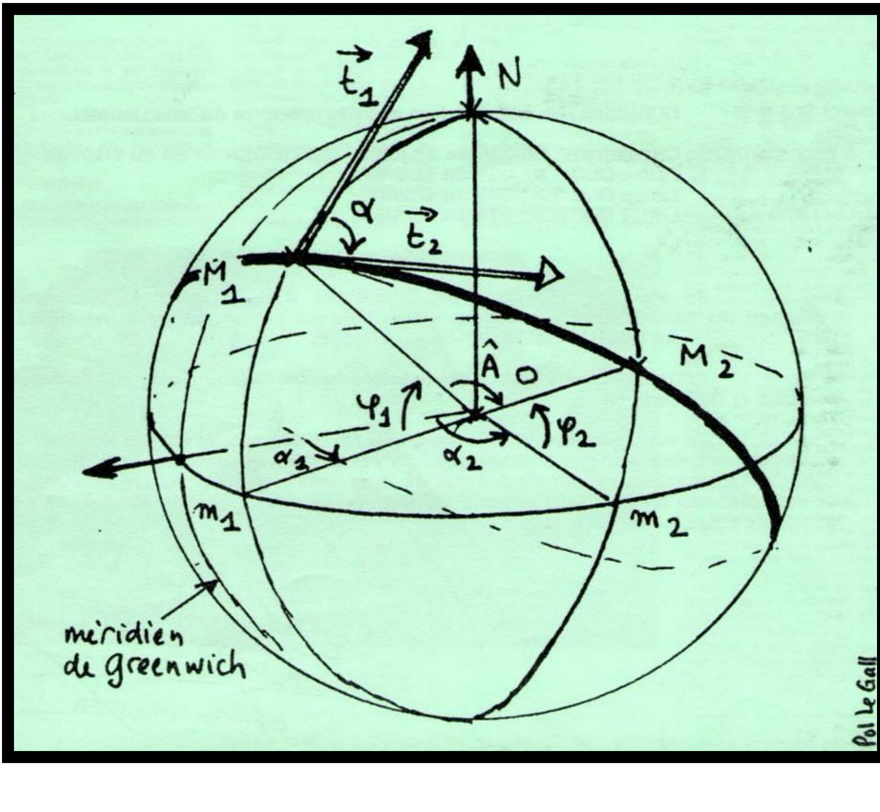
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 38	JUIN 1994	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F



POUR INFORMATION

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

DIRECTION DES LYCEES ET COLLEGES

Sous-Direction des formations générales et technologiques

Bureau des enseignements en lycée

BUREAU DLC A3 N° 482
PG/PR/RECTCALC

Affaire suivie par : Frédérique GARGAM
T 49.55.10.14

Paris, le 15 MARS 1994

LE MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE

à

Mesdames et Messieurs les Recteurs d'académie
Division des examens et concours

Monsieur le Directeur du service Interacadémique des examens et concours de l'Ile-de-France

Mesdames et Messieurs les Chefs de centre d'examens

OBJET : Utilisation des calculatrices lors des épreuves du baccalauréat.

REFERENCE :
- Circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986 (BOEN n° 34 du 2/10/86)
- Lettre DLC 3 N° 436 du 12/3/87.
- Lettre DLC 3 N° 938 du 4/67/87.
- Lettre DLC 3 N° 978 du 10/6/88.

Je vous rappelle que les conditions d'utilisation des calculatrices à l'examen du baccalauréat demeurent celles définies par la circulaire n° 86-228 du 28/7/86 publiée au Bulletin Officiel N° 34 du 2/10/86.
Cette réglementation a été précisée par les différentes notes adressées aux recteurs et rappelées en référence.

Je vous précise par ailleurs que le nombre de calculatrices dont un même candidat peut disposer n'est pas limité. En revanche, les matériels qu'utiliseront les candidats devront comporter l'indication de leurs nom et prénom ainsi que leur numéro de candidat afin d'éviter les risques d'échange de machines et réduire ainsi les risques de fraude entre les candidats.

P. le Ministre et par délégation
Le Directeur des Lycées et Collèges
Christian FORESTIER

Éditorial

Peut-être vous arrive-t-il de vous demander pourquoi le produit mixte est ou n'est pas au programme dans une série ou dans une autre. Peut-être est-ce la présence ou l'absence du théorème de Roquenrolle (Cf. récent Petit Vert) qui hante vos nuits.

Qui ne s'interroge parfois sur les fameux CONTENUS ?

Il y a souvent de bonnes raisons à l'absence ou à la présence d'un élément dans un programme, mais, trop souvent, ces raisons restent obscures et, le Conseil National des Programmes ayant toujours un fonctionnement laissant à désirer, celui qu'on appelle "enseignant de terrain" reste, quand il l'est, le dernier averti : et pourtant... voilà une méthode simple et peu coûteuse pour doubler le nombre d'enseignants, M. le Ministre !

Mais enfin, est-il vrai que "mieux vaut une tête bien faite qu'une tête bien pleine" ? Oui ou non, la formule s'applique-t-elle à l'enseignement des mathématiques ? Pour ne citer que lui, le préambule du programme actuel de Seconde affirme que OUI. Et d'autres encore tiennent le même discours.

Alors, n'ayez plus de ces petites inquiétudes ponctuelles. Avec des "têtes bien faites", c'est-à-dire capables, avec un délai de réflexion raisonnable, de comprendre du nouveau, vos élèves iront convenablement leur chemin, quelle que soit la direction qu'ils choisiront d'emprunter. Même s'il s'agit, pour un petit nombre d'entre eux, de celle des Mathématiques.

Michel Bardy

Des propositions pour le collège,

une proposition pour l'APMEP.

Le mercredi 11 mai après-midi, malgré le beau temps, nous nous sommes retrouvés à Nancy pour discuter entre adhérents de l'A.P.M.E.P. des 40 propositions sur le Collège (voir l'article de Jean Fromentin dans le B.G.V. n · 6).
Nous avons également pu examiner les 155 propositions de Monsieur Bayrou (qui ont depuis lors été discutées dans les établissements).

Voici quelques remarques faites lors de cette réunion :

★ La proposition de garder les « cours magistraux » pour des classes entières ou des regroupements de deux ou trois classes a disparu. Nous n'aurons pas, dans nos collèges, d'amphis pour regrouper nos élèves à la rentrée !

★ La notion « d'options valorisantes », dont on ne savait pas trop si c'était pour redynamiser les élèves en difficulté ou pour occuper les bons élèves qui s'ennuient, est remplacée par la création d'une option latin en cinquième.

★ Quel est le devenir des quatrièmes technologiques ? Que penser de l'horaire de mathématiques au collège ?

★ Le ministre propose. Qui financera ?

