

LE PETIT VERT

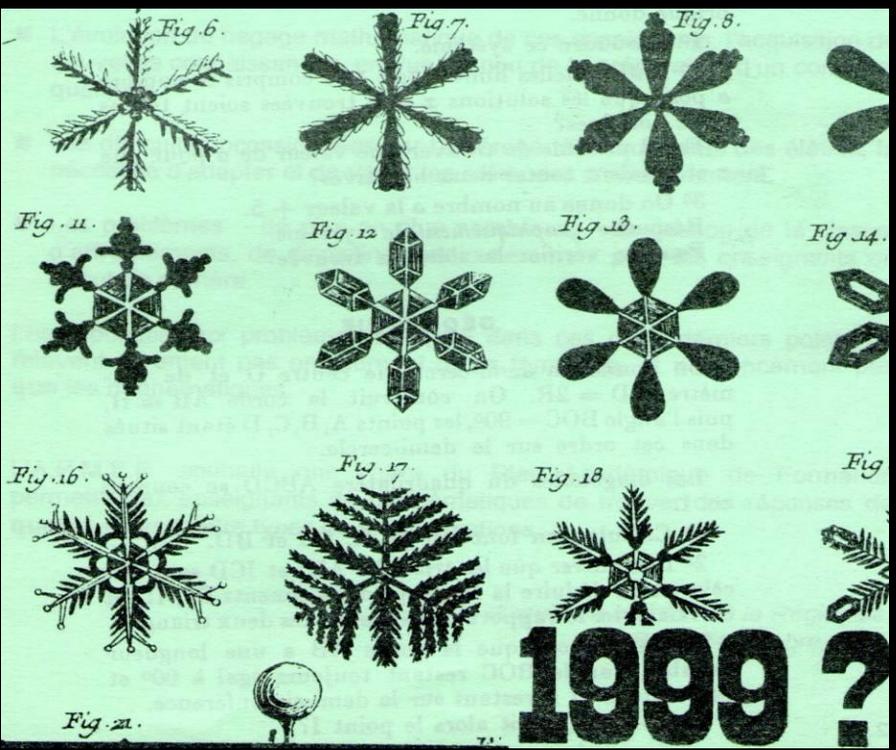
ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 48

DÉCEMBRE 96

Abonnement
4 n^{os} par an : 30 F



b.e.p.c. 1956

Voici le sujet sur lequel les élèves de troisième des lycées ont dû plancher il y a exactement quarante ans. Quelques-uns d'entre vous s'en souviennent peut-être !

On remarquera d'une part que le programme a changé (ce n'est pas un scoop), mais surtout que, par rapport à ce qui se fait actuellement, les problèmes étaient beaucoup plus courts : cela laissait le temps à l'élève de rédiger sa copie posément. Les sujets de brevet de ces dernières années font plus penser à une course de vitesse : la quantité de choses à calculer et à trouver en deux heures fait que l'on trouve plus de brouillons que de devoirs rédigés et argumentés.

ALGÈBRE

On considère le système d'équations

$$x + 2y - a = 0$$

$$2x + 3y - 9 = 0,$$

x et y désignant les inconnues et a un nombre algébrique donné.

1° Résoudre ce système.

2° Entre quelles limites doit être compris le nombre a pour que les solutions x et y trouvées soient toutes deux positives ?

Est-il possible de trouver une valeur de a pour que x et y soient toutes deux négatives ?

3° On donne au nombre a la valeur $+5$.

Résoudre *graphiquement* le système.

Peut-on vérifier la solution trouvée ?

GÉOMÉTRIE

On donne un demi-cercle de centre O et de diamètre $AD = 2R$.

On construit la corde $AB = R$, puis l'angle $BOC = 90^\circ$, les points A, B, C, D étant situés dans cet ordre sur le demi-cercle.

Les diagonales du quadrilatère $ABCD$ se coupent en I .

1° Calculer, en fonction de R , BC et BD .

2° Démontrer que les triangles ABI et ICD sont isocèles et en déduire la longueur des segments BI , ID et CD . Calculer le rapport des aires de ces deux triangles.

3° On suppose que la corde AB a une longueur variable, l'angle BOC restant toujours égal à 90° et les points B et C restant sur la demi-circonférence. Quelle ligne décrit alors le point I ?

éditorial

A propos de la formation des professeurs de mathématiques

Parmi les problèmes et questions qui se posent aux enseignants de mathématiques, et pour lesquelles une part de la réponse peut provenir de la formation continue, on peut distinguer plusieurs catégories :

- Les questions liées à la didactique de la discipline, à la mise en œuvre optimale des contenus d'enseignement - notamment des nouveaux programmes -, à l'exploration et à l'expérimentation de nouvelles approches de ces contenus.
- L'évolution du bagage mathématique de ces enseignants, l'acquisition de nouvelles connaissances, en vue ou non de la préparation d'un concours qualifiant.
- Les difficultés occasionnées par l'hétérogénéité croissante des élèves, la nécessité d'adapter et de varier les méthodes d'enseignement.
- Les problèmes - de plus en plus nombreux - de gestion de la classe, d'affrontements, de discipline, particulièrement pour les enseignants en début de carrière.

Les réponses aux problèmes évoqués dans ces deux derniers points ne relèvent sûrement pas uniquement de la formation, et ne concernent pas **que** les mathématiques.

L'A.P.M.E.P. souhaite que l'offre du Plan Académique de Formation permette aux enseignants de mathématiques de trouver des réponses **de qualité** à ces quatre types de préoccupations.

*Texte discuté en réunion de la Régionale,
à ALBI, le 24 octobre 1996.*

Aire du disque

Christian CHADUTEAU
Collège « Les Avrils »
SAINT MIHIEL

Activité d'introduction: remplissage d'un disque par des carrés

Objectif de l'activité :

L'objectif de cette activité est double : d'une part, elle doit permettre à l'élève de découvrir et concrétiser la formule $A = \pi R^2$; d'autre part, elle devrait permettre à l'élève qui manipulera des « R^2 » pendant une bonne heure, de ne plus confondre πR^2 et $2\pi R$.

Durée de l'activité : 1 heure pour la manipulation + 1 heure pour l'exploitation des résultats et le bilan.

