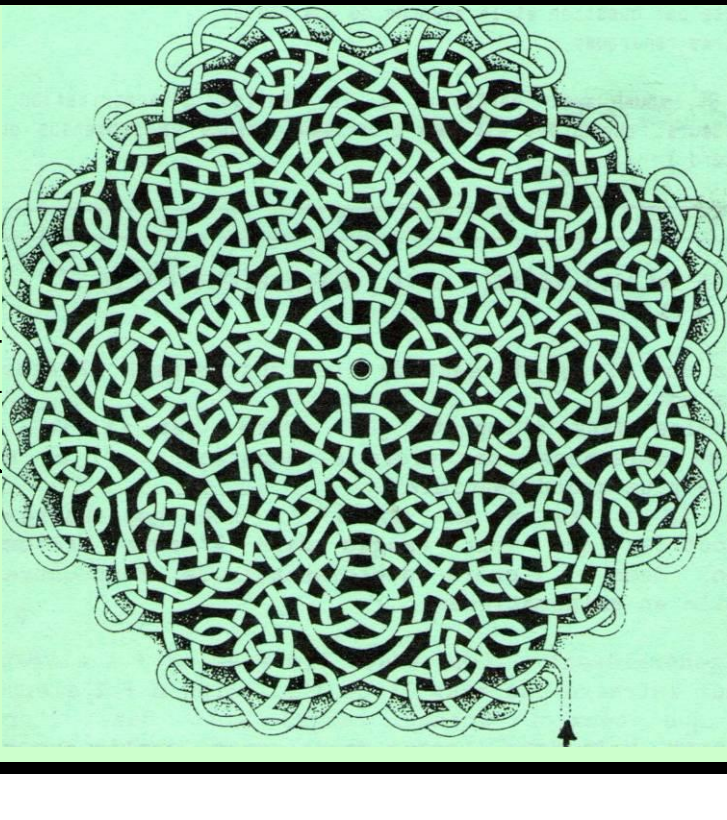
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 18	JUIN 1989	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F

Nœud labyrinthique, par Noël Blotti



Un atelier « NŒUDS » sera animé par Claude PAGANO dans le cadre de l'exposition « HORIZONS »

BACCALAURÉAT /BREVET ANALYSE DES SUJETS

GRILLE D'ANALYSE DES SUJETS DE MATHÉMATIQUES

SÉRIE ; Sujet proposé par l'académie de :

I. Quelles sont vos impressions globales sur ce sujet ? Moyenne de votre jury et moyenne académique ?

II. Pour chacun des exercices et pour 1s problème, mettez en évidence - dans la mesure du possible - les réponses aux rubriques suivantes :

a) Conformité au programme (dans l'esprit et dans la lettre) et aux instructions et commentaires officiels. Adaptation au niveau des élèves.

b) Clarté de l'énoncé (niveau de vocabulaire, ambiguïtés...)

c) Difficultés rencontrées par les élèves, principales erreurs.

d) Si possible, donnez (même approximativement) le pourcentage de réussite par question et la moyenne de vos copies.

e) Autres remarques,

III. Si vous avez participé à la réunion d'harmonisation des correcteurs, quels ont été les principaux points de consensus ou de désaccord ?

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE N° 18

Prenez une classe de seconde bien ordinaire : 37 élèves, au bas mot.
Rangez-les dans n'importe quel ordre (par taille, par date de naissance, par ordre alphabétique…) ou même dans le plus grand désordre.
Alors il y en a au moins 7, non nécessairement consécutifs, qui sont rangés dans l'ordre croissant (sinon, dans l'ordre décroissant) de leur moyenne annuelle en mathématiques !
Plus généralement ; dans toute liste de $n^2 + 1$ éléments, on peut extraire une sous-liste d'au moins $n + 1$ éléments tels que ceux-ci soient rangés soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant, quelle que soit la relation d'ordre choisie.

LES STATISTIQUES ET LE DÉLIT D'INITIÉ (SUITE)

Dans son éditorial du B.G.V. d'avril dernier, Robert AMALBERTI se préoccupait, des disparités considérables entre les lycées, quant au pourcentage d'élèves en terminale C par rapport au nombre total d'élèves en terminale.

Dans l'académie de NANCY-METZ, pour le seul enseignement public, nous avons comptabilisé ([1]) 10 lycées "classiques" (5 avec les sections A-B-C-D et 5 avec les sections A-C-D seules), 26 lycées comportant les cinq sections A-B-C-D-G, 2 les quatre sections A-C-D-G, et 3 ne comportant que les sections B-G (et que nous ne comptabiliserons donc pas dans la suite de notre étude).

Dans les grandes villes, il est très difficile de "comparer" les établissements. A THIONVILLE, par exemple, où il y a quatre lycées, deux ne comptent que les séries A-C-D, un ne compte que B et G (et F8), le quatrième E et F : il y a donc là "hyperspécialisation" des établissements, tout comme à FORBACH. Il en est de même, dans une moindre mesure, à NANCY (où, par exemple, Varoquaux et Poincaré ont tous les deux les cinq sections A-B-C-D-G, Varoquaux ayant 63 % de ses effectifs de terminale en G et 5 % en C, contre respectivement 10 % et 27 % à Poincaré), ou à METZ (où Schuman concentre à lui seul tous les élèves de G de la ville).

Si, comme le dit Amalberti, citant le rapport PR0ST, « lorsqu'un enfant a commencé son second cycle dans un établissement il le finit sauf exception dans une des sections de cet établissement », il y a alors un gros problème... que le respect de la sectorisation à l'entrée en seconde ne résout pas.

Mais intéressons-nous aux villes de moindre importance, celles où il n'y a qu'un seul lycée d'enseignement général. On y observe des disparités fort importantes, et qu'il est parfois difficile de justifier.

Par exemple, pour deux lycées n'ayant pas de section G :
MIRECOURT : 18 % seulement des effectifs de terminale sont en C ;
PHALSBDURG : 37 % des effectifs de terminale sont en C ("record" académique : Fabert-METZ avec 38 %).

