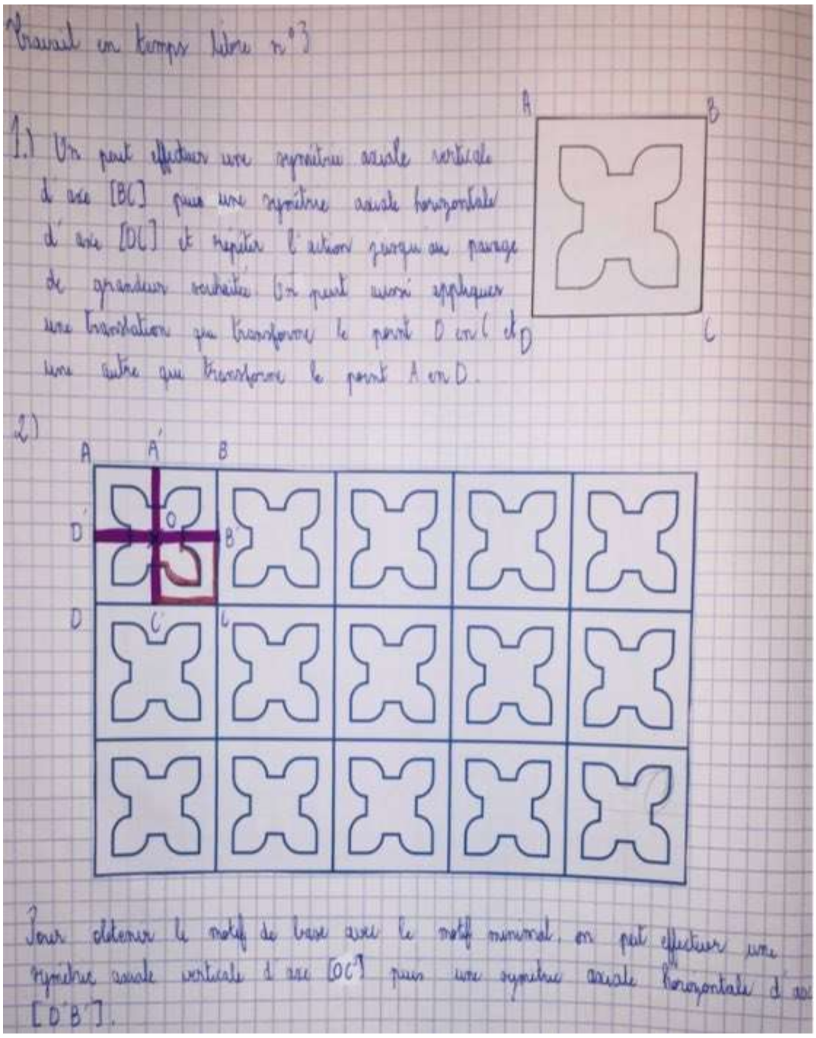
Les aides possibles à distance n'ont pas été demandées à l'enseignant mais au père, au frère, etc.



Retour au sommaire

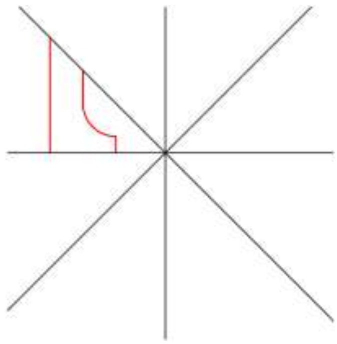
Deux exemples de productions d'élèves





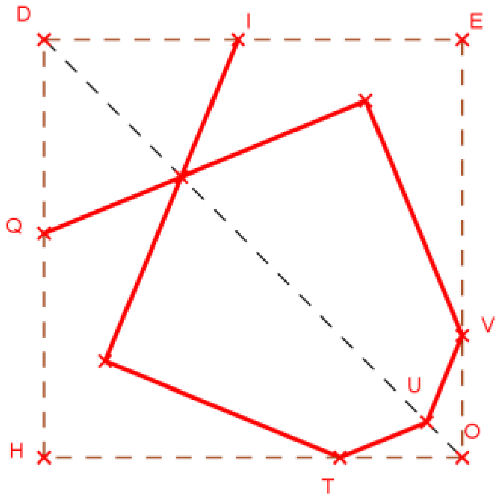
Retour au sommaire

Les élèves ont bien perçu le rôle de deux symétries orthogonales d'axe vertical et horizontal puis l'usage de translations.



Cependant les axes de symétrie dans la direction des diagonales du carré de base n'ont pas été repérés. Ce motif n'a donc pas été obtenu.

La recherche d'un motif de base était déjà présente dans un devoir maison. Nul doute que ce type de recherche devra être repris.



Dans la classe, un miroir facilite la recherche d'axes de symétrie, en particulier non horizontaux et non verticaux. Sur la table de l'élève, la feuille peut être tournée et rendre verticaux ou horizontaux des axes qui ne le sont pas.

Positionnement des élèves

ÉLÉMENT SIGNIFIANT
Utiliser et produire des représentations d'objets (D1-3)

DESCRIPTEUR
Utiliser et produire des figures géométriques

COMPÉTENCES PRINCIPALEMENT MOBILISÉES
Représenter, communiquer

COUPS DE POUCE POSSIBLES
👍 1 : « Peux-tu retrouver le motif de base dans le pavage ? »
👍 2 : « Tu peux faire des reproductions du motif de base sur du papier calque. »
👍 3 : « Le motif de base admet-il des axes de symétrie ? Un centre de symétrie ? »
👍 4 : « Fais lire ta réponse à l'un de tes camarades pour vérifier qu'il la comprend. »

INDICATEURS POSSIBLES POUR L'ÉVALUATION
1. L'élève identifie la nature des transformations géométriques permettant de passer du motif de base au pavage.
2. L'élève identifie un motif minimal et la nature des transformations géométriques permettant de passer du motif minimal au motif de base.
3. L'élève ordonne correctement les transformations utilisées.
4. L'élève utilise le langage mathématique pour décrire précisément les transformations mises en jeu (éléments caractéristiques).

NIVEAUX

niveau 2	Le premier indicateur est réussi, éventuellement avec les coups de pouce👍1 et 👍2, mais la proposition de l'élève est une description perceptive qui ne fait pas appel au vocabulaire mathématique attendu.
niveau 3	Les trois premiers indicateurs sont réussis, éventuellement avec les coups de pouce 👍2 et 👍3.
niveau 4	Les quatre indicateurs sont réussis, éventuellement à l'aide du coup de pouce 👍4.

Une suite a été donnée à ce travail, elle est accessible sur notre site.

Consigne de l'activité
1. *Voici quatre copies d'élèves. En vous aidant des indicateurs d'évaluation, relevez les erreurs et les réussites, puis proposez une correction du devoir pour la classe.*
2. *Quel(s) conseil(s) donneriez-vous à un élève de troisième pour réussir à faire ce travail en temps libre ?*

Indicateurs prévus pour l'évaluation
1. *L'élève identifie la nature des transformations géométriques permettant de passer du motif de base au pavage.*
2. *L'élève identifie un motif minimal et la nature des transformations géométriques permettant de passer du motif minimal au motif de base.*
3. *L'élève ordonne correctement les transformations utilisées.*
4. *L'élève utilise le langage mathématique pour décrire précisément les transformations mises en jeu (éléments caractéristiques).*

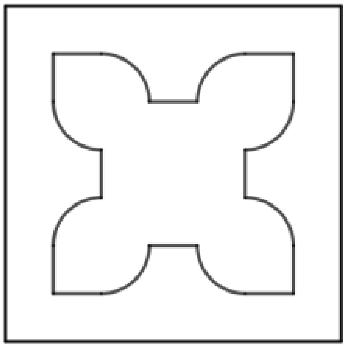
Retour au sommaire

Annexe : Travail en temps libre n°3 à rendre pour le 20/11/2020

Situation

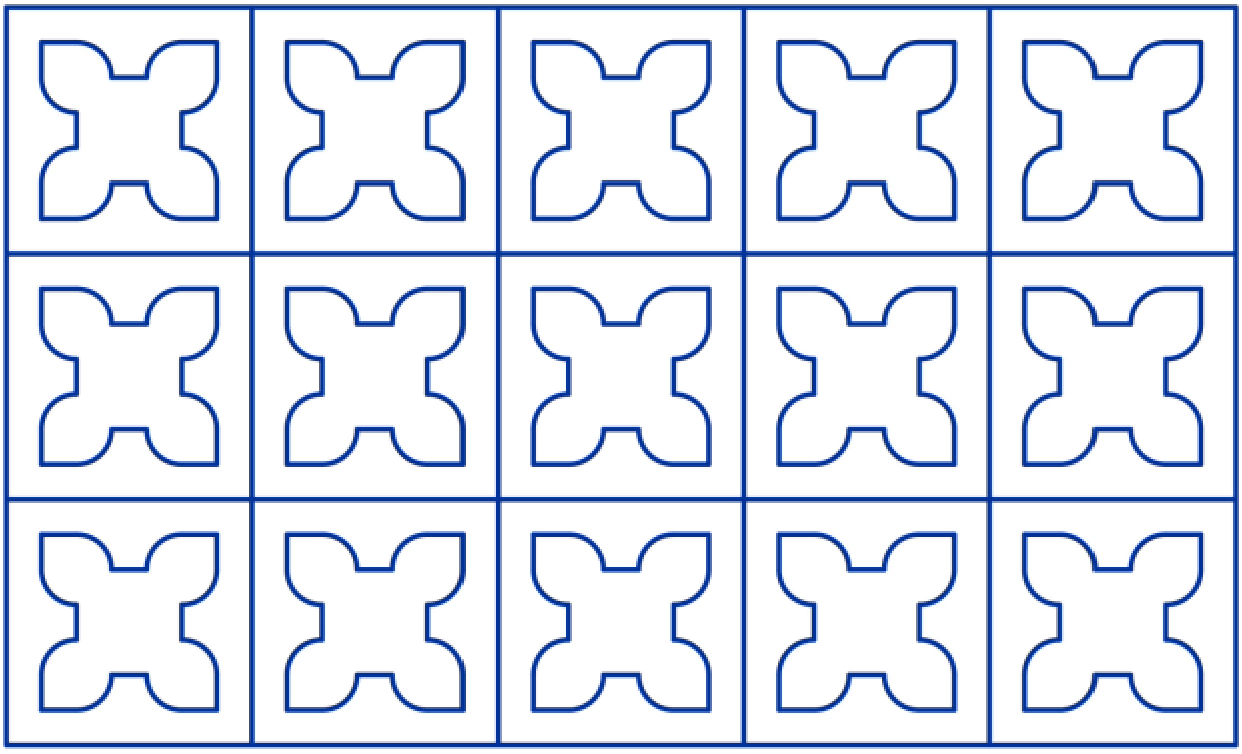
On souhaite obtenir le pavage de la photo ci-contre :

Pour cela, on dispose du motif de base ci-contre :



Travail à effectuer

1) Décris les transformations géométriques qu'on peut appliquer successivement au motif de base pour obtenir le pavage souhaité.
2) Le pavage peut être obtenu à partir d'un motif encore plus petit. Trouve ce motif minimal et fais-le apparaitre en rouge sur le pavage ci-dessous.
3) Décris les transformations géométriques qu'on peut appliquer successivement à ce motif minimal pour obtenir le pavage.



Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

ÉCHECS ET MATHS

Sébastien Daniel
Collège Louis Armand
Petite Rosselle (57)

Les origines

L'idée de départ de cette série d'activités était de trouver un support concret pour travailler les calculs d'aire et de volume en 4e. Je n'arrivais pas à trouver une place satisfaisante à cette partie de mon cours dans laquelle on passait souvent notre temps à calculer l'aire et le volume de nombreux objets dessinés sur des fiches d'exercices. Je souhaitais que les élèves puissent manipuler concrètement ces notions d'aire et de volume.

Par ailleurs j'utilisais déjà régulièrement une activité sur la légende du jeu d'échecs pour introduire les puissances. Je me suis donc lancé dans une séquence prévoyant d'utiliser cette activité cette fois pour réinvestir les puissances et s'orienter ensuite vers des calculs de volumes d'objets concrets. Je n'avais pas anticipé les multiples notions qui finalement se greffent de plus en plus sur ce projet.

Le problème, fil rouge de la séquence

Une légende sur l'invention du jeu d'échecs : un sage nommé Sissa

L'histoire se passe en Inde, des années avant Jésus-Christ.
L'inventeur présumé des échecs serait un brahmane nommé Sissa. Il aurait inventé le chaturanga pour distraire son prince de l'ennui, tout en lui démontrant la faiblesse du roi sans son entourage.
Souhaitant le remercier, le monarque proposa au sage de choisir lui-même sa récompense. Sissa demanda juste un peu de riz. Il invita le souverain à placer un grain de riz sur la première case de l'échiquier, puis deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième case et ainsi de suite jusqu'à la dernière case en doublant à chaque fois le nombre de grains. Il devra ensuite lui donner l'ensemble du riz posé sur le plateau de jeu.
Cette demande sembla bien modeste au souverain fort surpris et amusé par l'exercice.
Le conseiller du prince devait maintenant satisfaire la demande de Sissa et lui livrer le riz.

Le déroulement

Séance 1

Recherche de sous-problèmes et résolution du premier sous-problème

J'informe les élèves que nous allons nous intéresser au jeu d'échecs et commence par un échange avec la classe sur le jeu lui-même : quels sont ceux qui connaissent, quelle est la taille du plateau, quel est le nom et le mode de déplacement des pièces ? Je présente ensuite oralement la légende sur l'origine de ce jeu et la problématique choisie.
Je mets ensuite en place un travail de groupe autour de la question : **« Quel récipient emporter pour aller aider le conseiller du prince en remontant le temps ? »** La fiche distribuée aux élèves se situe en Annexe 1

.

Retour au sommaire

Après une première réflexion en groupe, les échanges au niveau de la classe permettent de décomposer le problème en trois sous-problèmes :

- → recherche du nombre total de grains de riz ;
- → calcul du volume de chaque objet présenté ;
- → détermination du volume d'un grain de riz.

Un sondage est effectué dans la classe pour connaître le récipient choisi par chacun, surtout dans le but de mettre en évidence l'énormité de la quantité de riz par rapport aux objets fréquemment choisis par les élèves.

Une recherche individuelle est lancée, suivie d'un travail en groupe, pour résoudre le premier sous-problème. Arrive ensuite pour tous les élèves un moment où l'écriture de la réponse du calcul du double prend trop de place.

Une synthèse est réalisée avec la classe entière.

- Présentation de certaines recherches au visualiseur,
- Réactivation de l'écriture puissance qui pour le coup simplifie grandement la représentation du nombre de grains de riz sur chaque case,
- Recherche collective du nombre total de grains de riz.

Bilan

Les élèves sont intéressés par la présentation du jeu d'échecs, certains ont déjà entendu parler de la légende.

La décomposition du problème en sous-problèmes est difficile pour beaucoup d'entre eux, mais demeure compréhensible. La compétence CHERCHER est ainsi travaillée sans que les élèves soient mis en échec.

Quelques-uns ne comprennent pas le doublement du nombre de grains de riz à chaque case. La mise en route de la recherche du nombre total de grains de riz, comme à chaque fois, est difficile pour ceux qui ne pensent pas à essayer de représenter le problème. L'utilisation d'un visualiseur pour projeter des recherches d'élèves est bien utile.

Lors de la synthèse, je propose la recherche d'une formule générale pour déterminer la somme des contenus des cases en écrivant, ligne par ligne, le nombre de grains sur la case correspondante à côté du nombre total de grains jusqu'au rang 6 :

Numéro de la case	Nombre de grains sur la case	Nombre total de grains jusqu'à la case
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15
5	16	31
6	32	63
… n	… 2^{n-1}	... 2^n-1

J'ai continué à remplir le tableau avec la classe en relançant les élèves jusqu'à ce qu'ils voient une propriété intéressante reliant le nombre de grains d'une case et le nombre total.

Une fois remarqué que pour la case n le total vaut $2^n - 1$, on le prouve ensemble, c'est l'occasion de réinvestir le calcul littéral pour prouver une formule générale.

$$2^{n-1} + (2^{n-1} - 1) = 2 \times 2^{n-1} - 1 = 2^n - 1$$

(Contenu d'une case ajouté au total de toutes les cases précédentes)

Retour au sommaire

C'est un peu rude pour certains mais je pense qu'il faut parfois montrer des raisonnements plus complexes même si tout le monde ne comprend pas tout.
On se met assez facilement d'accord que 2^{64} est une très bonne approximation du nombre total de grains de riz.
Suite à ce travail, je refais un sondage. Chacun revoit sa première réponse et change éventuellement d'avis sur le récipient à utiliser pour contenir tous ces grains de riz.

Remarques
Le jour où l'écriture binaire arrivera au collège dans le cadre de l'informatique on pourra effectuer l'addition des nombres de grains de riz plus facilement !
Il est intéressant de faire noter complètement l'écriture décimale du nombre total de grains de riz.

Séance 2

Résolution du deuxième sous-problème : recherche du volume de chaque récipient proposé
Après un échange avec les élèves on se met d'accord sur le fait que, pour calculer le volume d'un objet, il est nécessaire de le MODÉLISER par un solide mathématique connu, quitte à n'avoir qu'une valeur approchée du résultat, et de connaître les DIMENSIONS de l'objet en rapport avec la formule de calcul de son volume.
Les élèves doivent avoir cherché au préalable, en travail à la maison, les dimensions de certains objets intransportables en classe.

En travail de groupe, la consigne donnée est pour chaque objet choisi de :
- noter le nom du solide mathématique modélisant l'objet,
- réaliser un croquis à main levée,
- écrire la formule de calcul,
- calculer son volume et préciser son unité de mesure.

Le matériel : des louches les plus « demi-sphériques » possibles, des boites à chaussures, des boites de conserve sont à disposition dans la salle.

Les élèves possèdent également une fiche avec des extraits de documentation sur les objets intransportables en classe et un formulaire Périmètre-Aire-Volume, qui sera collé dans le cahier de cours. La compétence CHERCHER → extraire des informations est ainsi mobilisée.

Bilan
Les élèves sont très actifs pendant la séance ; mesurer un rayon sans avoir le centre est un moment « particulier ». Il est nécessaire d'insister sur le fait de noter ce qui est demandé dans le cahier ; j'aurais dû faire une pause et le rappeler à tous car ils ont tendance à vouloir tout faire assez vite.

Retour au sommaire

Remarques

J'ai mis à profit ce travail de recherche en passant dans les rangs pour interroger sur l'utilisation du formulaire, notamment pour insister sur la nécessité d'avoir la même unité de mesure de longueur pour toutes les dimensions utilisées. J'ai également fait réfléchir les élèves sur la notion de hauteur dans un solide en observant les objets. J'ai pu également leur faire manipuler des solides pour visualiser différentes unités de mesure de volume en (re)montrant, en « vrai », un cm^3 et un dm^3.