Prérequis : Connaissance du concept d'aire. (Eventuellement: addition de nombres relatifs).

Matériel nécessaire : 3 feuilles grand format petits carreaux (les petits carreaux permettent de gagner du temps), ciseaux, colle, crayons de couleur.

Consignes données aux élèves (qui travaillent individuellement ou par groupes de deux) :

Le but de la séance est de connaître le nombre de carrés de 10 cm de côté qu'il faut pour remplir exactement un disque de 10 cm de rayon.

Pour cela, lis une première fois l'ensemble des consignes suivantes puis exécute-les.

1. Trace sur une feuille A4 à petits carreaux un cercle de rayon 10 cm.
2. Trace et colorie un carré de 10 cm de côté puis partage-le sans le découper en 100 parties égales. Découpe le carré et colle-le dans le disque.
3. Trace un deuxième carré, colorie-le d'une autre couleur et colle-le dans le disque. (Les morceaux du carré qui dépassent doivent être découpés puis recollés où il reste de la place).
4. Recommence l'étape 3 jusqu'à ce que le disque soit entièrement rempli. (Ne sois pas effrayé par le fait de devoir découper et coller des tout petits bouts, c'est normal).

Remarques :

- Pendant l'activité il faut veiller à ce que l'élève ne laisse pas tomber les petites chutes et entame un nouveau carré. Ceci permettrait de remplir plus vite et plus facilement mais sans atteindre le but fixé : savoir combien de carrés exactement il faut pour remplir le disque.
- Lorsque l'élève entame le 4^{ème} carré, il est préférable de veiller à ce qu'il n'entame pas celui-ci n'importe comment mais de manière à pouvoir déterminer le nombre de cm² utilisés.
- Contre les « Comment on fait pour découper ce qui dépasse du rond? », on peut leur conseiller de découper le disque, coller les morceaux de carré et couper ce qui dépasse.
- Si toutefois le premier point échappe à la vigilance du professeur, rien n'est perdu pour autant. L'élève peut encore s'en sortir en regroupant les chutes de couleur qui traînent sur sa table pour les coller sur un nouveau carré partagé en 100 et compter ce qu'il a utilisé par différence.

Déroulement de l'activité : (voir exemple page 6)

1^{ère} heure :

Remplissage du disque avec les carrés.

Noter au tableau les résultats obtenus par les élèves. Exemple : 3 entiers et 20/100 ...

Normalement, l'heure est terminée, on peut donc demander de terminer le travail à la maison.

2^{ème} heure :

- Reprendre les résultats de chacun en les affichant au tableau.

- Passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale (que de surprises là aussi !).

- Profiter du partage en 100 pour illustrer le changement d'unité des aires (1 dm² = 100 cm²) et faire un « rappel » sur ce point.

- Proposer le calcul de la moyenne des résultats obtenus. Etant donné la difficulté à faire ce calcul de tête en raison des nombres à virgules, on peut en profiter pour montrer la technique qui consiste à effectuer la moyenne des différences à une moyenne conjecturée par les élèves.

$$\text{Exemple. Résultats obtenus : } 3 + \frac{8}{100}, 3 + \frac{15}{100}, 3 + \frac{23}{100}, 3 + \frac{16}{100}$$

Les élèves conjecturent une moyenne de $3 + 16/100$.

La différence entre le premier résultat et cette moyenne est: -8 centièmes.

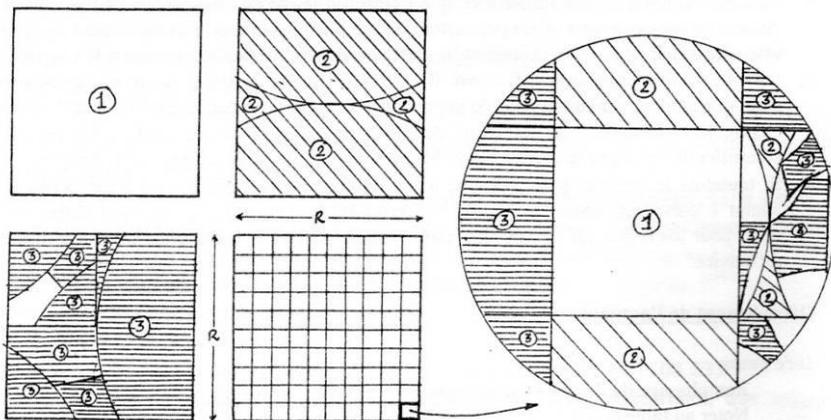
La différence entre le second résultat et cette moyenne est: -1 centième, etc.

$$\text{L'écart moyen entre ces 4 résultats et la moyenne conjecturée est de } \frac{-8 + (-1) + 7 + 0}{4} = -0,5$$

$$\text{La moyenne est donc égale à } 3 + \frac{16}{100} - \frac{0,5}{100} = 3,155.$$

Sur une classe entière, il ne sera pas étonnant d'obtenir la valeur de π au centième près.

- Bilan dans le cours.



ASSEMBLÉE GÉNÉRALE 1996

DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE

MERCREDI 18/12/96 A 17 H

Dans les locaux de l'I.R.E.M.
Bâtiment 1^{er} cycle, Faculté des Sciences, VANDŒUVRE

Ordre du jour :

Rapport d'activités 1996
Rapport financier 1996
Questions diverses

OBJETS MATHÉMATIQUES

(Dix stands et une brochure)

La petite exposition, élaborée il y a deux ans dans un collège meusien, a commencé à circuler dans les écoles primaires du département et est partie faire un petit tour en Moselle dans un collège et un lycée qui préparait une "expo-math".

L'envie est née de réaliser au sein de notre régionale quatre exemplaires de ces dix stands (un exemplaire par département) et de les faire circuler dans notre académie. Dans le même temps une brochure d'accompagnement en direction des enseignants désirant utiliser de tels objets avec leurs élèves a été mise en chantier.

Objets, panneaux explicatifs, recueil d'activités - élèves, brochure sont achevés et la régionale est impatiente de vous en faire une présentation détaillée.

PRÉSENTATION DE L'EXPOSITION

* Pour chacun des dix stands :

- Un panneau explicatif format 42 cm x 50 cm présentant un thème mathématique utilisant la manipulation d'objets.
- Les objets permettant les recherches proposées.