Pour les lycées comportant des sections G, prenons quelques exemples :
JARNY : 54 % des élèves de terminale sont en G, et seulement 6 % en C ;
COMMERCY : 42 % des élèves sont en G, et seulement 20 % en C ([2]);
DIEUZE : 19 % des élèves sont en G, et seulement 9 % en C ;
ROMBAS : 26 % des élèves sont en G, et seulement 8 % en C.

A l'opposé sur l'échelle statistique :
BRIEY : 21 % des élèves de terminale sont en C, et seulement 18 % en G ;
TOUL : 22 % des élèves sont en C, et seulement 12 % en G ;
NEUFCHATEAU détient le "record" avec 37 % de ses élèves en C (et il est "classé" par Le Monde de l'Education dans la tranche IX, tout comme Fabert de Metz...).

Les moyennes académiques sont les suivantes : 30 % des élèves sont en G ; 14 % sont en C dans les lycées où il y a des G, 26 % sont en C dans les lycées où il n'y a pas de G ([3]).

---

[1] Tous les chiffres ci-dessous sont tirés du Monde de l'Education de Février 1989, pages 79 à 82, Résultats du Baccalauréat 1988.

[2] II n'y a pas de B à COMMERCY.

Si l'on s'intéresse, dans ces 38 lycées publics, au rapport nb. d'élèves de C / nb. d'élèves de D, les différences entre établissements sont considérables.
Ce rapport, dont la moyenne académique est 0,82, ne dépasse 1 que dans huit établissements : NEUFCHATEAU (1,84) ; Poincaré-NANCY (1,64) ; SAINT DIÉ (1,34) ; Lapicque-ÉPINAL (1,20) ; G. de la Tour-METZ (1,12) ; FAMECK (1,10) ; Fabert-METZ (1,10) et J. d'Arc-NANCY (1,04).
Il peut, par contre, descendre fort bas : 0,40 à ROMBAS, 0,31 à DIEUZE et 0,29 à JARMY.
Or des lycées comme Varoquaux-TOMBLAINE ou ROMBAS, qui ont si peu d'élèves en C, sont "classés" dans la catégorie X (celle du plus fort taux de réussite au Bac) : ne pratiqueraient-ils pas une trop forte sélection à l'entrée de la première S ou de la TC ?
Et pourquoi les jeunes Jarnysiens auraient-ils beaucoup moins de chances de poursuivre des études scientifiques que leurs camarades Néocastriens ?
J'invite les professeurs de mathématiques à relire le dernier paragraphe de l'éditorial d'Amalberti : il est urgent, dans le cadre d'une politique volontariste d'accroissement du flux des scientifiques, que les professeurs de mathématiques des lycées prennent ouvertement leurs responsabilités dans ce domaine ... et qu'ils ne prennent pas "l'histoire" de leur établissement comme prétexte pour entériner un état de fait préjudiciable aux jeunes, et aux filles en particulier.

Jacques VERDIER

3^{e}/2nde

A la rentrée 1989 sera appliqué le nouveau programme de mathématiques de troisième, achevant ainsi la "réforme" de l'enseignement de cette matière dans le premier cycle.

Que pourra-t-on exiger d'un élève sortant de la classe de troisième en 1990 ?

Voici quelques exemples, d'abord en ALGÈBRE :

- il saura calculer sur une expression algébrique comprenant un nombre limité de variables, un nombre limité de radicaux, et de degré inférieur ou égal à 2 ;
- il saura factoriser, en utilisant une seule règle (et bien évidente !) à la fois (par exemple $x^2 - 9$ ou $36x^2 - 60\mathbf{x} + 25$; par contre on ne pourra exiger qu'il sache factoriser des expressions telles que $4x^2 - 1 + (2x + 1)(x - 3)$ (deux règles utilisées) ou $(2x - 1)^2 + 1 - 2x$ ("astuce" du « moins » à mettre en évidence sur les deux derniers termes) ;
- il saura résoudre des équations et inéquations, à une inconnue, simples, à coefficients simples (résoudre $4x^2 - 7 = 0$ par ex. n'est pas exigible en fin de 3ème). Par contre, il ne saura pas traduire l'ensemble des solutions d'une inéquation par un intervalle, mais devra pouvoir en donner une représentation graphique, ou le traduire explicitement par une phrase française ;
- il saura résoudre un système de deux équation à deux inconnues (uniquement dans le cas où la solution existe et est unique) ;

[3] En faisant exception des 3 lycées ne comportant que les 2 sections B-G.

- il saura utiliser une calculatrice pour trouver des valeurs approchées (par exemple ($\sqrt{6}$ + 4) à 10^{-3} près ;

D'une façon plus générale, l'élève n'aura pas été entraîné à une technique de calculs à outrance ; il ne saura traiter que des exemples numériques sans grande complexité.

Par contre il aura été habitué, et plus que par le passé, à faire ces calculs (et à étudier des fonctions) dans le cas de situations concrètes variées, ceci afin d'intégrer les mathématiques dans la vie courante, et de s'habituer à établir la vraisemblance des résultats.

En GÉOMETRIE, on ne pourra exiger des démonstrations rédigées que si elles ne comportent qu'une seule "étape" : après avoir reconnu une situation dans les figures de référence, il citera le théorème utilisé et en déduira le calcul ou la propriété demandée.

Cette limitation des exigences amène certains professeurs à se poser la question : « Les élèves acquerront-ils encore une certaine aptitude au raisonnement ? ». L'enseignant de troisième peut, s'il le souhaite, introduire dans les activités faites en classes des démonstrations plus complexes, nécessitant plusieurs "chaînons" ; il peut aussi utiliser des exemples de géométrie comme support de calcul littéraux (par exemple : à partir de l'énoncé des données et d'une figure faite approximativement, calculer la mesure exacte des longueurs des côtés, et reconstruire une figure exacte, de la bonne dimension ou à une autre échelle, et vérifier - de façon autonome - si les résultats sont corrects). Mais nous rappelons que de telles compétences ne sont pas exigibles.

