

# LE PETIT VERT

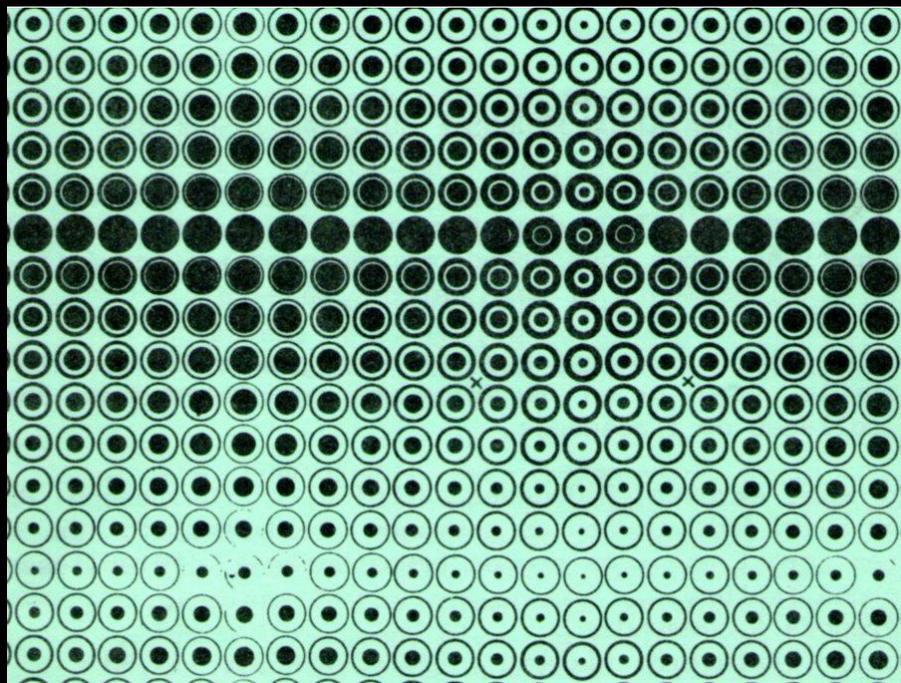
ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 22

JUIN 1990

Abonnement  
4 n<sup>os</sup> par an : 30 F



## **DOCUMENTATION PROPOSÉE AUX ADHÉRENTS**

Nous pouvons faire parvenir aux adhérents qui le désirent une photocopie d'un certain nombre de documents, moyennant paiement (en timbres) pour frais de copie et d'envoi :

**LE « RAPPORT BANCEL » : CRÉER UNE NOUVELLE DYNAMIQUE DE LA FORMATION DES MAITRES** (17 feuilles A4).

Photos 7,70 F + envoi 3,80 F soit 5 timbres à 2,30 F

Un texte de Marc LEGRAND : **LE DÉBAT SCIENTIFIQUE EN COURS DE MATHÉMATIQUES** (20 feuilles recto-verso A4).

Photos 15,50 F + envoi 7,50 F soit 10 timbres à 2,30 F

Ensemble des 2 documents ci-dessus : 13 timbres à 2,30 F.

Demandez ces textes à Jacques VERDIER, 4 rue Joseph Huet, 54130 SAINT-MAX. Paiement uniquement par timbres poste s'il vous plait (pas de chèques pour de si petites sommes), joints à la commande. Merci.

## **DOCUMENTATION PROPOSÉE AUX ÉTABLISSEMENTS**

La Régionale a en stock un certain nombre d'exemplaires des brochures d'ÉVALUATION des programmes de sixième, cinquième et quatrième. Nous vous proposons de les faire acquérir par votre établissement, si ce n'est pas déjà fait.

Il nous paraît important que ces ouvrages, figurent en au moins un exemplaire dans chacun des collèges de l'académie.

Pour cela, envoyer à Jacques VERDIER (4 rue Joseph Huet, 54130 SAINT-MAX) un bon de commande administratif. Les brochures seront envoyées peu de temps après à l'établissement avec une facture.

Références à commander :

Brochure évaluation sixième (réf EVAPM6) : 55,90 F

Brochure évaluation cinquième (réf EVAPM5) : 90,40 F

Brochure évaluation quatrième (réf EVAPM4) : 100,40 F

Ces prix s'entendent TTC et port compris.

# éditorial

La fin de l'année scolaire approche à grands pas !  
Il faut faire des bilans, des rapports, et il faut déjà penser à l'année scolaire suivante.

Mercredi 16 mai 1990, nous avons récompensé les lauréats du Rallye mathématique au siège de l'Est Républicain.

C'est la première fois que notre Régionale A.P.M.E.P. prend une telle initiative. La participation a dépassé toutes les espérances... près de 5 000 candidats.

Il fallait voir ces petits 6<sup>e</sup>-5<sup>e</sup> venus du nord, du sud et de l'est de l'académie chercher leurs lots (les nouvelles B.D. de Jean-Pierre Petit, les kaléïdocycles d'Escher, ou encore des T-shirts). Ils étaient heureux !

Merci encore à leurs professeurs de math.

L'an prochain, nous remettrons cela, les petits bouts de chou l'ont demandé si gentiment.

Nous devons dire aussi un grand merci à notre cher André FRIRY qui s'est occupé à lui tout seul de l'organisation, qui a concocté les épreuves, les a corrigées, les a classées...

L'an prochain, nous aurons plus de temps pour être à ses côtés.

Les enseignants en lycée vont avoir du boulot. Le nouveau programme de seconde arrive, avec sa nouvelle philosophie...

Et quels vont être les futurs programmes de première ? Ces premières seront-elles les mêmes ? Personne n'en sait rien, des bruits courent. Espérons que nous serons informés assez tôt ! Notre rôle étant bien entendu de vous tenir au courant dès que possible.

Michèle Fabrégas  
21 mai 1990

## ANALYSE DES SUJETS DU BACCALAUREAT

Vous pouvez nous aider à faire L'ANALYSE des sujets de baccalauréat proposés, grâce à la grille ci-dessous.

La Régionale organisera le lundi 2 juillet à 16 h., à l'I.R.E.M. (1<sup>er</sup> Cycle Sciences, Vandœuvre), une réunion pour élaborer une synthèse, qui sera publiée dans les bulletins A.P.M.E.P.