* Un classeur d'activités utilisables face à des élèves. Ces activités ne sont que des exemples de travaux expérimentés avec des élèves de collège et sont critiquables et modifiables...

*Les dix stands sont intitulés:

- 1) Polycubes
- 2) Losanges
- 3) Les trilosanges
- 4) Les combis
- 5) Les sphinx
- 6) Les carrés de Mac Mahon
- 7) Tétraèdres et octaèdres
- 8) Losanges et décagones
- 9) Une famille de puzzles
- 10) Puzzle de Pythagore

* L'ensemble conçu à l'origine pour des élèves de collège s'est révélé être utilisable tant par des élèves de cycle III de l'école élémentaire que par des élèves de lycée .Il peut constituer un élément d'une animation

mathématique pour un Foyer socio-éducatif, un club scientifique, une bibliothèque...

Il pourra également être utilisé comme vitrine de l'A.P.M.E.P. et de sa régionale lorraine lors de manifestations officielles comme Sciences en Fête.

MODALITES D'EMPRUNT

* Les 4 exemplaires sont gérés par des adhérents de la régionale.

Les "antennes départementales" sont :

- Pour la Meurthe et Moselle :

Annick REGNARD - ☎ 03 83 48 23 92 (collège)
Collège Embanie 54110 DOMBASLE

- Pour la Meuse :

François DROUIN ☎ 03 29 89 06 81
Collège Les Avrils 55300 St MIHIEL

- Pour la Moselle :

Martine DECHOUX ☎ 03 87 91 22 51
Collège Robert Schuman 57470 HOMBOUTT-HAUT

- Pour les Vosges:

Marie José BALIVIERA ☎ 03 29 41 16 07
Lycée Louis Geisler 88110 RAON L'ÉTAPE

* L'emprunteur prend contact avec « l'antenne départementale », vient chercher stands et objets et les rapporte après utilisation.

Le fichier d'activités-élèves comporte une liste des objets utilisés, ce qui devrait aider l'inventaire avant restitution et éviter les pertes (les bénévoles ayant réalisé l'ensemble seraient heureux d'intervenir le moins possible pour réparer les dégradations).

Les éventuels articles de presse relatant l'utilisation de ces "objets mathématiques" seront les bienvenus pour la "mémoire" de la régionale.

BROCHURE "OBJETS MATHÉMATIQUES"

En plus de ces stands, une brochure a été élaborée par notre régionale. Elle comprend :

- le contenu des panneaux explicatifs
- des indications permettant la réalisation des objets utilisés
- les activités-élèves
- des prolongements pour l'élève ou l'enseignant, imaginés par des adhérents de la régionale qui espèrent d'autres idées

nouvelles, faisant confiance dans la créativité et l'imagination mathématique de ses lecteurs.

- une bibliographie toujours utile pour en savoir plus...

Bien que conçue à l'origine en accompagnement direct de l'exposition, cette brochure donne la possibilité au lecteur de reconstruire lui même ses 10 stands, dans les matériaux qu'il affectionne. Nul droit d'auteur ne lui sera demandé et les adhérents de notre régionale ayant travaillé sur ce projet ne pourront que se réjouir d'un nombre toujours plus grand de ces "objets mathématiques".

Cette brochure pourra également être utilisée par l'enseignant dans sa classe. Il y trouvera des idées pour faire des mathématiques autrement qu'au tableau noir.

Cette brochure de 120 pages est en vente à l'I.R.E.M. de Lorraine et lors des rencontres organisées par notre régionale au prix de 40F. Il est également possible de la commander par correspondance :

A

**Roger CARDOT,
5 route de Saffais,
54360 BARBONVILLE**

ou à

**François DROUIN,
2 allée du Cerisier,
55300 CHAUVONCOURT**

au prix de 40 F+16 F de port.

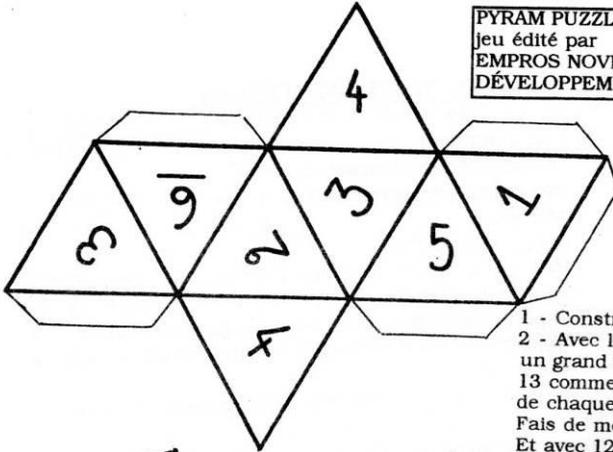
La régionale offre aux lecteurs du Petit Vert un prolongement supplémentaire au stand n° 7 : Tétraèdres et Octaèdres (ci-après, *pages 10 et 15*).

Les pièces du jeu proposé seront familières aux visiteurs de l'exposition Horizons Mathématiques. Les nombres ajoutés sur les faces des solides ouvrent la porte à de nouvelles recherches.

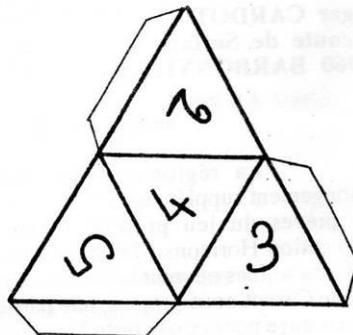
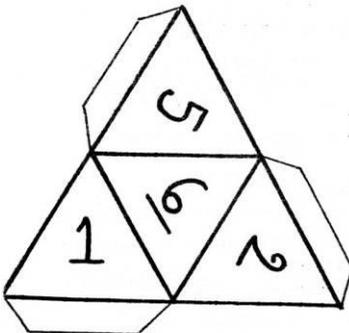
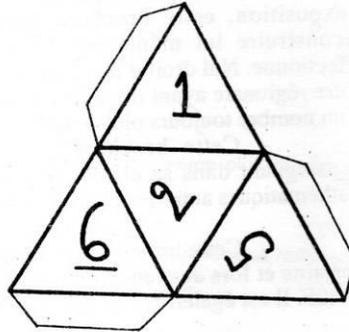
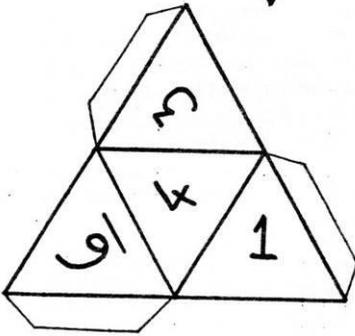
Jérôme Cardot nous propose une partie des solutions...