L'acquisition des connaissances spatiales peut se faire tout au cours de l'année par le biais de dessins, patrons, etc.

Les problèmes demandant de "l'astuce" pour être résolus sont à éviter (exemple : quel est le plus court chemin de A à B en passant par un point de la droite D ?) ; ils n'apportent d'ailleurs rien à la plupart des élèves.

Sont proscrits également les exercices trop formels sur les vecteurs : l'élève ne connaîtra d'ailleurs les vecteurs que définis par deux points d'une figure (le vecteur $\overrightarrow{AB}$; la notation $\vec{u}$ disparaît totalement), et la seule opération présentée sur les vecteurs est leur addition – dans certaines conditions. Les seules connaissances exigibles sur les vecteurs sont donc très simples (ex: A, B et C donnés, construire M tel que $\overrightarrow{AM} = 4/5 \times \overrightarrow{AB}$ n'est plus au programme, car c'est une multiplication d'un vecteur par un scalaire ; par contre construire M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ l'est).

A la suite de ces nouveaux programmes de premier cycle, des instructions nouvelles seront données pour le BREVET - surveiller le B.O. - et les programmes de seconde seront certainement aménagés en conséquence, voire même modifiés.

Il est souhaitable que les professeurs de lycée et les professeurs des collèges d'un même "secteur de recrutement" se réunissent, pour permettre - à la suite des réunions académiques d'information - une bonne harmonisation entre la classe de troisième et celle de seconde.

Remarque : les remarques ci-dessus ne valent pas toutes pour les classes de troisième technologique, qui ont un programme spécifique.

C.B.

S'il n'y avait plus de problèmes, avec quoi salerait-on ?

Article paru dans le n°59 (déc. 1989) de « ÉCHEC A L'ÉCHEC », revue de la Confédération Générale des Enseignants, Bruxelles. Avec l'aimable autorisation de la C.G.E.

Au départ, il y a un problème, des questions. Sans cela il n'y a pas de recherche, pas de sciences, pas de mathématique. En classe, je ne conçois pas faire l'économie de ces moments de tâtonnement, de progression lente des élèves durant lesquels l'erreur est acceptée et même reconnue comme un passage Important de la démarche.

La tâche la plus délicate pour l'enseignant est la recherche du bon problème, celui qui « parle » aux élèves, est suffisamment proche de leur langage, leurs connaissances, leurs intérêts. Celui qui accroche le plus grand nombre par son caractère « réel », insolite, provoquant ou paradoxal.

Le bon problème est relativement ouvert de façon à ne pas enfermer les élèves sur des chemins trop bien tracés par le professeur et leur laisser un peu d'initiative au niveau des méthodes de résolution et de l'approche choisie. Mais pas trop ouvert pour ne pas décourager les élèves par une tâche lourde qu'ils ne savent par quel bout aborder.

Les problèmes ne sont pas des illustrations ou des applications d'une théorie sèche que l'enseignant a présentée en décortiquant les difficultés et en expliquant de façon logico-déductive les différentes étapes. Les questions précédent toute théorisation, les problèmes ont priorité sur les matières. Les concepts naissent dans chaque esprit après une longue maturation par la recherche et non transplantés d'un manuel à un jeune receveur peu réceptif parce que peu concerné, ignorant des finalités, trop brutalement plongé dans une forme de pensée qui n'est pas la sienne.

Le temps, le programme, les élèves faibles,...

Où trouver le temps, avec tout le programme à voir ? Si on veut laisser travailler les élèves, c'est pas possible. Et ceux qui ne trouvent pas, puis ceux qui vont trop vite? Et le bruit dans la classe ? C'est bon avec des petites classes et des bons élèves I

Un des premiers obstacles rencontrés en classe, c'est le malaise des élèves, qui se traduit par le découragement ou le rejet, devant un travail à faire eux-mêmes sans avoir reçu les trucs, une réflexion à mener sans pouvoir suivre des recettes. L'élève a pris l'habitude d'attendre et d'exécuter au cours de math et aux cours de sciences. Il est convaincu de son incapacité à produire un discours, une réflexion tant qu'il n'a pas un certain nombre de connaissances sur le sujet abordé. Heureusement que les nouveau-nés n'attendent pas des modes opératoires pour explorer avant de commencer à le faire, ils seraient morts dans l'œuf. Cette passivité intellectuelle créée par l'école chez les adolescents est renforcée chez les plus faibles par un sentiment d'incapacité congénitale.

Le temps, le programme, l'inspecteur, le directeur, les collègues, la continuité dans l'établissement sont des mots souvent bien utiles aux enseignants qui veulent justifier leur Immobilisme. Ce qui est plus vrai, c'est que des choix sont à faire. Il est clair qu'une approche en profondeur de certains concepts réduit le temps consacré au drill calculatoire. Mais il s'avère que si le drill est quelquefois rentable à court terme, il est pratiquement sans effet à moyen terme. Chaque année dans les classes du professionnel, on refait les mêmes exercices de pourcentages. Réduire la science au calcul et à l'application des formules, c'est tromper sur l'image que l'on donne de la science et priver les élèves d'en faire.