Je vais réfléchir à faire rédiger une fiche récapitulative à mettre dans un petit dossier sur le projet, peut-être une par groupe, à partir de copies d'écran de ce que l'on a écrit en classe.
C'est l'occasion d'utiliser des pieds à coulisse et d'avoir un échange avec son collègue de techno.
On peut faire acheter des pieds à coulisse et/ou en bricoler un avec deux équerres et une règle.

Séance 3

Résolution du troisième sous-problème : volume d'un grain de riz

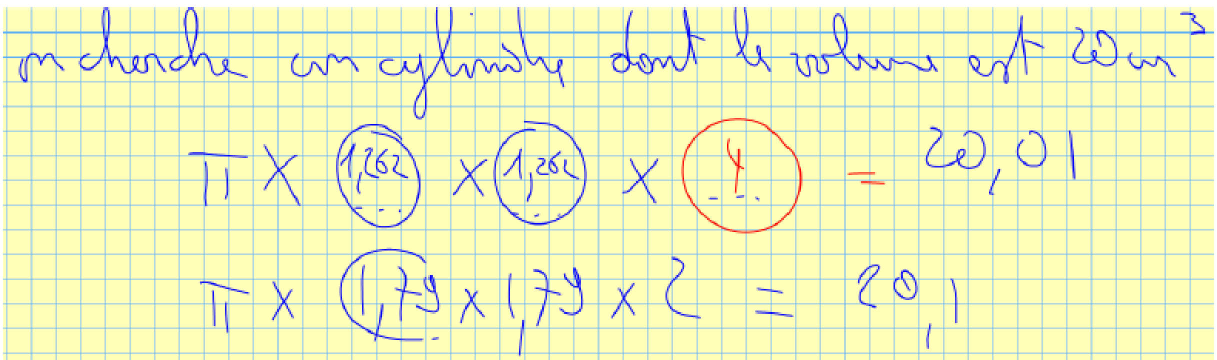
En classe entière une discussion est engagée sur la manière de mesurer le volume d'un grain de riz. Il est impossible de procéder comme pour les objets étudiés précédemment. Les formes des grains de riz sont variées et les mesures impossibles.
Comme le volume d'un grain est inaccessible, prenons-en plusieurs ! Sur les paquets de grains de riz le volume n'est pas indiqué ; on connaît plutôt la masse. Si l'on veut compter des grains de riz il ne faut pas en avoir de trop. Nous nous sommes mis d'accord pour compter le nombre de grains de riz contenus dans 20 cm^3. Un nouveau sous-problème émerge : quelles dimensions doit avoir un récipient ayant une contenance de 20 cm^3 ?
Une recherche en groupe commence pour répondre à la question suivante : si l'on considère certaines dimensions fixées d'un solide donné quelle valeur attribuer aux autres dimensions pour obtenir un volume de 20 cm^3 ?

Par exemple, pour un **cylindre** de rayon 3cm et de volume 20 cm^3, quelle hauteur choisir ?

Les élèves se sont retrouvés à résoudre des équations du type $ax = b$. On travaillait en parallèle en exercice rapide des multiplications à trous. C'était l'occasion d'un bon réinvestissement.
Quand il y a plusieurs variables inconnues il est nécessaire de faire des essais pour obtenir un volume de 20 cm^3. Un concours a été lancé à qui trouvera le volume le plus proche de 20 cm^3.

Quelques productions de la classe

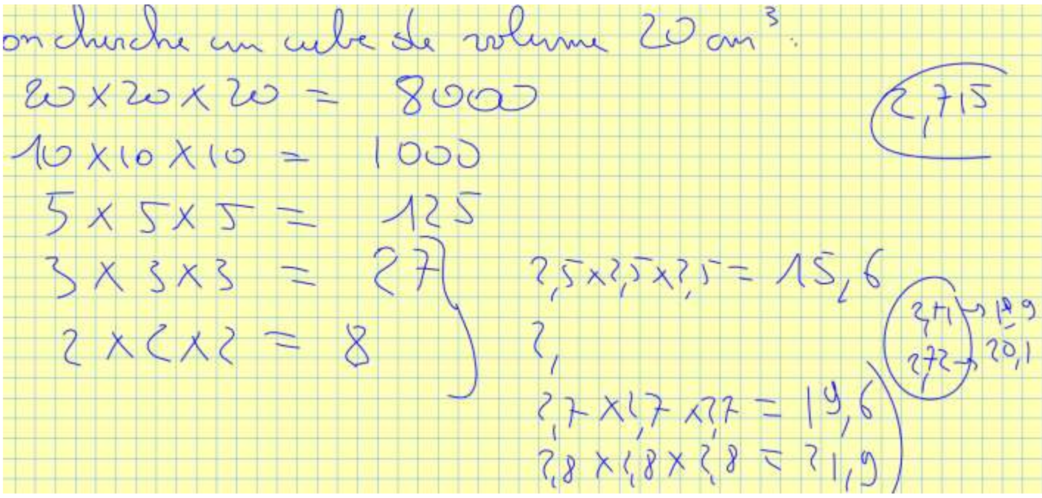
- Pour un cylindre avec deux variables inconnues



Retour au sommaire

- Pour un cube

Une recherche par dichotomie et par essais successifs pour obtenir une meilleure approximation.



Séance 04

L'objectif est de visualiser concrètement les 20 cm^3.
J'avais imprimé plusieurs formes de récipient d'un volume de 20 cm^3. On pouvait visualiser que ces objets avaient le même volume en transvasant du riz de l'une à l'autre. Certes, certaines sont moins pratiques, notamment les pointues qui contiennent « moins bien » le volume équivalent de riz. On peut aussi, en imprimant (avec une imprimante 3D) des récipients de dimensions équivalentes, verser trois fois le cône dans le cylindre (ou la pyramide dans le prisme).
Le « meilleur » récipient cylindrique que l'on a pu obtenir a été imprimé à l'imprimante 3D du collège. Je l'ai modélisé moi-même avec TinkerCAD mais je vais essayer de voir avec ma collègue de techno si on peut s'organiser cette année pour faire la modélisation et l'impression en techno, peut-être avec chaque élève qui personnalise son récipient.
Pendant la séance, chaque groupe de 2 élèves reçoit 20cm^3 de riz et compte les grains. Des questions jaillissent au fur et à mesure du comptage. « Que fait-on des grains cassés ou des demi-grains ? ». Il est nécessaire de trancher. Nous recueillons les mesures et c'est l'occasion de réinvestir la notion de moyenne. Bonne surprise ! On ne tombe pas loin de 1000 grains par 20cm3, ce qui va nous permettre de faire des calculs assez facilement et d'utiliser le tableur pour le calcul de la moyenne.

	A	B
1		Nombre de grains de riz dans 20cm³
2	Groupe1	954
3	Groupe2	917
4	Groupe3	923
5	Groupe4	902
6	Groupe5	1026
7	Groupe6	855
8	Groupe7	798
9	Groupe8	1062
10	Groupe9	
11	Groupe10	
12		7437
13		929,625
14		

Une séance riche en réinvestissement car nous avons ainsi travaillé des proportions, des valeurs approchées et de l'écriture scientifique pour répondre au problème initial.

Bilan individuel des élèves

Des affiches (voir Annexe 2) ont été réalisées individuellement par chaque élève à son domicile. Une mise en commun préalable avait eu lieu en classe pour lister les choses importantes à y faire figurer, le nombre total de grains de riz par exemple ou le récipient finalement choisi après une réflexion collective.

Retour au sommaire

Développements envisagés cette année

- Réinvestir les déplacements en utilisant les règles du jeu d'échecs (sur papier et peut-être sur scratch si c'est réalisable) ;
- utiliser le jeu de la brochure JEUX 6 sur les déplacements (Jeu de la reine, …) pour travailler d'autres compétences du programme ;
- voir avec ma collègue de technologie si on peut travailler sur le design et faire fabriquer des pièces d'un jeu d'échecs, peut-être en n'utilisant que des solides usuels ou encore en choisissant comme base pour chaque type de pièces un solide (Roi = cube, …) ; Graver des plateaux de jeu à la graveuse laser devrait se faire assez vite, si un jour on peut retourner au fablab …,
- faire jouer les élèves aux échecs ;
- construire, soyons fous, une machine du type de celles des Cobayes (voir ressources).

Ressources

- Vidéo « On n'est pas que des Cobayes ».
- Nombres de grains de riz par case.
- Une vidéo de jeunes qui mettent la légende en scène.
- Une vidéo avec à la fin un intéressant moyen de montrer les « sauts » d'ordre de grandeur entre million et milliard.
- Une intéressante vidéo qui met en évidence les puissances de 10.
- Une vidéo des DUDU qui donne un prolongement possible avec les aires.

Retour au sommaire

Annexe 1

Une légende sur l'invention du jeu d'échecs : un sage nommé Sissa

L'histoire se passe en Inde, des années avant Jésus-Christ.

L'inventeur présumé des échecs serait un brahmane nommé Sissa. Il aurait inventé le chaturanga pour distraire son prince de l'ennui, tout en lui démontrant la faiblesse du roi sans son entourage.

Souhaitant le remercier, le monarque proposa au sage de choisir lui-même sa récompense. Sissa demanda juste un peu de riz. Il invita le souverain à placer un grain de riz sur la première case de l'échiquier, puis deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième case et ainsi de suite jusqu'à la dernière case en doublant à chaque fois le nombre de grains. Il devra ensuite lui donner l'ensemble du riz posé sur le plateau de jeu.

Cette demande sembla bien modeste au souverain fort surpris et amusé par l'exercice.

Le conseiller du prince devait maintenant satisfaire la demande de Sissa et lui livrer le riz.

Tu as été désigné pour remonter le temps et aller aider le conseiller du prince à livrer le riz à Sissa.

Tu as le droit d'emporter avec toi un récipient, lequel choisirais-tu ?








Conseils pour avancer dans un travail de recherche

Pour mener à bien un travail de recherche commencer par faire la liste de tout ce qu'il faudrait connaître pour répondre à la question.

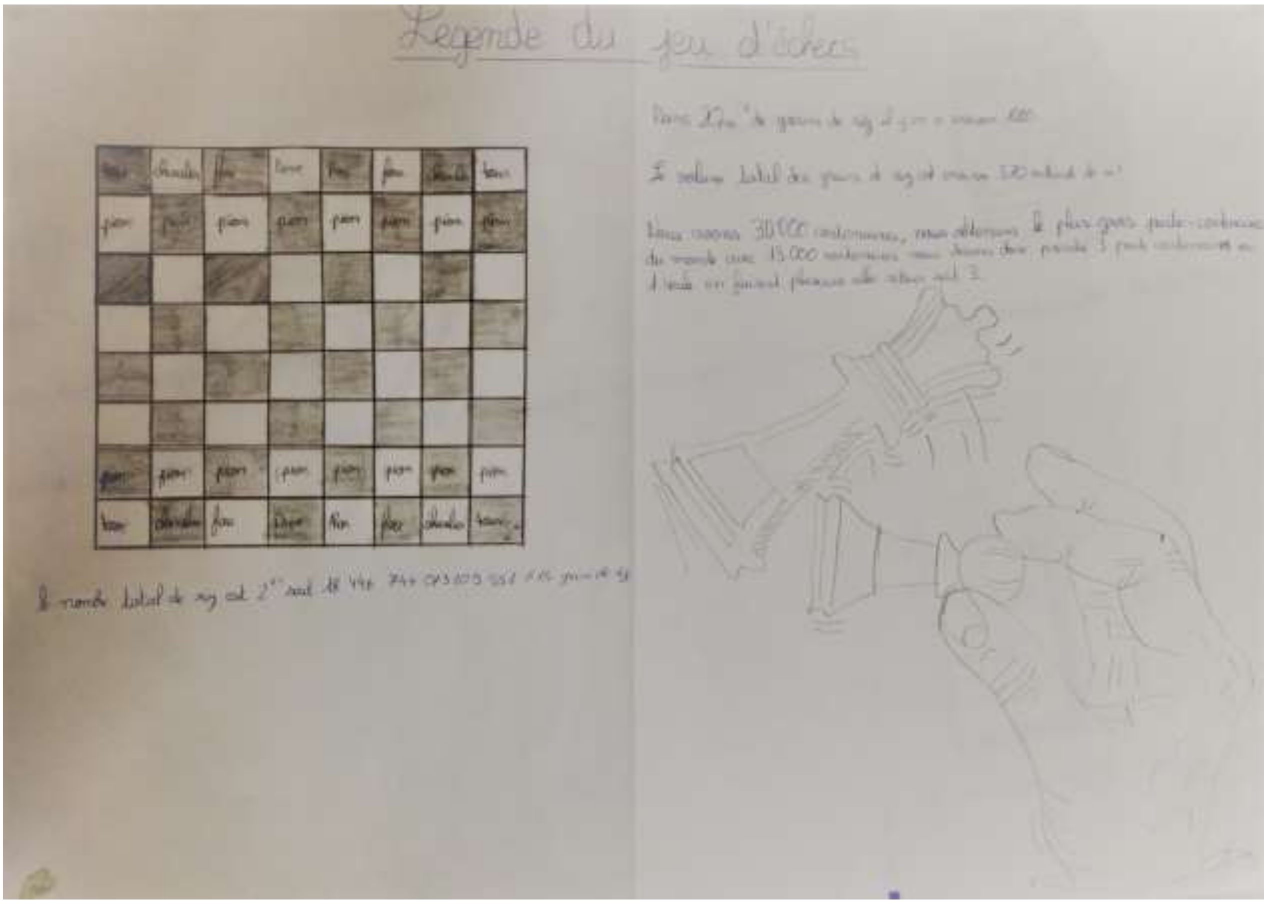
Cette liste représente des « sous-problèmes » qu'il faudra résoudre un par un pour ensuite pouvoir résoudre le problème principal.

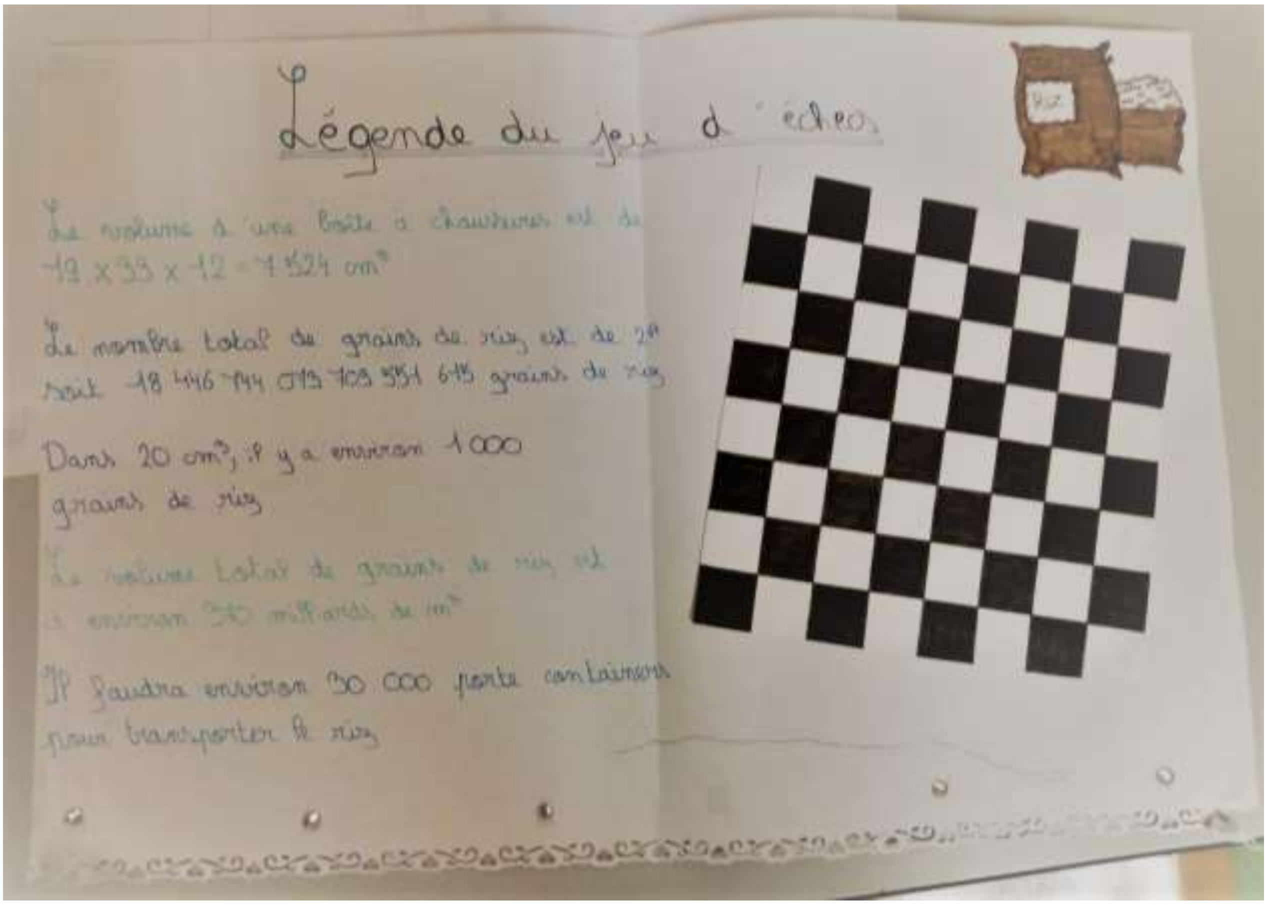
Parfois un « sous-problème » aura lui-même une liste de choses à trouver pour le résoudre.

Retour au sommaire

Annexe 2

Deux réalisations





Retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

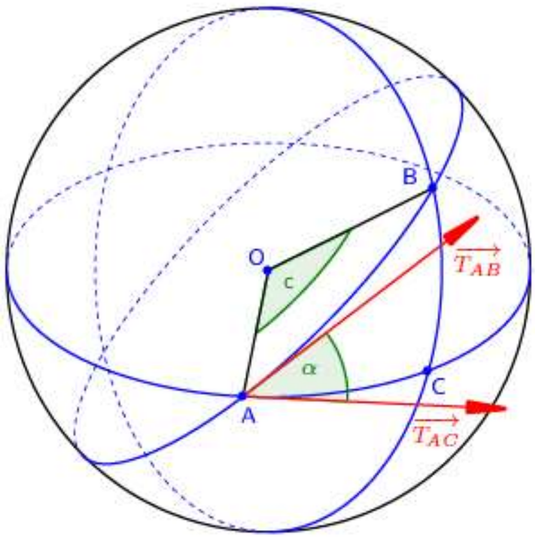
ÉLÉMENTS DE CALCUL POUR L'ASTRONOMIE VISION HÉLIOCENTRIQUE DES PLANÈTES (3È PARTIE)

Alain Satabin

Le but de cette partie est de déterminer, à un instant donné, les coordonnées écliptiques héliocentriques des planètes, en nous limitant à la Terre et à celles visibles à l'œil nu (Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne), ainsi que les distances séparant ces planètes du Soleil.