Bon courage pour ce qui reste à trouver !

PYRAM PUZZLE
 jeu édité par
 EMPROS NOVELTY PRODUCT B.V.
 DÉVELOPPEMENT DES PIÈCES



- 1 - Construis les 5 pièces
 - 2 - Avec les 5 pièces, réalise un grand tétraèdre ayant 13 comme somme des nombres de chaque face.
- Fais de même avec 14, 15, 16.
Et avec 12 ?



A.P.M.E.P. LORRAINE
JOURNÉE RÉGIONALE
DES MATHÉMATIQUES
C.R.D.P. DE NANCY,
MERCREDI 19 MARS 1997

Planning de la Journée :

Matinée :

9 h à 10 h 15 : La Régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P., sa vie, ses œuvres.

En particulier :

Présentation des deux dernières brochures.

Présentation de l'exposition itinérante.

Présentation de la bibliothèque de prêt par correspondance.

10 h 15 : pause-café déambulatoire, rencontres, brochures.

10 h 45 à 12 h 30 : Conférence de Philippe LOMBARD, (Maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré, NANCY) :

LA THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DES NŒUDS.

La notion de « nœud », qui traduit les questions relatives à l'idée intuitive de ficelle nouée, a d'abord intéressé les physiciens dans la seconde moitié du XIX^e siècle. Elle n'est devenue une notion spécifiquement mathématique qu'après 1910, avec le développement progressif de la « topologie algébrique ». Curieusement, elle connaît depuis quelques années un regain d'intérêt, et illustre assez bien les rapports nouveaux qui s'instaurent actuellement entre les mathématiques et la physique des particules élémentaires.

Le but de l'exposé est de présenter quelques aspects des problèmes posés par la classification des nœuds, tout en donnant un aperçu des méthodes de base de la topologie algébrique.

12 h 45 : REPAS :

Le repas sera pris au Foyer du Jeune Ouvrier du Grand Sauvoy de MAXEVILLE (à environ 500 m à pied du C.R.D.P.).

Prix du repas : 48 Francs (vin et café inclus). Il est nécessaire de s'inscrire à l'avance pour ce repas tchèque à joindre à l'inscription)

Après-midi :

14 h 30 à 16 h 30 : ATELIERS au choix (voir liste ci-après).

16 h 30 à 17 h : pause-café déambulatoire, rencontres, brochures.

17 h à 19 h : Assemblée Générale de la Régionale A.P.M.E.P. (ouverte à tous), suivie d'un repas de travail pour le Comité régional.

LISTE DES ATELIERS

A 1. CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS DE L'ÉCOLE PRIMAIRE : 3 ANS POUR PASSER EN 6^e, animé par Jacqueline EURIAT, responsable de la commission nationale APMEP 1^{er} degré.

Certaines des notions étudiées en sixième ont déjà été rencontrées par les élèves à l'école élémentaire. L'atelier se propose d'étudier les ruptures et les continuités dans l'enseignement de ces notions entre école et collège.

Nous parlerons alors de démarches, objectifs, contenus, modèle expérimental et modèle conceptuel, formation du professeur des écoles et formation du professeur de mathématiques.

Pour appuyer cette discussion, nous utiliserons des exemples pris dans le domaine de la mesure (longueur, aire, périmètre...).

Public : l'atelier s'adresse plus particulièrement aux enseignants de l'école élémentaire et aux enseignants de collège.

A 2. MATHÉMATIQUES ET INTERDISCIPLINARITÉ AU COLLÈGE animé par Farida CHAIBAI, collège Camus de JARVILLE.

Compte-rendu d'expérience et présentation de diverses activités permettant de relier les acquis de mathématiques aux contenus d'autres disciplines. On explorera les possibilités de travaux avec les enseignants d'autres matières, dans le cadre des programmes du collège.

A3. UN CLUB MATHÉMATIQUE: POUR QUOI? COMMENT? QU'Y FAIRE ? animé par François DROUIN, collège Les Avrils à SAINT-MIHIEL

Cet atelier s'adresse aux enseignants animant ou envisageant d'animer un « club mathématique » en milieu scolaire. Il pourra être l'occasion d'échanges correspondant aux questions posées dans l'intitulé. Pour aider à répondre à la question « qu'y faire ? », les participants pourront aborder quelques thèmes de recherche.

A4. GESTION DE DONNES, animé par Brigitte CHOUANIERE, collège de BRUYÈRES.

Présentation d'un fichier élèves en 6^e et 5^e sur un thème fort riche : tableaux et graphiques, lecture d'informations chiffrées sous différents aspects, proportionnalité, durées, vitesses, statistiques, etc.

La présentation portera sur les contenus des fiches en s'appuyant sur les démarches imaginées par les auteurs, ainsi que sur les perspectives que proposent les projets de nouveaux programmes du cycle central en la matière.

A 5. PROBLEMES CONCRETS ET ALGEBRISATION, animé par Dominique GEGOUT, collègue et lycée La Haie Griselle de GERARDMER.

Présentation d'un fichier destiné aux élèves de 6^e et 5^e (problèmes concrets) et d'un fichier destiné aux élèves de 4^e-3^e (algébrisation).

La résolution de problèmes est un objectif essentiel au collège. On s'interrogera entre autres sur le sens du mot « concret » pour qualifier un problème, sur les démarches développées par les élèves pour résoudre un problème, et l'on cherchera à cerner leurs difficultés. La réflexion portera également sur le raisonnement analogique dont on verra que son exercice explicite peut être utile aux élèves pour résoudre des problèmes.

A 6. MATHÉMATIQUES EN LYCÉE PROFESSIONNEL, animé Marie-José BALIVIERA, L.P. Geisler de Raon l'Étape, et Madeleine HUGUEL, L.P, Louise Weiss de Sainte Marie aux Mines.