Gérer la classe

Une réelle difficulté réside dans la difficulté de gérer une classe en recherche, en ébullition intellectuelle, en questionnements directement liés à la résolution d'un problème ou relatifs à la méthodologie utilisée. Beaucoup de professeurs ne se sentent pas prêts à tenter l'expérience. A ce niveau le travail en équipe, entre collègues, est bénéfique. Etre en

recherche soi-même, partager avec d'autres et essayer, d'abord ponctuellement, de proposer de petites activités évaluées ensuite avec le groupe, c'est le meilleur moyen de transformer ses pratiques. L'enseignant est directif au niveau de l'organisation du travail mais très tolérant quant aux réponses données. On peut encourager l'élève à produire, à formuler des conjectures, des preuves, des solutions, sans succomber à la tentation de donner la solution, de se prononcer sur le raisonnement de l'élève mais le relancer avec des questions et le pousser à s'assurer lui-même delà validité de son raisonnement.
Il faut prendre le temps avec toute la classe de faire le point et fixer certains acquis en s'accordant sur le langage, de façon régulière afin de les ramener tous à des repères communs qui seront à la base de recherches nouvelles.
Les problèmes constituent le sel de la science. Ils motivent l'apprentissage, ils provoquent l'activité mentale, sont le terreau où poussent les concepts et les théories, apprennent aux apprentis à apprendre, permettent le contrôle permanent du savoir-faire et de la faculté à réinvestir. S'il n'y avait plus de problèmes... Pourtant dans les classes, un nombre invraisemblable de jeunes imaginent que les sciences sont l'œuvre de quelques génies qui les ont produites naturellement pour leur plaisir et sous une forme définitive.

B. Jadln

DES LIVRES POUR NOUS

APPRENDRE… OUI, MAIS COMMENT ?

Philippe MEIRIEU, 3e éd. sept. 1988, Editions E.S.F., 192 pages.

Apprendre ... oui, mais comment ? Qui ne s'est jamais posé cette question ? N'est-elle pas **la** question que se posent en permanence les professeurs de mathématiques que nous sommes ? Il n'y a probablement pas de réponse miracle. **La** réponse n'existe probablement pas ... sinon cela se saurait. Il y sûrement **des** réponses … intéressantes. C'est à un passionnant voyage à travers ces réponses possibles que nous invite l'auteur. Voilà un ouvrage clair, simple, précis, bourré d'informations, de pistes méthodologiques. Loin des discours lénifiants à mille lieues de nos pratiques quotidiennes.

Tous ceux que le mot «pédagogie» effraie vont pouvoir être rassurés. A la page 111 l'auteur écrit notamment que « *tout changement dans les pratiques d'enseignement n'a de chance de s'implanter durablement que s'il apparaît comme un moyen de résoudre des problèmes qui se posent plutôt que d'en créer de nouveaux* ». Comment ne pas adhérer a une telle conception du changement ?

L'auteur s'attache à montrer dans ce livre qu'en prenant le soin d'y réfléchir (il apporte les outils permettant de le faire), l'enseignant a un vrai rôle à Jouer dans l'apprentissage (maître mot de l'ouvrage), et qu'il peut mettre en place des stratégies pour que l'élève puisse réussir cet apprentissage. Il ponctue en plus tous les chapitres d'une description d'outils méthodologiques quasiment opérationnels : il alimente ainsi notre réflexion et notre pratique quotidienne.

J’ajouterai simplement que, parmi les exemples choisis, nombreux sont les exemples mathématiques.

Bref, voilà un livre que tout professeur soucieux de son efficacité (et qui ne l’est pas ?) devrait non seulement avoir lu, mais aussi avoir en permanence sur lui.

Daniel VAGOST.

MATH PLEIN ECRAN

Anne Bénezra, Françoise Jean et Bernard Rothan, C.R.D.P. de NANCY-METZ, 1989, 152 pages, 61 F.

Comment utiliser l’ordinateur au collège ? La classe coupée en deux groupes, et deux élèves par machine n’est pas du tout une fatalité... Il existe bien d’autres possibilités, de l’ordinateur "encyclopédie active" seul devant la classe entière au "répétiteur individuel inlassable", en passant par les activités de recherche en petits groupes (où l’ordinateur "affiche évolutive" facilite la créativité et la communication), etc.

Le premier chapitre de cet ouvrage présente clairement, sous forme de fiches synthétiques, divers modes d’utilisation de l’ordinateur.

Puis vient la présentation détaillée de cinq séquences pédagogiques (niveau 6ème à 3ème, qui ont été mises en œuvre dans leurs classes par plus de quinze professeurs. Ces derniers expliquent comment ils ont utilisé ces séquences, comment ils les ont modifiées, comment ils les ont adaptées : en ce sens, elles ne sont pas des "recettes" à appliquer telles quelles.

Ce petit livre très clair donne donc aux enseignants de mathématiques quelques outils pour les aider à intégrer l’ordinateur dans leur pratique quotidienne (c1est à dire utiliser 1’informatique, mais surtout pas que l’informatique ; dans les séquences décrites, d’autres outils sont d’ailleurs utilisés conjointement : la calculatrice, le rétroprojecteur, les instruments de dessin, et même la tricentenaire balance Roberval...)

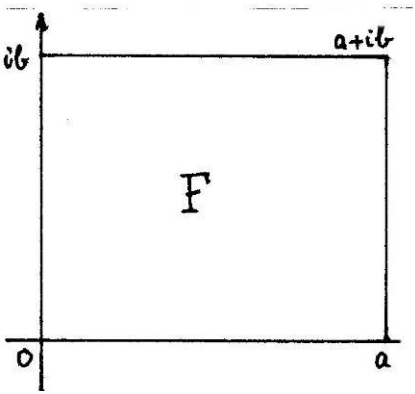
Jacques VERDIER

Solution pour le problème n° 17

Problème proposé par M. **PUISSÉGUR** de Nevers.
Rappel de l'énoncé : Une feuille de papier rectangulaire est posée sur un plan horizontal. On la froisse, et on repose l'objet sur le plan, de telle manière qu'aucun point ne se projette verticalement en dehors de l'aire initialement occupée par la feuille.
En général, un point ne se projette pas à l'emplacement qu'il occupait auparavant. Démontrer qu'il existe cependant AU MOINS UN POINT ayant cette propriété.

Solution de Marc **SERAY**, de Sarreguemines (Lycée Nominé).

Schématisons la feuille de papier initiale par un rectangle fermé F du plan complexe, de sommets O, a, ib et a+ib, où a et b sont deux réels strictement positifs.



