Didier RACH
Professeur-stagiaire
au collège La Louvière, 57-MARLY

PUISSANCES

Cette activité a été réalisée en décembre 1995. Didier RACH, qui était alors professeur stagiaire (en seconde année d'I.U.F.M.) a introduit, autant que le lui permettait le programme, de petits travaux autour de la calculatrice. La classe qui lui était confiée était une quatrième de 26 élèves, et utilisait le manuel Pythagore (Hatier). Il rend compte ici d'une des séquences qu'il a mises en place.
Les questions posées aux élèves sont en retrait, avec double barre à gauche.

Objectifs de la séquence : savoir utiliser sa calculatrice dans le calcul, et notamment les touches $\boxed{x^y}$ ou $\boxed{y^x}$, $\boxed{1/x}$ ou $\boxed{x^{-1}}$, $\boxed{\text{EXP}}$ ou $\boxed{\text{EE}}$.

Déroulement de la séquence : par groupes de quatre (ou 5 maximum), avec au moins une calculatrice "scientifique" pour deux élèves.

INVERSES

1°) a) Compléter le tableau suivant :

	x	2	-5	0,1	1000
en utilisant la touche $\boxed{1/x}$ →	$\frac{1}{x}$				
en utilisant la touche $\boxed{x^y}$ →	x^{-1}				

Remarque : sur certaines machines, $\boxed{1/x}$ est remplacée par $\boxed{x^{-1}}$

Commentaire : Il s'agissait de vérifier si la définition donnée dans le cours des puissances à exposant négatif, à savoir : *Si n est un entier **positif**, a^{-n} est l'**inverse** de a^n, et*

$$\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}$$

Les élèves ont bien constaté en remplissant le tableau que l'on trouvait la même chose.

> b) Calculer **de trois façons différentes** 8^{-1}. Ecrire la suite des touches utilisées.

Commentaire :
On trouve 0,125. J'attendais les séquences de touches suivantes :

première façon : $\boxed{8}$, $\boxed{1/x}$ ou $\boxed{x^{-1}}$, $\boxed{=}$ ou $\boxed{\text{EXE}}$

deuxième façon :. $\boxed{8}$, $\boxed{x^y}$ ou $\boxed{y^x}$, $\boxed{+/-}$ ou $\boxed{(-)}$, $\boxed{1}$, $\boxed{=}$ ou $\boxed{\text{EXE}}$. Voir a) ci-dessus.

troisième façon :. $\boxed{1}$, $\boxed{}$, $\boxed{8}$, $\boxed{=}$.

Tous les groupes sauf un ont donné les trois méthodes, car, « $\boxed{1}$, $\boxed{}$, $\boxed{8}$, $\boxed{=}$ c'est évident" ». Un élève par groupe est allé écrire au tableau la suite des touches utilisées. J'ai donné les touches équivalentes pour les autres machines.

PUISSANCES DE 10

Il s'agissait d'introduire l'utilisation de la touche $\boxed{\text{EE}}$ ou $\boxed{\text{EXP}}$ sur certaines machines.

> 2°) a) Quelle touche (unique) $\boxed{?}$ de votre calculatrice permet de calculer $3x10^5$ en tapant : $\boxed{3}$ $\boxed{?}$ $\boxed{5}$? Cherche.

Commentaire : Avec un peu de mal, tous les élèves (sauf ceux qui possèdent une calculatrice à 16 touches !) parviennent à identifier $\boxed{\text{EE}}$ ou $\boxed{\text{EXP}}$; ceux qui étaient vraiment perdus avaient demandé mon aide.

> b) Calculer, à l'aide de cette touche, $2x10^{-5}$; $-3x10^2$; $-5x10^{-3}$; $10x10^3$; $10x10^{-1}$.

Commentaire : Pas de problème particulier, si ce n'est de taper par exemple : $\boxed{2}$ $\boxed{x}$ $\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\text{EXP}}\boxed{(-)}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{EXE}}$ et de confondre $\boxed{\text{EE}}$ avec $\boxed{x^y}$, auquel cas, on se trompe d'un zéro (car c'est ici $20x10^{-5}$ et non pas $2x10^{-5}$ que l'on calcule).