1. Géométrie sur la sphère

Sur une sphère, la distance la plus courte entre deux points est un arc de grand cercle, c'est à dire un cercle obtenu comme intersection de la sphère avec un plan passant par son centre. Ces arcs de grand cercle sont à la géométrie sphérique ce que les segments de droite sont à la géométrie plane. Un triangle sphérique est constitué de trois arcs de grands cercles se coupant aux sommets du triangle (par exemple le triangle ABC sur la figure).
En travaillant sur une sphère de rayon 1, la longueur d'un côté de triangle sphérique est l'angle au centre formé par les deux sommets, exprimé en radian entre 0 et π (c'est un angle géométrique).

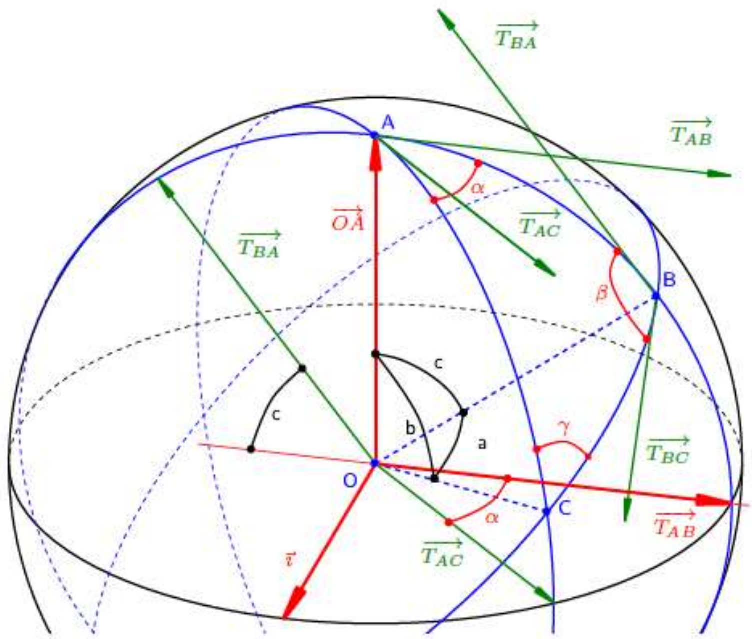


Par exemple, sur la figure, $\widehat{AB} = \widehat{AOB} = c$. Quant à l'angle au sommet dans un triangle sphérique, c'est l'angle formé par les tangentes aux grands cercles qui portent les côtés adjacents. Par exemple, sur la figure, $\widehat{BAC} = \hat{A} = \alpha$. On remarquera que c'est aussi l'angle entre les deux plans définissant les grands cercles en question (sur la figure, les plans (OAB) et (OAC)).

1.1 Les notations

On notera $\overrightarrow{T_{PQ}}$ le vecteur unitaire dirigeant la tangente en P au grand cercle passant par P et Q, dirigé de P vers Q.
Considérons donc un triangle sphérique (ABC), de « côtés » a, b et c, et dont les angles aux sommets sont α, β et γ. Ces 6 données sont des angles géométriques compris entre 0 et π et donc leurs sinus sont tous positifs.
Le vecteur $\overrightarrow{T_{AB}}$ étant orthogonal à $\overrightarrow{OA}$, choisissons le vecteur $\vec{\imath}$ tel que $\mathcal{R} = \left(\vec{\imath}, \overrightarrow{T_{AB}}, \overrightarrow{OA}\right)$ soit un repère orthonormé direct selon la règle des trois doigts de la main droite. Nous avons donc le schéma suivant

Retour au sommaire



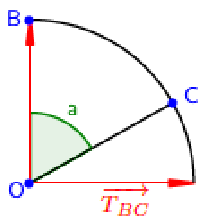
1.2 Les formules

Nous avons, dans $\mathcal{R}$:

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(c) \\ \cos(c) \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} \sin(b)\sin(\alpha) \\ \sin(b)\cos(\alpha) \\ \cos(b) \end{pmatrix} \text{ avec } \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OC} = OB \times OC \cos\left(\widehat{BOC}\right) = \cos(a)$$

En opérant sur les coordonnées, on obtient la première formule :

$$\boxed{\boldsymbol{\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(\alpha)}} \quad \textbf{(Formule 1)}$$



Par ailleurs, remarquons que $\left(\overrightarrow{T_{BC}}, \overrightarrow{OB}\right)$ forme un repère orthonormé du plan (OBC) dans lequel on a

$$\overrightarrow{OC} = \cos(a)\,\overrightarrow{OB} + \sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}}$$

Ce qui donne, dans $\mathcal{R}$

$$\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}} = \overrightarrow{OC} - \cos(a)\,\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} \sin(b)\sin(\alpha) \\ \sin(b)\cos(\alpha) - \cos(a)\sin(c) \\ \cos(b) - \cos(a)\cos(c) \end{pmatrix}$$

D'autre part nous avons

$$\overrightarrow{T_{BA}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos(c) \\ \sin(c) \end{pmatrix}$$

Et nous savons que

$$\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}}.\,\overrightarrow{T_{BA}} = \sin(a)\left\|\overrightarrow{T_{BC}}\right\| \times \left\|\overrightarrow{T_{BA}}\right\| \times \cos\left(\overrightarrow{T_{BC}}, \overrightarrow{T_{BA}}\right) = \sin(a)\cos(\beta).$$

Ce qui, en opérant le produit scalaire sur les coordonnées, fournit une deuxième formule

$$\boxed{\boldsymbol{\sin(a)\cos(\beta) = \sin(c)\cos(b) - \cos(c)\sin(b)\cos(\alpha)}} \qquad \textbf{(Formule 2)}$$

Retour au sommaire

Enfin, un habile produit vectoriel joint à l'utilisation de la première formule donne

$$\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}} \wedge \overrightarrow{T_{BA}} = \begin{pmatrix} \cos(\mathrm{b})\cos(\mathrm{c}) + \sin(\mathrm{b})\sin(\mathrm{c})\cos(\alpha) - \cos(\mathrm{a}) \\ -\sin(\mathrm{c})\sin(\mathrm{b})\sin(\alpha) \\ -\cos(\mathrm{c})\sin(\mathrm{b})\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}} \wedge \overrightarrow{T_{BA}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\mathrm{c})\sin(\mathrm{b})\sin(\alpha) \\ -\cos(\mathrm{c})\sin(\mathrm{b})\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Ce qui donne $\left\|\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}} \wedge \overrightarrow{T_{BA}}\right\| = \sin(b)\sin(\alpha)$

Comme $\left\|\sin(a)\,\overrightarrow{T_{BC}} \wedge \overrightarrow{T_{BA}}\right\| = \sin(a) \times \left\|\overrightarrow{T_{BC}}\right\| \times \left\|\overrightarrow{T_{BA}}\right\| \times \left|\sin(\overrightarrow{T_{BC}}, \overrightarrow{T_{BA}})\right| = \sin(a)\sin(\alpha)$.

On en déduit la troisième formule

$$\boxed{\boldsymbol{\sin(b)\sin(\alpha) = \sin(a)\sin(\beta)}} \qquad \textbf{(Formule 3)}$$

On notera au passage que cette troisième formule présente une forte analogie avec la relation des sinus dans un triangle en géométrie plane.

2. Position d'une planète sur son orbite

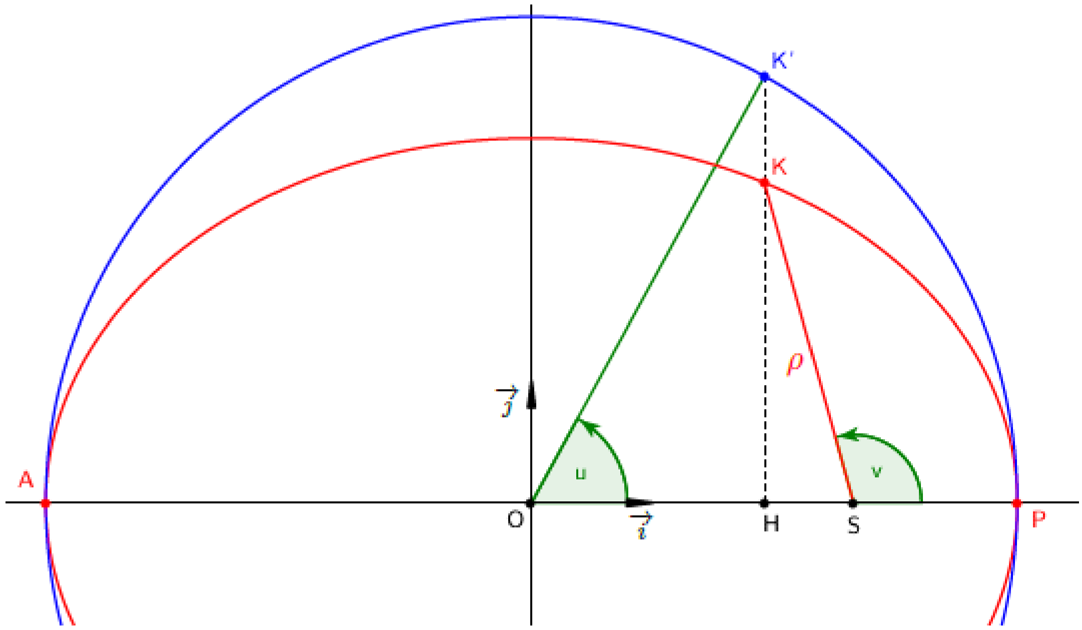
2.1 Lois de Kepler

Les planètes tournent autour du Soleil selon des ellipses, le Soleil occupant la position d'un foyer (première loi de Kepler). L'aire balayée par le segment Soleil-Planète par unité de temps est constant (deuxième loi de Kepler) et le cube du demi-grand axe est proportionnel au carré de la période (troisième loi de Kepler). Vu du pôle nord écliptique, les planètes tournent sur leur orbite dans le sens direct (anti-horaire) et les angles seront comptés dans ce sens.
Dans un premier temps, nous allons positionner la planète par rapport au périhélie de son orbite. Les angles seront mesurés en radians dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ lors des calculs puis reconvertis en degrés ensuite.

2.2 Notations

- K : la planète étudiée (orbite en rouge sur le dessin)
- O : centre de l'ellipse
- S : le Soleil (un des foyers de l'ellipse)
- A : *aphélie* de l'orbite (point le plus éloigné du Soleil)
- P : *périhélie* de l'orbite (point le plus près du Soleil)
- a : demi-grand axe de l'ellipse
- b : demi-petit axe de l'ellipse
- c : demi-distance focale (nous avons $c = OS = \sqrt{a^2 - b^2}$)
- e : excentricité de l'ellipse (nous avons $0 < e < 1$, $e = \frac{c}{a}$ et $b^2 = a^2(1 - e^2)$)
- K': point du cercle principal (centre O et rayon a, en bleu sur la figure) de même abscisse que K
- v : *anomalie vraie* (c'est l'angle $(\overrightarrow{SP}; \overrightarrow{SK})$)
- u : *anomalie excentrique* (c'est l'angle $(\overrightarrow{OS}; \overrightarrow{OK'})$)
- T : période de révolution de la planète
- ρ : distance de la planète au Soleil ($r = SK$)

Retour au sommaire



2. 3 Calculs

2. 3. 1 Relation entre *u* et *v*

Il est clair que $v = \pi \quad \Leftrightarrow \quad u = \pi$. Éliminons donc ce cas et travaillons pour $u \in]-\pi;\pi[$.

Le point K a pour coordonnées $(a\cos(u)\,;b\sin(u)) = (a\cos(u)\,;a\sqrt{1-e^2}\sin(u))$.

Par ailleurs, comme

$$S(ae\,;0) \qquad P(a\,;0) \text{ alors } \overrightarrow{SP}\begin{pmatrix} a(1-e) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{SK}\begin{pmatrix} a(\cos(u)-e) \\ a\sqrt{1-e^2}\sin(u) \end{pmatrix}.$$

Ce qui conduit à la relation

$$\boxed{\boldsymbol{\rho = SK = a(1 - e\cos(u))}} \qquad (1)$$

Et d'autre part, $\cos(v) = \frac{\overrightarrow{SP}.\overrightarrow{SK}}{SP \times SK} = \frac{\cos(u)-e}{1-e\cos(u)}$.

Grâce aux formules $\cos(u) = \frac{1-\tan^2(\frac{u}{2})}{1+\tan^2(\frac{u}{2})}$ et $\cos(v) = \frac{1-\tan^2(\frac{v}{2})}{1+\tan^2(\frac{v}{2})}$,

on aboutit finalement à $\tan^2\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{1+e}{1-e}\tan^2\left(\frac{u}{2}\right)$.

Compte tenu du fait que $\frac{u}{2}$ et $\frac{v}{2}$ appartiennent au même quadrant (le 4è ou le 1er), leurs tangentes ont le même signe, et donc $\tan\left(\frac{v}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\left(\frac{u}{2}\right)$,

et comme $\frac{v}{2} \in \left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, cela donne

$$\boxed{\boldsymbol{v = 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\left(\frac{u}{2}\right)\right)}} \qquad (2)$$

(avec, rappelons-le, le cas limite $u = \pi \Rightarrow v = \pi$)

Retour au sommaire

2. 3. 2 La loi des aires

L'aire balayée par $\overrightarrow{SK}$ par unité de temps est constante (deuxième loi de Kepler). La considération d'une révolution complète nous permet de voir que cette constante vaut $\frac{\pi ab}{T}$. Ainsi, l'aire balayée par $\overrightarrow{SK}$ durant l'intervalle de temps Δt est $\Delta A = \frac{\pi ab}{T}\Delta t$.

Prenons pour référence l'instant t_0 de passage au périhélie et soit t l'instant qui nous préoccupe. Posons $\Delta t = t - t_0$ et plaçons-nous pour $0 \leq \Delta t \leq \frac{T}{2}$, c'est à dire dans la demi-période qui suit le passage au périhélie.

ΔA est donc l'aire du secteur elliptique SPK, c'est à dire l'aire du secteur elliptique OPK privé de l'aire du triangle OSK, et le secteur elliptique OPK est l'image par l'affinité de base (Ox), de direction (Oy), et de rapport $\frac{b}{a}$, du secteur circulaire OPK' :

$$\text{aire du secteur circulaire } OPK' = \frac{u}{2}a^2$$

$$\text{aire du secteur elliptique } OPK = \frac{b}{a}\times\frac{u}{2}a^2 = \frac{abu}{2}$$

$$\text{aire du triangle } OSK = \frac{ae\times b\sin(u)}{2} = \frac{abe\sin(u)}{2}$$

D'où
$$\frac{\pi ab}{T}(t - t_0) = \Delta A = \frac{ab}{2}(u - e\sin(u)) \ .$$

Dans la demi-période précédant le passage au périhélie, $-\frac{T}{2} \leq \Delta t \leq 0$, la symétrie du problème et l'imparité des fonctions de u du membre de droite nous permettent de voir que cette relation reste vraie.

La quantité $M = \frac{2\pi(t-t_0)}{T}$ s'appelle *l'anomalie moyenne*. C'est la position sur le cercle principal d'une planète qui y tournerait à vitesse constante avec la même période que K, coïncidant avec elle en P à l'instant t_0.

Nous avons donc

$$\boxed{\boldsymbol{u - e\sin(u) = M}} \quad (3)$$

2. 3. 3 Le calcul de u

M étant donné dans $]-\pi\,;+\pi]$ l'équation en u (3) ne peut se résoudre de façon exacte.

En posant $f(x) = M + e\sin(x)$, (3) équivaut à $f(u) = u$.

Cherchons donc un point fixe de cette fonction dans $]-\pi;+\pi]$. On remarquera que la fonction $(x \overset{g}{\rightarrow} f(x) - x)$ décroit strictement sur $\mathbb{R}$ de $+\infty$ à $-\infty$, ce qui assure l'existence et l'unicité d'un point fixe pour f.

Qui plus est, $g(-\pi) = M + \pi > 0$ et $g(\pi) = M - \pi \leq 0$. Cela prouve que ce point fixe de f est bien situé dans $]-\pi;+\pi]$.

Par ailleurs, on remarque que $\forall x \in, \quad -\pi - e \leq f(x) \leq \pi + e$

Donc l'intervalle $I = [-\pi - e\,;\pi + e]$ est stable par f et de plus $\forall x \in I, \quad |f'(x)| \leq e < 1$.

Comme $M \in I$, nous déduisons de tout cela que la suite définie par $\begin{cases} u_0 & = & M \\ u_{n+1} & = & f(u_n) \end{cases}$ converge vers l'unique point fixe de f, c'est-à-dire la valeur u cherchée.

L'inégalité des accroissements finis et le fait que M et u sont tous les deux dans le même intervalle $[0;\pi]$ ou $]-\pi;0[$ nous permettent de prouver que

$$\boxed{q = 1 + \mathrm{E}\left(-\frac{p+\log(\pi)}{\log(e)}\right) \quad \Rightarrow \quad |u - u_q| \leq 10^{-p}\text{avec}\begin{cases} u_0 = & M = & f(0) \\ u_{n+1} = & M + e\sin(u_n) = & f(u_n) \end{cases}} \quad (4)$$

Retour au sommaire

Rappelons que dans ce calcul, les angles sont en radians. Une fois calculé u, nous le remettrons en degrés. Nous travaillerons avec une précision du centième de degré, c'est à dire une précision de 4 décimales sur les angles exprimés en radians.
Pour les distances, nous nous contenterons de trois décimales en unité astronomique (environ 149 597 870 km).

2. 3. 4 Données planétaires

Le calcul de M dépend uniquement de données planétaires (période et dernier passage au périhélie) et se fait grâce à des formules affines en référence à la position au 0 janvier 1901[1] à (00 : 00 TU) et en tenant compte de l'heure d'observation $hh : mm$ (TU). La valeur trouvée sera évidemment remise dans l'intervalle $]-\pi;+\pi]$.

