

# LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

**N°56**

**DÉCEMBRE 98**

Abonnement 4 n<sup>os</sup>  
par an : 38 F (5,80€)





Un numéro spécial de Science & Vie Junior, consacré aux équations du second degré, devrait paraître mi-décembre. Surveillez les kiosques !

## LUDI-MATHS N°4

Prix réduit sur la brochure LUDI-MATH n°4, éditée par la régionale APMEP de Poitiers, et consacrée au CUBE.

Ses 112 pages fourmillent d'idées pour l'animation de clubs mathématiques, pour la recherche de thèmes de travail pour les parcours diversifiés, etc.

Cette brochure a de plus sa place dans les rayonnages de tout enseignant curieux, aimant sortir des sentiers battus (il y en a heureusement beaucoup au sein de l'APMEP... <sup>(1)</sup>). Elle a été éditée en 1985, mais reste d'actualité dans ces périodes de recherche et de diversité dans les approches des contenus mathématiques.

Prix de vente aux adhérents : 30 F (au lieu de 40 F). Disponible dans les locaux de l'IREM, ou par correspondance auprès de François DROUIN, 2 allée du Cerisier, 55300-CHAUVONCOURT. Ajouter alors 16 F pour frais d'envoi (chèque de 46 F à l'ordre de la Régionale Lorraine APMEP).



## La loi du plus fort démentie par les maths !

Par la modélisation numérique du comportement de certaines sociétés animales des chercheurs viennent de démontrer que les "altruistes" l'emportent sur les "égoïstes". Ces chercheurs sont arrivés à cette conclusion en détournant un modèle numérique fondé sur la "théorie du jeu", utilisé à l'origine par les économistes, pour simuler l'évolution de



trois sociétés animales : la première composée d'égoïstes, la seconde d'altruistes s'entraîdant sans conditions, la troisième où seuls les individus réputés serviables recevaient aide et assistance. Verdict de l'ordinateur l'altruisme sélectif est plus efficace pour assurer la survie du groupe que la loi du plus fort et que l'altruisme sans conditions. Reste désormais aux chercheurs à expliquer le pourquoi de l'altruisme et de la coopération dans ces sociétés animales.

# éditorial

## QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES (entre autres)

Le sujet est à la mode, le Ministre s'en préoccupe, et il faut bien dire que les enjeux sont de taille. Il est de bon ton d'affirmer l'importance du système éducatif vis-à-vis de l'objectif - affiché notamment par Jacques Attali (doyen de l'Inspection Générale) - de permettre à chacun d'atteindre son niveau maximum de compétence. Je ne puis que souscrire à cette noble ambition, mais en précisant quelques aspects, parfois pervers, de ses non-dits.

Importance du système éducatif, certes ; mais n'oublions pas que **la formation est affaire de partenariat** dont les acteurs sont multiples : politiques, entreprises, milieux familiaux ... et bien entendu le monde enseignant. Sans doute suis-je chauvin, mais il me semble que les trois premiers partenaires cités ont pris la fâcheuse habitude de se défausser de leurs responsabilités sur le dernier - et par suite de l'accuser de toutes les insuffisances de cette formation (*emploi, civisme, autonomie, réflexion ...*). Sachons en outre faire preuve de salutaire humilité et reconnaître qu'en dehors des problèmes d'intendance, notre position mammothique a été jusqu'ici bien commode, voire frileuse, qui consistait et consiste encore à communiquer nos élèves des concepts et résultats de mathématiques (ou, pour d'autres, de français, physique, géographie, technologie, musique, etc.). Peut-être le provocateur Claude Allègre n'a-t-il pas toujours tort ...

C'est pour ces raisons que la formation des enseignants prend une dimension nouvelle, qu'on ne peut plus concevoir à part du système éducatif, lequel ne doit plus être conçu à part des évolutions de la société toute entière. Il s'agit de construire un partenariat véritable entre les acteurs cités plus haut, dans lequel l'enseignant aura pour **mission essentielle** l'assimilation par les élèves de la **Culture** et de la recherche **d'autonomie** qui leur permettront d'optimiser leurs connaissances.

Loin de moi l'idée de, comme on dit, diminuer les programmes ou les enseigner de manière suffisamment "molle" pour que les candidats-bacheliers puissent remplacer l'incompétence par le galimatias. D'ailleurs, celui-ci marche souvent de concert avec celle-là ! Mais il est aujourd'hui reconnu que le volume des connaissances humaines se développe à un rythme tel qu'il est vain, sous peine de superficialité, de vouloir l'imposer à l'élève de base. Apprenons-lui plutôt à affronter des problèmes dont la variété dépasse le quotidien de la classe.

**Pour la formation initiale des enseignants**, je ne souhaite pas modifier

(Suite page 4)

significativement le dispositif actuel des concours et des institutions qui en ont la responsabilité. Simplement, je crois que le contenu de la partie professionnelle de la formation doit permettre un dialogue plus riche avec l'élève, avec l'équipe éducative, avec le monde extérieur, dans le cadre du partenariat cité plus haut.