Série :

Sujet proposé par l'académie de :

**I.** Quelles sont vos impressions globales sur ce sujet ? (Pour les séries technologiques, lien avec la spécificité de la série).

Si vous les connaissez, moyenne de votre jury et moyenne académique.

**II.** Pour chacun des exercices ou problèmes, mettez en évidence – dans la mesure du possible - les réponses aux rubriques suivantes :

a) Conformité au programme (dans l'esprit et dans le texte), aux instructions et aux commentaires officiels. Adaptation au niveau des élèves.

b) Clarté de l'énoncé (présentation, niveau de vocabulaire, ambiguïtés, etc.).

c) Difficultés rencontrées par les élèves, principales erreurs.

d) Si possible donnez, même approximativement, le pourcentage de réussite par question et la moyenne de vos copies.

e) Autres remarques.

**III.** Si vous avez participé à la réunion d'harmonisation des correcteurs, quels ont été les principaux points de consensus ou de désaccord ?

## ANALYSE DES SUJETS DU BREVET

Le B.G.V. de Juin contient (pages 4, 5 et 6) une grille d'analyse du sujet de Brevet (qui portera cette année sur le nouveau programme de collège).

Nous vous proposons deux options :

- vous pouvez venir à la réunion organisée par la Régionale le lundi 2 juillet à 16 h., à l'I.R.E.M. (1<sup>er</sup> Cycle Sciences, Vandœuvre), pour élaborer une réponse synthétique a cette grille ;

- vous ne pouvez pas venir a cette réunion, et vous envoyez votre grille remplie à A.P.M.E.P., Faculté des Sciences-IREM, BP 239, 54506 VANDOEUVRE CEDEX, de telle sorte qu'elle nous parvienne avant cette réunion du 2 juillet.

# JOURNÉES RÉGIONALES A.P.M.E.P.

## SAINT-DIÉ / LA BOLLE

### 8/9 SEPTEMBRE 1990

Les Journées Régionales sont organisées suivant le même principe que les Journées Nationales : rencontres, ateliers, etc.

Elles auront lieu cette année les samedi 8 et dimanche 9 septembre 1990 (entre la prérentrée et la rentrée des élèves), à la Maison Familiale de LA BOLLE, dans un cadre agréable, près de Saint Dié.

Accès : sortie Ouest de Saint Die (R.N.420 vers Bruyères).

Hébergement en chambres de deux ou trois lits (draps fournis) ; coût de la pension : 190 F, à la charge des participants.

Frais d'inscription et de dossier, frais pédagogiques, location des salles, etc. à la charge de la Régionale.

Pour ceux qui le désirent, possibilité d'être hébergés dès le vendredi 7 au soir.

#### PLANNING DES JOURNÉES

	Samedi 8	Dimanche 9
9 h	Accueil des participants	Ateliers (B1 ou B2)
10 h	Conférence générale Antoine BODIN :	
11 h	Evaluation du programme de troisième	Échanges, initiatives
12 h	Repas et détente	Repas
14 h		
14 h 30	Ateliers (A1 ou A2)	<i>Fin des journées à 16h précises</i>
16 h		
16 h 30	Pause	
17 h	Assemblée générale de la Régionale	
18 h 30	Échanges et repas	
En soirée	ACTIVITES LUDIQUES (groupe « Jeux » APMEP)	

## LES ATELIERS

Trois plages sont réservées à six ateliers : il faudra donc choisir...

### Samedi 14 h 30 à 16 h 30 :

A1 : "Travaux pratiques en première scientifique" (atelier animé par Elisabeth BUSSEY, de Colmar)

A2 : "Des utilisations pédagogiques de l'informatique dans l'enseignement des mathématiques" (atelier animé par Marie-Hélène MUNIER, Centre de Ressources Informatiques de Nancy)

### Dimanche 9 h à 11 h :

B1 : "L'évaluation du programme de seconde : opération EVAPM2" (groupe de travail coanimé par Antoine BOOIN de Besançon et Michel BARDY d'Epinal)

B2 : "Du problème concret (niveau 6<sup>e</sup>/5<sup>e</sup>) à l'algébrisation (niveau 4<sup>e</sup>/3<sup>e</sup>)" (atelier coanimé par Brigitte CHOUANIERE et Dominique GEGOUT de Gérardmer)

### Dimanche de 14 h à 16 h :

C1 : "Statistique : liaison entre la gestion de données au collège et le nouveau programme de statistiques de seconde" (atelier animé par Daniel FREDON de Limoges)

C2 : "Utilisation de l'informatique en mathématiques en seconde : étude de fonctions, statistiques, etc." (atelier animé par Michelle KITTEL de Phalsbourg et Christel PRAVDA DE STAROV de Sarrebourg)

## AUTRES ACTIVITÉS

### Soirée du samedi

Elle sera animée par le groupe "JEUX" de l'Association (Claude PAGANO, Odile BACKSCHEIDER, Marie-José BALIVIERA)

### Dimanche de 11 h à 12 h

Plage réservée aux initiatives personnelles, aux échanges informels. Pensez à apporter tout document ou matériau que vous estimez susceptible d'intéresser vos collègues. Possibilité d'emprunter les livres de la Bibliothèque.

## POUR S'INSCRIRE

Remplir le bulletin ci-contre et l'envoyer à Jean-Paul DELTOUR impérativement avant le 1<sup>er</sup> juillet (en effet, un autre groupe envisage de partager avec nous la Maison de LA BOLLE, et il nous faut impérativement réserver un nombre suffisant de places).

Joindre un acompte de 150 F par personne. Merci.

## FICHE D'INSCRIPTION

A retourner impérativement avant le 1<sup>er</sup> juillet à :  
Jean- Paul DELTOUR  
5 impasse Payonne  
88000 CHANTRAINE

NOM :

Prénom :

Adresse :

Etablissement d'exercice :

Désire m'inscrire aux Journées Régionales APMEP-LORRAINE,  
qui auront lieu les 8 et 9 septembre à St. Dié / La Bolle.

Nombre de personnes : \_\_\_\_ (dont \_\_\_\_ enfants).

↓ Cocher si oui :

Je désire en outre être hébergé la nuit du vendredi au samedi.  
Je compte alors arriver à La Bolle vendredi soir vers \_\_\_\_ h.