★ Que de nouveaux postes en perspective et d'emplois prévus... Dans les groupes de travail, personnes ressource, médiateur de l'Education Nationale, Ecole Supérieure de Cadres, Conseil Supérieur de la Formation... Est-ce un espoir de création d'emplois, de promotions, d'utilisation du bénévolat, ou la recherche de petits coins tranquilles pour certains ?

En partant de l'idée des champs disciplinaires universels (voir par exemple en première E.S. et en terminale L), puisqu'il est question de « socle fondamental », « d'apprentissages fondamentaux », les adhérents qui se sont réunis ce 11 mai proposent à l'A.P.M.E.P. la création d'un groupe travaillant sur :
★ Quels savoirs mathématiques sont nécessaires à ceux qui ne font pas de mathématiques « professionnellement » ;
★ Qu'appelle-t-on les « mathématiques du citoyen » ?

Lors du dernier bureau de notre régionale, nous avions décidé d'envoyer le compte-rendu ci-dessous à un adhérent de l'AP.M.E.P. de chaque lycée de l'académie pour diffusion. Ce dernier a été expédié le 18 avril 94.

Depuis, un projet de programme de mathématiques applicables à la rentrée 94 est arrivé dans chaque établissement pour toutes les terminales sauf pour l'enseignement scientifique en terminale L...

Ces programmes doivent être publiés au B.O. avant mi-juillet 94 ! Espérons qu'il n'y aura plus d'erreur telle que la caractérisation vectorielle d'un segment en spécialité math de la terminale S: III3 a) $MA = t\,AB$ $0< t < 1$....

Michèle Fabrégas
Michel Bardy
mandatés par le bureau
national de l'A.P.M.E.P.

Vous avez pu lire dans le dernier B.G.V. que comme chaque année l'inspection Générale de mathématiques organise des journées interacadémiques. Celles de notre regroupement ont eu lieu les 11 et 12 avril 94 à Colmar.

Nous y sommes allés soutenir les positions de l'A.P.M.E.P. et poser les questions préparées lors de la réunion du groupe de travail issue de la commission second cycle.

Nous pensions dans ce courrier vous donner beaucoup d'informations... Malheureusement, l'arrêté définissant les programmes de mathématiques de terminales est en attente de signature.

Tout le monde espère que les programmes écrits paraîtront au B.O. dans leur intégralité. Le Président National de notre association a écrit une fois de plus pour demander à Monsieur le Ministre de faire paraître rapidement ces programmes !

La rénovation des lycées nécessitait la réécriture des programmes de terminale. Juin 93, Monsieur le Ministre a commandé à l'Inspection Générale de Mathématiques la réécriture des programmes de terminales dans un cadre très strict. Le 16 septembre 93, un avant projet a été distribué à tous les partenaires institutionnels, dont les éditeurs. Mais ils n'ont été soumis à l'avis du C.S.E. qu'en mars 94. Nous disposons des derniers projets et vous pouvez vous les procurer à I1.R.E.M. de Lorraine au prix coûtant des photocopies : 15 F. Tout donne à penser qu'ils devraient, comme ceux de première, être transitoires!

Le programme de mathématiques de l'enseignement scientifique de série L n'est pas encore écrit. L'épreuve d'évaluation au baccalauréat de cet enseignement n'est pas encore définie. Nous avons rappelé que l'heure hebdomadaire n'est pas raisonnable, et souhaité que l'on incite à faire une autre répartition horaire. La concertation entre trois professeurs de matières scientifiques différentes risque d'être difficile !

Nous avons déploré une fois de plus la précipitation dans laquelle a été entreprise la réécriture de ces programmes qui, une fois de plus, vont être mis en œuvre sans expérimentation, sans document d'accompagnement.

Le G.T.D. de mathématiques a été réactivé depuis peu. Nous espérons qu'au sein de ce groupe va être entrepris une réflexion sérieuse qui tiendra compte de l'articulation avec les classes antérieures, postérieures et des objectifs de chacune des séries.

Lors de ces journées nous n'avons pu faire qu'une lecture rapide des programmes qui ont subi des modifications de détail et non de fond... Il n'empêche qu'une fois de plus les ouvrages scolaires arriveront dans nos mains avant les textes officiels ! Que nous sommes dans l'impossibilité de conseiller objectivement les élèves dans leur choix d'orientation. Les objectifs des enseignements dans chacune des séries sont connus par des rumeurs.

Ces programmes ne sont pas satisfaisants et Monsieur le Président du GTD proposera à ses collaborateurs une réflexion...

Nous avons précisé que toute notion ou toute approche de notion nécessaire à la poursuite d'études scientifiques doit être enseignée dans le programme obligatoire. Au sujet de la spécialité dans la série S, nous avons souhaité que son programme soit totalement disjoint de celui de la partie obligatoire. De plus, de nombreuses voix se sont élevées pour dire la lourdeur du programme envisagée pour cette spécialité. Il a été redit que le suivi de telle ou telle spécialité n'est officiellement pas pris en compte pour le recrutement de certaines filières post-bac. Cependant, s'il est clair qu'un élève ne peut passer au Bac qu'une et une seule spécialité; la possibilité de suivre un ou plusieurs de ces enseignements n'est pas évidente dans les textes.

Nous avons précisé que l'A.P.M.E.P. déplore que la lecture des textes officiels soit ambiguë et craint qu'ainsi se crée une disparité supplémentaire entre les établissements.

Rosaces (2)

Suite du numéro précédent

Bernard PARZYSZ

Il est un autre motif de rosace fréquent à la cathédrale de Metz, qui est celui que représente la *fig. 8* : il est constitué d'une ogive en tiers-point sur la base de laquelle s'appuient deux demi-cercles de même rayon, tangents chacun à l'un des côtés de l'ogive et tangents entre eux. Dans le « vide » restant est placé un cercle tangent à ces deux cercles, ainsi qu'aux côtés de l'ogive. Le problème, cette fois, est celui de la détermination de ce dernier cercle.

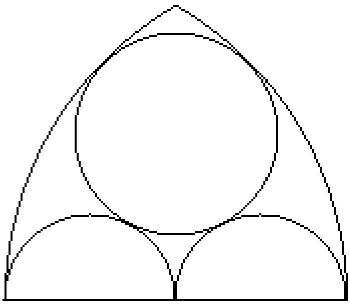


fig. 8

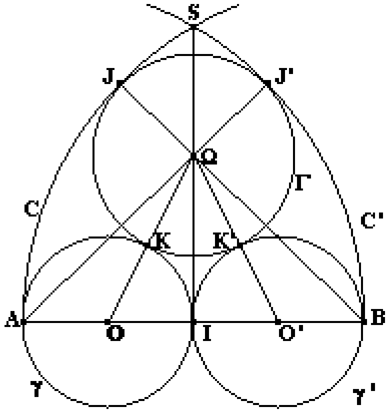


fig. 9

Pour fixer les idées (*fig. 9*), appelons :

[AB] le segment inférieur,

C et C' les cercles supports des côtés de l'ogive, de centres respectifs A et B, et passant respectivement par B et A,

γ et γ' les cercles supports des demi-cercles inférieurs, de centres respectifs O et O', passant respectivement par A et B et tangents entre eux en I, milieu de [AB],

S le sommet de l'ogive,

Γ le cercle cherché, tangent aux cercles C, C', γ et γ' respectivement aux points J, J', K et K'.