**La formation continue** des enseignants prend dorénavant une importance accrue, résultant de la prise en compte par l'École des problèmes de société qui sont, comme chacun le sait, en perpétuelle évolution qu'il s'agisse d'aspects techniques (*nouvelles technologies*), humains (*emploi et culture*) ou autres. Il est indispensable :

\* de lier étroitement formation continue et formation initiale ; en particulier, l'enseignant débutant doit pouvoir statutairement s'appuyer sur des collègues plus expérimentés ;

\* de permettre à la formation d'être étayée par une recherche pédagogique disciplinaire (*ou pluridisciplinaire*) de qualité ;

\* d'offrir à chaque enseignant un choix significatif correspondant à ses besoins culturels pour la mise à jour de sa formation. Si les modalités en sont contrôlées par la hiérarchie, cette dernière doit permettre à chacun d'organiser librement sa formation dans le cadre des thèmes choisis, et en particulier avec le concours d'universitaires et de personnes-ressources extérieures au système ;

\* de donner à cette formation un caractère obligatoire, ce qui implique, comme pour toute entreprise, son intégration dans les obligations de service et la prise en compte dans la carrière. Une souplesse d'application serait la mise à disposition de chacun d'un crédit spécifique en heures, à durée limitée (par exemple 5 ans).

**Remarques complémentaires** : Les formations devront être l'objet d'une habilitation du ministère chargé de l'enseignement supérieur, délivrée dans le cadre du contrat d'établissement de l'IUFM. Cette habilitation entraîne l'ouverture par le ministère de moyens spécifiques. Il en est de même pour les recherches concernant l'enseignement de chaque discipline habilitée, dans le cadre du contrat d'établissement des universités.

La réalisation de ces missions pourrait partir, en mathématiques, d'une réflexion sur l'acquis des actuels IREM, et envisager son extension éventuelle à d'autres disciplines ou groupes. L'organisation académique doit être clairement décrite dans le contrat de rattachement de l'IUFM aux universités et permettre en tout cas aux disciplines de mettre sur pied un réseau national, ici encore de type IREM. Le recteur, le directeur de l'IUFM et le ou les président(s) d'université en contrôleront le fonctionnement par le biais des instances statutaires de l'IUFM.

D'autres éléments me viennent à l'esprit : moyens (matériels, locaux) ; carrières ; statuts des enseignants-chercheurs ; etc... On verra plus tard.

Michel BONN  
Novembre 1998

## OBJETS MATHÉMATIQUES

L'exposition « objets mathématiques » circule depuis deux ans dans les collèges des quatre départements lorrains.

Rappelons rapidement le « contenu » de cette exposition :

10 stands : Polycubes. Losanges. Trilosanges. Combis. Sphinx. Carrés de Mc Mahon. Tétraèdres et octaèdres. Losanges et décagones. Puzzles. Puzzle de Pythagore.

Pour chacun de ces 10 stands, un panneau explicatif (42x50 cm), et les objets permettant les recherches proposées.

Un classeur d'activités est joint à l'exposition.

L'ensemble, conçu à l'origine pour des élèves de collège, s'est révélé utilisable tant par les élèves de cycle 3 de l'école élémentaire que par des élèves de lycée. Il peut constituer un élément d'une animation mathématique, pour un Foyer Socio-éducatif, un club scientifique, une bibliothèque, etc.

### Modalités d'emprunt :

Les quatre exemplaires sont gérés bénévolement par des adhérents de la Régionale (un par département) :

Pour la Meurthe & Moselle : Annick REGNARD, Collège de l'Embanie à Dombasle. Tél. 03 80 48 23 92 (au collège).

Pour la Meuse : François DROUIN, Collège Les Avrils à Saint Mihiel. Tél. 03 29 89 06 81 (personnel).

Pour la Moselle : Martine DECHOUX, Collège Robert Schuman à Hombourg-Haut. Tél. 03 87 91 22 51 (personnel).

Pour les Vosges : Marie-José BALIVIERA, Lycée Louis Geisler à Raon l'Étape. Tél. 03 29 41 16 07 (répondeur si absente).

L'emprunteur prend contact avec ce responsable, vient chercher l'exposition (stands et objets), et la rapporte après utilisation.

## LETTRE DE MONSIEUR LE RECTEUR

Le 29 juin dernier, Monsieur le Recteur recevait la Régionale Lorraine APMEP. Suite à cette entrevue, il nous écrivait la lettre suivante:

Je vous remercie pour toute la documentation que vous m'avez remise et comme convenu je suis prêt à envoyer un courrier aux chefs d'établissements pour vos Journées Nationales prévues pendant les vacances de Toussaint 98, à vous aider pour monter les Journées Nationales de 1999 à Gérardmer, et pour essayer de trouver, avec les responsables de l'IREM, le directeur de l'IUFM et la direction des ressources humaines, de nouveaux modes de travail, formation, innovation. Veuillez agréer...

Mercredi 17 mars 1999 de 14 h à 18 h  
**Journée Régionale des Mathématiques**  
organisée par la Régionale Lorraine A.P.M.E.P.  
**au C.R.D.P. de Nancy-Metz**  
(99 rue de Metz, 54000 NANCY)

14 h : présentation des Journées Nationales de Gérardmer  
et des publications APMEP

15 h : Conférence de  
**Monsieur Jean-Louis GREFFE**  
professeur de mathématiques et d'épistémologie  
à l'École des Mines de Nancy (I.N.P.L.) :

## **HENRI POINCARÉ, UN SAVANT TOUJOURS CONTEMPORAIN ?**

A coté de grands bouleversements politiques, le lorrain Henri POINCARÉ (1854-1912) fut témoin et acteur des grands bouleversements scientifiques du début du XX<sup>ème</sup> siècle. En 1879, il présenta une thèse de doctorat sur les équations différentielles qu'il utilisa ensuite en mécanique céleste pour tenter de résoudre analytiquement **le problème des trois corps**. Il montra, en particulier, la très grande sensibilité des solutions d'un système différentiel aux conditions initiales d'intégration et imagina un dispositif ingénieux pour la mettre en évidence, appelé depuis "sections de POINCARÉ", qui sont à la base de l'étude de la dynamique des systèmes. Dans le même argumentaire, il montra que les solutions d'un système différentiel déterministe pouvaient dégénérer en **chaos**, notion actuellement revisitée par toutes les mathématiques non linéaires.