Je joins un acompte de 150 F par personne, soit au total : \_\_\_\_  
(Chèque à l'ordre de A.P.M.E.P.-LORRAINE)

Pour les ateliers, je choisis (cocher un atelier A, un atelier B et un atelier C) :

A1

B1

C1

A2

B2

C2

# Rencontres pédagogiques d'été 1990

## (EN BELGIQUE)

Les Rencontres Pédagogiques d'Été (R.P.E.) auront lieu en 1990 comme chaque année au domaine de la Marlagne près de Namur. Le Groupe d'Enseignement Mathématique y animera, les 20, 21, 22 et 23 août un atelier intitulé :

***Les maths, c'est accessible et stimulant.***

### **Cet atelier veut lutter contre :**

- l'analphabétisme mathématique ;
- la peur des maths ;
- la dévalorisation de soi-même ("oh moi, les maths ...") ;
- les conceptions fausses des maths, telles que :
  - c'est une science sèche, où l'imagination ne joue aucun rôle ("toujours chercher l'unique bonne réponse par l'unique bonne méthode" ;
  - sans relation avec la culture, l'humanisme ;
  - qui ne convient pas aux filles ;
  - où on fait des calculs sans savoir pourquoi ;
  - où on répond à des questions qu'on ne s'est pas posées.

### **Cet atelier veut lutter pour :**

- des maths qui ont du sens, qui répondent à des questions ;
- des maths du citoyen (répondre aux défis quotidiens, comme travailleur, consommateur, contribuable... par des réactions intellectuelles précises) ;
- une connaissance claire du statut des maths face à la réalité (en quoi et pourquoi un modèle mathématique d'une situation réelle traduit-il et trahit-il cette situation ?) ;
- un apprentissage des maths s'appuyant sur de multiples moyens de pensée : la langue commune, des tableaux, graphiques, formules, maquettes, calculatrices... ;
- un apprentissage des maths privilégiant la résolution de problèmes, l'esprit d'Initiative et de recherche, et privilégiant aussi les *acquis méthodologiques* par rapport aux connaissances considérées en elles-mêmes (un acquis méthodologique, c'est tout ce qui contribue à augmenter la capacité de penser mathématiquement) ;
- la prise de conscience de la Joie qu'il y a à se battre pour trouver, en math, de la plénitude de cette activité, de ce qu'elle apporte sur les plans de la confiance en soi et de la construction de la personnalité.

***Moyens de cet atelier :*** chercher sur des problèmes de math, s'enfoncer dans cette expérience de recherche et, à la fin, en parler.

***Animateurs :*** Nicolas Rouche et un autre membre du GEM non encore choisi.

Si cet atelier vous tente, vous pouvez obtenir le programme complet des Rencontres Pédagogiques d'Été (qui offrent bien d'autres possibilités encore) en écrivant à la Confédération Générale des Enseignants, 22 rue du Méridien, 1030 Bruxelles (Tél. 02/218.34.50).

# L'avez-vous lu ?

## ou de la lecture pour vos vacances !

La Régionale vient d'instaurer une bibliothèque à distance dont le but est de mettre à disposition des adhérents des ouvrages de « culture mathématique ».

Vu que notre précédent article n'a provoqué que deux réponses, nous nous demandons... s'il a été lu !

Pourquoi ne pas profiter de ce nouveau service dont nous vous rappelons les règles de fonctionnement ?

1. Qui peut en bénéficier ? Tout adhérent de la Régionale.

2. Comment ? Après avoir choisi l'ouvrage dans la liste jointe, l'adhérent le signale à Marie-Laure SALGUES qui expédiera le livre par la poste. Il suffit d'indiquer les nom, prénom, adresse et numéro de téléphone :

- soit par courrier : Marie-Laure SALGUES  
1 rue des Lilas

57050 LE BAN-SAINT-MARTIN

- soit par téléphone : 87 32 58 55

- soit par Minitel : APM2 + code personnel boîte aux lettre S98

3. Combien de temps ? Un lecteur peut conserver un ouvrage trois semaines, ou plus longtemps s'il n'est pas réclamé par un autre adhérent.

4. Retour des ouvrages : il se fait en retournant l'ouvrage à Marie-Laure SALGUES, ou de préférence au lecteur suivant, la coordination des expéditions et la gestion des prêts étant assurées par Marie-Laure.

5. Quels ouvrages ? Vous trouverez ci-après une première liste d'ouvrages disponibles. Nous vous remercions de bien vouloir signaler toute publication dont l'acquisition serait souhaitable. La liste sera complétée périodiquement dans le Petit Vert.

## Liste des ouvrages :

1. **Histoire universelle des chiffres**, de Georges IFRAH (Seghers)
2. **Formes optimales et mathématiques**, de S. HILDEBRANDT et A. TROMBA (Belin)
3. **L'univers mathématique**, de Ph. J. DAVIS et R. HEISEL (Gauthier-Villars)
4. **Preuves et réfutations**, de LAKATOS (Hermann)
5. **Et pourtant ils ne remplissent pas N**, de C. LOBRY (Aléas)
6. **L'ordre et la volupté**, de R. FIVAZ (Presses polytechniques romandes)
7. **PI** (Petit Archimède)
8. **Les mathématiques au fil des âges**, de J DHOMBRES (Gauthier-Villars)
9. **Cauchy, un savant, une époque** (Belin)
10. **J'apprends donc je suis**, de H. TROCMÉ (Edition d'organisation)
11. **Eléments d'histoire des sciences**, sous la direction de Michel SERRES (Bordas)
12. **Des objets mentaux "aire" et "volume" au calcul des primitives**, de M SCHNEIDER (Louvain)
13. **Approivoiser l'infini**, de C. HAUCHART et N. ROUCHE (CIACO)
14. **Les mathématiques**, de I. STEWART (Belin)

### CALENDRIER

ANALYSE DES SUJETS DE BACCALAUREAT ET DE BREVET : Réunion de synthèse à l'IREM le lundi 2 juillet à 16 h (voir page 4).

JOURNEES REGIONALES A.P.M.E.P. DE SAINT DIE / LA BOLLE, Samedi 8 et dimanche 9 septembre 1990. N'oubliez pas de vous inscrire (voir page 5).

# GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Par Joël CLUZAZ  
Lycée de Neufchâteau

Quand on aborde la géométrie dans l'espace en classe de Seconde, on a peut être trop tendance à se dire que c'est là un domaine des mathématiques que nos élèves ont peu abordé par le passé. Me disant que chaque fois qu'ils écrivent sur une feuille avec un stylo ils font l'intersection d'une droite et d'un plan, et que quand ils ouvrent un livre ils font l'intersection de deux plans, je commence la géométrie dans l'espace en m'appuyant sur le fait qu'ils ont déjà des connaissances dans ce domaine. Profitant des séances de travaux dirigés où j'ai une demi-classe pendant 1,5 h, j'organise ma première séance de géométrie dans l'espace ainsi :

## Premier temps (30 minutes maximum)

- Je distribue le document en annexe à chaque élève
- Chacun le remplit individuellement.
- Chacun me présente à tour de rôle ses réponses.
- A chaque fois, j'indique le nombre d'erreurs.
- Chacun recommence une seconde fois.

Il est utile d'avoir prévu un transparent avec les réponses pour contrôler rapidement les erreurs.

## Deuxième temps (30 minutes)

- Les élèves se regroupent par 4.
- Ils remplissent une grille par groupe.
- Un membre du groupe m'apporte la grille.
- J'indique le nombre d'erreurs.
- Chaque groupe refait une tentative.
- Après avoir donné le nouveau nombre d'erreurs, je demande à chaque membre du groupe de recopier sur sa propre grille les résultats retenus par son groupe.

## Troisième temps (15 à 20 minutes)

- Chaque groupe envoie un « émissaire » dans chaque autre groupe pour conforter leurs résultats.
- Chaque émissaire revient dans son groupe d'origine pour remplir une dernière fois la grille.
- J'indique à chaque groupe son nombre d'erreurs.

## Quatrième temps (5 à 10 minutes)

- Je traite avec toute la demi-classe les items qui sont restés l'objet d'erreurs.

.../...

## Commentaires

### Premier temps :

J'ai été frappé par la rapidité avec laquelle la plupart des élèves venaient me proposer leurs réponses. J'en ai déduit, peut-être hâtivement, qu'ils n'avaient pas fait une lecture assez sérieuse des items proposés, ce qui risquait de faire perdre l'efficacité à la mise en groupes. Comme de plus ils ont été assez interloqués par leur nombre de réponses fausses (de 12 à 17), j'ai pu noter que leur deuxième lecture des items était bien plus scrupuleuse, ce qui s'est traduit par une diminution des erreurs (de 9 à 14), et sans qu'aucun ne se soit contenté d'inverser les réponses. J'ajouterai que la toute première fois où j'ai mis en place cette activité, j'ai organisé inutilement un troisième passage : cela a créé chez certains un trouble superflu du fait d'une augmentation de leur nombre d'erreurs.

### Deuxième temps :

L'âpreté des débats dans les groupes, la diversité et l'ingéniosité des arguments des uns et des autres, ont vite dissipé le malaise que je ressens à ne pas être acteur dans les apprentissages de mes élèves. Je me suis interrogé sur la pertinence de faire remplir deux fois la grille dans ces mêmes conditions, car le nombre d'erreurs restait stable entre les deux tentatives (entre 5 et 8). A l'heure actuelle, je maintiens cette modalité car elle me semble nécessaire à la bonne marche de l'étape suivante : elle permet à chacun d'avoir bien présent à l'esprit les diverses argumentations qui ont conduit son groupe aux choix faits.

### Troisième temps :

C'est l'étape la plus importante car c'est celle où s'ancrent les apprentissages effectués. Il a été intéressant pour moi de noter qu'au premier retour des « émissaires » dans leurs groupes d'origine, c'étaient les exemples et les contre-exemples les plus probants qui avaient été retenus. Il faut aussi noter que le nombre d'erreurs pour tous les groupes des deux demi classes allait de 1 à 3, que c'étaient toujours les trois mêmes items qui recevaient des réponses erronées, que l'erreur commune a tous a porté sur « une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement si elle est perpendiculaire à une infinité de droites de ce plan », les élèves ayant omis d'envisager le cas de droites parallèles.

### Quatrième temps :

C'est le point le plus faible de la séquence avec le document utilisé. De même que la liste d'items proposée mériterait d'être recomposée, il faudrait établir une procédure supplémentaire qui conduirait les élèves à établir une liste sans aucune erreur. Ce n'est pas impossible a priori puisqu'il semble que les erreurs commises soient prévisibles. Mais s'il fallait attendre que tout soit parfait pour entreprendre...

Pour conclure, toute cette séquence de cours est basée sur ce que l'on pourrait appeler une évaluation « prétexte ». En apparence, au départ, il s'agit d'évaluer les préacquis des élèves dans un domaine particulier, mais cette évaluation n'est qu'un prétexte à la mise en place d'une situation d'apprentissage (un petit coup de conflit socio-cognitif, un petit coup de métacognition) donnant une illustration à cette idée selon laquelle on n'apprend que ce que l'on sait déjà.

*Questionnaire pages suivantes*

## Annexe : le questionnaire

	VRAI	FAUX
Trois points non alignés définissent un plan.		
Deux droites qui n'ont aucun point commun sont parallèles.		
Si deux points d'une droite appartiennent à un plan, la droite est contenue dans le plan.		
Deux droites parallèles appartiennent à un même plan.		
Si une droite est parallèle à une droite d'un plan, elle est parallèle à ce plan.		
Si une droite est parallèle à un plan, elle est parallèle à toutes les droites du plan.		
Si une droite est parallèle à un plan, elle est parallèle à une infinité de droites du plan.		
Par un point, il passe un et un seul plan parallèle à un plan donné.		
Par une droite, il passe une et une seule droite parallèle à un plan donné.		
Deux droites orthogonales de l'espace sont sécantes.		
Si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est orthogonale à toutes les droites du plan.		
Si une droite est orthogonale à un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si une droite est orthogonale à une infinité de droites d'un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si un plan contient une droite perpendiculaire à un autre plan, ces deux plans sont perpendiculaires.		
Si deux plans sont perpendiculaires, toute droite de l'un est perpendiculaire à l'autre.		
Si deux plans sont perpendiculaires, une droite de l'un peut être parallèle à l'autre.		
Par un point donné, il passe un plan et un seul perpendiculaire à un plan donné.		