Ω le centre du cercle Γ et *r* son rayon.

Prenons OA comme unité de longueur. On a, d'après Pythagore :

$O\Omega^2 - OI^2 = B\Omega^2 - BI^2$ ($= I\Omega^2$), soit $(1 + r)^2 - 1^2 = (4 - r)^2 - 2^2$. D'où l'on tire $r = 6/5$.

Pour construire le point Ω, cherchons sa distance à des points particuliers de la figure. La relation ci-dessus nous fournit $I\Omega = 4\sqrt{6}/5$, d'où l'on déduit (Pythagore dans les triangles ΩIA et ΩIO) que $A\Omega = 14/5$ et $O\Omega = 11/5$.

On peut bien sûr, sans problème, obtenir à la règle et au compas un segment de longueur 14/5 ou 11/5 à partir de la donnée d'un segment unité (partage d'un segment en 5 parties égales), mais dans le cas qui nous occupe ici cette construction ne serait pas très élégante. Essayons donc autre chose.

On peut remarquer que l'on a $\Omega A + \Omega O = (14/5) + (11/5) = 5$, ce qui signifie que le point Ω appartient à une ellipse de foyers A et O. Cette ellipse passe par O', puisque $O'A + O'O = 3 + 2 = 5$. Mais, puisque $\Omega B = \Omega A$, on a également $\Omega B + \Omega O = 5$ ($= AB + AO$). Donc le point Ω appartient aussi à l'ellipse de foyers B et O passant par A.

Finalement, en tenant compte des symétries, on peut dire que le point Ω appartient à4 ellipses :

E_1 : ellipse de foyers A et O passant par O' ;

E_2 : ellipse de foyers B et O passant par A ;

E_3 : ellipse de foyers B et O' passant par O ;

E_4 : ellipse de foyers A et O' passant par B.

D'autre part, puisque Ω appartient également à la médiatrice (IS) de [AB], le tracé d'une seule de ces ellipses suffit (*fig. 10*).

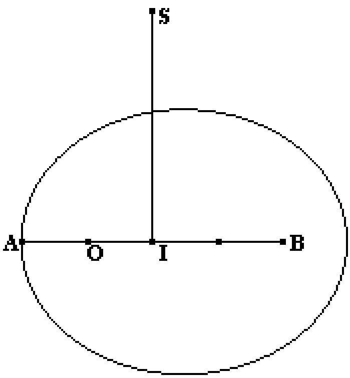


fig. 10

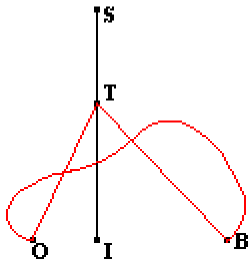


fig. 11

Le tracé au sol d'une telle ellipse était aisé pour les compagnons du Moyen-âge, grâce à la « méthode du cordeau ». Qui plus est, il n'était même pas nécessaire, dans le cas qui nous occupe ici, de tracer effectivement cette ellipse. Il suffisait, une fois fixées les extrémités d'une corde de longueur 5 aux points B et O (par exemple), de tendre cette corde à l'ide dune pointe à tracer se déplaçant sur (IS) de I vers S : la position de la pointe pour laquelle la corde était tendue donnait le point Ω cherché (*fig. 11*).

On peut à ce propos faire deux remarques :

a) Cette manœuvre constitue une application en acte du théorème des valeurs intermédiaires. En effet, si l'on appelle T la position de la pointe à tracer sur [IS], la somme des distances de T aux points B et O est une fonction f de la distance x = IT, continue (on a $f(x) = \sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+4}$), qui passe de la valeur 3 pour $x = 0$ (T en I) à la valeur $4 + \sqrt{13}$ pour $x = 2\sqrt{3}$ (T en S). Elle prend donc une fois –et une seule, puisqu'elle est strictement croissante– la valeur 5 sur l'intervalle $[0 ; 2\sqrt{3}]$.

b) Elle fournit, non seulement le centre du cercle Γ, mais aussi le point de contact K de ce cercle avec le cercle γ : c'est le point où ce dernier est coupé par la partie [OΩ] de la corde.

Pour résumer, disons que l'ensemble de la figure peut être construit entièrement à l'aide d'un cordeau sur lequel sont placés 6 nœuds (dont un à chaque extrémité) le partageant en 5 segments égaux. Nous noterons 0, 1, 2, 3, 4, 5 ces 6 nœuds (*fig. 12*).

fig. 12

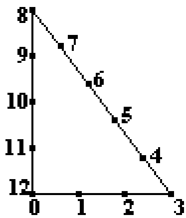


fig. 13

1° En tendant le cordeau, on détermine les points A (nœud 0), O (nœud 1), O' (nœud 3) et B (nœud 4).

2° On fixe le nœud 0 (extrémité du cordeau) en B, et on détermine le cercle C comme lieu du nœud 4 (cordeau tendu) ; symétriquement par rapport à (IS), on détermine le cercle C', ce qui fournit le point S et le segment [IS].

3° On fixe le nœud 0 en O, et on détermine de façon analogue le cercle γ comme lieu du nœud 1 ; symétriquement, on détermine le cercle γ'.

4° On fixe le nœud en O et le nœud 5 en B. Puis, selon la méthode indiquée plus haut, on détermine les points Ω et K.

Il ne reste plus alors qu'à tracer le cercle Γ cherché (cercle de centre Ω passant par K).

Est-ce là la procédure effectivement utilisée par les compagnons bâtisseurs ? Je l'ignore, mais pour l'imaginer j'ai songé à la « corde à 13 nœuds », héritée dit-on des anciens Égyptiens, et qui leur permettait entre autres, sans outillage encombrant de type équerre ou même compas, de déterminer ou de vérifier une perpendicularité, grâce à la construction d'un triangle 3-4-5 (le fameux « triangle égyptien »). L'objet utilisé est un cordeau divisé en 12 par 13 nœuds équidistants, en comptant les extrémités. Détaillons l'une des utilisations de cet instrument, en l'occurrence la suivante (nous numéroterons les nœuds de 0 à 12, de manière analogue à ce qui a été fait plus haut.