La carrière scientifique de Henri POINCARÉ n'a pas connu de poses et ses contributions à différentes sciences furent déterminantes : en algèbre (groupes non commutatifs), en analyse (fonctions automorphes), en topologie algébrique, discipline qu'il inventa, en géométrie (géométrie hyperbolique de POINCARÉ), en mécanique (théorème du retour et théorie des marées), en électromagnétisme (équation des télégraphistes et relativité).

Il fut aussi un excellent philosophe des sciences, laissant un ouvrage de référence : *La science et l'hypothèse* (1902).

17 h : présentation des activités (passées et à venir) de la Régionale, et  
Assemblée Générale.

17 h 45 : apéritif offert par la Régionale

← A NOTER DES A PRÉSENT DANS VOTRE CALENDRIER

## REGARDS MATHÉMATIQUES GRANDEUR NATURE

**L**e comité de la Régionale Lorraine, dans l'optique des Journées Nationales à Gérardmer, vous propose d'avoir un regard différent sur votre environnement quotidien. Des objets divers, des bâtiments, la faune et la flore et bien d'autres choses peuvent être utilisés pour une illustration, une application ou une utilisation d'une notion mathématique.

Photographies et cartes postales pourront servir de support. Le travail sera réalisé sur une ou plusieurs feuilles A4. Des précisions concernant le cliché devront figurer : le lieu et éventuellement la date. Grande liberté est laissée pour le développement de la notion mathématique étudiée.

Une fiche d'accompagnement précisera les noms et prénom des auteurs du travail, ainsi que nom, prénom et adresse de l'établissement de l'enseignant qui a organisé la recherche. Plusieurs études pourront être proposées. Les documents devront parvenir à l'adresse suivante : François DROUIN 2, allée du Cerisier, 55300 CHAUVONCOURT, avant le 30 Juin 1999.

Ils seront présentés à Gérardmer en novembre 1999 lors des Journées Nationales dont le thème est " MATHÉMATIQUES GRANDEUR NATURE ".

Bien qu'il ne s'agisse pas d'un concours, les meilleurs envois seront récompensés.

Les travaux seront ensuite à la disposition des collègues désirant organiser une exposition dans leur établissement et pourront être exploités pour une future publication de la Régionale.

*P.S. : L'architecture du centre administratif de la S.N.V.B., 2 rue de Vologne à Laxou est une belle visualisation du problème des empilements de cylindres évoqué dans les Petits Verts n°54 et 55 !!!*

← A NOTER DES A PRÉSENT DANS VOTRE CALENDRIER

# LES CARROÏDES

*ou des pistes d'activités pour tous les âges...*

## **Des cycloïdes...**

Tout le monde connaît sans doute le principe des cycloïdes, épi- et hypo-. Rappelons-le pour les quelques lecteurs distraits qui auraient la flemme de partir à la recherche du dictionnaire certainement perdu sous une pile de copies, à moins qu'il ne serve à caler le pied du bureau ou que le chat ne se soit assoupi dessus.

Reprenons donc les définitions proposées dans le précieux Dictionnaire des Mathématiques des P.U.F.

*"cycloïdes : famille de courbes engendrées par un point du plan d'un cercle roulant sans glisser sur une droite ou sur un autre cercle. Ce sont des roulettes. On distingue la cycloïde proprement dite, les épicycloïdes, les hypocycloïdes, les cycloïdes rallongées ou raccourcies ainsi que les épitrochoïdes et les hypotrochoïdes. Ces diverses courbes étaient appelées autrefois trochoïdes."*

Voilà ce qui s'appelle définir un concept !

Pour faire simple (au risque d'être taxé de vulgarisation déplacée) : soit C un cercle de centre O et de rayon r. Soit M un point du cercle, on s'intéresse à la trajectoire de M quand C roule sur ... une droite (cycloïde simple), ...un cercle à l'extérieur de celui-ci (épicycloïde), ...un cercle à l'intérieur de celui-ci (hypocycloïde). Si on s'intéresse à un point M' tel que  $OM' < r$ , on raccourcit la cycloïde, si M' vérifie  $OM' > r$ , on la rallonge.

Blaise Pascal, et quelques uns de ses correspondants favoris (Mersenne, Torricelli..) se sont beaucoup intéressés à ces courbes.

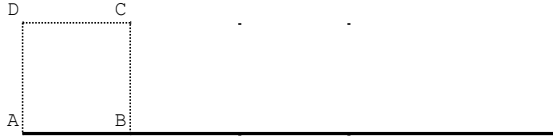
## **...aux carroïdes**

On se propose ici de découvrir une nouvelle famille de courbes, inspirées des épi-hypo-cycloïdes, les carroïdes, dont le principe est enfantin : au lieu de faire rouler des cercles sur et dans des cercles, faisons "rouler" des carrés sur et dans des carrés.

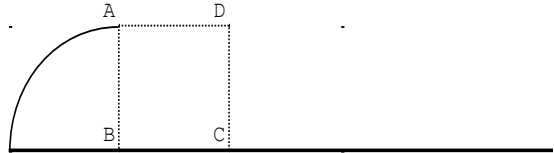
Considérons, pour bien comprendre, la "carroïde simple", obtenue comme



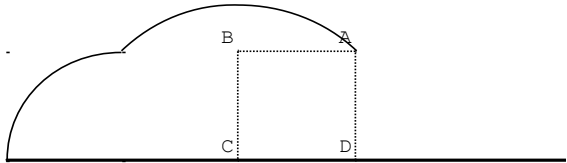
trajectoire d'un sommet d'un carré tournant sur une droite.