Par un point, il passe une et une seule droite perpendiculaire à un plan donné.		
Si deux plans sont perpendiculaires, toute droite parallèle à l'un est perpendiculaire à l'autre.		
Si deux droites sont perpendiculaires, toute parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.		
Si deux droites sont perpendiculaires, toute droite perpendiculaire à l'une est parallèle à l'autre.		

---



---

## UNE UTILISATION DE CE QUESTIONNAIRE

Un mois après avoir abandonné la géométrie dans l'espace pour d'autres activités, je propose ce test à mes élèves de seconde, histoire de voir si leurs démêlés avec tous ces objets ont laissé des traces. En séance de T.D. par groupes de trois, ils devaient se mettre d'accord avant de me montrer leur production : je ne leur indiquai alors que le nombre de réponses erronées, et ceci autant de fois qu'ils prenaient la décision de venir me voir.

A la suite d'une ou deux erreurs, les plus rapides sont arrivés au sans faute en une demi-heure (60% des élèves). Les moins performants ont commencé par 7 ou 10 erreurs (eh... oui !) et ont mis une heure pour arriver à rectifier totalement le tir.

Ce test m'a bien plu notamment par sa large couverture des outils nécessaires de façon courante en géométrie de l'espace. Je l'utiliserai nouveau, c'est certain, mais comme test de départ puis d'arrivée pour pouvoir dire publiquement si l'étude de ce chapitre est utile car je sais bien que certains en doutent.

D'autre part, pour ces passations ultérieures, je pense changer l'ordre des questions car il m'a semblé que des subtilités de rédaction étaient renforcées par certains voisinages et poussaient peut être quelques irrésolus à la faute. De toute façon, merci encore à Joël.

M. Bardy



## Solution du problème n°21 (mars 1990)

Rappel de l'énoncé : Soit un parallélogramme ABCD, E le milieu de [DC] et F le milieu de [BC] ; (AE) et (DF) se coupent en I. Montrer que l'aire du triangle AIF vaut 30 % de l'aire du parallélogramme.

Tout d'abord une lettre de Christian AMET (Lycée Jules Ferry, SAINT-DIÉ) qui nous a mis du baume au cœur et nous encourage à poursuivre l'édition de notre bulletin régional :

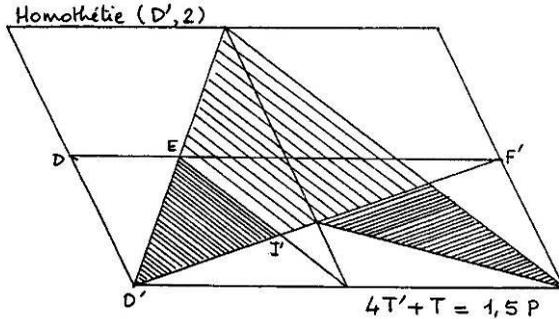
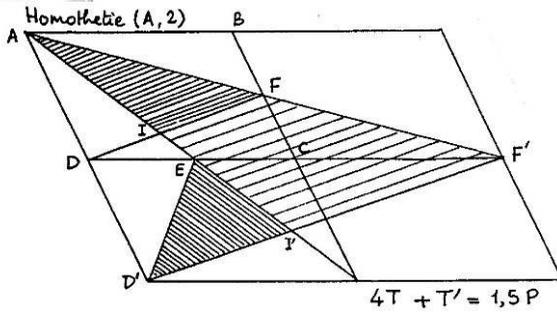
Je me suis intéressé aux problèmes du Petit Vert à partir du n° 19, pour lequel j'avais une solution informatique en BASIC que je n'ai pas jugé bon de vous communiquer. Le programme récursif que vous avez publié me semblait anormalement lent, j'ai cherché son défaut : il suffisait de changer l'ordre des pièces... Je joins la version rectifiée (15 secondes sur Amstrad PC1640). Pour le problème n° 20, je n'imagine pas de méthode donnant toutes les solutions dans un temps raisonnable et j'ai mis au point un programme paramétrable rapide (6 essais par seconde) qui permet d'obtenir de nombreuses variantes.

Le problème n° 21 ressemble davantage à notre travail quotidien. Un premier type de méthode consiste à préciser la position du point I pour justifier que le triangle DEI représente 5% du parallélogramme. On peut alors utiliser Thalès avec la parallèle à (DF) passant par E (prouvant  $EA = 5 \times EI$ ) ou avec la parallèle à (AE) F (prouvant  $2 \times DF = 5 \times DI$ ). Le repère (D, **DA**, **DC**) peut servir à une réponse analytique rapide.

Je préfère cependant une solution visuelle qui ne nécessite que peu de théorie. La propriété qu'une homothétie de rapport 2 multiplie les aires par 4 peut même se prouver par découpage. Je joins les dessins en couleur qui valent plus qu'un long exposé

Avec tous mes encouragements et mes félicitations pour le Petit Vert, je vous adresse, cher collègue, mes meilleures salutations.

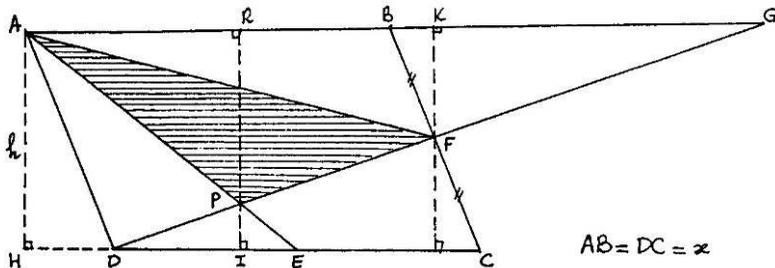
Voici les figures proposées par Christian AMET (où avons dû remplacer les couleurs par des hachures). P est l'aire du parallélogramme ABCD, et T l'aire du triangle cherché :



Dans chaque cas, la partie non hachurée vaut  $2,5 \times P$ . on obtient  $T = T'$  par soustraction, puis  $T = 0,3 \times P$ .