$N = \text{NbreJours1901}(J;M;A) + hh/24 + mm/1440$				
	a en Unités Astronomiques	$M = x + yN$ en radians		
		e	x	y
Mercure	0,387	0,205 6	2,686 7	0,071 424 710
Vénus	0,723	0,006 8	1,336 6	0,027 962 446
Terre	1,000	0,016 7	– 0,039 7	0,017 201 969
Mars	1,524	0,093 3	2,627 2	0,009 145 886
Jupiter	5,203	0,048 3	– 1,821 9	0,001 450 113
Saturne	9,555	0,055 9	-3,008 0	0,000 583 712

2. 3. 5 Un exemple

Considérons la planète Saturne le 24 mars 2021 à (22 : 24 TU).

$$N = \text{NbreJours1901}(24;03;2021) + \frac{22}{24} + \frac{24}{1440} \approx 43913{,}9$$

Et le tableau nous fournit

$$M \approx -3{,}0080 + 0{,}000583712 \times 43913{,}9 \approx 22{,}6251$$

Ce qui donne, remis dans $]-\pi;+\pi]$ modulo 2π

$$M = 22{,}6251 + 2 \times \pi \times \mathrm{E}\left(0{,}5 - \frac{22{,}6251}{2\times\pi}\right) \approx -2{,}5077$$

Nous avons donc

$$f(x) = -2{,}5077 + 0{,}0559 \sin(x)$$

Et pour une précision de 4 décimales, il nous faudra réitérer le calcul jusqu'au terme de rang

$$q = 1 + \mathrm{E}\left(-\frac{p+\log(\pi)}{\log(e)}\right) = 1 + \mathrm{E}\left(-\frac{4+\log(3{,}141592)}{\log(0{,}0559)}\right) = 4$$

L'application successive de f donne

$$u \approx u_4 = f \circ f \circ f \circ f(0) \approx -2{,}5394$$

Ce qui entraine pour l'anomalie vraie

$$v \approx 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1+0{,}0559}{1-0{,}0559}}\tan\left(\frac{-2{,}5394}{2}\right)\right) \approx 2{,}5704 \text{ radians} \approx -147{,}27°$$

Et pour la distance Soleil-Saturne

$$\rho \approx 9{,}555(1 - 0{,}0559\cos(2{,}5704)) \approx 10{,}0043$$

Comme nous en aurons besoin ultérieurement, livrons-nous au même exercice pour la Terre

$$M_T \approx -0{,}0397 + 0{,}017201969 \times 43913{,}9 \approx 755{,}3658$$

[1] PV144 calendrier

Retour au sommaire

Remis dans $]-\pi;+\pi]$ modulo 2π,

$$M_T = 755{,}3658 + 2\times\pi\times \mathrm{E}\left(0{,}5 - \frac{755{,}3658}{2\times\pi}\right) \approx 1{,}3835$$

La fonction utile est cette fois

$$f_T(x) = 1{,}3835 + 0{,}0167\sin(x)$$

D'où l'anomalie excentrique de la Terre

$$u_T \approx f_T\circ f_T\circ f_T\circ f_T\circ f_T(0) \approx 1{,}3999$$

Puis son anomalie vraie

$$v_T \approx 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1+0{,}0167}{1-0{,}0167}}\tan\left(\frac{1{,}3999}{2}\right)\right) \approx 1{,}4164 \text{ radians} \approx 81{,}1526°$$

Et enfin sa distance au Soleil

$$\rho_T \approx 1{,}000(1-0{,}0167\cos(1{,}3999)) \approx 0{,}9972$$

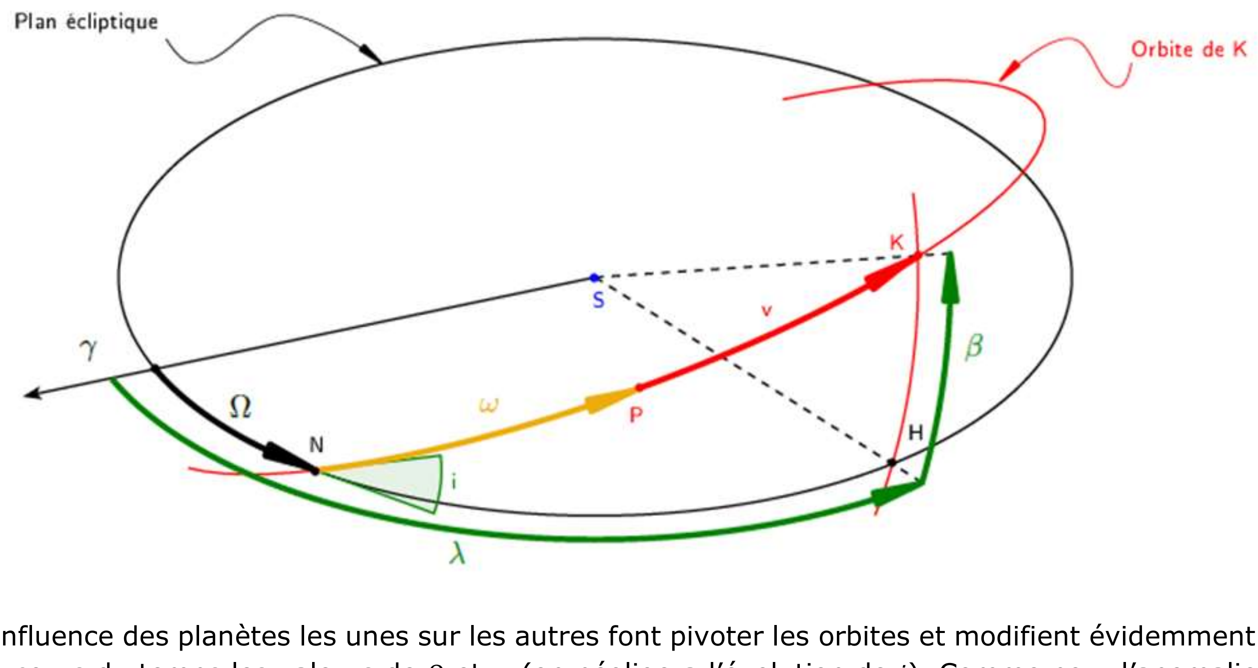
3. 3 Coordonnées écliptiques héliocentriques des planètes

3. 1 Éléments des orbites planétaires

Les planètes n'orbitent hélas pas dans le même plan que celui de la Terre. En plus du demi grand axe et de l'excentricité (déjà donnés précédemment), les calculs nécessitent les éléments orbitaux suivants:

- le nœud ascendant N
- la longitude du nœud ascendant Ω
- l'argument de latitude du périhélie ω
- l'inclinaison sur l'écliptique i

Le tout pour pouvoir calculer les longitude λ et latitude β écliptiques héliocentriques de la planète K.



L'influence des planètes les unes sur les autres font pivoter les orbites et modifient évidemment au cours du temps les valeurs de Ω et ω (on négligera l'évolution de i). Comme pour l'anomalie moyenne, ces valeurs se calculent à partir d'une date de référence, mais cette fois nous travaillerons en degrés.

Retour au sommaire

N = NbreJours1901$(J;M;A) + hh/24 + mm/1440$					
	i	$\Omega = x + yN$ en degrés		$\omega = z + wN$ en degrés	
	en degrés	x	y	z	w
Mercure	7,00	47,16	0,000 032 4	28,76	0,000 010 1
Vénus	3,39	75,79	0,000 024 6	54,39	0,000 013 9
Terre	0	0	0	101,24	0,000 047 1
Mars	1,85	48,79	0,000 021 1	– 74,56	0,000 029 3
Jupiter	1,31	99,45	0,000 027 7	– 86,72	0,000 016 4
Saturne	2,49	112,88	0,000 023 9	– 21,68	0,000 029 7

Pour information, l'angle $\overline{\omega} = \Omega + \omega$ est appelé la *longitude du périhélie*.

3. 2 Expression de λ et β

Dans le triangle sphérique NHK, rectangle en H, la relation $sin(b)\,sin(\alpha) = sin(a)\,sin(\beta)$ (**Formule 3** *démontrée dans la première partie*) nous donne $\sin(\beta)\sin(90) = \sin(i)\sin(\omega + v)$
Et comme $\beta \in]-90;+90[$, on obtient

$$\boxed{\beta = \arcsin(\sin(i)\sin(\omega + v))} \qquad (5)$$

Par ailleurs, la relation $cos(a) = cos(b)\,cos(c) + sin(b)\,sin(c)\,cos(\alpha)$ (***Formule 1*** *démontrée dans la première partie*) nous donne

$$\cos(\omega + v) = \cos(\beta)\cos(\lambda - \Omega) + \sin(\beta)\sin(\lambda - \Omega)\cos(90)$$

Et donc :

$$\cos(\lambda - \Omega) = \frac{\cos(\omega+v)}{\cos(\beta)}$$

Enfin, la relation $sin(a)cos(\beta) = sin(c)cos(b) - cos(c)sin(b)cos(\alpha)$ (***Formule 2*** *démontrée dans la première partie*) nous donne

$$\sin(\omega + v)\sin(i) = \sin(\lambda - \Omega)\cos(\beta) - \cos(\lambda - \Omega)\sin(\beta)\cos(90)$$

Et donc

$$\sin(\lambda - \Omega) = \frac{\sin(\omega+v)\sin(i)}{\cos(\beta)}$$

Comme $\cos(\beta)$ et $\sin(i)$ sont des quantités positives, le signe de $\sin(\lambda - \Omega)$ est le même que celui de $\sin(\omega + v)$. D'où

$$\boxed{\lambda = \Omega + \mathrm{Sgn}(\sin(\omega + v))\arccos\left(\frac{\cos(\omega+v)}{\cos(\beta)}\right)} \qquad (6)$$

Remarquons que dans le cas de la Terre, les formules se simplifient considérablement

$$\beta_T = 0 \qquad \text{et} \qquad \lambda_T = \omega_T + v_T$$

3.3 Un exemple

Le 24 mars 2021 à (22: 24 TU) pour la planète Saturne, nous avons

$$\Omega = 112{,}88 + 43913{,}9 \times 0{,}0000239 \approx 113{,}93\,°$$

$$\text{et} \quad \omega = -21{,}68 + 0{,}0000297 \times 43913{,}9 \approx -20{,}38°$$

Ce qui donne pour la latitude écliptique

$$\beta = \arcsin\big(\sin(2{,}49)\sin(-20{,}38 - 147{,}27)\big)$$

Et comme $\sin(-20{,}38 - 147{,}27) < 0$, on a:

$$\lambda = 113{,}93 - \arccos\left(\frac{\cos(-20{,}38-147{,}27)}{\cos(-0{,}53)}\right) \approx 306{,}2°$$

Et pour la Terre, les calculs nous donnent:

$$\Omega_T = 0 \quad \text{et} \quad \omega_T = 101{,}24 + 0{,}0000471 \times 43913{,}9 \approx 103{,}31°$$

$$\beta_T = 0 \quad \text{et} \quad \lambda_T \approx 103{,}31 + 81{,}15 = 184{,}46°°$$

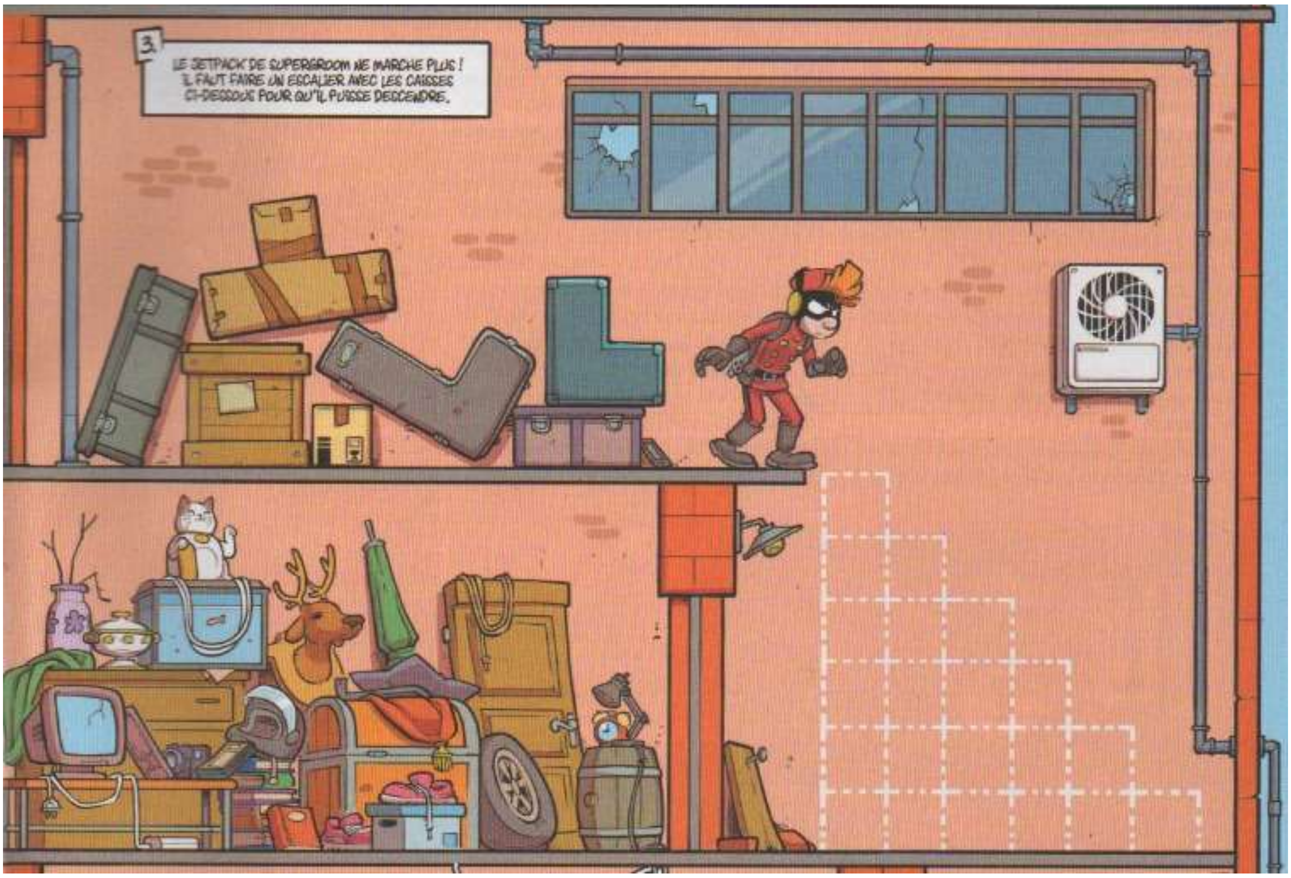
Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

SUPER GROOM À LA RESCOUSSE

SPIROU N°4228 (24 AVRIL 2019)

Groupe Maths & Arts – APMEP Lorraine



SPIROU n'incite pas à découper la page mais fait travailler avec les images mentales des valises.

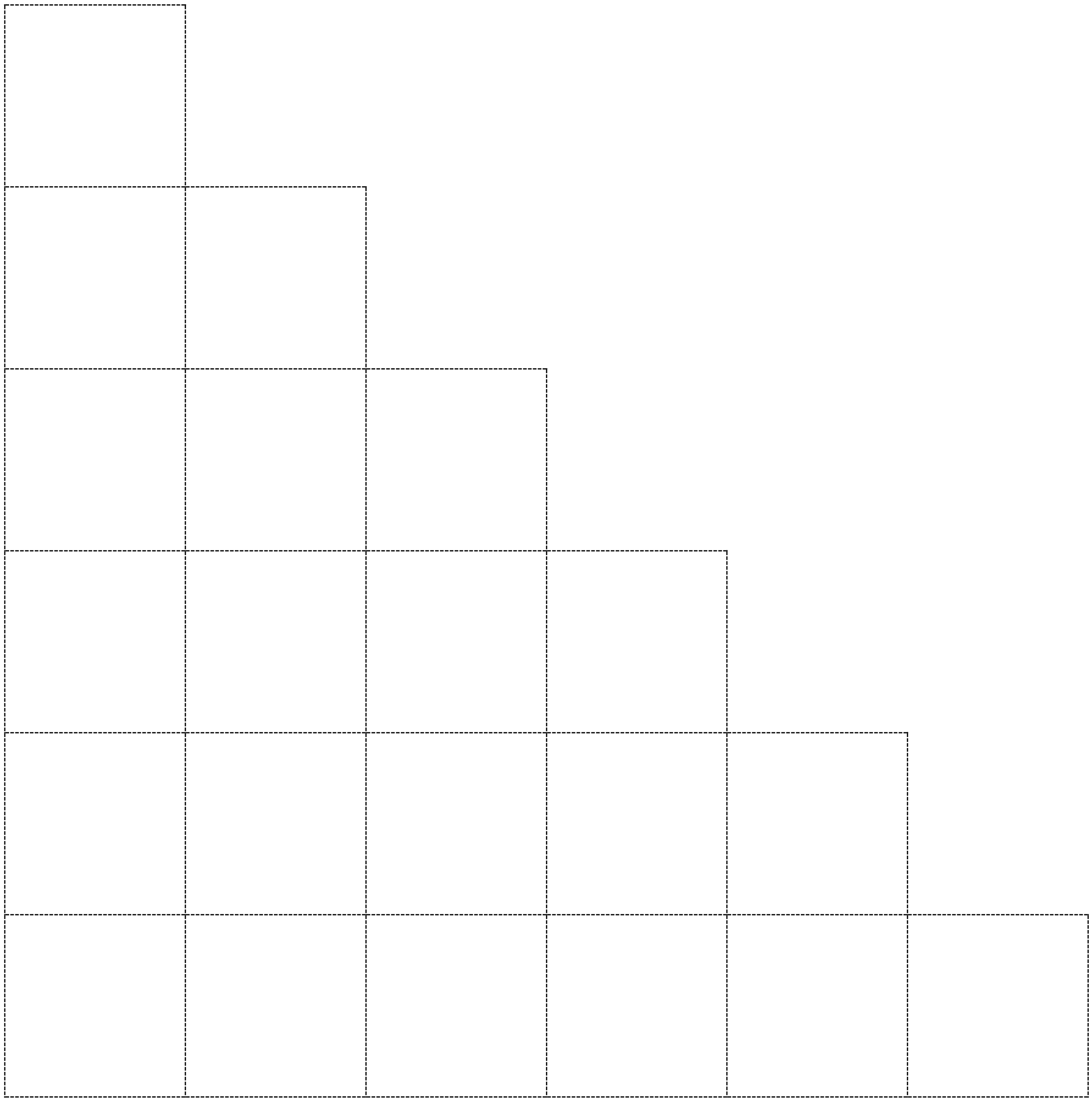
Pour de jeunes enfants, l'escalier à recouvrir et des pièces à découper sont fournis pages suivantes.

Des adolescents se poseront la question des valises à utiliser si l'escalier a plus de marches.

Des adultes reconnaitront une utilisation de la somme des premiers nombres entiers.

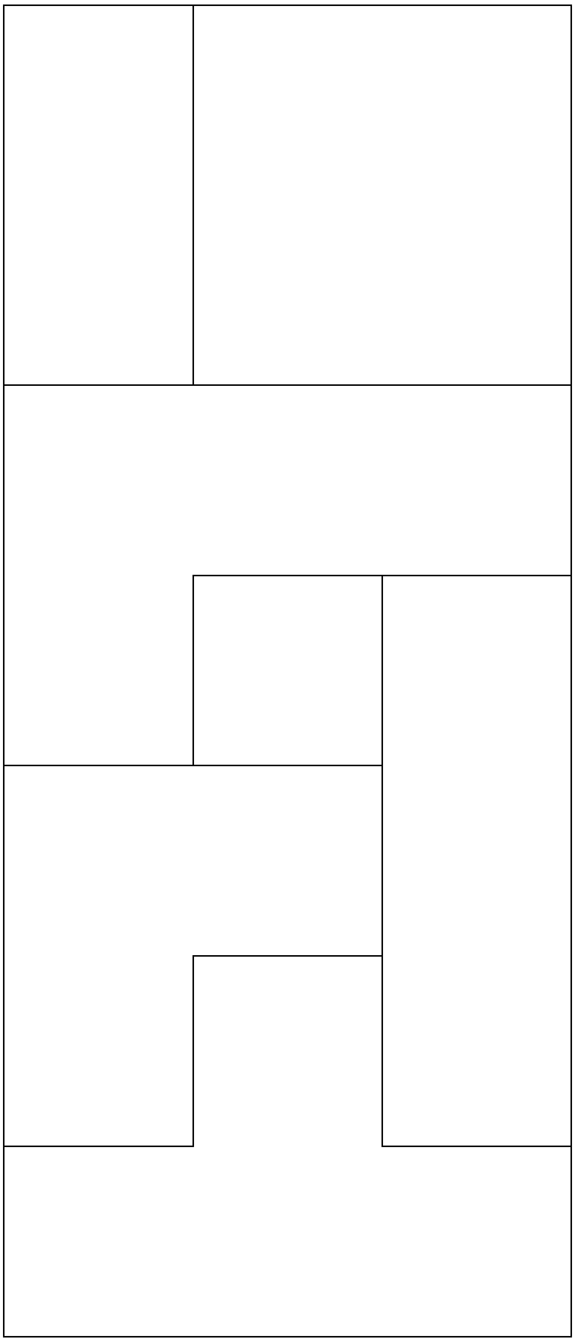
Retour au sommaire

L’escalier



Les 7 pièces à placer

Pour faciliter leur bricolage, elles sont placées dans un rectangle.