Effectuons les opérations indiquées par l'énoncé.
Deux points quelconques se trouvent rapprochés dans le froissement ; par projection, la distance des deux points diminue encore. Nous construisons ainsi une application Φ de F vers F qui vérifie la propriété :
quel que soit $(z_1, z_2) \in F^2, \left|\Phi(z_1) - \Phi(z_2)\right| \leq \left|z_1 - z_2\right|$.
Φ est donc continue sur F.

Le problème peut alors s'interpréter de manière suivante : **soit Φ une application de F vers F qui diminue la distance, montrons que Φ admet au moins un point fixe**.

Dans une première partie, considérons, pour chaque x de [0, a], l'ensemble $E_x = \{x + iy\,;\, y \in [0, b]\}$ et montrons que chaque E_x admet au moins une solution à l'équation (Ξ) : $\mathrm{Im}(\Phi(z)) = \mathrm{Im}(z)$, Im(z) désignant la partie imaginaire de z.
Considérons pour cela l'application :

$$\chi : F \to F\ ,\ z \to \mathrm{Im}(\Phi(z)) - \mathrm{Im}(z).$$

Les applications Φ et Im étant continues, l'application χ l'est aussi.
De plus :

$$\chi(x+ib) = \mathrm{Im}(\Phi(x+ib)) - b) \leq 0$$
$$\text{et } \chi(x) = \mathrm{Im}(\Phi(x)) - 0 \geq 0.$$

Pour chaque x appartenant à [0, a], E_x étant un segment de F est connexe, et $\chi(E_x)$ est donc un intervalle contenant 0 ; autrement dit, l'équation (Ξ) a bien au moins une solution dans E_x.

Considérons alors $E = \{z \in F\,;\, \mathrm{Im}(\Phi(z)) = \mathrm{Im}(z)\}$ et montrons que E contient au moins une solution z_0 à l'équation (Ξ') : $\mathrm{Re}(\Phi(z)) = \mathrm{Re}(z)$.

Procédons par l'absurde en supposant que (Ξ') n'ait pas de solution dans E.
Les deux ensembles définis par $E_1 = \{z \in E\,;\, \mathrm{Re}(\Phi(z)) > \mathrm{Re}(z)\}$ et $E_2 = \{z \in E\,;\, \mathrm{Re}(\Phi(z)) < \mathrm{Re}(z)\}$ forment une partition de E.
Or il est clair que $E = \chi^{-1}(\{0\})$, fermé dans F compact, est compact.

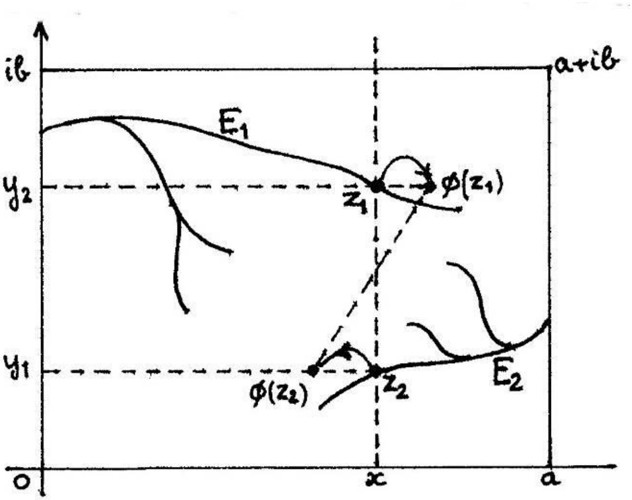
$E_1 = \theta^{-1}(]0\,;+\infty[) = \theta^{-1}([0\,;+\infty[)$,
où θ est l'application $E \to \mathbf{R}$, $z \to \mathrm{Re}(\Phi(z) - \mathrm{Re}(z)$.

θ étant continue, E_1 fermé dans E compacte est donc compact.
En remarquant que $E_2 = \theta^{-1}(]-\infty\,;\,0[) = \theta^{-1}([-\infty\,;\,0[)$ on montre aussi que E_2 est compact.

Projetons alors E_1 et E_2 sur l'axe réel en utilisant l'application continue $\pi : z \to \mathrm{Re}(z)$.
$\pi(E_1)$ et $\pi(E_2)$ sont des compacts, donc fermés sur [0 ; a].

De plus $\pi(E_1)\cup\pi(E_2) = \pi(E_1 \cup E_2) = \pi(E)$.

Or la première partie de la démonstration montre que $\pi(E) = [0 ; a]$. Nous avons donc recouvert le connexe $[0 ; a]$ par deux fermés $\pi(E_1)$ et $\pi(E_2)$ nécessairement non disjoints.
Autrement dit, il existe $x \in [0 ; a]$, $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$, avec y_1 et y_2 dans $[0 ; b]$ tels que $z_1 \in E_1$ et $z_2 \in E_2$.



On en déduit alors que
$\Phi(z_1) = x_1 + iy_1$ avec $x_1 > x$ et $\Phi(z_2) = x_2 + iy2$ avec $x_2 < x$,
d'où $\left|\Phi(z_1) - \Phi(z_2)\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} > \left|y_1 - y_2\right| = \left|z_1 - z_2\right|$
Cette dernière égalité contredit l'hypothèse de diminution des distances.
L'équation (Ξ') admet donc au moins une solution dans E.

Soit z_0 une telle solution. $\mathrm{Im}(\Phi(z_0)) = \mathrm{Im}(\Phi(z))$, puisque z_0 est dans E, et $\mathrm{Re}(\Phi(z_0)) = \mathrm{Re}(\Phi(z))$, puisque z_0 est solution de (Ξ'). Ainsi, $\Phi(z_0) = z_0$, et Φ a bien un point fixe dans F.

C.Q.F.D.

****

Il est clair que la technique de démonstration exposée ici permet d'étendre le résultat à un pavé fermé de $\mathbf{R}^n$, par récurrence sur *n*.
On peut ainsi énoncer le résultat suivant : **si Φ est une application de F, pavé de $\mathbf{R}^n$, qui diminue la distance, alors elle admet au moins un point fixe**.