A partir de l'évaluation EV.A.P.M.-L.P. (nouveaux programmes), présentation des « points faibles » et des « points forts » (c'est à dire ce qui n'a pas été acquis par la majorité des élèves, et ce qui l'a été).

Quelques éléments de réflexion et quelques pistes...

A 7. REGRESSION LINÉAIRE MULTIPLE, animé par Daniel VAGOST, département « Statistiques & Traitement Informatique des Données » de l'I.U.T. de METZ.

De la régression linéaire simple à la régression linéaire multiple ; principes et mise en œuvre sur un exemple : « étude du P.N.B. de différents pays ».

A 8. EVAPM-1, PREMIÈRE, par Michel BARDY, Commission nationale APMEP Second Cycle.

En « avant première », quelques résultats et commentaires à propos de l'évaluation organisée par l'A.P.M.E.P. dans les classes de première.

A 9. LES ESSAIS DE DEMONSTRATION DU POSTULAT D'EUCLIDE ET LA THÉORIE DES PARALLÈLES, par Jacques VERDIER, Lycée Varoquaux de TOMBLAINE.

Présentation, avec de nombreux documents à l'appui, de tous les essais de démonstration du cinquième postulat d'Euclide. Comment on en est finalement arrivé, au bout de 20 siècles de vaines tentatives, à imaginer que la géométrie pouvait ne pas être « euclidienne ».

**bulletin d'inscription
au dos de cette page**

BULLETIN D'INSCRIPTION

A retourner à Jacques VERDIER, 46 rue de la Grande Haie, 54510 TOMBLAINE
au plus tôt, et en tout cas avant le 1^{er} février 1997.

Les personnels en activité seront inscrits par nos soins au stage 96YCA351T
auprès de la MAFPEN et recevront un ordre de mission sans frais, les autorisant
à s'absenter le mercredi 19 mars, et les couvrant en cas d'éventuel accident de
trajet.

NOM

Prénom

Adresse personnelle

Etablissement d'exercice

N.U.M.E.N :

Numéro INSEE+cié :

Choix des ateliers (indiquer deux vœux par ordre de préférence)

1^{er} vœu:

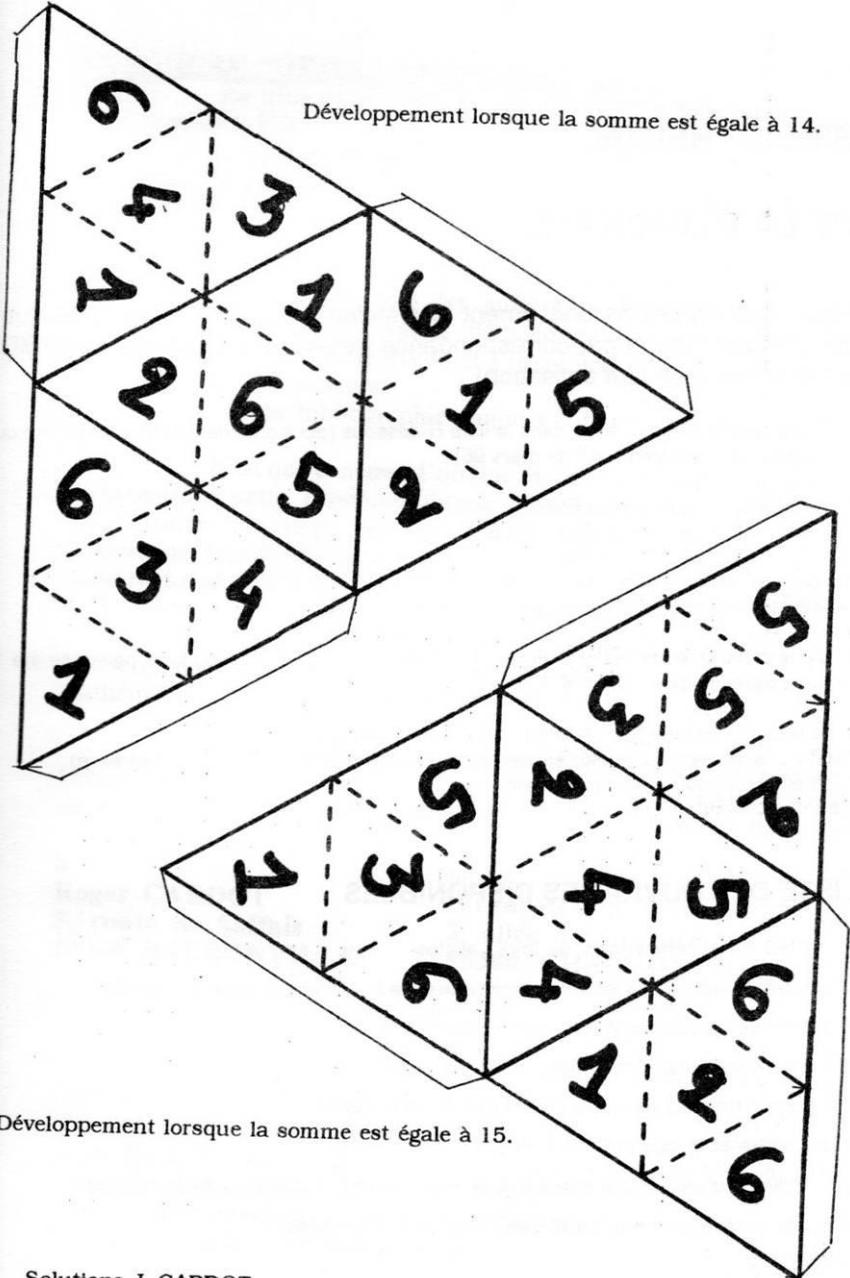
2^e vœu :

REPAS :

Prendra le repas au F. J.T. : OUI(1) NON

(1) Dans ce cas, joindre un chèque de 48 F
à l'ordre de A.P.M.E.P.-Lorraine

Développement lorsque la somme est égale à 14.



Développement lorsque la somme est égale à 15.