\*\*\*\*\*

Seconde solution, n'utilisant que des savoir-faire du programme de troisième, proposée par C. BINGEL (Collège Jean Bauchez, LE BAN SAINT MARTIN) ; notons cependant que le nombre d'étapes nécessaires fait que la résolution de ce problème reste inaccessible à un élève de troisième :



$$\text{aire}(AFP) = \text{aire}(ABCD) - [\text{aire}(ABF) + \text{aire}(AED) + \text{aire}(PFCE)]$$

$$\text{aire}(AED) = \frac{DE \times AH}{2} = \frac{\frac{x}{2} \times h}{2} = \frac{x \times h}{4}$$

$$\text{aire}(ABF) = \frac{AB \times FK}{2} = \frac{x \times \frac{h}{2}}{2} = \frac{x \times h}{4} \quad (FK = \frac{h}{2} \text{ car parallèles équidistantes})$$

$$\text{aire}(PCFE) = \text{aire}(FCD) - \text{aire}(PED)$$

$$\text{aire}(FCD) = \frac{x \times \frac{h}{2}}{2} = \frac{x \times h}{4} ;$$

$$\text{aire}(PED) = \frac{DE \times PI}{2} ;$$

le calcul de AG se fait avec le théorème de Thalès appliqué aux triangles BGF et AGD ; sur les triangles PED et PAG, Thalès donne

$$\frac{PI}{PR} = \frac{DE}{AG} = \frac{x}{2} \times \frac{1}{2x} = \frac{1}{4} \text{ d'où } PI = \frac{h}{5} ;$$

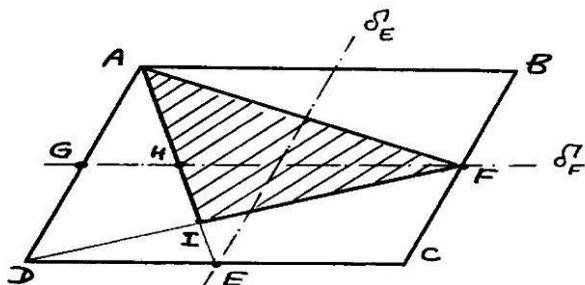
$$\text{donc aire}(PED) = \frac{\frac{x}{2} \times \frac{h}{5}}{2} = \frac{x \times h}{20}$$

$$\text{soit aire}(PCFE) = \frac{xh}{4} - \frac{xh}{20} = \frac{xh}{5} .$$

$$\text{Il vient enfin aire}(AFP) = xh - \left( \frac{xh}{4} + \frac{xh}{4} + \frac{xh}{5} \right) = \frac{3xh}{10} .$$

\*\*\*\*\*

Une troisième solution, proposée par Alain **MERCIER** (collège Jules Lagneau, METZ), que nous avons résumée :



Tout d'abord, en notant a l'aire du parallélogramme,

$$\text{aire}(AIF) = a - [\text{aire}(ADI) + \text{aire}(FDC) + \text{aire}(ABF)], \text{ d'où l'on peut tirer :}$$

$$\text{aire}(AIF) = \frac{a}{4} + \text{aire}(IDE) \quad (i)$$

D'autre part, en appliquant le théorème de Thalès à IDE et IFH, on montre que le rapport d'homothétie de ces deux triangles est  $-\frac{3}{2}$ . Soit

$$\text{aire}(\text{IFH}) = \text{aire}(\text{IDE}) \times \frac{9}{4}.$$

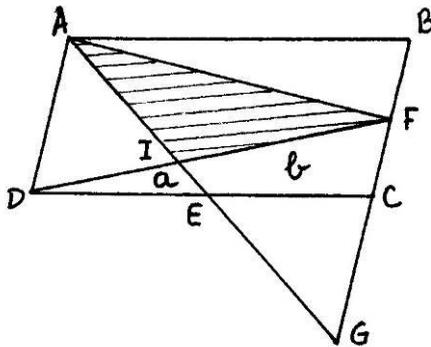
De même, AGH et ADE sont homothétiques (rapport  $\frac{1}{2}$ ) et le rapport de leurs aires est  $\frac{1}{4}$ .

On obtient alors  $\text{aire}(\text{AFH}) = \frac{3a}{16}$ , puis  $\text{aire}(\text{AIF}) = \frac{3a}{16} + \text{aire}(\text{IDE}) \times \frac{9}{4}$  (ii).

En combinant (i) et (ii), on obtient  $\text{aire}(\text{AIF}) = \frac{3a}{10}$ . CDFD.

\*\*\*\*\*

Quatrième solution, proposée par Claude BIDOIS de GÉRARDMER :



G est le symétrique de A par rapport à E.

IDA et IFG sont homothétiques (rapport  $-\frac{2}{3}$ ), d'où le rapport de leurs aires :  $\frac{4}{9}$ .

Notons a l'aire IDE et b l'aire IECF :  $\text{aire}(\text{ADE}) - a = (\text{aire}(\text{GCE}) + b) \times \frac{4}{9}$  (i)

Soit p l'aire du parallélogramme ABCD ;

$$\text{aire}(\text{ADE}) = \text{aire}(\text{CDF}) = \text{aire}(\text{GEC}) = \frac{p}{4}.$$

En reportant dans (i), il vient  $a + \frac{4b}{9} = \frac{5p}{36}$  (ii).

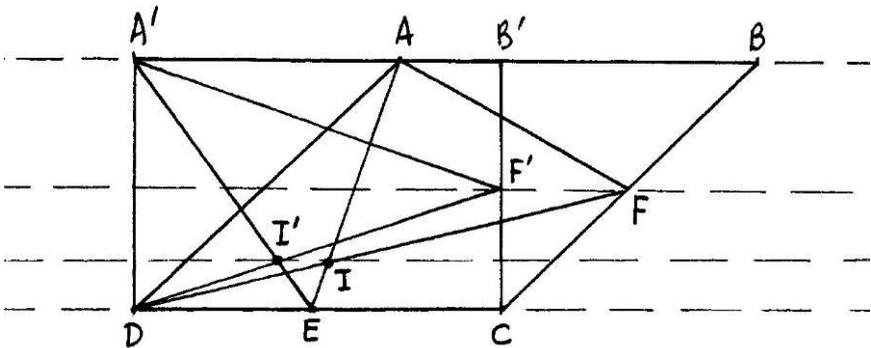
Or  $\text{aire}(\text{DIE}) + \text{aire}(\text{IEFC}) = \text{aire}(\text{DCF})$ , d'où  $a + b = \frac{p}{4}$  (iii).