La démonstration qui vient d'être faite utilise la compacité et la connexité de F.
On pourrait se demander alors si une application Φ de K, compact connexe (et non plus pavé) de $\mathbf{R}^n$, sur K, et qui diminue (au sens large) la distance, admet encore un point fixe.

Il n'en est rien. En voici un contre-exemple : prenons une couronne circulaire K de $\mathbf{R}^2$, et comme application Φ une rotation de centre O ; elle diminue la distance (au sens large : c'est une isométrie), et elle n'a pas de point fixe, son centre ayant été « exclu » de la couronne K.

Terminons alors sur la question ouverte suivante : quelle condition supplémentaire (la plus faible possible) faut-il ajouter pour que la proposition soit vraie. En particulier, suffit-il que K soit un compact **simplement connexe** de $\mathbf{R}^n$ (c'est à dire « sans trou ») ?

Réflexions sur l'utilisation des référentiels en Seconde

Par le groupe de travail national « Référentiels »

L'année scolaire qui s'achève a vu la formation de deux enseignants par académie à l'utilisation des référentiels en classe de Seconde.
Dès la rentrée 1989 se mettront en place dans chaque académie des stages de "démultiplication" ou de "sensibilisation" à la pratique de ces référentiels par l'intermédiaire du P.A.F,

A ce propos le groupe de travail "Référentiels en classe de Seconde" de la commission 2nd cycle de l'A.P.M.E.P. tient à communiquer les réflexions suivantes:

Utiliser les référentiels dans la pratique quotidienne de la classe c'est adopter une philosophie d'enseignement beaucoup plus que d'utiliser l'outil diffusé par la D.L.C. Cet outil doit être considéré comme un exemple et non pas comme LE modèle.

L'enseignant doit s'approprier cette philosophie sans figer les processus élémentaires décrits dans ce document, il ne s'agit nullement de réduire l'enseignement à l'apprentissage d'une liste exhaustive de "savoir - faire", mais au contraire :

-d'apprendre à l'élève à retrouver des démarches au travers de problèmes :

-lui faire découvrir les diverses, méthodes possibles pour parvenir au résultat ;

-lui faire prendre conscience que certaines d'entre elles sont plus ou moins performantes dans un contexte donné ;

-lui permettre d'argumenter son choix ;

-enfin lui montrer l'obligation d'exprimer correctement ses résultats.

L'enseignant doit donc définir tout au long de l'année sa propre liste de "savoir-faire", construire sa propre batterie de "fiches d'aide", de "fiches méthodes" et surtout établir des contrats personnels et clairs avec ses élèves afin de parvenir à une évaluation (voire une autoévaluation) la plus précise possible. Sur ce point il ne s'agit pas de transformer les "petites croix" en notes de 0 à 20 par simple sommation !!

Ce genre de pratique peut et doit être l'occasion d'un travail en équipes (disciplinaires et Interdisciplinaires) au sein de L'établissement.

Le référentiel ne doit surtout pas être considéré comme un outil "prêt à l'emploi", capable de résoudre toutes les difficultés de l'enseignement en classe de seconde, son usage doit être réservé aux collègues qui se reconnaissent dans les principes éducatifs qu'il sous entend, ceux-là sauront utiliser et adapter cet outil à leurs propres méthodes sans le pervertir .

Enfin le groupe tient à rappeler que les positions de l'A.P.M.E.P concernant les référentiels sont parues au B.G.V. n- 22 (Juillet 1963) et que parmi celles-ci on pouvait noter :

« *La formation de deux enseignants par académie en deux fois deux jours est tout à fait dérisoire ...*

La pratique pédagogique Induite par les référentiels nécessite une solide formation en évaluation, pédagogie différenciée, aide au travail personnel, didactique ..... »

Nous espérons donc un important suivi des stages de formation l'an prochain et dans les années à venir.

Paris, mai 1989

RÉFÉRENTIELS : MON EXPÉRIENCE PERSONNELLE

Michèle FABREGA5
Lycée Schuman
METZ

Le premier jour où j'ai vu mes élèves de seconde, cette année, je leur ai fait passer le test A (voir extraits en annexe) que j'ai relevé et corrigé.
Les séances suivantes, nous avons fait ensemble des exercices, et nous avons mis en évidence des savoir-faire utiles pour toutes les activités numériques. Pour cela, nous avons utilisé leur manuel (Dimathème) dans lequel les exercices sont classés par objectifs.
Ces savoir-faire ont d'abord été écrits "en vrac" sur le tableau, puis classés et codés comme suit :

CALCULS NUMERIQUES

CN 1 <u>Calculer sur les rationnels</u>
Ramener une écriture comportant des fractions a une seule fraction irréductible
CN 1.1 Réduire au même dénominateur
CN 1.2 Additionner et soustraire
CN 1.3 Multiplier
CN 1.4 Diviser
CN 1.5 Simplifier une fraction, la rendre irréductible.

CN 2 <u>Calculer avec les radicaux</u>
CN 2.1 Savoir que $\sqrt{9} = 3$
CN 2.2 Savoir faire le produit de plusieurs radicaux
etc.

Je leur ai précisé que nous travaillerions par dossiers avec des savoir-faire, des exercices de référence classés, etc.

Lors du premier T.D., ils ont fait le test B (voir en annexe) à partir duquel nous avons commencé un dossier "TRANSFORMATIONS" et un dossier "CONFIGURATIONS ÉLÉMENTAIRES". Et, à partir de 1'exercice 4, nous avons essayé de voir ensemble :

comment lire un sujet,
comment chercher une stratégie, conjecturer,
comment argumenter,
comment rédiger.

Pendant tout le premier trimestre, j'ai insisté sur ces quatre points :

on lit,
on prend un crayon, on souligne les mots clés, on se rappelle le cours,
on conjecture,
on cherche des arguments.