Solutions J. CARDOT

BIBLIOTHEQUE

DE LA REGIONALE

Nous vous rappelons brièvement le principe de fonctionnement de notre bibliothèque de prêt par correspondance (réservée aux adhérents APMEP lorrains, à jour de leur cotisation) :

1. Choisissez l'ouvrage désiré dans la liste ci-dessous (pour plus de détails concernant ces ouvrages, voir Petit Vert n°45 de mars 96).

2. Contactez Jacqueline EURIAT
 44 rue de Bezonfosse
 88000 EPINAL

par courrier, ou par téléphone : 03.29.35.71.77.

Si l'ouvrage est disponible, il vous sera expédié aussitôt.

3. Vous pouvez conserver l'ouvrage 3 semaines, voire même plus si personne ne le réclame après vous.

4. Le retour de l'ouvrage se fera à la demande de Jacqueline :

* soit en l'expédiant au lecteur suivant (dont elle vous aura communiqué l'adresse) ;

* soit en le lui retournant directement.

Cela ne coûte donc que les frais d'expédition du retour.

LISTE DES OUVRAGES DISPONIBLES

N°1. **Preuves et réfutations**, de Imre Lakatos.

N°2. **Formes optimales en mathématiques**, de S. Hildenbrandt et A. Tromba.

N°3. **L'univers mathématique**, de Ph. Davis et R. Heisel.

N°4. **Aventures mathématiques**, de M. de Guzman.

N°5. **Et pourtant ils ne remplissent pas N**, de C. Lobry.

N°6. **L'ordre et la volupté**, de R. Fivaz.

N°7. **Moyens d'apprendre sûrement et avec facilité**, du Marquis de Condorcet.

N°8. **Les mathématiques au fil des âges**, de J. Dhombres.

- N°9. **Cauchy, un savant, une époque.**
- N°10. **J'apprends, donc je suis**, de H. Trocmé-Fabre.
- N°11. **Eléments d'histoire des sciences**, de Michel Serres.
- N°12. **Des objets mentaux « aire » et « volumes » au calcul des primitives.**
- N°13. **Approivoiser l'infini**, de C. Hauchart et N. Rouche.
- N°14. **Les mathématiques**, de Ian Stewart.
- N°15. **Schéma prévisionnel des formations**, par le Conseil Général de Lorraine.
- N°16. **Apprendre à penser**, de R. Debray.
- N°17. **Lycée, peut mieux faire**, de S. Gasquet et N. Ruffieux.
- N°18. **L'apprentissage de l'abstraction**, de B.-M. Barth.
- N°19. **Histoire illustrée des mathématiques**, de J.L. Romet.
- N°20. **Les mathématiques au quotidien**, de P. Resseguier.
- N°21. **Mathématiques**, par Ch. Mauduit et Ph. Tchamitchian.
- N°22. **La physique de hasard, de Blaise Pascal à Niels Bohr**, de Ch. Ruhla.
- N°23. **La démonstration mathématique dans l'histoire.** IREM de Lyon
- N°24. **Initiation au raisonnement déductif au collège**, I.R.E.M. de Lyon.
- N°25. **¿ Enseigner la mathématique ?**, par la S.B.P.M.E.F.
- N°26. **Pythagore, Euclide et toute la clique**, de Marc Guinot.
- N°27. **Les mathématiques dans l'occident médiéval**, de Jean de Siebenthal.
- N°28. **Le mode des illusions d'optique (objets impossibles et figures ambiguës)**, par Bruno Ernst.
- N°29. **La mathématique des jeux**, Bibliothèque "Pour la Science".
- N°30. **Histoire universelle des chiffres**, de Georges IFRAH (deux volumes).
- N°31. **Histoire des problèmes, histoire des mathématiques.** IREM.
- N°32. **Apprentissages numériques**, de Jean-Paul Fischer.
- N°33. **Les outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques**, IREM de Caen.
- Cassette VHS n°1. **Conférence de Gérard MATHIEU : les fonctions $\omega(n)$ et $\Omega(n)$.**

irem...

vous connaissez ?

L'I.R.E.M. est un institut de **recherche** sur l'enseignement des mathématiques. Quatorze groupes travailleront cette année sur des thèmes divers, et nous avons décidé de vous les présenter ici.

Bien évidemment, ces groupes de recherche et de réflexion sont ouverts, et prêts à accueillir les professeurs qui s'engagent à travailler en leur sein : si vous êtes intéressé, prenez contact directement avec leur responsable.

Groupe "Appréhender les mathématiques du C.P. au collège" (Claude TIHA, 03.83.49.08.12).

Groupe « mixte » (formateurs école et professeurs collège).

Travaux en 1995/96 : mise en parallèle des programmes et de la construction des savoirs mathématiques (nombres, proportionnalité, géométrie, etc.) du C.P. à la 3^e.

En 1996/97 : réflexion sur les langages utilisés comme supports (de l'apprentissage, de la relation maître/élève, ...), interactions entre langages et symbolisme, passage d'un langage à un autre...

Groupe "Activités numériques et algébriques en 3^{ème}" (Claude TIHA, 03.83.49.08.12).

En 1994/95 et 95/96, le groupe a travaillé principalement sur le calcul algébrique ; il a élaboré un fichier-élèves qui a été expérimenté, et publié en septembre 1996. Il projette de travailler cette année d'une part sur le "livre du maître" (recueil d'éléments didactiques) correspondant, d'autre part sur deux autres fichiers (les quotients ; les radicaux).

Groupe "Connaissance des nombres à travers le calcul mental" (Dany DIDRY, 03.83.56.92.38).

Après avoir réalisé une brochure sur les pentes et équations de droites, le groupe a commencé un travail sur l'acquisition de connaissances de base en calcul mental.

Il prolongera cette recherche en 1996/97 dans le but d'élaborer un document cohérent utilisable au niveau de la 6^{ème}. Son objectif est l'adhésion de tous les élèves à une pratique du calcul mental simple, qui amènera à une connaissance « intime » des nombres entiers, décimaux, fractionnaires, et permettra une utilisation pertinente de la calculatrice.

Groupe "Théâtre au service de l'algèbre" (Michèle MUNIGLIA).

Il a travaillé essentiellement sur la classe de cinquième (introduction des équations du premier degré par la pratique théâtrale), et a réalisé deux documents de synthèse (niveaux 5^e et 4^e).