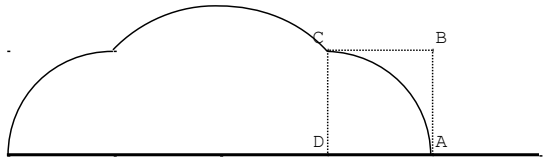
On suit la trajectoire du point A. Le carré pivote autour du point B, Le côté [BC] se "pose" sur la droite et le point A décrit un arc de cercle qui le mène à l'ancienne position du point C.



Le carré pivote ensuite autour du point C. Le côté [CD] se pose sur la droite, et A décrit un arc de cercle de rayon CA.

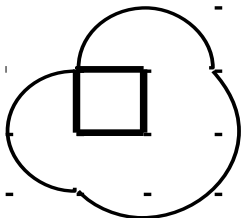


Le carré pivote autour de D, le côté [DA] se pose sur la droite, A décrit un quart de cercle de centre D et de rayon le côté du carré.

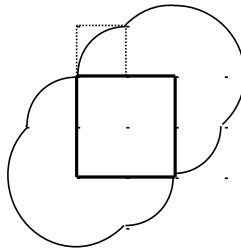


A l'étape suivante, le carré pivote autour de A, qui ne bouge donc pas. Le carré se retrouve alors dans la position initiale, et la suite de la trajectoire s'obtient par translation.

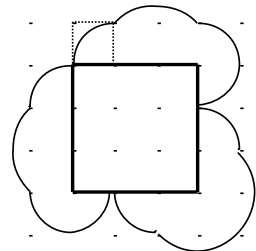
L'idée étant posée, le champ d'exploration est ouvert. On peut



n=1



n=2



n=3

s'intéresser, par exemple, au cas particulier du carré de côté 1 tournant autour du carré de côté  $n$ .

Diverses questions peuvent surgir : y a-t-il toujours des éléments de symétrie ? lesquels ? quelle est la longueur de la courbe obtenue ?

Selon la classe où l'on place l'activité, celle-ci peut poursuivre des objectifs variés : calculs de longueurs, symétrie, rotation, dessin, récurrence...

Considérons de plus près le problème de la longueur de la courbe. Les calculs nous conduisent aux résultats suivants.

$n=1$

La courbe obtenue (qui correspond à la cardioïde, tandis que le cas  $n=2$  correspondrait à la nephroïde...) est constituée de deux demi-cercles de rayon 1, et d'un demi-cercle de rayon  $\sqrt{2}$ . La longueur est donc :  $L_1 = \pi \cdot (2 + \sqrt{2})$ .

$n=2$

La courbe est constituée de quatre quarts de cercle de rayon 1 et de quatre quarts de cercle de rayon  $\sqrt{2}$ . La longueur est :  $L_2 = \pi (2 + \sqrt{2})$

$n=3$

La courbe obtenue est constituée de huit quarts de cercle de rayon 1, et de quatre quarts de cercle de rayon  $\sqrt{2}$ . La longueur est donc :  $L_3 = \pi \cdot (4 + \sqrt{2})$ .

On conjecture que la formule risque de prendre une forme du type :

$L_n = \pi(u_n + v_n)$  et la suite de l'exploration indique :

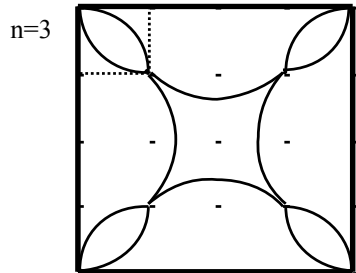
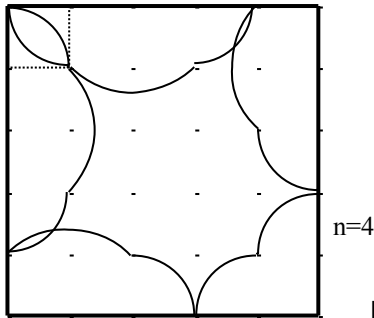
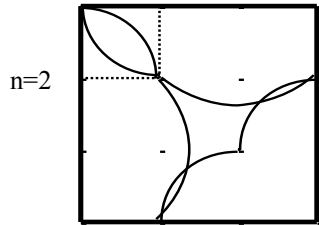
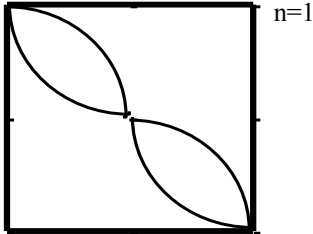
<b>n</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b><math>u_n</math></b>	2	2	4	4	6	6	8	8	10	10	12	12	14
<b><math>v_n</math></b>	1	2	2	2	3	4	4	4	5	6	6	6	7

On pourra ainsi établir les résultats :

$$L_{4k} = \pi(4k + 2k) ; L_{4k+1} = \pi(2(2k+1) + (2k+1)) ; L_{4k+2} = \pi(2(2k+1) + 2(k+1)) ;$$

$$L_{4k+3} = L_{4k+4}.$$

Si, de même, on s'intéresse aux hypocarroïdes, on aura les délicates courbes ci-dessous.