Puis, une fois le problème résolu, on rédige ... a l'encre, en faisant des phrases complètes.

A la rentrée de janvier 89, j'ai distribué le référentiel, pages 6 à 13 (version "juin 88", voir bibliographie).
Nous l'avons lu ensemble ; ils ont coché au crayon les notions déjà vues ...
Pour beaucoup, référentiel = table des matières.
Je leur ai précisé la "règle du jeu" : le référentiel doit d'une part permettre de préciser les exercices de référence, la feuille de cours, et doit d'autre part aider à s'auto-évaluer (lors des révisions, pour un devoir bilan, etc.)

Nous l'utilisons présenté ainsi :

Colonne de gauche	Colonne centrale	Colonne de droite
Références	Liste des savoir-faire	Autoévaluation (+, -, = … par exemple)

Certains l'ont recopié et l'ont réordonné.
Tout le monde ne l'utilise pas. Par contre, tout le monde a lu et utilise avec intérêt toutes les fiches de méthode qui, dans les documents cités, s'appellent FICHE D'AIDE "MÉTHODES" (annexes 2, 2bis et 2ter), FICHE D'AIDE "COMMUNIQUER" (annexes 3, 3bis, 3 ter).
Depuis fin février, j'utilise la grille d'évaluation pour les devoirs (annexe 1).
Celle-ci a surpris les élèves au début. Par la suite, elle les a incités à mieux présenter leurs copies, à montrer que le cours est su même s'ils ne savaient pas répondre à la question, a faire des phrases, à mieux s'exprimer...

Bilan :

Cette année, j'ai mené l'expérience dans deux classes de seconde. Le bilan n'est positif que dans une des classes, classe de majorité de redoublants où les élèves ayant déjà subi un échec étaient plus motivés.
Il n'y a pas eu cependant de grands bouleversements : ils ont pris conscience qu'on peut avoir une note correcte en maths sa s être "un génie", qu'il faut acquérir une méthode de travail.
Certains ont appris ainsi a classer un cours, certains ont vu qu'on pouvait écrire des "choses" sur une copie de maths, d'autres ont compris la nécessité de se –faire des fiches et d'y avoir recours régulièrement pour des mises au point. Ils ont tous compris qu'avant de se lancer dans une résolution d'exercices et, de dire "je ne sais pas !", il faut réfléchir, conjecturer..., qu'il n'y a pas qu'une seule façon de résoudre un problème (celle du prof !).
Ils ont vu que la notion de juste ou de faux est à revoir, qu'il est vrai que bien souvent le professeur privilégie dans sa correction la méthode la plus courte, la plus astucieuse, la plus opportune. Ils ont appris a travailler en équipe de trois ou quatre, à se donner des explications entre eux avec leurs mots à eux.
Travailler avec le référentiel demande beaucoup d'efforts de la part des élèves ainsi que de la mienne. Tout le monde doit être actif ! en tant que meneur de jeu, je dois être plus vigilante, plus a leur écoute tout en essayant de ne pas être trop directive, ni de trop les materner. C'est dur de diriger ainsi des classes de 36-39 élèves. Dans mon autre classe de seconde où il y avait des problèmes de tous ordres, je ne suis pas arrivée à les faire travailler ainsi. Je n'ai pas pu leur faire confiance et, par facilité, j'ai eu recours au cours magistral, ainsi je les avais tous devant mes yeux. Dans cette classe, je n'ai pu qu'expérimenter la grille d'évaluation, grille que j'utiliserai dans toutes mes classes a partir de l'an prochain. Elle me permet de mieux connaître la façon dont travaillent mes élèves et de mieux discerner l'origine de leurs difficultés.
En conclusion, l'an prochain, si tout va bien..., je me lance à fond dans les référentiels en seconde et aussi ailleurs.

BIBLIOGRAPHIE :

CORUS 2 : UTILISER DES OBJECTIFS DE RÉFÉRENCE EN CLASSE DE SECONDE (plaquette très succincte distribuée par le Ministère dans tous les lycées en février-mars)
RÉFÉRENTIEL DE MATHÉMATIQUES (documents de la D.L.C., distribués à tous les participants des stages MAFPEN sur les référentiels, et aux équipes disciplinaires expérimentant les référentiels en seconde). Version juin 1988.

GROUPE « PREMIÈRE S » PREMIER BILAN

Lancé sur une idée des participants de groupe IREM « Seconde » (groupe qui a coproduit, avec l'APMEP, la brochure "spéciale seconde" de juin 1987), ce groupe a fonctionné durant cette année scolaire, sans le support IREM, avec pour ambition avouée et déclarée de publier en 1989 une brochure « Première S ».

En règle générale, c'étaient six à huit professeurs qui travaillaient ensemble.

Si les collègues fraîchement issus des collèges semblent globalement satisfaits, il n'en va pas de même des professeurs plus anciennement « ancrés » dans les lycées, qui semblent déçus.

Le groupe n'a pas atteint son objectif de production (était-ce un objectif raisonnable ?) et, ce qui est plus décevant encore, n'est pas parvenu à structurer vraiment ses travaux (pratiquement aucun écrit publiable ne peut refléter les « idées » de l'équipe).

Les idées étaient pourtant nombreuses, la bonne volonté ne faisait défaut à personne… cependant les séances se résumaient le plus souvent à un échange à bâtons rompus de points de vue sur le programme, et à un échange critique des activités et des devoirs proposés par les uns et les autres à leurs élèves.

C'était une nécessité : ce genre d'échanges est souvent trop bref dans les établissements, et quasiment inexistant entre collègues d'établissements différents.

Heureusement, quelques idées ont jailli de temps en temps (hélas restées au stade d'idées) ; quelle « pédagogie » en première S ? utiliser un "référentiel" en 1ère S, pourquoi pas, mais comment ? etc.

Voilà des pistes à approfondir, à exploiter, pour poursuivre le travail et aboutir à l'objectif initialement fixé… avec nous, sans nous, avec d'autres… afin de prouver que les montagnes n'accouchent pas toujours de souris.