En combinant (ii) et (iii), on obtient  $a = \frac{p}{20}$  et  $b = \frac{p}{5}$ , et on trouve alors aisément que  $\text{aire}(\text{AIF}) = \frac{3p}{10}$ .

\*\*\*\*\*

Une cinquième solution, de Jean **PILLOY** (lycée Varoquaux de TOMBLAINE), elle aussi résumée :

« Où on redresse le parallélogramme à coup de transvections ! »



$A'$  est l'intersection de  $(AB)$  et de la perpendiculaire en  $D$  à  $(DC)$ . le rectangle  $A'B'CD$  et le parallélogramme  $ABCD$  ont la même aire.

On a ensuite

$\text{aire}(\text{ADE}) = \text{aire}(\text{A'DE})$  ;  $\text{aire}(\text{A'B'F'}) = \text{aire}(\text{ABF})$  et  $\text{aire}(\text{DF'C}) = \text{aire}(\text{DFC})$ .

Sachant que  $\text{aire}(\text{AIF})$

$= \text{aire}(\text{ABCD}) - \text{aire}(\text{ABF}) - \text{aire}(\text{DFC}) - \text{aire}(\text{DAE}) + \text{aire}(\text{DIE})$ ,

et que  $\text{aire}(\text{A'I'F'})$

$= \text{aire}(\text{A'B'CD}) - \text{aire}(\text{A'B'F'}) - \text{aire}(\text{DF'C}) - \text{aire}(\text{DA'E}) + \text{aire}(\text{DI'E})$ ,

il reste à démontrer que  $\text{aire}(\text{DIE}) = \text{aire}(\text{DI'E})$ , c'est à dire que  $(I'I)$  parallèle à  $(DE)$ .

Or  $A'B'CD$  est l'image de  $ABCD$  dans une transvection, et celle-ci conserve les

barycentres, d'où  $\frac{\overline{IA}}{\overline{IE}} = \frac{\overline{I'A'}}{\overline{I'E}}$ .

Jean **PILLOY** démontre alors que la proposition est vraie dans le rectangle (nous laissons au lecteur le soin de faire cette démonstration).

Note de la rédaction : la transvection conserve les barycentres, mais elle conserve aussi les rapports d'aires, ce qui « accélère » d'autant la démonstration...

\*\*\*\*\*

Sixième solution, de Marc **SERAY** (WOUSTVILLER) :

Comme Jean **PILLOY**, il propose d'utiliser une transvection pour transformer le parallélogramme en rectangle. Mais il résout tout le problème analytiquement.

Il utilise un repère orthonormé  $(D, \vec{i}, \vec{j})$ ,  $\vec{i}$  étant porté par  $\overline{DC}$ , où le point A a pour coordonnées  $(x_0, y_0)$ .

Dans ce repère, la transvection est définie par :

$$\begin{cases} x' = x - \frac{x_0}{y_0}y \\ y' = y \end{cases}$$

Le déterminant de cette application affine est 1, donc elle conserve les aires.

Et elle transforme le parallélogramme ABCD en un rectangle (A'B'CD) où A' a pour coordonnées  $(0, y_0)$ .

Dans ce rectangle, Marc **SERAY** recherche les équations de (A'E) et (DF'), où F' est le milieu de [CB'], et en déduit les coordonnées de leur point d'intersection. Les aires de tous les « petits triangles » de la figure s'en déduisent aisément...

\*\*\*\*\*

Septième solution, proposée par Jacques **VERDIER** (lycée Varoquaux, TOMBLAINE) :

- les projections affines (de l'espace) conservent les rapports des aires (sauf les projections dégénérées) ;
- il existe toujours une projection affine transformant un parallélogramme quelconque en carré (c'est exactement l'inverse de ce qu'on fait en perspective 'cavalière', où l'on transforme les carrés en parallélogrammes) ;
- il suffit de démontrer que la propriété est vraie dans un carré (voir figure ci-après), ce qui est très facile : le triangle AIF est rectangle en I, on calcule

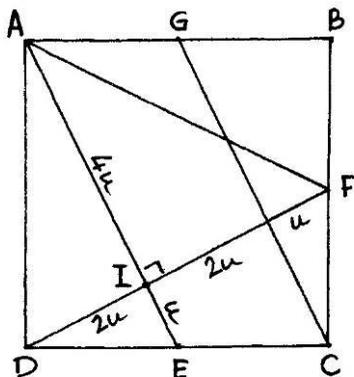
$$AE = DF = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ d'où } IF = \frac{3\sqrt{5}}{10}, AI = \frac{2\sqrt{5}}{10}, \text{ et l'aire vaut } \frac{3}{10}.$$

\*\*\*\*\*

Solution assez proche proposée par André **VIRICEL** (VILLERS LES NANCY) :

Une fois obtenu le carré, le tracé de AE, BH, CG et DF met en évidence des triangles rectangles dont un des côtés est double de l'autre, d'où  $AI = \frac{4}{5}AE$

puis  $IF = \frac{3}{5}DF$  ; la suite comme précédemment.



Huit solutions reçues pour ce problème ... c'est bien !

### *Lu dans « Spirales » n°9 de mars 1990*

Messieurs,

Déjà, l'écrit de la première session de l'agrégation interne vient de s'achever.

Dans la plupart des disciplines, les candidats avaient à passer deux épreuves, l'une servant à tester leur "répondant" sur leurs connaissances dans la discipline, l'autre leur "répondant professionnel", c'est-à-dire leur degré d'aptitude à évaluer le niveau des "pré-acquis" d'une classe, à construire un cours puis à imaginer des travaux dirigés s'y rapportant, et enfin à élaborer une évaluation des apprentissages réalisés.

Dans la plupart des disciplines, mais pas en mathématiques.

Pour les "pontes" qui ont proposé les sujets, seul comptait le niveau de performance en mathématiques.

On peut imaginer dès maintenant la consternation ou l'ironie des jurys concernant le niveau des copies des participants, qui ont fini leurs études depuis de nombreuses années, et qui ont un tout autre travail à accomplir à longueur d'années. Mais quels que soient les commentaires à venir sur la valeur en mathématiques des candidats, la nature de l'épreuve pose des questions de fond :

1) L'agrégation étant un concours de recrutement de professeurs, l'enseignement des mathématiques ne nécessite-t-il aucune compétence pédagogique et didactique ?