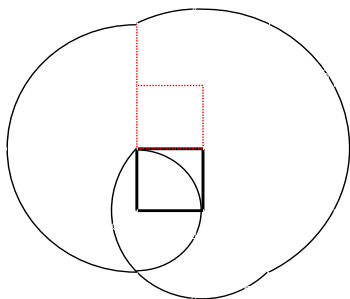
Le calcul des longueurs de ces courbes est de la même nature que celui des longueurs des épicarroïdes.

### ***Prolongements – Pistes de recherches***

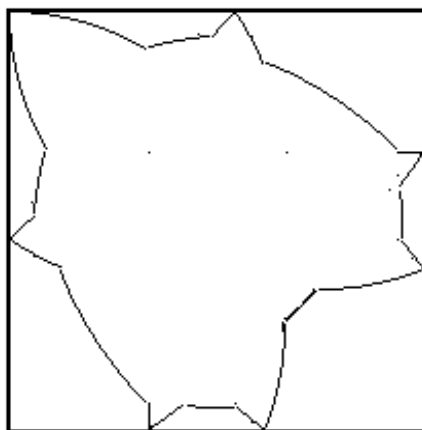
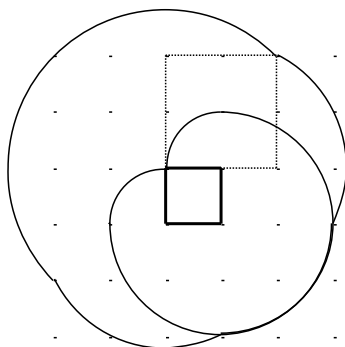
La liste des activités possibles à partir de ces courbes est loin d'être close. On peut, s'intéresser...

- au cas particulier du carré de côté  $n$  tournant autour du carré de côté 1.
- aux versions rallongées et raccourcies des carroïdes. (ci-après, une épicarroïde 1-1 rallongée)

■ au cas du carré de côté  $n$  tournant autour du carré de côté  $p$  : la courbe se referme-t-elle ? au bout de combien de tours ? quelle est la longueur de la courbe obtenue ?



*Ci-dessous une épicycloïde obtenue pour  $n$  double de  $p$  et une hypocycloïde obtenue avec un carré de côté 2 dans un carré de côté 3. On remarquera que la trajectoire est la réunion de 21 arcs de cercles ! Les deux carrés sont de dimension suffisamment proches pour que cela "coince".*



*(suite de la page 11) :*

- au cas où on ne suivrait plus la trajectoire d'un sommet, mais celle d'un point d'un côté ? d'un point intérieur ?
- à la fabrication d'un instrument de tracé équivalent du fameux "spirograph" (marque déposée).
- à la programmation du phénomène, ou du moins à son exploration à l'aide d'un logiciel de type "Cabri" (marque déposée aussi).
- à l'extension de l'idée en remplaçant les carrés par d'autres polygones ; aux modèles "mixtes" : un triangle de côté 1 tourne autour d'un carré de côté  $n$ ...

*Pol Le Gall*

**Journées de Gérardmer**  
**3-6 novembre 1999**  
**Avis de recherche pour les ateliers**

**L**ors des Journées Nationales de Gérardmer, quatre plages d'ateliers seront proposées aux participants. Comme toujours, les ateliers sont animés par des personnes volontaires et bénévoles (1). La durée prévue pour ces ateliers est de 1 h 30, voire 2 h.

Nous sommes persuadés que certains aspects de votre travail peut parfaitement s'intégrer dans le contenu de ces Journées dont le thème est, rappelons-le, MATHÉMATIQUES GRANDEUR NATURE.

Dans le cas où vous voudriez animer un atelier, veuillez remplir une fiche suivant le modèle ci-dessous, et l'envoyer le plus tôt possible à :  
Jacques VERDIER, 46 rue de la Grande Haie, F-54510 TOMBLAINE,  
E-mail : j.verdier@ac-nancy-metz.fr  
Merci d'avance.

(1) Nous vous rappelons la règle en vigueur à l'A.P.M.E.P. : l'animateur responsable (un seul par atelier) est dispensé des droits d'inscription ; il devra cependant remplir sa demande d'inscription aux Journées.

✂



**Proposition d'atelier :**

NOM, Prénom :

Adresse postale :

Téléphone :

E-mail :

Titre de l'atelier :

Résumé (en trois ou quatre lignes) :

Informations complémentaires éventuelles :

Durée demandée : 1 h 30 (durée normale) ou 2 h (durée exceptionnelle)

## MATH & MÉDIAS (SUITE)

### 11. LES FLUCTUATIONS DU TAUX DE L'EURO.

Même le Petit Vert s'est fait « épingler » par ses lecteurs attentifs. En effet, dans notre numéro précédent, on pouvait lire en page de couverture que l'abonnement à notre bulletin valait 38 F, et que cela correspondait à 5,80 euros, ce qui est tout à fait correct.

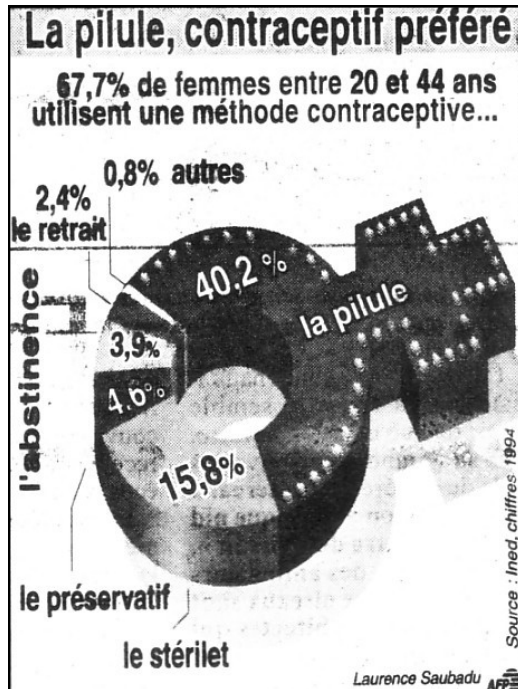
Mais en page 2, ces mêmes 38 F ne valaient plus que 3,80 euros, et en dernière page 4,80 euros.