Les responsables du groupe,
Michèle FABREGAS et Daniel VAGOST

DÉCOUVERTE DU RADIAN
en 4^{e} technologique

Par Odile Backscheider
et Marie-José Baliviera

<u>Objectifs</u> :

- découverte du radian
- proportionnalité, du rayon et de la longueur de l'arc de cercle

<u>Pré-requis</u> :

- les segments et leur mesure
- les angles et leur mesure

1ère manipulation

Chaque élève dispose d'une feuille polycopiée où sort représentés trois angles dont l'un mesure 57° (voir annexe 1)
Pour la conclusion, on fait constater :

- que le rapport $\dfrac{\text{arc}}{\text{rayon}}$ est constant pour un angle donné
- que pour l'angle B, le rapport est égal à 1. Cet angle est donc particulier. Il a été choisi comme unité pour mesurer les angles : c'est un angle de mesure 1 radian.

On donne la définition du radian.

2ème manipulation

On fait construire aux élèves des angles de mesure 1 rad, 2 rad puis 1,5 rad, 1,8 rad, 3 rad et 10 rad.

3ème manipulation

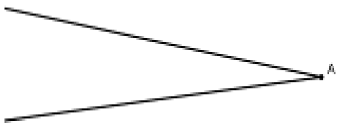
Cette fois, l'élève dispose d'une feuille polycopiée (voir annexe 2) où sont représentés des angles dont il doit trouver la mesure en radians.

Annexe 1. Fiche élève pour la 1ère manipulation

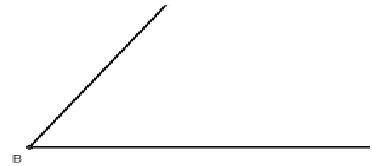
Sur les 3 angles, trace des arcs de cercle de centre le sommet de l'angle et de rayons
2 cm, 4 cm et 6 cm.
Mesure l'arc de cercle obtenu à chaque fois à l'aide d'un réglet souple ou d'une bande de papier millimétré.

Remplis les tableaux avec les différentes mesurés et calcule le rapport $\dfrac{\text{longueur arc}}{\text{rayon}}$:

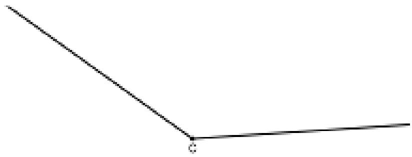
rayon	longueur de l'arc	$\dfrac{\text{arc}}{\text{rayon}}$
2 cm		
4 cm		
8 cm		



rayon	longueur de l'arc	$\dfrac{\text{arc}}{\text{rayon}}$
2 cm		
4 cm		
8 cm		



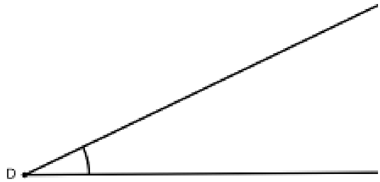
rayon	longueur de l'arc	$\dfrac{\text{arc}}{\text{rayon}}$
2 cm		
4 cm		
8 cm		

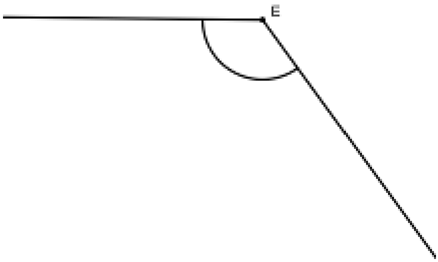


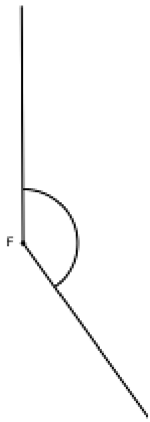
Annexe 2. Fiche élève pour la 3ème manipulation

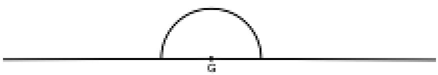
Donne la mesure en radians de chaque angle dessiné.

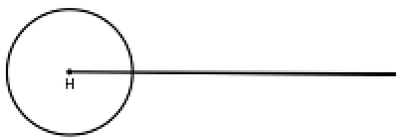
Angle	Mesure en radians
D	
E	
F	
G	
H	











BACCALAURÉAT /BREVET
ANALYSE DES SUJETS

Comme les années passées, la Régionale analysera, fin juin, les sujets proposés aux baccalauréats des différentes séries et au brevet.
Une réunion de synthèse aura lieu le mercredi 23 juin à 16 h 30 à l'IREM,
Si vous avez corrigé dans une des séries, apportez ce jour-là (ou faites-nous parvenir) une copie du sujet avec le barème, accompagné de votre analyse et de vos commentaires, rédigés à l'aide de la grille donnée page 2)

"HORIZONS MATHEMATIQUES"

Une lettre donnant quelques les derniers renseignements (notamment les dates et lieux exacts) a été envoyée mi-juin dans tous les établissements secondaires de l'académie, lettre accompagnée de deux exemplaires de la brochure "QUELQUES DOCUMENTS PAR LE VISITEUR". Vérifiez que ces informations sont bien parvenues.

Nos problèmes financiers sont en grosse partie résolus, puisque CASIO (calculatrices) vient d'accepter de parrainer cette manifestation.
L'équipe d'organisation lance un appel pressant à tous les collègues des environs de NANCY et FROUARD qui ont décidé "in petto" d'apporter leur aide, mais qui ne nous l'ont pas fait savoir ; qu'ils contactent rapidement Claudine BANA (Saulxures les Nancy, 83.29.31.42).

MERCI !

SOMMAIRE

CALENDRIER

Comité de la Régionale : mercredi 23 juin à 14 h, à l'I.R.E.M.

Analyse des sujets de BAC (voir pages 17 et 2), mercredi 28 juin à 16 h 30 à l'I.R.E.M.

LE PETIT VERT n° 18
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1989
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 550 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)