Il s'agit de déterminer la perpendiculaire à une droite donnée Δ en un point donné A de cette droite. Pour cela :

1° On fixe en A les deux extrémités du cordeau (nœuds 0 et 12), et on tend celui-ci le long de Δ.

2° On fixe alors le nœud 3 au point B où il se trouve.

3° Il suffit alors de saisir le cordeau par le nœud 8 et de le tendre (*fig. 13*) ; le point C où se situe alors ce nœud est tel que la droite (AC) est perpendiculaire à Δ.

On le voit, les utilisations des deux cordeaux sont très similaires. Il s'agit dans les deux cas de tendre le cordeau, après fixation de certains nœuds en des points déterminés. La méthode décrite plus haut pour la construction de la rosace n'est bien sûr qu'une conjecture, mais cette façon de procéder est, me semble-t-il, bien dans l'esprit des bâtisseurs de l'époque.

Si vous vous intéressez à l'histoire des maths

L'IREM de Lorraine met, en place, à la rentrée prochaine, un groupe de recherche sur l'histoire et l'épistémologie des mathématiques. Ce groupe se propose d'étudier la genèse et l'évolution de quelques objets mathématiques (concepts ou outils), ainsi que de leur enseignement, dans le but de mettre en évidence les difficultés qui les ont accompagnées. Ceci devrait - dans une certaine mesure - permettre de comprendre certaines des difficultés rencontrées par les élèves dans l'appropriation de ces objets, et d'envisager des moyens de les surmonter.

Le groupe sera constitué d'enseignants de tous ordres d'enseignement et se réunira une fois par mois, le vendredi après-midi, à l'IREM. Si vous désirez y participer, faites-vous connaître auprès de B. Parzysz, IREM Université de Nancy 1. BP 239. 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex.

TEXAS DERIVE-T-IL LES FONCTIONS ?

Par Jacques VERDIER

Dans la publicité des T.I.81, T.I.82 et autres T.I.85, vous pouvez lire « Tracé des fonctions dérivées ». Est-ce à dire que ces calculatrices sont capables de déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée ? Il n'en est rien (la calcul formel n'est pas encore intégré à ces calculatrices bon marché...) ; la seule possibilité est le calcul approché du nombre dérivé d'une fonction donnée, en un point x_0 donné, par la méthode dite de la « dérivée symétrique ».

§1. La « dérivée symétrique »

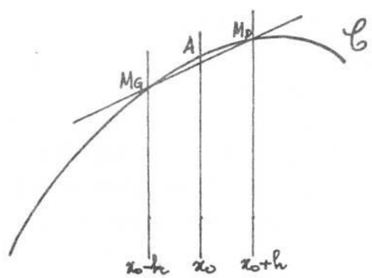
On a l'habitude de la définition suivante :
La fonction f est dérivable en x_0 si, et seulement si, elle est définie dans un voisinage de x_0, et si $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ existe (et est finie). On note $f'(x_0)$ cette limite.
Définition équivalente : $f(x_0+h) = f(x_0) + a.h + h.\varepsilon(x_0,h)$, avec lim $\varepsilon(x_0,h)$ = lorsque $h\to 0$.
On a alors $a = f'(x_0)$.

> On appelle dérivée symétrique de f en x_0 la limite en 0 (si elle existe et si elle est finie) de
> $$\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}$$

<u>Interprétation graphique</u> :

Soit (***C***) la courbe d'équation $y = f(x)$, et les points A, M_G et M_D d'abscisses respectives x_0, x_0-h et x_0+h. La dérivée symétrique est la limite de la pente de la droite M_GM_D quand $h\to 0$.

Remarque : dans le cas d'une fonction polynôme du second degré, $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, on démontre aisément que la droite M_GM_D est parallèle à la tangente en A, quelle que soit la valeur de h.



§2. Lien entre la dérivée "classique" et la dérivée symétrique

On peut démontrer le théorème suivant :

> Si f est dérivable en x_0 (au sens "classique), alors la dérivée symétrique existe et vaut $f'(x_0)$.

La réciproque est fausse.

Démonstration du théorème : il suffit de calculer $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}$ en utilisant $f(x_0+h) = f(x_0) + a.h + h.\varepsilon(x_0,h)$.

La réciproque est évidemment fausse : une fonction comme $f(x) = |x|$ n'est pas dérivable en $x_0 = 0$, et pourtant $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}$ existe (et vaut $2h$).

§3. Pourquoi ce choix de la dérivée symétrique ?

Si on utilise le développement limité de f en x_0, on a :

$$f(x_0+h) = f(x_0) + a.h + b.h^2 + c.h^3 + \ldots$$

et

$$f(x_0-h) = f(x_0) - a.h + b.h^2 - c.h^3 + \ldots$$

d'où : $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = a + bh + ch^2 + \ldots$

alors $\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h} = a + ch^2 + \ldots$

Pour h « petit », le premier quotient vaut environ $f'(x_0) + bh$ (en première approximation), alors que le second vaut environ $f'(x_0) + ch^2$:

L'erreur commise avec la dérivée symétrique est en h^2, alors que l'erreur commise avec la forme "classique" est en h.

D'où, en utilisant cette forme « symétrique », une bien meilleure précision pour le calcul approché de $f'(x_0)$.

§4. La syntaxe sur les machines

<u>Sur la T.I.81</u> la syntaxe est NDeriv(fonction,h).

exemple 1 : NDeriv(x^3-x+1,1E-6) calcule une valeur approchée du nombre dérivé de la fonction $f(x) = x^3-x+1$, au point dont l'abscisse x_0 est rangée en mémoire X, avec $h = 10^{-6}$, selon l'expression donnée au §l.

exemple 2 : NDeriv(Y1,H) calcule une valeur approchée du nombre dérivé de la fonction stockée en Y1 , avec pour h valeur stockée en H.

<u>Sur la T.I.82/83</u> la syntaxe est nDeriv(fonction,variable,valeur,h) ou bien nDeriv(fonction,variable,valeur) ; dans le second cas, $h = 10^{-3}$ par défaut.

exemple 1 : nDeriv(X^3-X+1,X,5,1E-6) calcule une valeur approchée du nombre dérivé de la fonction $f(x) = x^3-x+1$, par rapport à la variable x, au point d'abscisse $x = 5$, avec $h = 10^{-6}$.

exemple 2 : nDeriv(3A^{2}V-A/2V,A,S) calcule une valeur approché du nombre dérivé (par rapport à la variable a) de la fonction à deux variables $f(a,v) = 3a^2v - \frac{a}{2v}$, pour la valeur a_0 stockée en S de cette variable a, avec $h = 10^{-3}$ (par défaut).