Un recouvrement de l'escalier est accessible sur notre site.

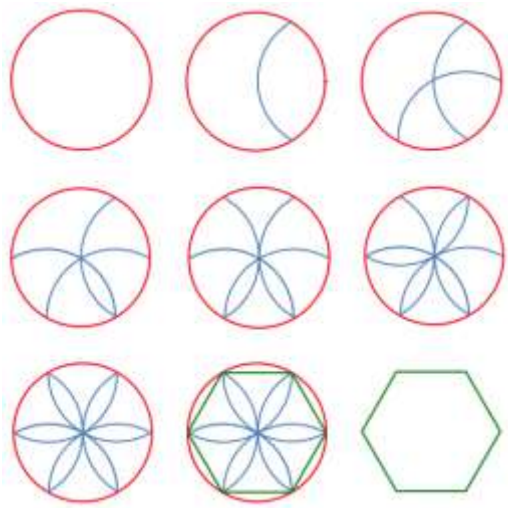
Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

HEXAGONES ET ŒILS DE BŒUF

François Drouin

Le Bulletin Vert n°509 (mai-juin 2014) et le Petit Vert n°120 présentaient quelques œils de bœuf conçus à partir d'un octogone régulier. Pour continuer notre promenade dans le sud du département de la Meuse, voici quelques exemples conçus à partir d'un hexagone régulier.



Nous nous intéresserons ici à quelques motifs réalisés à partir d'un hexagone régulier.
Les outils utilisés par le tailleur de pierre étaient la règle, le compas et parfois l'équerre pour des gabarits d'angle.

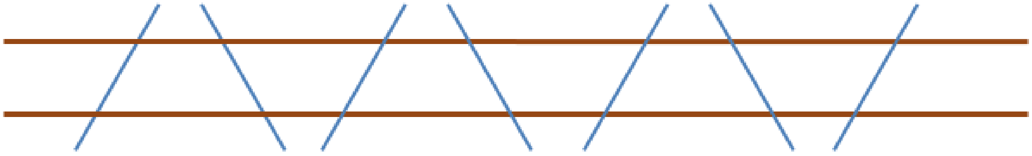
Un tracé semblable a été fait par le tailleur de pierre pour cet œil de bœuf repéré à Koeur-la-Petite, près de Saint-Mihiel.

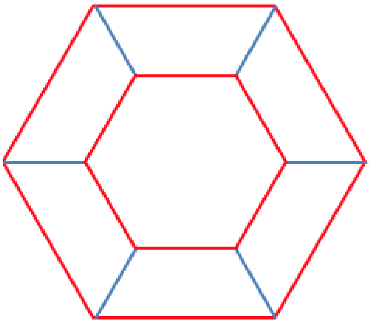
Le disque central assure une plus grande solidité à l'ensemble.

Cet œil de bœuf repéré à Houdelaincourt (près de Gondrecourt-le-Château) est taillé dans un bloc de pierre. Il a très certainement été tracé en utilisant la méthode montrée précédemment.

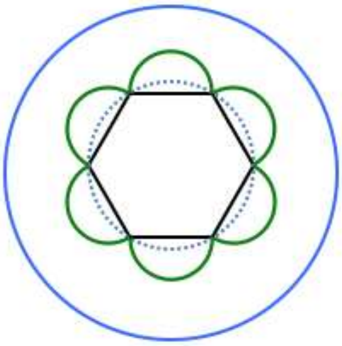
Retour au sommaire

Cet œil de bœuf repéré à Delouze (près de Gondrecourt-le-Château) a certainement été réalisé par l'assemblage de six blocs taillés dans une « plaque » de pierre.





À l'aide d'une bande de papier et en utilisant un gabarit d'angle d'un triangle équilatéral, je peux réaliser les six trapèzes isocèles superposables formant la couronne visible de l'œil de bœuf.



Voici un œil de bœuf repéré à Gérauvilliers (près de Gondrecourt-le-Château). Les côtés de l'hexagone sont les diamètres des demi cercles tracés. Le cercle extérieur semble avoir un diamètre double du cercle ayant servi à tracer l'hexagone intérieur.
Le dessin de cet œil de bœuf se fait aisément.

À Hévilliers (près de Montiers-sur-Saulx), la plupart des œils de bœuf visibles sont construits à partir d'un octogone. L'un d'entre eux est cependant réalisé à partir d'un hexagone et sa structure est voisine de celle dessinée ci-dessus.
Au vu de la finesse de leur travail, il semble que les tailleurs de pierre de Hévilliers étaient maîtres de leur art.

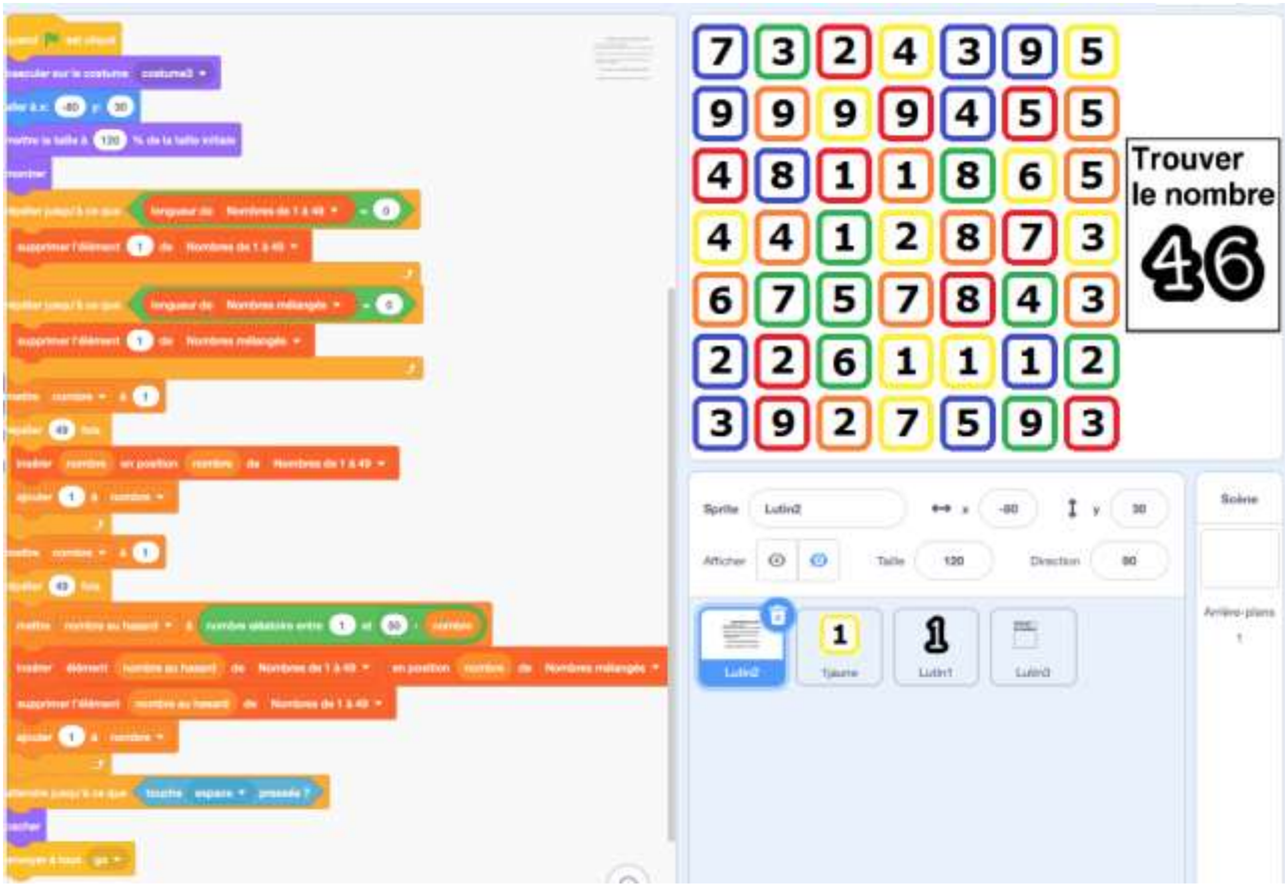
Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

LE JEU « TRIO » EN 2021

Groupe jeux de l'APMEP Lorraine

Ce jeu édité initialement par Ravensburger a été rapidement adopté par les enseignants de mathématiques.
JEUX 5 fournissait des grilles à projeter, JEUX 6 présentait des activités à mettre en œuvre en classe pour permettre à tout élève, même le plus lent, de se lancer dans la recherche et calculer sans rechigner (la règle du jeu commercialisé fait gagner les joueurs les plus rapides et maitrisant l'utilisation des tables de multiplication : en classe l'envie est de faire réussir tous les élèves).
Trouver le plus possible de nombres cibles dans un intervalle donné ou le plus possible de TRIOS pour un nombre cible donné permet de laisser des possibilités de réussite à des élèves plus lents : les maximums obtenus leur sont personnels mais participeront lors du temps de mise en commun aux résultats de cette recherche collective, recherche à laquelle tous et toutes ont participé.
L'aspect concours était déjà présent dans la revue PLOT, elle a été reprise en particulier dans l'académie de Poitiers qui en présente une version pour jouer en ligne. Les compétences annoncées sont « Chercher et calculer », les contenus rencontrés sont « Calculer mentalement de manière exacte ou approchée des produits, différences et sommes de nombres entiers ».



Sébastien a utilisé le jeu pendant des temps de « vacances apprenantes » organisées dans son collège. Il a créé un générateur de grilles pouvant être utilisé en ligne. Il est à noter que le nombre de pions de chaque sorte choisis par le programme n'a qu'une très faible probabilité

Retour au sommaire

d’être celui choisi dans le jeu du commerce, mais le fonctionnement du jeu n’en a pas été perturbé pendant son utilisation.

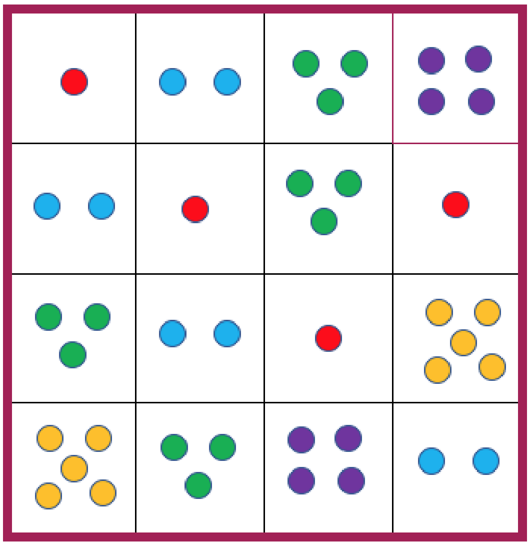
Formée des quarante-neuf pions, la grille était projetée, les élèves restant à leur place pour respecter les consignes sanitaires en vigueur à ce moment. Cela a permis de travailler le repérage de cases dans un tableau (gauche/droite, ligne/colonne, en diagonale) notamment à propos de la compétence « communiquer » du cycle 3 et aussi la nécessité de se mettre d’accord sur des règles communes de communication. Ce besoin de repérage est également présent dans les documents papier fournis par Jeux 6.
Ces contenus et compétences sont à ajouter à tout ce qui est de l’ordre de la gestion de calculs, en particulier ce souci d’approcher un nombre cible par un produit, contenu qui sera mis en œuvre lors de calculs de divisions posées sur une feuille de papier. Nous retrouvons le travail sur la connaissance intime des entiers inférieurs à 100 présentée dans les Petits Verts n°88 et n°100.

3	2	5	3	-3	3	-2
4	5	2	-1	-4	-2	2
-1	-4	3	4	5	2	1
4	-1	5	1	4	-2	-3
-4	5	4	-4	-2	1	5
5	2	-4	-3	-3	-3	-2
-1	3	1	3	-4	-3	4

Lorsqu’elle enseignait en région parisienne, Céline Fauvinet avait imaginé d’utiliser TRIO pour des calculs avec des entiers relatifs et des nombres cibles compris entre -25 et 25.

Pour poursuivre le partage initié par Sébastien un générateur de grille a été créé, il peut lui aussi être utilisé en ligne.

En cycle 1 et au début du cycle 2



Françoise Bertrand a eu envie d’utiliser TRIO avec de très jeunes élèves. Une mise en œuvre possible et des documents complémentaires sont accessibles sur le site national de notre association.

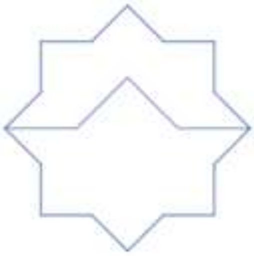
Retour au sommaire

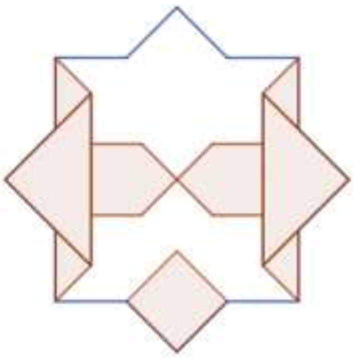
MATHS ET DÉCOUPAGES

BISSECTION DE L'OCTOGONE ÉTOILÉ

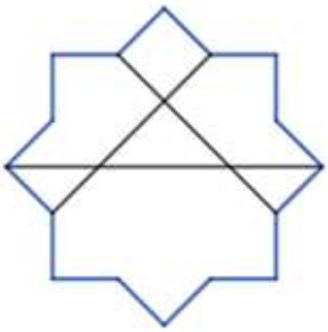
Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

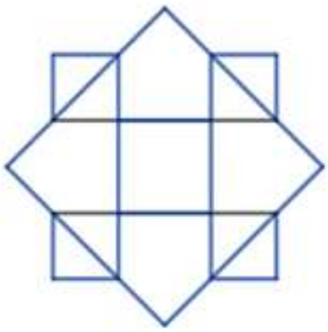
Les Petits Verts n°141 et n°144 abordaient des découpages de ce polygone en trois et cinq octogones étoilés de mêmes dimensions. Dans son très riche site, Gavin Theobald nous en propose une bissection découverte en 1964 par Harry Lindgren.

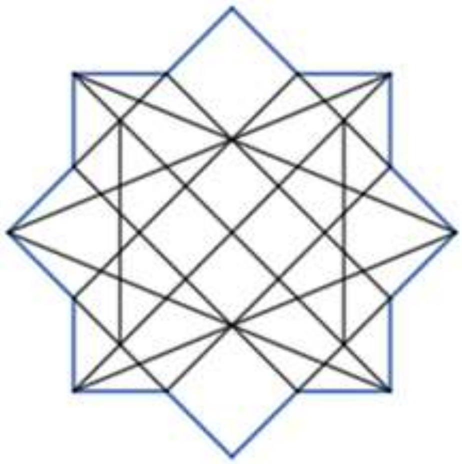




La règle non graduée et un crayon suffisent pour retrouver les limites des pièces dans les deux octogones étoilés de mêmes dimensions ou dans le grand polygone formé avec les onze pièces.
Dans les dessins de gauche, des segments seront prolongés pour obtenir les dessins ci-dessous.







Des propositions d'activités à destination d'élèves de cycle 3 sont accessibles sur notre site. Prolonger des segments, anticiper des alignements sont des compétences qui pourront être réutilisées lors de tracés utilisant GeoGebra.

Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

MAGIE ET CALCUL LITTÉRAL

Je choisis le nombre n avec $n < 10$.

Je le multiplie par 3	$3n$
J'ajoute 3	$3n + 3$
Je multiplie de nouveau par 3	$9n + 9 \;=\; 9x(n + 1)$

$$9n + 9 \;=\; 10n \;+ (9 - n) \;=\; n \times 10 \;+\; (9 - n) \times 1$$

Le chiffre des dizaines de ce résultat est n, le chiffre des unités de ce résultat est $(9 - n)$. Leur somme est 9.

C'est confirmé, je passerai mes vacances à la maison.

MATHS ET JEUX

DES DÉFIS ONT CIRCULÉ FIN 2020

Groupe jeux de l'APMEP Lorraine

Daniel nous a confié une petite addition envoyée par un de ses amis grand poseur de problème dans son beau pays, le Portugal.

ABC + ACB + AAB + BCA + BBC = 2021

Arnaud a vite répondu

Le problème revient à trouver a, b et c entiers naturels tels que 311 a + 222 b + 22 c = 2021. De plus, a est non nul et nécessairement impair et inférieur ou égal à 6, b est non nul et inférieur ou égal à 9, c est inférieur ou égal à 9.

L'exécution d'un programme Python (que je peux fournir !) donne a = 5, b = 2 et c = 1.

Autrement dit, 521 + 512 + 552 + 215 + 221 = 2 021

Retour au sommaire

Gilles a apprécié la méthode d'Arnaud

Moi j'aime bien qu'écrire le programme Python qui donne les valeurs de a, b et c est probablement plus intéressant que de les chercher à la main. On peut alors discuter pour savoir si la réduction de l'équation est un préambule nécessaire à l'écriture de l'algorithme.

Pierre Alain s'est retrouvé pris de court.

Étant complètement allergique à Python, j'ai fait le même raisonnement qu'Arnaud et j'ai utilisé un tableur. J'ai mis les valeurs de A en ligne 1, les valeurs de B en colonne A et le tableau donne la valeur de C. C'est amusant de constater qu'il y a des cas donnant un C négatif.

Daniel nous a finalement confié ce qui avait été fait à la maison.

En ce qui me concerne, j'ai fait comme lorsque j'étais « jeune » (et Marie-Thérèse, ce qui a été une surprise pour moi, a fait pareil).

1. *En regardant la colonne des chiffres* ***A + 2B + 2C = 11 (a)*** *ou 21 ou 31… mais la colonne des dizaines est la même avec 2B + 2C + A + retenue = 12 ou 22 ou 32 et donc la retenue ne peut être que 1 et donc A + 2B + 2C = 11.*
2. *La colonne des centaines donne donc 3A + 2B + retenue = 20, la retenue étant 1 aussi on a donc* ***3A + 2B =19 (b)*** *et donc A est impair.*
3. *Il est "évident" que A, B et C sont au plus égaux à 5 et B et C plus petit que A (car (a)). Par exemple A= 5 et donc B = 2 car (b) et donc C = 1 car(a)... on vérifie et c'est bon ! Voilà une solution*
4. *Si A = 3 alors (b) B = 5 et cela ne marche pas car (a).... et si A = 1 c'est pire ! ...donc A= 5, B = 2 et C = 1 est la seule solution. Même pas besoin de 311 a + 222 b + 22 c = 2021.*

Et en classe ?