Il centrera sa recherche cette année sur les problèmes concrets en 6^{ème}, où le théâtre sera utilisé pour surmonter les difficultés des élèves.

Groupe "Gestion de données au collège" (Brigitte CHOUANIERE, 03.29.63.13.26).

Le groupe a déjà travaillé au niveau sixième (à partir de l'environnement et des journaux) et au niveau cinquième (en intégrant la proportionnalité). Il compte poursuivre son travail en abordant la gestion de données en quatrième (en tenant compte des nouveaux programmes en gestation). Les réunions ont lieu à BRUYERES, toutes les deux semaines.

Groupe "Mathématiques pour tous " (François DROUIN, 03.29.89.06.81).

Le groupe continuera la recherche d'activités donnant du sens aux expressions utilisant des nombres (écrits sous forme décimale, fractionnaire, ou utilisant les mots de la langue française). Les nouveautés du programme de 6^{ème} seront explorées, et les pistes de travail en direction des élèves « en délicatesse » avec cette matière seront privilégiées.

Groupe "Outils informatiques de calcul formel au lycée" (William BRETON).

Le but de ce groupe est d'élaborer un recueil de fiches (niveau terminales et B.T.S). Huit de ces fiches ont déjà été réalisées l'an dernier, et seront complétées, étoffées, voire modifiées après expérimentation.

Les outils concernés sont essentiellement le logiciel MATHÉMATICA (utilisé en T.D.) et la calculatrice T.I.92 de Texas Instruments (utilisée de façon individuelle).

Groupe "Calculatrices graphiques" (Jacques VERDIER, 03.83.20.94.72).

En 95/96, le groupe a mis au point un certain nombre de fiches de T.D. pour permettre aux élèves l'apprentissage de la maîtrise de leur outil (tant dans le domaine calculatoire que dans le domaine graphique). En 96/97, il poursuivra sa réflexion sur ce que pourraient devenir les objectifs d'un enseignement de l'analyse au lycée intégrant l'outil graphique. La « dernière main » sera mise à la brochure présentant les travaux du groupe. Réunions un vendredi après midi par mois.

Groupe "Calcul vectoriel multimédia" (Jean-Marie DIDRY, 03.83.56.92.38).

Le groupe a déjà publié, sur le thème des vecteurs en seconde, une cassette vidéo et un fichier d'exercices. Cette année, il projette de concevoir un CD-ROM interactif sur le même thème.

Groupe "Mathématiques au lycée professionnel" (Geneviève BOUVART, 03.83.74.55.87).

Le deuxième fascicule « Activités mathématiques en L.P. », conçu par le groupe, est paru. Objectifs pour 1996/97 :

- partir des difficultés rencontrées en classe (motivation, nouvelles notions à aborder, etc.) pour créer des fiches d'activités mathématiques directement utilisables dans les classes ;

■ créer des fiches pour les modules.

Réunions toutes les 2 semaines le mardi après-midi à l'IREM.

Groupe "Multimédia en lycée professionnel" (Jean ENEL, 03.83.55.13.09).

Elaboration de séquences d'apprentissage « multimédia » destinées à être utilisées en libre service, en modules ou en cours.

Logiciel utilisé pour la création des séquences : « Toolbook ». Sortie prévue sur CD-ROM interactif (pour individualiser le travail de l'élève).

Le groupe travaille actuellement sur la fonction linéaire.

Groupe "Epistémologie et histoire de l'enseignement des mathématiques" (Bernard PARZYSZ, 03.87.75.19.26).

Il se propose d'étudier la genèse et l'évolution de quelques concepts et outils mathématiques, ainsi que celles de leur enseignement, dans le but de mettre en évidence les difficultés qui les ont accompagnées.

Thèmes abordés en 95/96 : la probabilité conditionnelle ; l'enseignement de la dérivée au lycée. Pour l'année 96/97 : la probabilité conditionnelle (suite) ; l'enseignement de l'analyse au lycée (notion de fonction, etc.). Une réunion par mois, le vendredi après-midi.

Autre thème abordé cette année : la résolution des équations jusqu'au 5^{ème} degré et les théories de GALOIS (Mohammed JENDOUBI).

Groupe "Thésaurus - Ressources IREM" (Philippe BONNENFANT, 03.83.27.85.05).

Son travail est de réaliser une indexation, consultable informatiquement, des articles et publications des IREM, en collaboration avec l'INRP.

Deux groupes nouveaux sur "Les mathématiques dans l'enseignement scientifique en sections L et ES" (Christian GINET ; Danielle HORNUT, 03.83.63.65.47).

Les professeurs de lycée à qui on propose cet enseignement sont le plus souvent désorientés, d'autant plus qu'on ne trouve pas de manuels dans le commerce.

Ces deux groupes ont pour objectif de leur proposer les documents qui leur viendraient en aide.

NOUVEAUX PROGRAMMES EN COLLEGE

Trois brochures, éditées par la Direction des Lycées et des Collèges, sont arrivées dans les établissements.

« Repères pour la nouvelle sixième et l'expérimentation en cinquième » : Vous y trouverez en particulier ce qui concerne le dispositif de consolidation, et les parcours diversifiés en 5^{ème}.

« Accompagnement des programmes de 6^{ème} 1996 », livrets 1 et 2 : Dans le livret 1, vous trouverez des textes concernant le nouveau programme de mathématiques, ainsi qu'une lecture transversale et thématique des programmes.

N'hésitez pas à lire ces brochures !

Solution du problème précédent (n°47).
énoncé proposé par Bernard PARZYSZ

Quels sont les entiers naturels qui sont sommes d'entiers naturels (au moins trois) en progression arithmétique ?

Trois solutions seulement pour ce problème d'arithmétique, toutes trois placées sous le signe de IUFM de Lorraine : celles de Janick BERG (88 FRAIZE, stagiaire IUFM), de Philippe CABASSON (57 Forbach, ex stagiaire IUFM) et de Pol LE GALL (57 Courcelles-Chaussy, formateur IUFM). J'aurais espéré davantage de réponses, d'autant plus qu'une "exploration" préliminaire sur les premiers entiers permettait de conjecturer assez aisément le résultat.