Bien entendu, nDeriv(X^3-X+1,X,X) correspond à une fonction (et peut être stockée en Yi), qui associe le nombre dérivé à chaque valeur prise par la variable X ... ce qu'on a coutume d'appeler fonction dérivée.
C'est cette fonction qui permet de « tracer la fonction dérivée ».

§5. Augmenter la précision en augmentant *h* ?

Le mode d'emploi de la T.I.81 (page 2-7) précise : « ***A mesure que h diminue, l'approximation devient plus précise*** ». Nous allons montrer sur un exemple que, contrairement à l'intuition, cette affirmation est fallacieuse.

Prenons par exemple $f(x) = Atg\left(\frac{x}{1+x^2}\right)$ [Atg est la fonction 'Arc tangente'] dont la dérivée est $f'(x) = \frac{1-x^2}{x^2+(1+x^2)^2}$.

Au point $x_0 = \frac{1}{2}$, on a $f'(x0) = \frac{11}{29} \approx 0,41379310344828$.

Sur une T.I.81 on peut calculer (avec une précision de 10^{-13}) les valeurs de $f(x_0+h)$, $f(x_0-h)$, $d = f(x_0+h) - f(x_0-h)$ et $a = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$ (c'est le nombre donné par nDeriv), pour des valeurs de h de plus en plus petites.

On obtient le tableau suivant :

h	$f(x_0+h)$	$f(x_0-h)$	d	a
10^{-1}	0,4154920959408	0,3320594675429	0,0834326283979	0,4171631419895
10^{-2}	0,3845771148209	0,3763005666629	0,0082765481580	0,4138274079
10^{-3}	0,3809194951727	0,3800919082796	0,0008275868931	0,41379344655
10^{-4}	0,3805747496692	0,3804649910478	0,0000827586214	0,413793107
10^{-5}	0,3805105149759	0,3805022391138	0,0000087258621	0,413793105
10^{-6}	0,3805067909048	0,3805059631860	0,0000008275862	0,4137931
10^{-7}	0,3805064184917	0,3805063357330	0,0000000827587	0,4137935
10^{-8}	0,3805063812503	0,3805063729744	0,0000000082759	0,413795
10^{-9}	0,3805063775261	0,3805063766986	0,0000000008275	0,41375
10^{-10}	0,3805063771537	0,3805063770710	0,0000000000827	0,4135
10^{-11}	0,3805063771165	0,3805063771082	0,0000000000083	0,415
10^{-12}	0,3805063771128	0,3805063771119	0,0000000000009	0,45
10^{-13}	0,3805063771124	0,3805063771123	0,0000000000001	0,5
10^{-14}	0,3805063771124	0,3805063771124	0	0

On constate que (au moins à partir d'un certain rang) plus h est petit, plus la différence d s'approche de 0 et (la machine ne travaillant qu'avec 13 chiffres significatifs) plus la valeur calculée a s'éloigne de $f'(1/2) = 12/29$. C'est ce qu'on appelle les « effets de bord » : **on n'a donc pas du tout intérêt à prendre *h* trop petit**. Dans l'exemple ci-dessus, la meilleure valeur approchée a été obtenue pour $h = 10^{-5}$.

Pour travailler cela avec des élèves de première, on pourrait prendre un exemple plus simple : calcul de $f'(x_0)$ pour $f(x) = x^2$ au point $x_0 = 1/6$ (la valeur exacte étant 1/3).

L'instruction nDeriv(X^2,X,1/6,H) sur T.I.82/83 donnera zéro à partir de $h = 10^{-15}$. Dans ce dernier exemple, cependant, les premières valeurs calculées sont très précises : voir remarque à la fin du §l.

§6. Les « pièges » de nDeriv

Outre les effets de bord signalés ci-dessus, les difficultés d'utilisation viennent du fait que la réciproque du théorème énoncé au §2 est fausse.

En effet, si on calcule à la machine nDeriv(1/X,X,0) on obtiendra 1 000 000.
Explication : soit $f(x) = 1/x$, et $h = 10^{-3}$; $f(x_0 + h) - f(x_0 - h) = 10^{-3} - (-10^{-3})$, ce qui donne $a = 10^{-6}$. De là à conclure que la dérivée en 0 de $1/x$ vaut 1 000 000 (ou même qu'elle est infinie), il y a un pas qui sera vite franchi par les élèves.

Cela montre qu'il faudra « travailler » ce sujet en classe, au moins dans les sections scientifiques. Pour que les élèves n'aient plus une confiance aveugle en leur calculatrice, il faut qu'ils disposent de référents théoriques leur permettant de dire « Ce que ma calculatrice affiche actuellement est aberrant, pour telle et telle raison ».

L'idée de cet article m'est venue parce que j'avais donné en exercice à mes élèves de 1ère S l'énoncé suivant, extrait du manuel Terracher (Hachette) :

> 47 Représenter graphiquement la fonction f :
>
> $f(x) = \dfrac{-2x}{x+1}$ sur l'intervalle]-1 ; +∞[, et tracer la tangente à l'origine. En déduire la courbe représentative de $x \to |f(x)|$ en précisant les demi-tangentes à l'origine.

et après que certains de ces élèves, heureux possesseurs d'une TI-82, avaient trouvé comme pente de la tangente à l'origine (pour $y = |f(x)|$) la valeur $a = -0{,}002$. Ce résultat m'a intrigué, et j'ai voulu comprendre d'où il « sortait ».

Bibliographie

Manuels d'utilisation de TI-81, TI-82, TI-83, *voir annexe ci-dessous*.
Cours de mathématiques de DEUG B, par Yvon NOUAZÉ (Université de Montpellier II), 1992.
Revue Repères-IREM n° 21. Mathématiques et calculatrices en DEUG B 1ère année (par Yvon Nouazé).

LU AU B.O.

Au B.O. du 02/06 : Quelques précisions en ce qui concerne les modules au lycée : « ***Toute organisation figée constitue une entrave par rapport à ce qu'on peut attendre des modules***. (...) ***Il serait regrettable que l'on constitue les groupes d'élèves une fois pour toutes sur l'année, ou, en première, que l'on attribue la deuxième heure à une seule discipline*** ».

Même B.O., en ce qui concerne les terminales : « ***Les élèves ne peuvent suivre <u>qu'un seul</u> enseignement de spécialité*** ».

En ce qui concerne l'enseignement de spécialité, la commission chargée de la réforme des programmes des classes préparatoires a reçu comme instructions de ne les "baser" que sur l'enseignement obligatoire, et pas sur les contenus de telle ou telle spécialité.