2) Les mathématiques, qui font dans notre société figure d'épouvantail sélectif, doivent-elles rester une discipline d'élite ou devenir une formation de base ?

Peut-être fais-je un mauvais procès d'intention, mais le choix de sélection qui a été fait pour ce concours me semble de nature à renforcer l'image de marque la plus communément répandue des "profs de maths", à savoir des individus "ultra élitistes" ne s'adressant qu'aux meilleurs de la classe, sans compréhension charnelle du monde qui les entoure. S'il me paraît souhaitable, à moi aussi, que le titre d'agrégé reste la marque d'un niveau de compétence, ne serait-il pas temps d'en élargir le champ lors d'un concours interne s'adressant à des gens qui ont eu dans un passé plus ou moins lointain à faire la preuve de leurs qualités strictement disciplinaires ?

**J.CLUSAZ.**

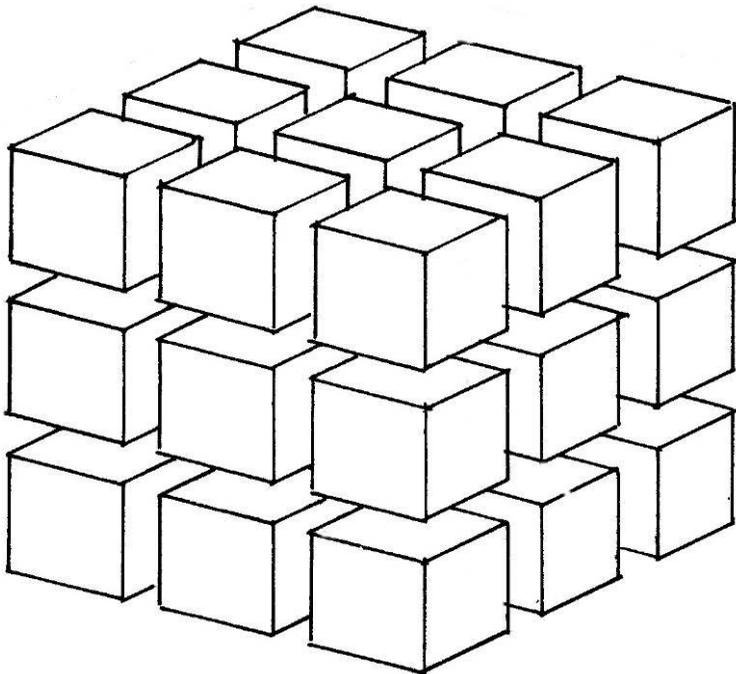
## Problème n°22 de juin 1990

Vous disposez de 27 petits cubes en bois blanc, et de trois pots de peinture : du rouge, du bleu et du vert.

Comment devez-vous peindre les faces de ces 27 petits cubes de façon que :

- si on les réunit d'une certaine façon, les 6 faces externes du grand cube ainsi reconstitué seront entièrement rouges ;
- si on les réunit d'une autre façon, les 6 faces externes seront entièrement vertes ;
- si on les réunit d'une troisième façon, on n'y verra que du bleu !

Votre solution n'en sera que meilleure si vous précisez les « mouvements » à faire pour passer d'une disposition à une autre.



Ce problème est inspiré de « PINTADO CUBITOS », article de Francisco **Esteban Arias** publié en 1989 dans le n°19 du bulletin de la S.C.P.M., association des professeurs de mathématiques des Iles Canaries.

# ILS ONT LU

Jean-Pierre PETIT, **LE CHRONOLOGICON**, 1990. Editions PRÉSENCE, 04200 Saint- Vincent-sur-Jabron, 55 F (44 F pour les enseignants).

Le modèle "classique" d'explication et de représentation de l'Univers (celui de la relativité générale et de la mécanique quantique) s'appuie sur un certain nombre de constantes :  $c$  = vitesse de la lumière,  $h$  = constante de Planck,  $m$  = masse du proton,  $G$  = constante de la gravitation, etc.

Dans ce modèle, l'Univers est en expansion et il a débuté par une singularité, le "Big Bang". Cependant, le modèle n'explique pas un certain nombre de faits paradoxaux : évolution de l'Univers à entropie constante, disparition de l'antimatière, ...

Jean-Pierre PETIT, comme A. SAKHAROV (avec lequel il n'a jamais, à notre connaissance, travaillé), nous propose un nouveau modèle :  $c$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $G$  ne sont plus des constantes (ce qui ne contredit en rien ni les lois de la relativité générale, ni celle de la mécanique quantique, où leur "constance" n'était qu'un consensus tacite) ; l'équation d'EINSTEIN  $-8\pi G/C^2 = \chi$  reste valable ; les "paradoxes cosmologiques" évoqués plus haut disparaissent, ainsi que les singularités de la taille des quasars (cf. mesures de BARTHEL-MILEY, 1988).

Bien sûr, dans ce modèle, la question "Qu'y avait-il avant le Big Bang ?" n'a aucun sens : car le temps n'est pas la "bonne" variable dans ce système de représentations, et doit être remplacé par l'entropie.

Reste encore à voir si la "super-relativité" de Jean-Pierre PETIT rendra compte des processus nucléaires de façon non contradictoire... (peut-être dans le prochain ouvrage ?)

Cette approche passionnante est pédagogiquement vulgarisée et illustrée dans cette dernière B.D., les questions plus mathématiques étant reportées en annexe pour ne pas perturber l'intrigue.

Jacques VERDIER

# SOMMAIRE

Documentation	2
ÉDITORIAL (Michèle Fabrégas)	3
Analyse des sujets de bac et de brevet	4
JOURNÉES RÉGIONALES APMEP St. DIÉ	5
Rencontre pédagogique de Namur	8
L'avez-vous lu ? (Bibliothèque APMEP)	9
GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE (J. Clusaz)	11
Toutes les solutions du problème n°21	15
Énoncé du problème n°22	22
Lu pour vous : « le Chronologicon »	23

## LE PETIT VERT n° 22

(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1990

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 525 exemplaires

## ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P.  
à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)