### 12. LA PILULE EN GRANDE SURFACE

Un graphique comme on en fait rarement construire à nos élèves...

A votre avis, quel est le pourcentage de la surface grisée correspondant à la pilule par rapport au total du dessin ?  
40,2 % sur 67,7 % ?  
ou plus ?

(*Le Républicain Lorrain*, 08/10/98).



### 13. MILLE FRANCS

Entendu au "Jeu des 1000 F" le 6 octobre 98 sur France Inter : "Quelle est la mesure de capacité ancienne qui valait, suivant les régions, 1/8 ou 1/16 de litre ?"  
Pour aider les candidats, l'animatrice précise : "Ça fait environ 12 cl et 5 cl"  
... Ah ! La proportionnalité !

Quant à la réponse, c'est bien sûr aux lecteurs de la trouver !

(Transmis par Philippe Bardy, de Rennes, Lorrain par alliance et fidèle lecteur du Petit Vert).

### 73 %

C'est le pourcentage de jeunes Américains décédés de mort violente (accidents, homicides, suicides). D'autres statistiques montrent que 18 % des scolaires de 12 à 18 ans ont porté une arme au cours du dernier mois, 36 % se sont battus durant l'année et 7 % ont tenté de se suicider au cours des douze mois précédents.

Sans commentaire...

(Extrait du NOUVEL OBSERVATEUR du 31/08/98)

## 14. PRESQUE TOUS MORTS...

Ci-contre, le chiffre qui « chiffonne » (Paru dans MARIANNE du 31/08/98).

Question : combien reste-t-il de jeunes américains ? 27 % ?

## 15. LA BOURSE RUSSE ... PLONGE ET COULE :

Même le plus célèbre des spéculateurs, George Soros, avait fini par se laisser convaincre. Tragique erreur. Le RTS, le CAC 40 russe, est effectivement monté en flèche, jusqu'en septembre dernier. Mais en moins d'un an, il s'est effondré de 500%. « Il avait une exubérance, une excitation déraisonnable. Ce château de sable devait s'écrouler », dit aujourd'hui Thierry Malleret.

## 16. SANGLIER RADIOACTIF

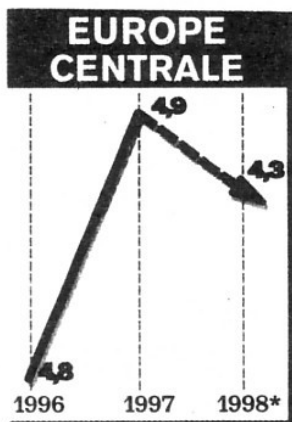
Sous le titre « L'ÉNIGME DES SANGLIERS RADIOACTIFS RÉSOLUE MATHÉMATIQUEMENT » (*Est Républicain* du 25/09/98), on pouvait lire un long article sur la contamination des sangliers des Vosges, consécutive à l'accident de Tchernobyl, dont voici un extrait :

(...) Son collègue, Bernard Descamps, a présenté une étude sur le sanglier et ses habitudes alimentaires : « La bibliographie permet d'estimer que les champignons peuvent représenter de 2 à 20% de l'alimentation du sanglier. Nous avons établi un modèle de transfert, fixé à 0,036 mètre carré par kilo puissance moins un de produit frais. Il colle très bien : avec un sol compris entre 12 et 24 000 becquerels par mètre carré comme autour de Saint-Jean-d'Ormont, il n'y a rien de surprenant à ce que l'on retrouve des sangliers à 2 000 becquerels par kilo ».

Si la démonstration mathématique paraît admise par la communauté scientifique, la chaîne aboutissant à cette contamination n'a pas été

reconstituée.

Si vous n'avez pas tout compris, demandez à Christophe Dollet, à l'Est Républicain.



## 17. CROISSANCE ET DÉCROISSANCE...

... sont les deux « mamelles » du graphique. (*Paru dans MARIANNE du 31/08/98*).

Où l'on peut faire deux constatations : la première, que 4,3 doit être supérieur à 4,8 ; la seconde, que les lecteurs du Petit Vert, rentrant de vacances fin août, ont eu le temps d'éplucher leurs hebdomadaires préférés : c'est déjà le troisième extrait datant du 31/08 !

## LETTRE À MONSIEUR LE RECTEUR

Maintenant que l'IUFM remplace la MAFPEN, une nouvelle instance a été créée pour élaborer le PAF mathématique : le "Groupe Technique Disciplinaire Math" se substitue à l'ancienne "Commission mathématique". Ce n'est hélas pas qu'un changement de nom, mais aussi un changement de constitution du groupe : ni l'IREM ni l'APMEP ne figurent désormais es-qualité dans le nouveau groupe. Nous avons écrit (le 23/11/98) à Monsieur le Recteur et à Monsieur le Directeur de l'IUFM pour nous étonner de cette absence.