Les nouveaux programmes des classes de terminales devraient paraître au B.O. du 16/06 (ou, au pire, du 23/06) : guettez leur arrivée !

ANALYSE DES SUJETS D'EXAMEN

Comme les années précédentes, vous pouvez nous aider à faire l'analyse des sujets de baccalauréat et de brevet, grâce à la grille qui paraitra dans le prochain BGV (ou celle parue dans le Petit Vert n° 30 page 4).

La Régionale organise le samedi 2 juillet à 9 heures à l'IREM une réunion pour élaborer une synthèse.

Si vous ne pouvez pas participer à cette réunion du 2 juillet, envoyez vos contributions de façon qu'elles arrivent à temps à A.M.E.P./I.R.E.M., B.P.239, 54506-VANDOUVRE CEDEX, ou faxez-les au 83.91.25.73. Merci.

LU POUR VOUS

J.-C. DEMOLY et M.-H. MUNIER, **MATHÉMATIQUES EN PERSPECTIVES : SEQUENCES PEDAGOGIQUES**. Préface de Ph. Meirieu. C.R.D.P. de Lorraine, collection « Fenêtre Active », 1994, 168 pages, 75 F.

On entend de plus en plus parler de « mathématique du citoyen » (ce que l'honnête homme - maintenant du XXI^e siècle - doit absolument savoir). C'est bien sûr au Collège que les apprentissages correspondants doivent avoir lieu : être capable, par exemple, de représenter sur une feuille de papier un « objet » ... ou être capable de déterminer quelles sont les caractéristiques d'un objet que quelqu'un a représenté sur cette même feuille ; associer des « indicateurs statistiques » et des représentations graphiques de données aux questions auxquelles ils (elles) permettent de répondre.

Je l'ai dit, c'est au Collège de mettre en place ces apprentissages, et c'est au professeur de mathématiques (entre autres) qu'on les a dévolus. Il ne s'agit donc pas de faire comme si... comme si c'était aux parents de s'occuper de cette tâche, ou au professeur de géographie... ou, pire, comme si ce devait être inné.

Les représentations de l'espace, les statistiques, etc., ça s'apprend. Ça s'apprend, cela veut dire que l'enseignant doit mettre en place une séquence pédagogique : quels sont les objectifs, et comment va-t-on pouvoir évaluer s'ils sont atteints ; une fois cela établi, quelle stratégie, quelles activités va-t-on mettre en œuvre ; et si les objectifs ne sont pas atteints par tous, comment y remédier ?

Marie-Hélène MUNIER et Jean-Claude DEMOLY répondent, dans ce livre, à toutes ces questions. De façon très claire, et sans éluder les problèmes. En présentant les tâches que devront réaliser les élèves, et en analysant finement le « pourquoi » des choses.

En espérant que, après lecture, en ce qui concerne les représentations de l'espace, la gestion des données, les statistiques descriptives, les professeurs ne remettront plus au quatrième trimestre ce qu'ils pourraient aborder dès le début de l'année.

Jacques VERDIER

INSCRIPTION

AUX JOURNEES NATIONALES

Pour vous inscrire aux Journées Nationales de BREST/LOCTUDY des 13 au 16 octobre 94, utilisez la fiche d'inscription qui paraîtra dans le "gros" bulletin vert début juillet.

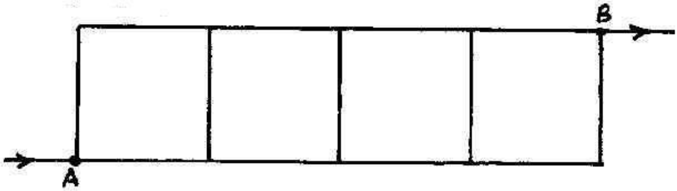
Faites aussitôt parvenir à Michèle FABREGAS (par courrier : 4 rue de Foës, 57070-METZ) vos coordonnées : nom, prénom, établissement d'exercice, n° INSEE et, si vous le connaissez, n° de formation (8 chiffres + 1 lettre). Elle vous inscrira alors au stage P.A.F. codé 94YCA351V, selon la procédure du « public désigné ».
Vous recevrez, début octobre, un ordre de mission sans frais : c'est à dire que vous serez couvert pour votre absence et pour un éventuel accident de travail, mais que le Rectorat ne vous remboursera ni voyage ni hébergement.

Par ailleurs, vous verrez que l'on passe à LOCTUDY deux nuits (14/15 et 15/16) : les logements se font en bungalows de six places. Mais si six personnes se regroupent pour loger dans le même bungalow, elles ne paieront que pour quatre.
Deux possibilités alors : soit vous vous regroupez par six, et vous envoyez directement vos inscriptions à Brest (les 6 dans le même courrier), soit vous "confiez" ce regroupement à la Régionale, en écrivant dès réception de ce Petit Vert à Michèle FABREGAS (adresse ci-dessus), et en précisant vos coordonnées téléphoniques ; elle fera du mieux qu'elle pourra et vous recontactera.

Problème du trimestre, n°38 (juin 1994)

proposé par André VIRICEL, de VILLERS-LES-NANCY

Un conducteur électrique AB est formé de 4 mailles carrées assemblées pour former une sorte d'échelle (voir schéma ci-dessous). Chacun des côtés du carré a une résistance de 1 Ω (un ohm).
Quelle est la résistance équivalente à l'ensemble ?
Peut-on généraliser pour *n* mailles ?



Envoyez vos solutions à Bernard PARZYSZ, 3 rue Marie Sautet, 57000-METZ, ainsi que toute proposition de problème pour les numéros ultérieurs.

Solution du problème n°37 (mars 1994)

Construction d'une mosquée.

Connaissant la longitude et la latitude de NANCY (6° est et 49° nord, à 1° près) et celles de LA MECQUE (40° est et 22° nord), comment doit-on construire une mosquée de façon à bien orienter le mihrab vers La Mecque (en d'autres termes, quel angle doit-il faire avec le méridien local) ?

Solution proposée par André **VIRICEL**. Sa réponse est en fait « double » : il propose non seulement une solution par la trigonométrie sphérique (méthode qui vient immédiatement à l'esprit), mais également une solution par la géométrie descriptive.