Montrer ce qui pourrait apparaitre comme la « bonne solution » mettrait sans doute de côté la richesse des pistes à imaginer et explorer…

D'autres propositions pour 2021

Pierre Alain nous a ensuite proposé un autre défi pour 2021.

En m'amusant avec les chiffres j'ai trouvé cette égalité : $2021 = 9^2 \times 5^2 - 2^2$ où n'apparait que des carrés. Je ne suis pas inspiré pour trouver un énoncé correspondant à cette situation, mais cela peut donner lieu à un exercice de rallye.

Il a complété son envoi

L'égalité ($2021 = 9^2 \times 5^2 - 2^2$) que je vous ai donnée hier permet de constater que les diviseurs de 2021 sont 1, 43, 47 et 2021.

Leur somme est égale à 2112 qui est un nombre palindrome, d'où ma question :

Existe-t-il un (ou des) autre(s) nombre(s) dont la somme des diviseurs est un nombre palindrome ? Ne me demandez pas la réponse, je n'en ai aucune idée… Mais je pense que les adeptes de Python peuvent se faire plaisir, non ?

Arnaud nous a envoyé ses vœux.

Je vous souhaite une belle année ludique, avec plein de créativité !
Je vous offre le carré magique suivant, d'ordre 4 et de constante magique 2 021.

505	*508*	*512*	*496*
511	*497*	*504*	*509*
498	*514*	*506*	*503*
507	*502*	*499*	*513*

Saurez-vous retrouver les 70 combinaisons totalisant 2 021 ?

Pour ces deux derniers défis, nous sommes encore dans la phase de recherche, l'année 2021 compte 365 jours : les lecteurs du Petit Vert auront peut-être envie de nous confier leurs essais, réussis ou non.

Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

VOTRE CERVEAU PEUT VOUS TROMPER

Voici un extrait d'une publicité déposée en décembre 2020 dans nos boites aux lettres
Et oui, malheureusement pour notre porte-monnaie, plus le prix d'un produit est élevé, plus on le trouve bon.
…
Un échantillon de 159 consommateurs composés de femmes et d'hommes de 18 à 65 ans (acheteurs et consommateurs de la catégorie de produit testé) ont participé à un test organoleptique réalisé par Ipsos France durant lequel ils ont dégusté sans le savoir 3 fois le même saumon ALDI, mais affiché à des prix plus ou moins chers. Nous vous présentons le différentiel de préférence entre le vrai prix du produit et le prix le plus élevé auquel il était présenté.

Le document prend soin de nous expliquer comment les résultats ont été obtenus. Ceci n'est pas courant.

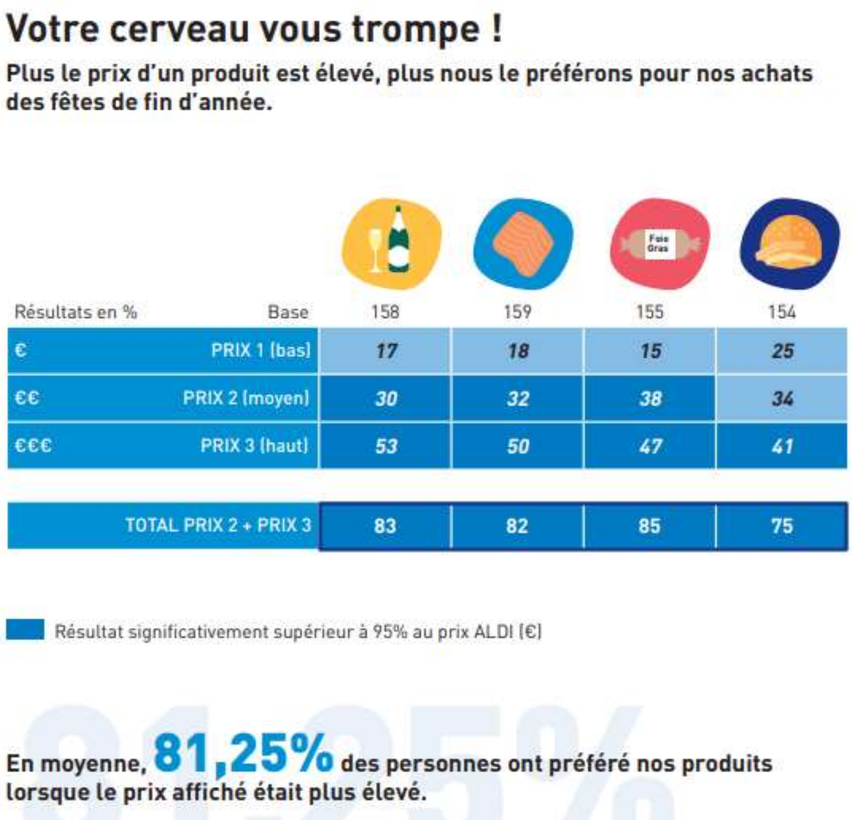
Le consommateur ne déduira pas de cette étude que le produit au prix bas est nécessairement de même qualité qu'un produit semblable acheté plus cher.

Notre cerveau intéressé par les représentations graphiques s'est trouvé quelque peu perturbé par celle mise dans cette publicité. Des mesures ont été faites sur le document papier.
Les deux barres ont une largeur de 32 mm.

Hauteur de la barre	17 mm	31%
Pourcentage indiqué	22 mm	69%

Il n'y a pas proportionnalité entre les hauteurs des barres dessinées et les pourcentages indiqués, notre cerveau ne nous avait pas trompés. Qu'en penserait celui de vos élèves ?
Pour obtenir davantage d'informations nous sommes allés sur leur site pour avoir des informations plus précises.
Le tableau suivant donne la moyenne en pourcentage des personnes qui ont préféré le produit lorsque le prix était plus élevé.

Retour au sommaire


Votre cerveau vous trompe !

Plus le prix d'un produit est élevé, plus nous le préférons pour nos achats des fêtes de fin d'année.

Résultats en %	Base	158	159	155	154
€	PRIX 1 (bas)	17	18	15	25
€€	PRIX 2 (moyen)	30	32	38	34
€€€	PRIX 3 (haut)	53	50	47	41
	TOTAL PRIX 2 + PRIX 3	83	82	85	75

Résultat significativement supérieur à 95% au prix ALDI (€)

En moyenne, **81,25%** des personnes ont préféré nos produits lorsque le prix affiché était plus élevé.

Comment le « 81,25% » est-il obtenu ?

Si l'on calcule la moyenne des quatre nombres représentant les pourcentages de la ligne « Total Prix 2 + prix 3 », on obtient exactement 81,25% avec cette précision.

Les effectifs de base pour chaque test n'étant pas identiques il n'est pas du tout raisonnable de calculer ainsi la moyenne.

De plus la précision proposée à 10^{-4} laisse dubitatif.

Si le prix 1 a été choisi par 17% des 158 testeurs, quel est le nombre n_1 de ces testeurs ?

$$16{,}5 \times 158 \leq 100n_1 < 17{,}5 \times 158$$

$$16{,}5 \times 158 \leq 100n_1 < 17{,}5 \times 158$$

n_1 est un nombre entier égal à 26 ou 27.

En se livrant avec un tableur, par exemple, aux calculs nécessaires pour obtenir le pourcentage moyen, on obtient plus de 80% des testeurs qui ont préféré le prix le plus élevé.

	Champagne	**Saumon**	**Foie gras**	**Pain surprise**	**Total**
Base	158	159	155	154	626
Prix1	17	18	15	25	
Prix2	30	32	38	34	
Prix3	53	50	47	41	

Effectif mimimal

Prix2	47	50	58	52		**Pourcentage**
Prix3	83	79	72	62		**moyen**
	130	129	130	114	503	**0,8035**

Effectif maximal

					Total	
Prix2	48	52	60	53		**Pourcentage**
Prix3	85	80	74	64		**moyen**
	133	132	134	117	516	**0,8243**

Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

GEL HYDROALCOOLIQUE

En date du 12 novembre 2020, plus de 180 prélèvements ciblés de solutions et gels hydro-alcooliques ont été réalisés, dont 162 ont d'ores et déjà été analysés par le Service commun des laboratoires[3]. 73% des produits analysés à ce jour ont été déclarés soit non conformes (38%) soit non conformes et dangereux (35%).

Plus précisément, 21 produits (13% des produits analysés) ont présenté une teneur en alcool insuffisante et se sont donc révélés non conformes et dangereux. 36 produits (22% des produits analysés), pour lesquels la teneur en alcool était suffisante, ont également été déclarés non conformes et dangereux en raison d'un étiquetage minimisant les dangers présentés par ces produits (principalement le danger de leur inflammabilité) et 61 produits (38%) ont été reconnus non conformes du fait d'un étiquetage incomplet ou incorrect.

Extrait du [communiqué de presse] de la DGCCRF le 18 novembre 2020

Le communiqué ci-dessus précise que « 73% des produits analysés à ce jour ont été déclarés soit non conformes (38%) soit non conformes et dangereux (35%) ». Les produits non conformes et dangereux ne sont-ils pas non conformes ? Cette information n'est pas reprise dans la presse régionale. Par contre le fait qu'il y ait des produits non conformes et dangereux a davantage intéressé les journalistes.
L'étude réalisée précise que 21 produits sur 162 analysés ont présenté une teneur insuffisante en alcool et sont donc non conformes et dangereux. Comment cette information est-elle relayée ?

la Nouvelle République.fr Coronavirus : 13 % des gels hydroalcoliques vendus en France sont inefficaces	162 prélèvements ont été réalisés par le service commun des laboratoires. Cet échantillon est-il représentatif des gels vendus en France ? La taille de l'échantillon est-elle suffisante pour conclure sur l'ensemble des gels hydroalcooliques vendus en France ?

Manque d'alcool

Comme l'explique la DGCCRF dans un communiqué de presse, "seules les solutions ou gels hydroalcooliques ayant une teneur en alcool (éthanol, propan-1-ol ou propan-2-ol) d'au moins 60 % ou répondant à la norme EN 144766 sont efficaces en matière de désinfection!" Dans les faits, **13 % des gels commercialisés en France**, sur Internet, dans les bureaux de tabac, en grande surface et parfois même en pharmacie ne remplissent pas ces conditions et sont **inefficaces face au coronavirus ou tout autre maladie.**

Ils sont donc **considérés comme dangereux**. La DGCCRF conseille donc aux acheteurs de **bien regarder l'étiquette du flacon.** "Le nom de l'alcool utilisé dans le produit ainsi que sa concentration doivent être précisés sur l'étiquetage du produit ; si le produit répond à la norme EN 14476, cela doit aussi être mentionné". En cas de doute, vous pouvez vous adresser à votre commerçant.

On peut noter ici l'extrapolation sur le lieu de vente des gels hydroalcooliques.

Retour au sommaire


DGCCRF
@dgccrf

| #cpDGCCRF #Covid_19 |
❗ Seules les solutions ou gels hydroalcooliques ayant une teneur en alcool (éthanol, propan-1-ol ou propan-2-ol) d'au moins 60 % ou répondant à la norme EN 144766 sont efficaces en matière de désinfection!
👉bit.ly/3pxMWTs

DGCCRF
Communiqué de presse
mercredi 18 novembre 2020
La DGCCRF protège les consommateurs en testant la qualité et la conformité des gels et solutions hydroalcooliques

Le tweet reprend un extrait du communiqué officiel qui signale que 21 produits sont non conformes sans préciser le nombre de produits analysés.


LA VDN

LILLE
Lille-Sud: une nouvelle pharmacie a ouvert ce lundi à Lillenium

Ma commune Coronavirus France La Voix TV Le Mag Sports

Covid-19: un gel hydroalcoolique sur sept vendu en France est dangereux car inefficace

Selon une série de tests menée par la Direction régionale de la concurrence, de la consommation et de la répression des fraudes (DGCCRF), 13 % des gels hydroalcooliques sont non-conformes et dangereux parce qu'ils n'ont pas une teneur en alcool suffisante.

La Voix du Nord a choisi de proposer une fraction simple pour donner l’information mais 1/7 n’est pas égal à 13%.

LA PHRASE DU TRIMESTRE

Dans la vie de la pensée, c'est toujours dans les vieilles outres du langage qu'il faut mettre le vin nouveau de l'esprit.

GONSETH, *Les mathématiques et la réalité.*

Retour au sommaire

MATHS ET PHILO

SÉLECTION OU ENTRAIDE
DARWIN OU KROPOTKINE

Didier Lambois

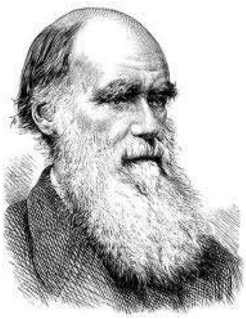
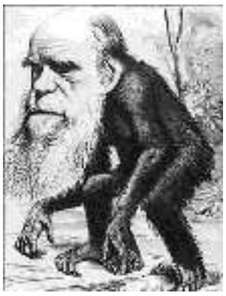
Je suis responsable pour moi-même et pour tous, et je crée une certaine image de l'homme que je choisis ; en me choisissant, je choisis l'homme. SARTRE

Les philosophes existentialistes, comme Jean-Paul Sartre (1905-1980), insistent beaucoup sur notre responsabilité et sur le fait que nous sommes condamnés à choisir. Pourtant, nous pouvons penser que nous ne choisissons pas la vérité et que cette dernière s'impose à nous, que nous le voulions ou non. Même si les théories scientifiques ont parfois du mal à se faire admettre, même si elles nous offusquent parce qu'elles remettent en cause nos convictions anciennes, même si elles nous scandalisent tant elles sont éloignées de nos croyances les plus fortes, elles finissent toujours par s'imposer à nous. Ce fut le cas pour les théories de l'évolution avancées par Charles Darwin (1809-1882). Nul n'était prêt à accepter une parenté simiesque, mais aujourd'hui, hormis quelques irréductibles créationnistes américains, plus personne ne remet en cause l'idée que les espèces animales se modifient dans le temps et que l'espèce humaine est le résultat d'une longue évolution.

Le créationnisme est un des piliers des trois grandes religions monothéistes (judaïsme, christianisme, Islam). Selon cette thèse, l'univers, et donc la terre, ont été créés par un être supérieur, Dieu ; les plus radicaux des créationnistes ajoutent que toutes les espèces vivantes sont radicalement différentes les unes des autres et n'ont subi aucune modification (fixisme). Une loi votée aux États-Unis en 1925, le *Butler Act*, interdisait « *d'enseigner une théorie qui nie l'histoire de la création divine de l'homme, telle qu'elle est enseignée dans la Bible, et qui prétend que l'homme descend d'un ordre inférieur d'animaux ».* Cette loi est restée en vigueur jusqu'en 1967, et cela explique que de nombreux américains soient encore aujourd'hui créationnistes. Cela explique aussi le succès de la théorie pseudoscientifique du dessein intelligent (*Intelligent design*), théorie très en vogue aux États-Unis, qui affirme que « *certaines observations de l'univers et du monde du vivant sont mieux expliquées par une cause intelligente que par des processus non dirigés tels que la sélection naturelle* » ; cette théorie n'est qu'une formulation plus moderne du créationnisme[2].

[2] La lutte entre créationnistes et évolutionnistes s'est poursuivie jusqu'au XXIème siècle, y compris en Europe, et en 2007, suite au rapport de Guy Lengagne, député et professeur de mathématiques, une résolution du parlement européen a été votée. Elle affirme : « *La théorie de l'évolution est attaquée par des fondamentalistes religieux qui demandent que les thèses créationnistes soient enseignées dans les écoles européennes parallèlement ou même à la place de cette théorie. D'un point de vue scientifique il n'y a absolument aucun doute que l'évolution est une théorie centrale pour comprendre l'univers de la vie sur Terre. Le créationnisme dans aucune de ses formes, telles que l'«* intelligent design *», n'est pas basé sur des faits, n'utilise pas de raisonnement scientifique et son contenu est désespérément inadapté aux classes scientifiques. L'Assemblée invite les instances éducatives dans les États membres à promouvoir la connaissance scientifique et l'enseignement de l'évolution et à s'opposer fermement à toutes les tentatives de présentation du créationnisme en tant que discipline scientifique. »*

Retour au sommaire

Charles Darwin (1809-1882), qui avait fait des études de théologie, n'a pourtant jamais voulu déclarer la guerre à la foi et n'a jamais souhaité remettre en cause les convictions religieuses de son époque. Même si à la fin de sa vie il se disait agnostique et n'acceptait pas l'autorité biblique, il était profondément théiste lorsqu'il publia *L'Origine des Espèces*[3] en 1859, affirmant qu'il fallait nécessairement une cause première (voir Petit Vert n° 139).

Les observations botaniques et zoologiques que Darwin put faire lors de sa participation à l'expédition du *Beagle* autour du monde (1831-1836) contribuèrent indéniablement à sa formation en tant que naturaliste, mais c'est probablement la simple observation du travail des agriculteurs et des éleveurs qui lui donna la clef de la théorie qui allait faire son succès (et qui allait faire scandale). Pour davantage de rentabilité, les agriculteurs et les éleveurs sont capables de modifier les caractéristiques des plantes qu'ils cultivent ou des animaux qu'ils élèvent. Ces caractéristiques vont ensuite être héritées par les générations suivantes, et les éleveurs ou agriculteurs sélectionneront les plus performantes[4].

L'idée de Darwin est de dire qu'il y a dans la nature une sélection comparable à cette sélection artificielle opérée par les hommes. Certaines caractéristiques peuvent varier au sein d'une même espèce et seuls les individus présentant les caractéristiques les mieux adaptées à l'environnement et à la reproduction survivront : c'est la sélection naturelle.

Struggle for life

S'il y a sélection, c'est parce que les ressources vitales ne sont pas infinies et « *il naît beaucoup plus d'individus de chaque espèce qu'il n'en peut survivre* » dit Darwin. C'est l'application stricte du principe de population énoncé par Malthus[5], et dans son *Autobiographie* (1887), Darwin reconnait l'influence qu'a pu avoir sur lui cet économiste à la moralité douteuse. Les plus faibles sont éliminés, c'est dans l'ordre des choses… et c'est une condition du progrès.

Le cousin de Darwin reprendra ces idées malthusiennes et affirmera que l'aide aux éléments défavorisés de la société constitue une entrave à la sélection naturelle et au progrès puisqu'elle provoque à terme une dégénérescence de la race humaine à cause de l'union de ses éléments les plus aptes avec les moins aptes. Il est donc, selon lui, nécessaire de pratiquer une sélection artificielle au sein de la société pour empêcher la reproduction de ses éléments improductifs. C'est ce cousin de Darwin qui invente le terme « eugénisme ». Ce cousin, c'est Francis Galton, que les mathématiciens connaissent bien[6].