Certes, l'énoncé était ambigu, puisqu'il ne précisait pas :

- si les entiers considérés dans la progression doivent être non nuls (mais le fait d'imposer ou non cette condition ne change pas fondamentalement le résultat, cf. ci-dessous)

- si la raison doit être non nulle (sinon, tout entier n supérieur ou égal à 3 répond à la question, car $n = 1 + \dots + 1$, mais le problème devient nettement moins intéressant).

Les trois réponses reçues se placent (raisonnablement) dans le cas d'une raison non nulle, et ne considèrent aucune restriction sur les termes de la progression. Je me contenterai ici de donner une solution qui synthétise ces trois réponses (réponses toutes correctes par ailleurs).

Remarques préliminaires:

Appelons n l'entier considéré, a le premier terme de la progression arithmétique, p son nombre de termes et r sa raison. On peut toujours supposer $r > 0$ (en inversant au besoin l'ordre des termes de la progression).

Le problème revient donc, étant donné n , à trouver a , p (≥ 3) et r (> 0) tels que

$$n = pa + \frac{1}{2}p(p-1)r \quad (1)$$

Lemme 1: *Tout nombre pair supérieur ou égal à 10 satisfait à (1), avec $p = 4$.*

a) Considérons d'abord les entiers de la forme $4k + 6$ (soit $n \equiv 2 \pmod{4}$, avec $n \geq 6$) : il suffit de remarquer que $4k + 6 = k + (k + 1) + (k + 2) + (k + 3)$, soit $a = k$ et $r = 1$.

b) Si, maintenant $n = 4k + 12$ (soit $n \equiv 0 \pmod{4}$, avec $n \geq 12$), alors on a : $4k + 12 = k + (k + 2) + (k + 4) + (k + 6)$, soit $a = k$ et $r = 2$.

Le lemme est démontré.

Lemme 2 : Les nombres 2, 4 et 8 ne satisfont pas à (1).

En effet, les plus petits totaux possibles sont :

- avec 3 termes: $3 = 0+1+2$; $6 = 1+2+3 = 0+2+4$

- avec 4 termes: $6 = 0+1+2+3$; $10 = 1+2+3+4$

- avec 5 termes: $10 = 0+1+2+3+4$.

Bien entendu, avec plus de 5 termes le total sera supérieur à 10.

Lemme 3 : Le seul nombre premier satisfaisant à (1) est 3.

2 est exclu, et 3 satisfait à 1 (cf. ci-dessus).

Soit n un nombre premier satisfaisant à (1). On a vu que l'on a

$$n = p \left[a + \frac{1}{2}(p-1)r \right] \quad (1)$$

Si p est impair, alors l'expression entre crochets est entière, et il en résulte que p divise n . Ce qui implique que n ne saurait être premier, sauf si $p = n$. Mais alors

on a $a + \frac{1}{2}(p-1)r = 1$, ce qui impose $p = 3$, $a = 0$ et $r = 1$, d'où $n = 3$.

Si p est pair, posons $p = 2q$ (avec $q \geq 2$). On peut alors écrire $n = q[2a + (2q-1)r]$. Comme ci-dessus, ceci implique $q = n$ et $2a + (2q-1)r = 1$, ce qui est impossible avec $q \geq 2$. Le lemme est démontré.

Lemme 4 : Tous les nombres impairs non premiers satisfont à (1).

Soit n un nombre impair composé, et d son plus petit diviseur premier ($d \geq 3$).

Le choix $p = d$, $r = 1$, $a = \frac{n}{d} - \frac{d-1}{2}$ permet de vérifier la relation (1) :

en effet, on peut écrire $n = d \left[\frac{n}{d} - \frac{d-1}{2} + \frac{d-1}{2} \right]$ et on a bien $a \geq 0$, car

$$\frac{n}{d} \geq d \geq d-1 \geq \frac{d-1}{2}.$$

Des trois lemmes précédents il résulte immédiatement :

Théorème : Les nombres entiers qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins trois entiers distincts en progression arithmétique sont, outre 3, les entiers non premiers supérieurs ou égaux à 6, à l'exclusion de 8.

Remarque :

En imposant aux termes de la progression d'être non nuls, ce théorème devient :

Les nombres entiers qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins trois entiers distincts non nuls en progression arithmétique sont les entiers non premiers supérieurs ou égaux à 6, à l'exclusion de 8.

Problème du trimestre n°48
Énoncé extrait de l'ouvrage de POLYA
« Comment poser et résoudre un problème »

Construire un triangle connaissant la valeur α de l'angle A, la hauteur h issue de A, et le périmètre p .

Envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à
Bernard PARZYSZ, 3 rue Marie Sautet, 57000 METZ.

INVITATION AUX
**JOURNÉES SUR LES ARITHMÉTIQUES
FAIBLES**

Conférence internationale
I.U.T. de METZ, île du Saulcy
Jeudi 12 et vendredi 13 décembre 1996

L'arithmétique faible étudie les théories obtenues en affaiblissant ou en contraignant les axiomes de l'arithmétique classique ; elle s'applique notamment aux calculs informatiques.

A noter la participation exceptionnelle de deux membres de l'institut Steklov, Y. MATYASSEVITCH de Saint-Pétersbourg et S. ADIAN de Moscou.

L'accès à ces journées est **gratuit** pour les chercheurs et les enseignants. La rédaction du Petit Vert vous invite à y participer.

Le programme détaillé et tout autre renseignement sont disponibles auprès de :
M. MARGENSTERN, tél. 03.87.31.55.44, e-mail margens@iut.univ-metz.fr
G. WATIER, tél. 03.87.31.51.62, e-mail watier@iut.univ-metz.fr

SOMMAIRE

- 2 B.E.P.C. 1956
3 EDITORIAL (*A propos de la formation des professeurs de mathématiques*)
4 AIRE DU DUSQUE (Christian Chaduteau)
6 Annonce Assemblée générale du 18/12
7 Objets mathématiques
11 Encart : JOURNÉE RÉGIONALE DU 19/03/97
16 Bibliothèque de la Régionale
18 I.R.E.M. : vous connaissez ?
20 Annonce brochure nouveaux programmes de collège
21 Solution du problème n°47
23 Problème du trimestre n°48
23 Annonce Journée sur les Arithmétiques faibles

LE PETIT VERT n° 48

(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt legal : 1996

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 450 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)