Nous avons reçu une réponse par retour du courrier, signée de M. Marc SAUGET, I.P.R. chargé de la Mission Formation :

(...) Ces groupes de travail d'effectif restreint ne correspondent pas aux groupes de travail de l'ancienne MAFPEN, **ce qui explique que les associations de spécialistes n'ont pas été sollicitées en tant que telles.**

Je vous invite, si vous souhaitez des informations plus précises, à vous adresser à la direction de l'IUFM de Lorraine qui a arrêté la composition de ces groupes techniques.

Notre commentaire : l'argument de l'effectif "restreint" ne nous semble pas recevable : l'ancien groupe comportait 14 membres, et le nouveau 15...

Nous espérons cependant pouvoir à nouveau être officiellement représentés dans cette instance.



## LA LETTRE DE CLAIRE

Ma chère grande fille,

**Tu** me demandes mes impressions des journées de Rouen ? J'ai beaucoup pensé à ton petit coin d'Afrique. Il a plu et reflu pendant quatre jours, mais ici les maisons ne se sont pas écroulées. J'ai voyagé avec une ancienne copine de fac et on a pas mal parlé. J'étais bien contente d'avoir ces deux « marraines » (il y avait aussi la copine de la copine qui conduisait avec maestria) car j'étais pas qu'un peu impressionnée d'aller pour la première fois à un rassemblement de plus de 700 professeurs de mathématiques, a priori des vieux routards hypercompétents.

### Il a plu et reflu pendant quatre jours

A l'arrivée, accueil chaleureux. Je fus badgée, affublée d'un sac vert (mode d'emploi : tu marches dans les rues de Rouen. Tu vois un petit sac vert au bout d'un bras qui t'est parfaitement inconnu, alors c'est un prof de math comme on les aime, prêt à bavarder avec toi et aussi curieux que toi : que peuvent bien faire les collègues une fois que le dernier élève a refermé la porte ?), avec papier, pubs et même un crayon. Ouah ! Que dirait la lycéenne de Natitingou qui doit fabriquer et vendre des bracelets pour s'acheter ses crayons ? Je me faufilais dans la grande salle du Théâtre des Arts. Les officiels avaient abandonné la grande table avec la nappe jaune, les micros et les bouteilles plastiques. Solennité. Arriva un homme petit (vu du dessus) avec une mèche pour y passer la main quand elle ne virevoltait pas pour mieux argumenter. Toi qui aime les planches, tu aurais vu un cours se transformer en une scène fantastique. Il parla d'un nombre qui se baladait imprudemment au bord d'un étang et d'une promenade à petits pas dans un supermarché pour vérifier la qualité d'une publicité. Il parla de citoyenneté et de l'émotion que l'on ressent quand on comprend. Et on l'écoutait. Je sus alors que je ne m'ennuierais pas pendant ces journées.

### Convivialité à la régionale de Lorraine

Puis je visitai une expo à la Halle aux Toiles. Des collèves et des lycées du coin y ont participé. Chapeau. Je ruminais, admirative, mes souvenirs de conseil d'enseignement où les collègues ergotent systématiquement sur les heures de travail. Donc c'est possible, et ne pas se décourager. Le soir, après un plat de moules (recette normande : laisser cuire seulement dix minutes pour qu'elles restent moelleuses) près de la place du Vieux Marché, qui donne sur la rue du Gros Horloge, nous, les lorrains, avons regagné notre gîte, pas cher, en dehors de la ville, accessible avec le plan, car il y avait même un plan dans le petit sac vert. Plus précisément, notre voiture s'est déjà engagée derrière une autre voiture dans l'hôtel voisin : je ne sais pas si tu suis bien, mis c'était pour s'épargner le code à taper. Même grille, même parking, deux hôtels superposables, quoi... Ouf, nous avons pu sortir du parking juste derrière une autre voiture, retrouver le bon hôtel (refrain : qui est-ce qui connaît le code ?) et la bonne gérante fiancée à un marin breton comme de juste, et en plus un hôtel orienté à l'est pour admirer le matin le soleil tout rouge sur les falaises toutes blanches, annonciateur de la pluie. Samedi, 8 h 30, trouver l'entrée du lycée, au milieu des rues piétonnières ou à sens unique, puis encore un code pour que les plots s'enfoncent dans le sol (de la véritable simplicité en pays développé). Tout le monde décharge les cartons

pour le stand de la régionale : publications, la superbe Affiche pour la prochaine assemblée à Gérardmer, bonbons vosgiens... On s'y connaît en convivialité à la régionale de Lorraine.

### **J'ai visité les fameux stands**

Ensuite, premier atelier. J'ai choisi de rencontrer l'équipe de Géoflash : petite lumière dans leurs yeux quand ils en parlent, impossible de les arrêter, de se promener dans le logiciel. Ils n'ont pas eu de formation de marketing, juste de l'enthousiasme à partager. Bon, j'emmène la papier de commande pour en causer au collège. Puis réunion de la régionale de Lorraine. J'aurais voulu que tu sois là. Que de souvenirs : il y avait celle qui a acheté des puzzles, avec lesquels elle a joué à l'heure du café et - dois-je le dire ? - pendant une certaine conf, et celui dont la femme coud des ours à l'aide de Thalès ou je ne sais quoi, mes notes étant illisibles ! Tout le monde se sent mobilisé pour 99. Les confs sont déjà prévues. En tout cas l'accueil risque d'être parfait. Ils ont même envisagé une colo. Ce qui me semble une fameuse idée pour mobiliser les jeunes collègues souvent pris par la garde de jeunes enfants. Même les retraités s'investissent. Déjà très efficaces, ils ont récupéré les nappes et les affiches des stands. Pendant midi, j'ai visité les fameux stands. C'est plus commode et plus économique quand on peut feuilleter avant d'acheter. J'avais choisi l'année passée sur catalogue des outils inexploitable par la suite et comme on doit la plupart du temps tout acheter à ses frais, ce service rembourse une partie du déplacement. Tu vas être contente : il y avait même une assos d'astronomie. Ils m'ont photocopié la doc et fabriqué tout exprès un disque articulé pour t'expliquer pourquoi tu vois le croissant de lune horizontal sous les tropiques.