---

[3] Le titre complet de l'ouvrage est : ***L'origine des espèces au moyen de la sélection naturelle ou la préservation des races favorisées dans la lutte pour la survie****…. struggle for life.*

[4] Darwin reprend ces idées dans un ouvrage publié en 1868 : *De la variation des animaux et des plantes sous l'action de la domestication.*

[5] **MALTHUS Thomas Robert (1766-1834),** économiste anglais a été le premier à s'intéresser à la démographie (*Essai sur le Principe de Population*, 1798) et il montre que la population tend à croître beaucoup plus vite que les moyens de subsistance. Il est, selon lui, important de limiter les naissances pour éviter les pénuries. Dans cette logique, Malthus combattra ceux qui, comme Condorcet (1743-1794) à son époque, cherchent à mettre en place des mesures en faveur des pauvres car cela ne ferait que favoriser encore l'augmentation de la population...

[6] Explorateur, géographe, inventeur, anthropologue, généticien avant l'heure, psychologue, météorologue, photographe etc., **Sir Francis GALTON (1822-1911)** était aussi mathématicien et statisticien, et tout le monde a pris plaisir à manipuler sa fameuse planche.

Retour au sommaire

Sans aller jusqu'à la stérilisation des faibles ou à l'euthanasie, admettre que la lutte pour la vie est un élément essentiel du progrès n'est pas sans conséquence sur un plan politique et social. Cette banalisation de la compétition, du conflit, est aussi, implicitement, une justification « scientifique » du fait que les forts écrasent les faibles, que la masse soit dominée par une élite… La politique libérale trouve là de l'eau à mettre à son moulin, et c'est ce qui explique peut-être que l'on ait retenu la théorie darwinienne plutôt qu'une autre[7].

C'est un anarchiste français, Émile Gautier, qui sera l'un des premiers à dénoncer les dangers du darwinisme. Dans une brochure publiée en 1880 et intitulée « Le darwinisme social[8] » il montre que le progrès de la société et de l'intelligence humaine doit précisément permettre de s'affranchir de ces « pseudo-lois naturelles » avancées par Darwin. Si la concurrence vitale sévit effectivement à l'état naturel, elle ne doit plus régir un monde qui se dit civilisé. L'homme est un animal sociable — *Zôon politikon* — comme disait déjà Aristote, et s'il vit en société c'est précisément pour y trouver solidarité et entraide. L'entraide doit être aujourd'hui le moteur du progrès.

Kropotkine

Le prince Pierre (Piotr Alexeïevitch) KROPOTKINE (1842-1921) est né à Moscou, dans une riche famille issue de la dynastie des riourikides (qui régnèrent sur la Russie jusqu'en 1598). Comme son père (général) il entre dans l'armée impériale mais démissionne rapidement (1863) et se tourne vers les études. Il reçoit une solide formation scientifique à l'université de Saint Pétersbourg (principalement en mathématiques, qu'il enseignera quelques années, et en géographie).

Il participe à des expéditions scientifiques en Sibérie, rédige des ouvrages de géographie qui lui valent une reconnaissance internationale, voyage aussi au Moyen-Orient et en Europe. Toutes ces expériences, jointes à la lecture d'auteurs comme Proudhon, à sa rencontre avec Bakounine, l'amènent à s'engager au côté des mouvements ouvriers. À partir de 1872 il mènera une vie de militant révolutionnaire qui lui vaudra plusieurs années de prison (il est, par exemple, condamné à Lyon, lors du « procès des 66 », avec Émile Gautier et d'autres, à cinq années de prison) et il écrira de nombreux ouvrages qui feront de lui le principal théoricien de l'anarchisme.

« Pas de compétition ! La compétition est toujours nuisible […]. C'est le mot d'ordre que nous donnent le buisson, la forêt, la rivière, l'océan. Unissez-vous ! Pratiquez l'entraide ! C'est le moyen le plus sûr pour donner à chacun et à tous la plus grande sécurité, la meilleure garantie d'existence et de progrès physique, intellectuel et moral ». KROPOTKINE

"Ce ne sont pas forcément les plus forts qui survivent, mais ce sont les groupes les plus coopératifs. Ce sont les espèces et les individus qui s'associent, qui s'entraident, qui survivent le mieux aux conditions difficiles." Pablo Servigne et Gauthier Chapelle, *L'Entraide, l'autre loi*

Nous ne savons pas si Kropotkine a lu Émile Gautier, mais dès 1890 il s'attache à la rédaction d'un gros ouvrage scientifique intitulé *L'Entraide, un facteur de l'évolution* (publié en 1902). En prenant appui sur les travaux de Kessler[9] il veut montrer que même dans la nature, et qui plus

[7] Lamarck, Kessler, Wallace, De Vries… les théories expliquant l'évolution sont nombreuses au XIXème siècle mais le grand public n'a retenu que celle de Darwin.

[8] **Émile GAUTIER (1853-1937),** juriste, journaliste et théoricien de l'anarchisme, est le premier à utiliser cette formule.

[9] **Karl Fedorovich KESSLER (1815-1881)** est un zoologiste russe, l'un des premiers à mettre en évidence, à partir de nombreuses observations, l'importance de l'entraide dans l'évolution d'une espèce.

Retour au sommaire

est dans la société, l'entraide (*mutual aid*) est un facteur de progrès plus essentiel que la lutte pour la vie.

« *Déjà pendant mon séjour à Clairvaux* [Kropotkine y sera détenu de 1883 à 1886] *je sentais la nécessité de réviser complètement la formule de la lutte pour l'existence, en elle-même et dans son application aux affaires humaines. Les essais faits dans ce sens par quelques socialistes ne m'avaient pas satisfait, lorsque je trouvai dans une conférence faite par le professeur Kessler, zoologiste russe, un commentaire excellent de la loi de la lutte pour la vie. « L'appui mutuel, disait-il dans son discours, est aussi bien une loi de la nature, que la lutte réciproque ; mais pour l'évolution* progressive *de l'espèce, la première est beaucoup plus importante que la seconde. » Ces quelques mots […] étaient pour moi la clef de tout le problème.* » Kropotkine, *Autour d'une vie, Mémoires d'un révolutionnaire*

S'il doit y avoir lutte, ce doit être une « *lutte contre les conditions naturelles défavorables aux espèces* » dit Kropotkine, et non une lutte des individus entre eux. C'est en mutualisant leurs efforts que de nombreuses espèces survivent et progressent.

« *Je ne rejette pas la lutte pour l'existence, j'affirme simplement que le développement progressif à la fois du royaume animal dans son entier et, spécialement, de l'humanité n'est pas autant facilité par la lutte mutuelle que par l'aide mutuelle* ». Kessler, Conférence de 1879

En faisant appel à Kessler et aux nombreux exemples d'entraide animale qu'il donne, Kropotkine ne cherche pas à condamner le darwinisme dans sa globalité, mais il veut combattre l'utilisation idéologique qui en est faite au niveau des sociétés humaines. Non seulement il ne combat pas le darwinisme mais il reprend une idée qu'il attribue à Darwin lui-même : l'altruisme. Et il est vrai que dans son deuxième grand livre, *La descendance de l'homme* (1871), Darwin s'intéresse plus particulièrement à l'évolution de l'humanité et il montre que le mécanisme sélectif conduit à des formes de civilisations qui rendent caduques le *struggle for life* et font de la coopération, de l'altruisme, un facteur essentiel de l'évolution. La question est de savoir pourquoi l'histoire a occulté cet aspect de la pensée darwinienne, mais le triomphe du libéralisme donne la réponse : nous préférons une théorie qui justifie une société où il faut se battre et où les forts sont mieux lotis que les faibles.

Pour aller plus loin il faudrait analyser comment certains auteurs expliquent aujourd'hui l'altruisme par des « gènes égoïstes »[10], en disant par exemple que lorsqu'un individu se sacrifie pour protéger la vie d'un membre de sa famille, il n'agit en fait que dans l'intérêt de la reproduction de ses propres gènes, mais là n'est pas notre propos. En opposant sélection (compétition) et entraide (coopération), nous voulons simplement montrer que les questions que nous nous posons dans nos pratiques d'enseignants sont des questions que se pose la science, et rappeler que ces questions ne sont pas sans conséquences idéologiques et politiques. Lorsque nous nous demandons s'il faut privilégier la compétition ou la coopération nous ne nous interrogeons pas simplement sur l'efficacité de l'une ou de l'autre au niveau de l'apprentissage et du progrès de nos élèves. De ce point de vue il est facile de voir que les deux modèles ont des vertus (et des inconvénients). Non ; lorsque nous choisissons l'un ou l'autre, nous faisons un choix de société. Que nous le voulions ou non, nous sommes engagés. Comme le disait Sartre, « *nous choisissons l'homme* ».

---

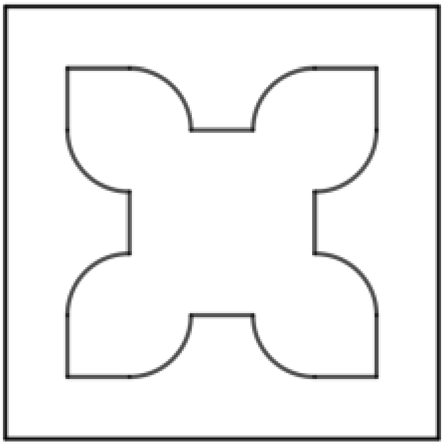
[10] L'expression « gène égoïste » reprend le titre d'un ouvrage publié en 1976 par Richard Dawkins (éthologue britannique né en 1941), ouvrage dans lequel il défend le darwinisme en affirmant que la sélection naturelle a lieu au niveau du gène et non au niveau des individus ou des espèces. Le fait d'admettre que dans la nature « c'est le gène qui impose sa loi » permettra à la sociobiologie de défendre certaines thèses racistes et sexistes.

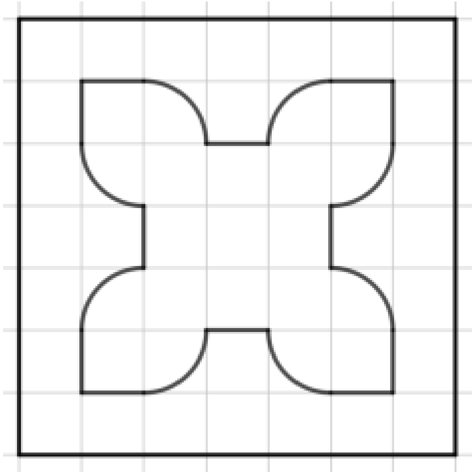
Retour au sommaire

MATHS ET VIE COURANTE

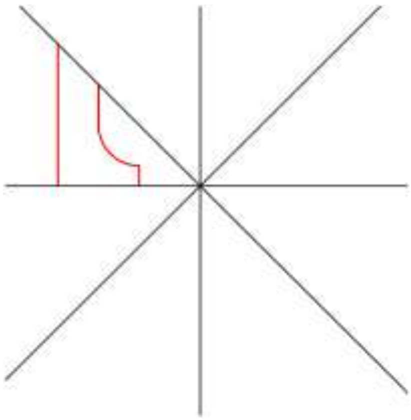
EN HAUT DU MUR

Les belles journées de novembre 2020 incitaient à sortir et repérer un peu de géométrie dans un rayon de 1 km autour de notre domicile.





L'utilisation d'une règle non graduée permet de mettre en évidence le quadrillage sous-jacent au tracé de ce dessin.
Le tracé du motif se fait ensuite aisément à l'intérieur d'un carré (de 14 cm de côté par exemple).
Une autre méthode de tracé peut être imaginée à partir du carré formant le « trou central ».



GeoGebra peut être utilisé. Le motif minimal permettant de reproduire ce motif de base sera ensuite pivoté à l'aide de symétries orthogonales (des rotations peuvent aussi être mises en œuvre). Des translations montreront ensuite un dessin de ce qui a été repéré en haut de ce mur.

Des documents utilisables avec les élèves sont téléchargeables sur notre site.
Ce tracé a fait l'objet d'un devoir à la maison en classe de troisième. L'article « En haut du mur » du Petit Vert 145 contient un compte-rendu détaillé de ce travail.

Retour au sommaire

MATHS ET VIE COURANTE

CLAVELIN

Extrait de la BD « Les fondus des vins de Savoie-Jura-Suisse » par Richez, Cazenove & Saive aux éditions Bamboo.

Amateurs de BD et d'œnologie, vous êtes en droit de vous poser la question induite par le phylactère ci-dessus : On a perdu 1/3 du volume [initial] et il reste 62 cl donc 2/3 du volume donc quel est le volume [initial] dont il s'agit ?
Un rapide calcul nous donne un volume [initial] de 93 cl … ce qui ne correspond à aucun contenant utilisé chez les vignerons … ou alors un flacon d'un litre n'est pas entièrement rempli ☺.
On sait que les bouteilles de vin – celles des Côtes du Jura notamment - contiennent 75 cl (hormis quelques piquettes qui n'ont pratiquement plus court). Difficile de s'y retrouver.

On peut solliciter Wikipédia qui nous dit :
Durant les 6 ans et 3 mois de temps minimum réglementaire légal d'élevage du vin jaune en fût de chêne, environ 38 centilitres (40 % du volume) par litre de vin sont perdus par évaporation naturelle (la «part des anges »), sans soutirage ni ouillage, d'où la contenance légale définie de 62 centilitres des clavelins.

Amateurs d'œnologie et d'encyclopédie, vous vous demandez où sont passés les 2 centilitres manquants.
On pourrait penser que le scénariste de la BD et le rédacteur de l'article Wikipédia ont des notions de proportionnalité légèrement perturbées … peut-être par le souvenir d'une inoubliable dégustation de Vin Jaune ?

Retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

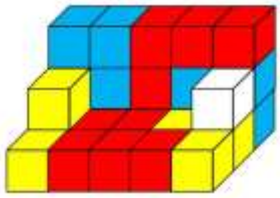
PUZZLES

Gilles Waehren

Assembler, retourner, raisonner, observer, s'organiser. Les tactiques et compétences pour réussir la reconstitution d'un puzzle sont nombreuses. C'est une activité mathématique à part entière qui permet, dès le plus jeune âge, de se confronter à une résolution de problème et de construire les prémices d'un discours mental structuré. Certains puzzles peuvent même être sources de créativité : le « KDO 2020 » de l'APMEP Lorraine ou le Tangram pour ne citer que ces exemples.

Un crabe

Les puzzles figuratifs (54000 pour le plus grand) ont leur mérite pour développer des capacités d'observation et d'organisation, mais n'offrent souvent qu'une seule solution et deux dimensions. Les puzzles que vous propose l'APMEP comportent souvent moins de pièces mais conduisent à des approches variées. La Régionale de Poitiers a produit une brochure et une exposition sur ce sujet ; on pourra aussi consulter ce diaporama.

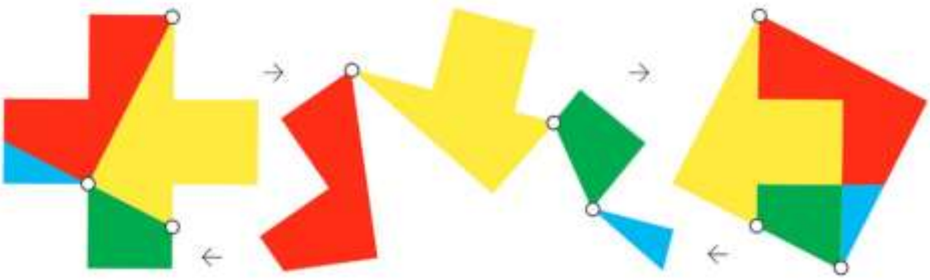


Pour revenir aux travaux du groupe « Jeux » de la Régionale de Lorraine, vous vous êtes peut-être déjà procuré son puzzle à sept triangles (contacter la rédaction, sinon), mais avez-vous consulté les fiches qui l'accompagnent ? Vous retrouverez sur votre site préféré d'autres puzzles (certains seront bientôt disponibles à la vente !), comme le puzzle de Bar-Le-Duc, le puzzle de *Saarlouis* ou la pyramide aztèque, cette dernière permettant de travailler dans l'espace.

« Image des maths » révèle pas moins d'une soixantaine d'articles avec le mot-clé « puzzle », notamment cet élégant assemblage à 3 pièces pour le théorème de Pythagore. Mais vous pourrez aussi vous intéresser à cette tentative d'expliquer la théorie de Galois à l'aide d'un puzzle. On n'oubliera pas, en lisant cet article de Culture Maths, le rôle joué par les puzzles dans les explications d'une des dernières publications d'Alan Turing sur la décidabilité. Les amateurs de casse-têtes ne manqueront pas le blog qui leur est consacré. On y trouve des pièces assez compliquées.

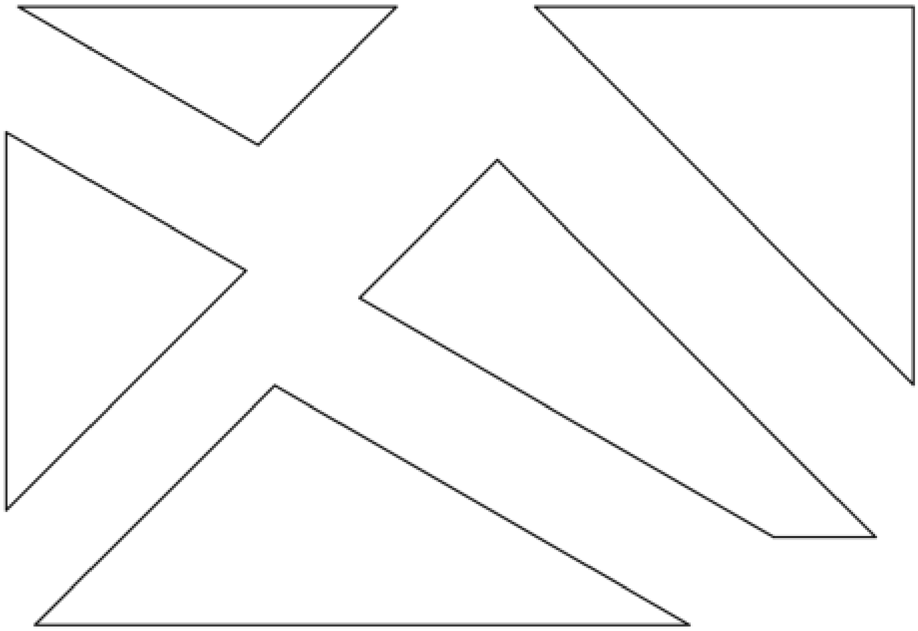
Classe et grimaces fournit un puzzle pour la numération en cycle 2 avec des niveaux de différenciation assez ludiques. Le site regorge d'activités mathématiques manipulatoires souvent motivantes comme ce triomino des compléments à 10. Même Éduscol propose de travailler la proportionnalité avec des puzzles.