Je mets en évidence la côté pratique de cette touche, à ne pas confondre avec $\boxed{x^y}$, en écrivant au tableau la suite de touches utilisées jusqu'ici :

..... $\boxed{x}$ $\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{x^y}$ ..... $\boxed{=}$ ..... $\boxed{EE}$ ..... $\boxed{=}$ on "gagne" trois touches.

c) Sans utiliser la calculatrice, deviner le résultat affiché dans les deux ces suivants :

$\boxed{2}$ $\boxed{EE}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

$\boxed{2}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

Vérifier ensuite sur la calculatrice.

Commentaire : On trouve respectivement 2000 et 8.

J'écris au tableau :

Paul dit : «En tapant 10 $\boxed{EE}$ 4, on obtient 10 000»

Virginie dit : «En tapant 1 $\boxed{EE}$ 4, on obtient 10 000»

Qui a raison ?

Commentaire : Les élèves ont, dans l'ensemble, bien "deviné" les résultats 2000 et 8.

Quant à la question suivante, elle a soulevé plus de difficultés :
"C'est Paul ! - Non, c'est Virginie ! - Mais non, c'est Paul ! - Virginie !!"
... C'est Virginie, bien sûr. 10 $\boxed{EE}$ 4 signifie 10×10^4, donc 10^5, soit 100 000.

Il s'est avéré par la suite, après avoir vu la notation scientifique, que la plupart des élèves n'utilise plus cette touche, revenant à l'utilisation de $\boxed{x^y}$ qu'ils semblent connaître et préférer pour plus de sûreté.

LIMITES DE LA CALCULATRICE

3°) a) Calculer, en posant l'addition sur le papier :

(autant de '9' que de chiffres sur l'écran)

```
  9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
+                   3
=
```

Calculer maintenant la même chose à l'aide de votre calculatrice.
Combien trouve-t-on ?

Quel est le bon résultat ? Explications ?

Commentaire : Il s'agissait de montrer aux élèves que, dans certains cas, la calculatrice peut **afficher** des bêtises. Exemples :
Les élèves savent bien que 10000000002 est le bon résultat, car ils ont posé l'addition et sont certains de ne pas s'être trompés. Donc c'est la calculatrice "**qui se trompe**". Quant aux explications, elles sont bien vagues et hésitantes : "Le résultat est trop grand" ; "Je ne sais pas" : "La calculatrice ne peut pas afficher tous les chiffres"… Eh oui !
Nous avons vu que la calculatrice utilisait alors la notation scientifique.
Ainsi, **1.** $^{\mathbf{10}}$ (attention au point après le 1) signifie 1×10^{10} et non pas 1^{10}. Où est passé le 2 ?
En notation scientifique, 10000000002 s'écrit $1{,}0000000002 \times 10^{10}$, et il est évident que la calculatrice ne peut pas afficher ce nombre (trop long pour l'écran) ; elle en donne donc une "approximation".

b) Taper 72^{65}. Que remarque-t-on ?

Commentaire : On peut lire, suivant les modèles, **Error** ou **E.** ou **Ma.Error**
Les élèves constatent ici que pour calculer un très grand nombre (ils peuvent l'imaginer), la calculatrice est incapable de donner la moindre approximation, d'où différentes marges d'erreur.
On peut aussi leur faire remarquer que, pour la notation scientifique, la calculatrice dispose de trois "emplacements" pour l'exposant. Le premier est réservé au signe '**-**' ou '**+**', les deux suivants aux chiffres de cet exposant. Ainsi -99 est l'exposant minimum, et +99 l'exposant maximum.
On peut afficher 9.999999999 ^{99} (soit $9{,}999999999 \times 10^{99}$) ; au delà.....

c) Taper 10^{-100}. Que remarque-t-on ?

Commentaire : Tout le monde remarque que la machine se trompe à nouveau (elle répond '**0**'), car ils savent d'après le cours que $10^{-100} = 0{,}000000\cdots\cdots0001$ (cent zéros en tout).
Et les remarques faites vont dans le même sens que celles du b).

En conclusion, on ne peut pas se fier à sa calculatrice pour les très grands nombres et pour les très petits nombres (ceux que l'on ne peut pas afficher exactement) : on n'en a que des approximations à l'aide de la notation scientifique.