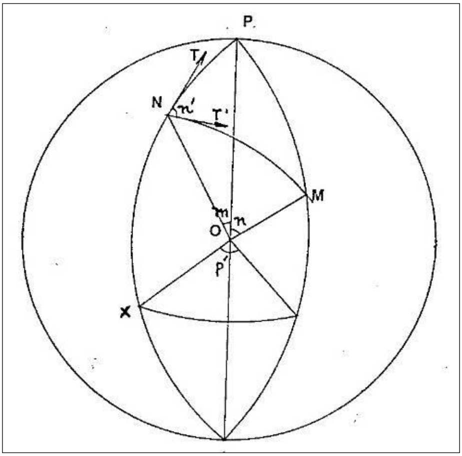
Première solution (trigonométrie sphérique) :

<u>Notations</u> : Appelons *M* (La Mecque), *N* (Nancy), *P* (pôle Nord) et *O* (centre de la Terre) les points dont nous aurons besoin, et appelons *X* l'intersection du méridien de Nancy avec l'équateur.
Posons $\vec{i} = \overrightarrow{OX}, \vec{k} = \overrightarrow{OP}, \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{i}$ et considérons le repère $R = (O\,; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ [*voir figure ci-après*].

Enfin appelons, dans le triangle sphérique *MNP* :

- *p* la mesure de l'arc MN ("côté" du triangle) ;
- *p*' la mesure de l'angle dièdre des plans (*MOP*) et (*NOP*).

Nous définissons de même *m*, *m'*, *n* et *n'*.



Le problème consiste donc à déterminer *n'*.

Dans le repère *R* nous avons : *N*(sin *m*, 0, cos *m*) et *M*(sin *n*.cos *p'*, sin *n*.sin *p'*, cos *n*).

Nous en déduisons :

$\cos p = \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON} = \sin m.\sin n.\cos p' + \cos m.\cos n$ (1).

Considérons maintenant le repère *R'* déduit de *R* par la rotation d'axe $(O;\vec{j})$ transformant *P* en *N* (donc d'angle *m*). Posons $R' = (O;\vec{u},\vec{v},\vec{w})$; nous aurons bien sûr $\vec{v} = \vec{j}, \vec{w} = \overrightarrow{ON}$ et $\vec{u} = \vec{v} \wedge \vec{w} = \vec{j} \wedge \overrightarrow{ON}$. Dans le repère *R'* les coordonnées du point M sont *M*(-sin *p*. cos *n'*, sin *p*. sin *n'*, cos *p*).

Or, la deuxième coordonnée de *M* est la même dans les deux repères, ce qui nous donne sin *n*. sin *p'* = sin *p*. sin *n'* (2).

Données numériques : $m = 41°$, $n = 68°$, $p' = 34°$. De (1) on tire $\cos p \approx 0{,}78701$, d'où $\sin p \approx 0{,}61694$. En reportant dans (2) on obtient $\sin n' \approx 0{,}84040$, d'où finalement $n' \approx 122{,}82°$ (car c'est un angle obtus).

Seconde solution (géométrie descriptive) :

Nous conservons ici les notations précédentes. D'autre part, nous utiliserons la convention (usuelle) suivante : un point de l'espace étant désigné par une lettre majuscule,

- son projeté horizontal sera désigné par la même lettre, minuscule ;
- son projeté frontal sera désigné par la même lettre, minuscule et primée (fig. 1).

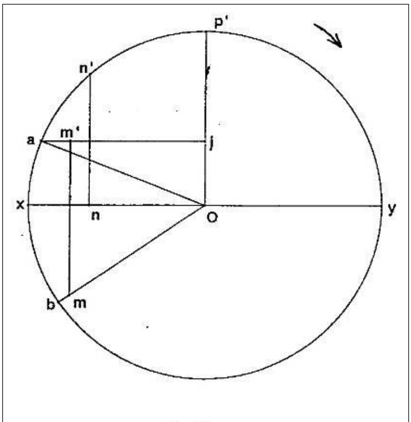


fig.1

Appelons (*xy*) la ligne de terre. Prenons comme plan horizontal le plan équatorial, et comme plan frontal le plan du méridien de Nancy. Alors, le projeté horizontal de l'équateur et le projeté frontal du méridien de Nancy ont pour support commun, sur l'épure, un même cercle (C) de centre O. Ce cercle est orienté dans le sens rétrograde, à partir de x

1- ***Epures de N et de P*** : Ces points sont dans le plan frontal, donc leurs projetés horizontaux n et p sont sur (xy). De plus, p est en O et $p' \in (C)$, et n' est défini par $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{On}) = 49°$.

2- ***Epure de M*** :

a) Projeté frontal du parallèle de M : soit a le point de (C) défini par $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OA}) = 22°$. Le projeté frontal du parallèle de M (sur lequel se trouve m') est un segment parallèle à (xy) passant par a. (Remarque : soit j le point où ce segment coupe (OP) ; le rayon du parallèle de M est égal à aj.)

b) Projeté horizontal du méridien de M : soit b le point de (C) défini par $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OB}) = -34°$; le projeté horizontal du méridien de M est le segment [Ob].

c) Projeté horizontal de M : on a $m \in [Ob]$; d'autre part, m se trouve à une distance de O égale à aj, ce qui détermine ce point.

d) Projeté frontal de M : il suffit maintenant de "relever" m sur [aj] : la perpendiculaire à (xy) passant par m coupe [aj] au point m' cherché.

3- <u>Remarque</u> : l'angle que l'on cherche à évaluer est l'angle des tangentes au méridien de N et au grand cercle passant par M et N. Ces deux tangentes étant perpendiculaires à (ON), l'angle cherché se projettera en vraie grandeur sur le plan perpendiculaire en O à (ON). D'où l'idée de prendre ce plan comme nouveau plan horizontal.

4- Changement de plan horizontal : La nouvelle ligne de terre ($x'y'$) est donc la perpendiculaire en O à (On') :

Le plan frontal étant conservé, les projetés frontaux le sont aussi ; de plus, les éloignements (distances "algébriques" au plan frontal) sont eux aussi conservés.

a) Projeté horizontal de N : c'est bien sûr O.

b) Projeté horizontal de M : ce point m_1, est situé :
   -sur la perpendiculaire en m' à ($x'y'$)
   -à la distance im de ($x'y'$) (i étant le projeté de m sur (xy). D'où la construction de m_1.

c) Projeté horizontal de P : de même que ci-dessus, ce point p_1 se trouve sur la perpendiculaire à ($x'y'$) passant par p', et également sur ($x'y'$) (car l'éloignement de P reste nul). Le point p_1 est donc le projeté de p' sur ($x'y'$).