Le groupe « Jeux » de l'IREM de Lyon met à disposition une brochure qui recense près de 200 jeux à manipuler. Le site « Énigmes mathématiques » , quant à lui, soumet à la sagacité des plus jeunes des découpages très géométriques. On termine avec de jolis découpages au palais de la Découverte, notamment le puzzle articulé ci-dessous qui transforme une croix grecque en carré.



Retour au sommaire

DÉFI N°145 – 1 « LE PUZZLE DE GRENOBLE »



Avec les cinq pièces de ce puzzle, réalise

- un carré,
- un parallélogramme,
- un losange,
- un triangle,
- un trapèze.

Quelle est la nature du polygone à partir duquel ce puzzle a été construit ?

DÉFI N°145 – 2 « LE JOUR PYTHAGORICIEN »

Avez-vous remarqué que le 16 décembre 2020 (c'est-à-dire 16/12/20) était un jour pythagoricien ? En effet, $16^2+12^2=20^2$.
Quand sera le prochain jour pythagoricien ? Combien y en a-t-il dans notre siècle ? et lesquels ?

Rappel
Un triplet de nombres entiers positifs $(u\,;\,v\,;\,w)$ est pythagoricien si et seulement si $u^2+v^2=w^2$.

Retour au sommaire

DÉFI ALGORITHMIQUE N°145

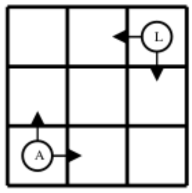
Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.
L'énoncé était la question subsidiaire de 2009.

Le loup et l'agneau

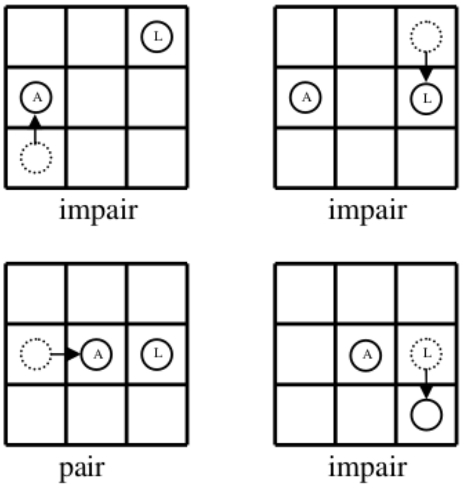
Un agneau (A) et un loup (L) sont placés à deux angles opposés d'un quadrillage. En commençant par l'agneau, ils avancent à tour de rôle d'une case en suivant les flèches (vers la droite et vers le haut pour l'agneau, vers la gauche et vers le bas pour le loup). Pour décider de la direction à prendre, on joue avec un dé :

- l'agneau avance d'une case vers la droite si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le haut si le dé indique un nombre impair ;
- le loup avance d'une case vers la gauche si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le bas si le dé indique un nombre impair.

Si le loup et l'agneau arrivent dans la même case, le loup capture l'agneau.



Voici le déroulement d'une partie (où l'agneau échappe au loup) :



La règle du jeu est la suivante :
- le loup gagne deux euros s'il capture l'agneau ;
- l'agneau gagne un euro s'il échappe au loup.

Le jeu favorise-t-il l'un des joueurs ou pas ?

L'objectif est de proposer une fonction qui crée des échantillons de plusieurs parties pour déterminer les proportions des parties où le loup gagne et des parties où l'agneau gagne.
Cette fonction suppose de simuler des parties.

Le problème est relativement conséquent et suppose un découpage en sous-problèmes.

Retour au sommaire

ÉLÉMENTS DE SOLUTION DU DÉFI N°144 – 1
« UN CARRÉ MAGIQUE POUR 2021 »

Le défi

3	14		
16		11	
	4	18	7
10	15		12

Complète ce carré pour que les sommes des quatre nombres de chaque ligne, de chaque colonne et chaque diagonale soient égales.
Quels sont les carrés magiques où on peut placer le nombre **2021** ?

Éléments de solution

3	14	t	v
16	z	11	u
y	4	18	7
10	15	x	12

Les expressions algébriques qui suivent sont égales.

$37 + x$	$33 + z$
$29 + y$	$29 + t + x$
$27 + z + u$	$19 + u + v$
$17 + t + v$	$25 + v$

La première et la sixième expression me permettent d'affirmer $t = 8$.
La troisième et la cinquième expression me permettent d'affirmer $u = 6$.

3	14	8	v
16	z	11	6
y	4	18	7
10	15	x	12

Les quatre expressions de chaque colonne sont égales.

$25 + v$	$25 + (x + 12)$
$33 + z$	$33 + (x + 4)$
$37 + x$	$37 + x$
$29 + y$	$29 + (x + 8)$

3	14	8	x+12
16	x+4	11	6
x+8	4	18	7
10	15	x	12

Chaque valeur de x fournit une solution au carré magique.
2021 peut être égal x ou à $x+4$ ou à $x+8$ ou à $x+12$.

Voici les quatre carrés magiques contenant le nombre **2021**.

3	14	8	2033
16	2025	11	6
2029	4	18	7
10	15	2021	12

3	14	8	2025
16	2017	11	6
2021	4	18	7
10	15	2013	12

3	14	8	2029
16	2021	11	6
2025	4	18	7
10	15	2017	12

3	14	8	2021
16	2013	11	6
2017	4	18	7
10	15	2009	12

Ce carré magique à compléter a été initialement repéré dans un cahier de vacances proposé à des enfants en fin de sixième. Ceux-ci n'ont alors à leur disposition que des méthodes par essais erreurs.
Noël Lambert pense que l'énoncé peut être interprété de plusieurs façons et nous propose une solution à l'aide de GeoGebra.

Retour au sommaire

DES SOLUTIONS DU DÉFI N°144 – 2

Dans ce calendrier de l'Avent utilisé en 2019 sur notre site, la case « 15 » est voisine de la case « 16 », la case « 7 » est voisine des cases « 8 » et « 6 ».

Comment créer un tel calendrier de « l'Avent » tel que les cases de deux jours consécutifs ne soient voisines ni horizontalement, ni verticalement, ni en diagonale ?

1	9	17	4	12	20
5	13	21	8	16	24
7	15	23	6	14	22
2	10	18	3	11	19

Le procédé de remplissage des deux colonnes rouges a été repris pour les deux colonnes vertes et les deux colonnes violettes.

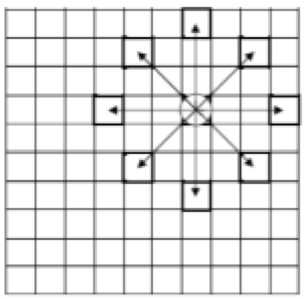
1	3	5	7	9	11
13	15	17	19	21	23
2	4	6	8	10	12
14	16	18	20	22	24

Le procédé de remplissage des deux lignes rouges a été repris pour les deux lignes vertes.

Sont envisageables les déplacements d'Elton (le kangourou de Raon-l'Étape).

24	1	10	7	4	13
16	19	22	15	18	21
11	8	5	12	9	6
23	2	17	20	3	14

Rappel des déplacements du kangourou



Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N°144

L'année 2013 est la première année qui peut s'écrire avec 4 chiffres différents depuis 1987. La dernière date que l'on pouvait écrire avec 8 chiffres différents était le 25/06/1987.
Quelle sera la prochaine date que l'on pourra écrire avec 8 chiffres différents ?
Proposez une fonction qui, pour une année n donnée en entrée, renvoie la prochaine date qui s'écrit avec 8 chiffres différents, à partir du premier janvier de l'année n.

Le défi algorithmique du PV 144 demandait de trouver la prochaine date que l'on pourra écrire avec 8 chiffres différents. La fonction **prochaine_date** renvoie la date cherchée. Elle fait appel à la fonction **différents** qui vérifie que les chiffres d'une date sont tous différents et à la fonction **bissextile** qui teste si une année est bissextile.
Effectuer prochaine_date(26,6,1987) permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code

```
Fonction différents(j,m,a : entiers ; diff : booléen)
        si j < 10 :
                jour ← "0" + chaîne(j) ;  l'écriture du jour est mise au format chaîne
        sinon :                             avec ajout d'un zéro pour les entiers inférieurs à 10
                jour ← chaîne(j) ;
        finSi ;
        si m < 10 :
                mois ← "0" + chaîne(m) ;  l'écriture du mois est mise au format chaîne
        sinon :                             avec ajout d'un zéro pour les entiers inférieurs à 10
                mois ← chaîne(m) ;
        finSi ;
        date ← jour+mois+chaîne(a) ; mise au format chaîne de la date
        diff ← Vrai ;            par défaut, on suppose tous les chiffres différents
        pour i allant de 1 à 8, faire :     on parcourt la chaîne date
                car ← date[i] ;             chiffre de la date en cours
                si car est dans date[i+1:8], alors :  on teste si le chiffre en cours n'est pas
                        diff ← Faux ;               dans la fin de la date
                finSi ;
        finPour ;
        renvoyer Faux

Fonction bissextile(a:entier;booléen)
        renvoyer a=0[4] et (a≠0[100] ou a=0[400])

Fonction prochaine_date(jj,mm,aaaa:entiers;jour,mois,annee : entiers)
        jourMois ← [31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31] ;   nombre de jours des mois
        jour ← jj+1 ;
        mois ← mm ;
        annee ← aa ;
        Tant que non(différents(jour,mois,annee)), faire :
                jour ← jour +1 ;      on augmente les jours jusqu'à trouver la date cherchée
                si jour > jourMois[mois], alors :    si le numéro du jour dépasse
                        si non( mois=2 et jour=28 et bissextile(annee)), alors :
                                jour ← 1 ;      cas du 29 février
                                mois ← mois +1 ;
                        finSi ;
                        si mois>12, alors :          si on arrive à la fin de l'année
                                mois ← 1 ;
                                annee ← annee + 1 ;
                        finSi ;
        renvoyer jour,mois,annee
```

On suppose qu'on entre une date inférieure au 05/12/9876.

Retour au sommaire

Python

```
def differents(j,m,a):
    """
    Fonction différents(j,m,a : entiers; diff : booléen)
    renvoie Vrai si tous les chiffres de la date jma sont            différents, Faux sinon
    """
    if j<10:
        jour="0"+str(j)
    else:
        jour=str(j)
    if m<10:
        mois="0"+str(m)
    else:
        mois=str(m)
    date=jour+mois+str(a)
    diff=True
    for i in range(8):
        car=date[i]
        if car in date[i+1:9]:
            diff=False
    return diff

def bissextile(a):
    """
    Fonction bissextile(a : entier;booléen)
    renvoie Vrai si a est une année bissextile, Faux sinon
    """
    return a%4==0 and (a%100!=0 or a%400==0)

def prochaine_date(jj,mm,aaaa):
    """
    Fonction prochaine_date(jj,mm,aaaa:entiers; jour, mois,    annee : entiers)
    renvoie la prochaine date, après jj/mm/aaaa, dont tous les            chiffres sont différents
    """
    joursMois=[31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31]
    jour=jj+1
    mois=mm
    annee=aaaa
    while not(differents(jour,mois,annee)):
        jour=jour+1
        if jour>joursMois[mois-1]:
            if not(mois==2 and jour==28 and bissextile(annee)):
                jour=1
                mois=mois+1
            if mois>12:
                mois=1
                annee=annee+1
    return jour,mois,annee
```

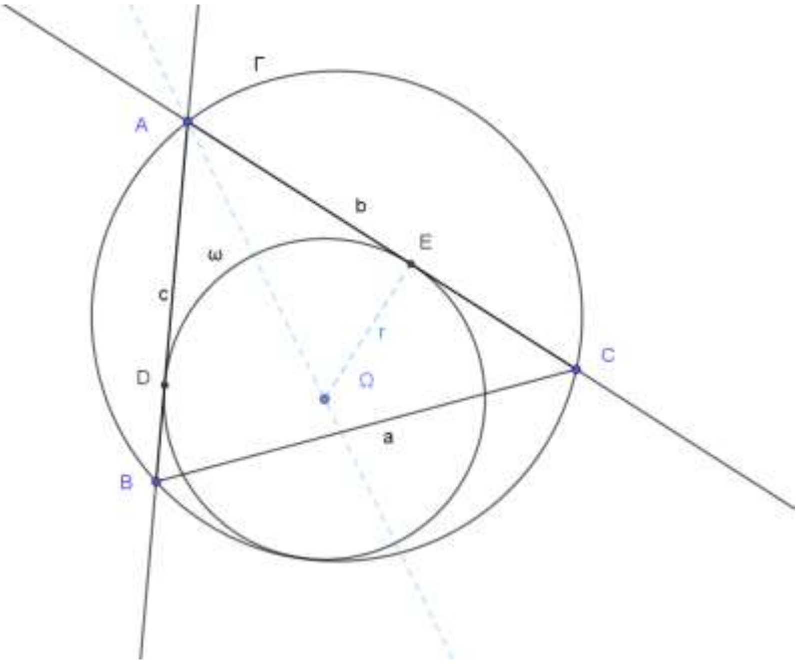
Retour au sommaire

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE N°145

Proposé par Jacques Choné

Énoncé

On considère un triangle ABC, son cercle circonscrit Γ et ω le cercle tangent intérieurement à Γ et aux côtés $[AB]$ et $[AC]$. Déterminer le rayon r de ω en fonction des longueurs des côtés a, b, c des côtés $[BC]$, $[AC]$et $[AB]$ du triangle ABC.



Le responsable de cette rubrique est Philippe Févotte. Vous pouvez lui envoyer vos solutions à ce problème. Des réponses, même partielles, seraient les bienvenues, ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME N°144

Une solution a été proposée par Jacques Choné, qui signale que ce résultat est connu sous le nom de « théorème de convergence de Herschfeld ».

1) Supposons que la suite (v_n) est convergente.

Par construction, la suite (v_n) est croissante. Elle est donc majorée par un nombre $M > 0$.

On en déduit que :

$u_0 + \sqrt{u_1 + \sqrt{\ldots + \sqrt{u_n}}} \leq M^2$ et par conséquent $\sqrt{u_1 + \sqrt{\ldots + \sqrt{u_n}}} \leq M^2 - u_0 \leq M^2$

D'où $u_1 + \sqrt{\ldots + \sqrt{u_n}} \leq (M^2)^2$ et par conséquent $\sqrt{u_2 \ldots + \sqrt{u_n}} \leq (M^2)^2 - u_1 \leq (M^2)^2$

Puis $\sqrt{u_3 \ldots + \sqrt{u_n}} \leq ((M^2)^2)^2$, soit en itérant, $\sqrt{u_n} \leq M^{2^n}$

D'où $u_n \leq M^{2^{n+1}}$ (ce qui se démontrerait rigoureusement par récurrence).

Retour au sommaire

En conclusion : si (v_n) est convergente, alors il existe un nombre M tel que $u_n \leq M^{2^{n+1}}$

2) Montrons que la réciproque est vraie. Supposons qu'il existe un nombre M tel que, pour tout entier n, $u_n \leq M^{2^{n+1}}$

Notons $M_n = M^{2^{n+1}}$ et (w_n) la suite associée à la suite (M_n), définie par

$$w_n = \sqrt{M_0 + \sqrt{M_1 + \sqrt{\ldots + \sqrt{M_n}}}}$$

On a donc :

$$w_0 = \sqrt{M_0} = \sqrt{M^2} = M$$

$$w_1 = \sqrt{M^2 + \sqrt{M_1}} = \sqrt{M^2 + \sqrt{M^4}} = M\sqrt{1 + \sqrt{1}}$$

$$w_2 = \sqrt{M^2 + \sqrt{M^4 + \sqrt{M^8}}} = M\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}$$

En itérant, on obtient que $w_n = M\sqrt{1 + \sqrt{1 + \cdots \sqrt{1}}}$, avec $n + 1$ termes « 1 »

La suite, (w_n) est une suite connue, convergente vers $M\varphi$ avec $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (elle est croissante et on montre aisément qu'elle est majorée par $2M$)

De $u_n \leq M_n$ on déduit $v_n \leq w_n$; par conséquent la suite (v_n) est majorée par $2M$ (et même par $M\varphi$). La suite (v_n) est donc convergente.

En conclusion : s'il existe un nombre M tel que, pour tout entier n, $u_n \leq M^{2^{n+1}}$, alors la suite (v_n) est convergente.

Nous avons donc démontré que :

La suite (v_n) est convergente si et seulement s'il existe un nombre M tel que $u_n \leq M^{2^{n+1}}$.

COURRIER DES LECTEURS

Christelle nous écrit

Après une lecture rapide à la sortie du dernier Petit Vert, j'y suis retournée ce matin pour y chercher une ressource repérée : les générateurs d'exercices de Mathieu Foegel sur GeoGebra.
Juste ce qu'il me fallait pour donner à mes élèves ce week end en révision avant le Bilan 4 de Noël : placer des points sur un cercle trigonométrique et réviser la lecture graphique de droites (tangentes et dérivation locale !) dans un repère. Aussitôt retrouvé aussitôt envoyé aux élèves.
Il faut dire que je les vois peu la semaine prochaine mes élèves : 3 jours sur 5 à distance loin du lycée pour cette dernière semaine, ils vont surtout avoir la joie de revenir au lycée pour faire des ... DS... oh joie du présentiel.... Alors un petit coup de pouce pour s'entrainer chez eux est le bienvenu !!!
J'en ai profité pour relire plus calmement les autres articles que j'avais parcourus trop vite. M'amuser avec Maths et Médias, apprendre avec Gilles les mathématiques et les sciences de la vie, réfléchir avec les énigmes...
Et je le trouve très bien encore ce Petit Vert ! Félicitations aux auteurs...
Une petite mention spéciale pour l'article de Didier sur égalité, équité, justesse et justice, qui permet de remettre en perspective des mots souvent utilisés, mais insuffisamment réfléchis. Un article à partager.

À vous, chers lecteurs, d'alimenter cette nouvelle rubrique du Petit Vert. Le comité de rédaction accepte aussi les critiques☺ mais également vos suggestions et propositions… à vos claviers !

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

(RÉ)ADHÉSION APMEP 2021

Si ce n'est déjà fait, n'attendez pas pour (ré)adhérer. Le plus simple est de le faire en ligne !

Les adhérents de l'APMEP bénéficient :

- **de l'envoi de la revue papier : « *Au fil des maths – APMEP* » et de** l'accès **à ses compléments numériques après avoir activé le bouton** Connexion ; d'une réduction fiscale de 66 % sur le montant de l'adhésion au titre du don aux œuvres d'intérêt général ;
- du tarif « adhérent/abonné » pour l'achat de brochures (réduction de 30 % sur le prix public des brochures éditées par l'APMEP et de 5 % sur le prix public des brochures non APMEP), ceci après avoir activé le bouton Connexion ;
- des droits réduits d'inscription aux Journées Nationales
- et pour les premières adhésions deux brochures cadeau en ajoutant 6 € pour les frais de port.

Faites également adhérer vos collègues et amis (la première adhésion "Tout APMEP" pour les enseignants est au tarif de 30 €, qui n'en coutent finalement que 15 compte tenu de la réduction fiscale).
Tous les renseignements sont sur la plaquette « Visages 2020-2021 ».

Plus nous serons nombreux, plus nous aurons de poids dans les décisions qui concernent notre discipline et notre métier.

Retour au sommaire