Classe de seconde

Analyse de la tâche "RÉSOUDRE UN PROBLÈME"

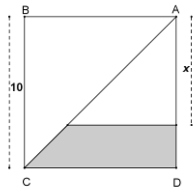
Par Jean-Claude MARMORET
Lycée Colbert
56321 LORIENT

L'article qui suit constitue l'analyse a priori de la tâche "Résoudre un problème", dans une classe où le professeur utilise un référentiel. Pour chacune des étapes de la tâche (ou du moins de la représentation que s'en fait le professeur a priori), les modalités de traitement des difficultés sont prévues, ainsi qu'un indication du type d'opération mentale correspondant ; les opérations mentales (OM) sont des opérations intellectuelles transdisciplinaires (et pas du tout spécifiques aux mathématiques) Il va de soi que la démarche indiquée ci-dessous n'est pas imposée aux élèves qui font convenablement l'exercice, mais seulement proposée, pour une étape donnée, aux élèves qui se trouvent "bloqués".

Pour plus de détails sur la typologie des opérations mentales, on pourra consulter :

– D'HAINAUT, Louis, « Des fins aux objectifs », Nathan
– MEIRIEU, Philippe, postface « Enseigner, scénario pour un métier nouveau, E.S.F.

L'ENONCÉ PROPOSÉ AUX ÉLÈVES :



Déterminer toutes les valeurs de *x* de façon que l'aire du trapèze hachuré soit égale au quart de l'aire du carré ABCD.

Première étape : SAISIR LES DONNÉES DU PROBLÈME

En cas de difficulté :

- repérer les <u>mots clés</u> (ici, « déterminer x pour que »). Opération mentale correspondante (OM) : mobiliser des informations.
- écrire le problème sous une autre forme. OM : transposer d'un langage dans un autre.

Seconde étape : IDENTIFIER LA NATURE DU PROBLÈME

Ici, c'est un problème de type "RÉSOUDRE"
En cas de difficulté :
- demander à l'élève de regarder sa fiche "AIDE-MÉTHODE"

On y trouve 5 classes de problèmes $\left\{\begin{array}{l}\text{démonter}\\ \text{calculer}\\ \text{résoudre}\\ \text{représenter}\\ \text{conjecturer}\end{array}\right.$.

L'élève devra procéder à un "balayage" de ces 5 compétences. OM : rapprocher, faire des analogies.

Troisième étape : RETROUVER UNE (OU PLUSIEURS) MÉTHODES ou SITUATIONS DE RÉFÉRENCE

Ici, il s'agit d'un énoncé du type "résoudre un problème par une méthode algébrique". Là encore, en cas de difficulté, on demande à l'élève de consulter la fiche d'aide-méthode "PROBLÈMES DU TYPE RÉSOUDRE", où l'on peut lire :

- résoudre un problème par une méthode algébrique
- résoudre un problème par une construction géométrique
- résoudre une équation
- résoudre un système d'équations
- résoudre une inéquation

(N.B. Les fiches sont complétées par les élèves au fur et à mesure de l'avancement dans l'année)

OM : rapprocher, faire des analogies

Quatrième étape : PROPOSER UN PLAN DE SOLUTION, UNE STRATÉGIE, PLANIFIER LA PROCÉDURE DE RÉSOLUTION

La fiche "RÉSOUDRE UN PROBLÈME PAR UNE MÉTHODE ALGÉBRIQUE" dit ceci :

(1) Choisir l'inconnue (ou les inconnues).
(2) Mettre en place l'équation, c'est à dire exprimer la même "quantité" de deux façons différentes.
(3) Résoudre cette équation.
(4) Valider le résultat.

On peut demander à l'élève de recopier le plan de cette fiche, pour l'exécuter au fur et à mesure.

OM : mobiliser des programmes d'action

Cinquième étape : RÉALISER

On va suivre le plan précédent.

(1) Choisir l'inconnue. C'est déjà fait (x = AM)

(2) Mettre en place l'équation.

Il faut exprimer *aire du trapèze* (T) = $\frac{1}{4} \times$ *aire du carré* (C)

<u>Procédure correspondant à (2)</u> :

a) Calculer T : ce sous-problème est de type "Calculer" (le statut de la lettre x étant alors différent : ce n'est plus une inconnue, mais une variable).
b) Calculer C.
c) Ecrire l'équation $T = \frac{1}{4}C$.

<u>Réalisation de cette procédure</u> :

a) Appliquer la formule de l'aire du trapèze, connue par cœur ou à rechercher dans un formulaire : $S = \frac{B+b}{2} \times h$. OM : appliquer

OU

"Se débrouiller" en décomposant le trapèze, par exemple en un carré et un triangle rectangle :

Calculer b : triangle rectangle isocèle, ou Thalès : $\frac{?}{10} = \frac{x}{10}$; calculer h ($= 10 - x$).

b) $C = 10^2 - 100$

c) $\dfrac{10+x}{2} \times (10-x) = \dfrac{1}{4} \times 100$

En cas de difficultés : "descendre d'un cran" dans l'abstraction ; c'est à dire prendre une au deux valeurs numériques pour *x*, puis remplacer les valeurs numériques par *x*.
OM : rapprocher, faire des analogies, induire, conceptualiser

(3) Résoudre l'équation trouvée, qui est $\dfrac{10+x}{2} \times (10-x) = \dfrac{1}{4} \times 100$.

L'équation équivaut à $x^2 = 50$, soit ici $x = \sqrt{50}$.

L'élève possède une fiche sur les équations :

- équations de référence vues en troisième :
  - du premier degré,
  - de la forme $x^2 = a$
- sinon : on peut mettre "tout" dans le premier membre et réduire au même dénominateur
- pour une équation du type P(x) = 0 :
  - essayer de factoriser : A.B = 0,
  - sinon développer,
  - si cela n'aboutit pas (et qu'on n'a pas fait d'erreurs) il s'agit d'une équation qu'on ne sait pas résoudre.

En cas de difficulté, l'élève se référera à cette fiche. OM : appliquer une méthode, appliquer des règles de calcul.

(4) Valider le résultat

Il s'agit de trouver des indications permettant (à l'élève) de penser que sa tâche est réussie.

a) Le résultat n'est pas aberrant : $0 < \sqrt{50} < 10$ (à la calculette, $\sqrt{50} \approx 7$)

b) On peut vérifier :
par le calcul : on recherche l'aire du trapèze et on vérifie si elle vaut bien 25.
par construction géométrique :

- par visualisation approximative : on trace une figure où AM $\approx$ 7, et on constate de visu que l'aire hachurée est environ le quart.
- par décompte plus précis des carreaux : pour x = 7, l'aire du trapèze vaut exactement 98 petits carreaux (et l'aire du carré en vaut 400).

OM : critiquer, se décentrer, gérer un risque.

Ces procédures de validation sont extrêmement importantes, et doivent être dévolues à l'élève (c'est à dire qu'il ne doit pas appeler le professeur aussitôt l'équation résolue pour lui demander « *M'sieur, est-ce que c'est juste ?* »).

Sixième étape : REDIGER

■