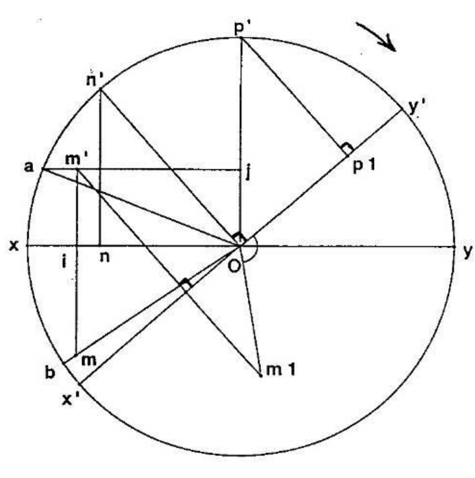


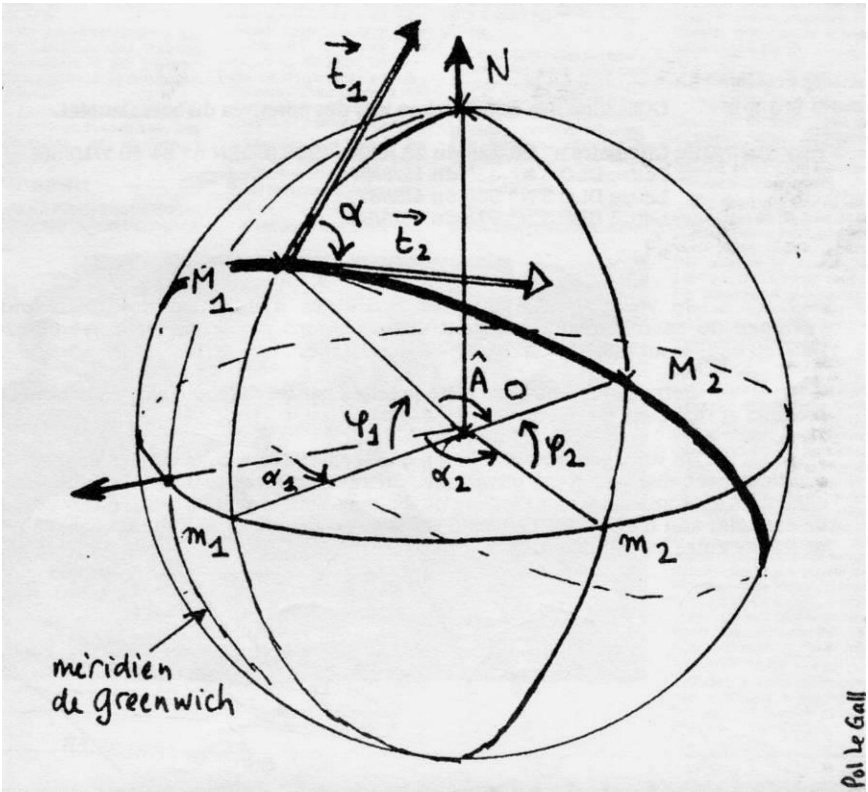
fig. 2

L'angle cherché est donc $(\overrightarrow{Op_1}, \overrightarrow{Om_1})$, qu'il ne reste plus qu'à évaluer. On trouve environ 122° (Cabri-Géomètre dixit), ce qui - à la précision du logiciel près - confirme le résultat trouvé dans l'autre solution.

★★ ★ ★ ★

Dernière heure : nous avons également reçu deux nouvelles solutions, l'une de Pol **LE GALL** (Lycée de ROMBAS) et l'autre de Jérôme **CARDOT** (collège de SAINT-MIHIEL), assez semblables à la première solution d'André VIRICEL.

Jérôme CARDOT précise que, pour le pèlerin qui se rend à La Mecque par le plus court chemin (c'est à dire un grand cercle de la Terre), l'angle α n'est pas constant ; il se peut qu'il doive partir vers le nord-est puis, lors de son voyage, obliquer vers l'est et enfin vers le sud-est.
Les courbes décrites à α constant joignent les pôles : au voisinage de ceux-ci, elles s'enroulent en spirale.



Est Républicain
23-03-94

RAON-L'ETA

la Déodatie

Svetlana Syssoeva au pays de Sadoul

Elle vient de Sibérie découvrir le système éducatif français, dans le cadre d'un projet de coopération internationale.

L'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public a défini un projet de coopération internationale avec l'association russe des professeurs de mathématiques.

Ce projet est soutenu par le ministère des Affaires étrangères et par l'inspection générale de mathématiques.

Le premier volet vient de s'ouvrir en France avec une vingtaine de formateurs russes.

Comparer

Au LPR de Raon-l'Etape, Mme Marie-José Baliviera a accueilli Mme Svetlana Syssoeva.

« Ce stage a pour but d'observer notre système scolaire éducatif, explique Mme Baliviera. De retour chez eux, nos collègues compareront les deux systèmes. Pour eux la grande nouveauté concerne les examens. En effet, en Russie, ils ne passent que des concours. Pour entrer à l'Université, les étudiants sont obligés de passer des tests ».

Pendant leur séjour, les visiteurs sont invités dans les établissements scolaires, de la maternelle à l'université.

C'est ainsi que Mme Syssoeva est allée au LPR de Raon. Elle est également allée à l'école primaire du Joli Bois, puis au lycée technique d'Epinal. Elle terminera à l'école maternelle d'Hurbache. En Russie, il n'y a que des jardins d'enfants.

Le contact entre les enseignants des deux pays permet de mieux comprendre que le système éducatif russe connait actuellement de grands bouleversements. Les échanges offriront la possibilité aux visiteurs de voir ce qui est applicable dans leur pays.

Mme Syssoeva est l'invitée de Mme Baliviera, domiciliée à Allarmont, un village qui mérite lui aussi d'être découvert. Les deux professeurs ont visité également Baccarat, l'imagerie d'Epinal, Strasbourg, Nancy et l'école d'horticulture de Roville. Avant de retourner en Russie, deux jours seront consacrés à Paris.

Au fond de la Sibérie

« Mon invitée est très chaleureuse et très ouverte, constate Mme Baliviera. Malgré le problème de la langue, nous nous sommes très bien comprises ».

Elle explique que sa collègue vient du fin fond de la Sibérie, Magadam exactement. Une région quatre fois comme la France, à 7.000 km de Moscou. Tout y est transporté par avion. C'est un *« coin »* très apprécié pour son saumon, son or et ses fourrures.

« Magadam est une région qui ressemble à la vôtre, la mer en plus, dit Svetlana. Ici, ajoute-t-elle, vous avez la chance d'avoir fleurs, fruits et légumes. Chez nous, l'hiver dure neuf mois. En décembre, le jour ne dure que quatre heures. Nous n'avons pas de printemps ni d'automne, nous passons de l'hiver à l'été et la température passe de moins trente à plus vingt degrés. Ici je me régale de légumes et de fruits. Ils sont si chers chez nous ! Je suis ravie de cet échange au cours duquel j'aurai pu réaliser mon rêve : admirer Notre-Dame de Paris ! »

Quant à Mme Baliviera, elle se rendra à Magadam lors des prochaines vacances de la Toussaint.

Mme Syssoeva (à gauche) avec ses collègues raonnais.

SOMMAIRE

LE PETIT VERT n° 38
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt legal : 1994
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 500 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)