### **Un endroit pour rencontrer des gens épatants**

J'ai pu voir M. Deledicq, ce nom ne te dit rien, mais à moi si. J'ai encore de ses livres des années 70, dont je me servais beaucoup à l'époque. Un endroit pour rencontrer des gens épatants. Il y a aussi les IREM et les régionales, de quoi mettre une tête sous la signature des articles parus dans les revues. Après-midi, second atelier. Un collègue nous présente sa progression, une visite possible à la Villette, une bonne biblio, et des œuvres de ses élèves sur des objets impossibles. Je peux réinvestir. Bien. Ensuite (toujours dans des salles et avec des personnes différentes), un débat sur le travail en équipe. Pas assez de temps pour entendre les avis des autres sur les expériences réussies ou ratées, seulement une liste avec l'analyse de l'expérimentateur. Je repars avec des conseils : ne pas forcer les gens, prévoir petit. Dur, dur... le soir, le repas traditionnel des lorrains. Je me souviens que mes voisines s'y connaissaient en vin blanc, que c'était un délicieux « ... », j'ai oublié le nom. J'ai perdu là une intéressante occasion de m'instruire. Puis une nuit plus une heure à récupérer, et vint le dimanche et le troisième atelier. J'avais choisi « Décor en trompe l'œil, perspective accélérée ». Tellement intéressant qu'il y avait plus d'auditeurs que de chaises, et que je dus pas mal gigoter pour regarder par dessus l'épaule d'un collègue super baraqué. Des pistes pour la prochaine rencontre avec la prof de dessin. En plus on repart avec une maquette. Je sais bien que deux chercheurs ont démontré que les altruistes l'emportent sur les égoïstes par la modélisation numérique du comportement humain<sup>1</sup>, mais il faut souligner que l'ambiance de ces rencontres est on ne peut plus réconfortante. Une retournée des stands après-midi.

### **Un bel exemple de pédagogie**

L'après-midi, deux confs. La première sur le ciné mathématique. Tati était présent dans un film sur les probas. Puis un film sur la démonstration, qui parlait du plaisir, présentait des

mathématiciens et mathématiciennes (tout cela extrêmement correct), très vivant, et - je ne voudrais pas trop m'avancer - bon sur le plan cinématographique. Je ne peux pas trop parler de la moralité du suivant, qui parlait de lapins, parce que, heure de la sieste oblige, je me suis endormie et me suis réveillée sous de forts applaudissements. Après enquête, sur les 7 personnes que j'ai croisées avec ma tasse de café, 5 s'étaient endormies. Conclusion : prévoir de baisser le chauffage et d'augmenter le son en début d'après midi. Puis, à la suite, un exposé mathématique sur la beauté des arbres. Un orateur qui tenait tout son auditoire en haleine, passant de la contemplation lente d'images d'Australie, au rythme accéléré de son débit quand il commentait ses bouts de transparents qu'il posait, tournait, retournait, accolait, superposait, secouait, et il terminait ses chapitres par une conclusion en forme de pirouette. Physiquement, il me faisait penser à une liane, si la censure est d'accord j'ajoute une liane bien faite. Et une dernière démonstration au rythme du violon. J'avoue que j'envie son aisance, mais je ne suis pas dupe du travail qu'il y a derrière. Un bel exemple de pédagogie. Il a su nous faire entrevoir ce que pourrait être une bonne ambiance de travail.

Lundi matin, les deux dernières conférences. L'invention italienne de la perspective géométrique. C'était le sujet que je connaissais le mieux, qui m'avait le plus attiré au moment de l'inscription. Pour tout dire, le monsieur avait l'air de maîtriser son sujet, mais c'était comme s'il lisait un livre, et même plutôt vite. C'est ce qu'on appelle une courroie de transmission grippée : que les spécialistes de la mécanique me pardonnent ! Ensuite, pour se réveiller, une présentation très réussie de Gérardmer 99, avec humour et nombreux détails. Il ne manquait que les horaires de train.

## Maths en Scène

Pour finir, j'ai séché la dernière conférence, aussi ce sera une occasion de m'informer auprès de mes collègues. Je me devais bien sûr d'aller visiter la cathédrale et poster mes cartes postales<sup>1</sup>. Finalement, pendant deux jours et deux demi-jours, on a parlé math, pédagogie, didactique, enfants, élèves, collègues, peinture, théâtre, cuisine, architecture, couture, jeux de société, météorologie, astronomie, citoyenneté, biologie, émotion... Qu'a-t-on oublié ?

Le thème des journées était « Maths en Scène » et, en relisant ma lettre, je me dis qu'ils sont tombés dans le mille. Maintenant il faut relire les notes, classer les documents, garder de la lecture pour les prochaines vacances, et pendant que je suis bien requinquée ne pas perdre ce bel élan, organiser la réunion sur le projet 6<sup>ème</sup>, dégoter des pailles, du carton, des grandes feuilles de papier...

P.C.C. Claire A.

(les intertitres sont de la rédaction)

<sup>1</sup> Voir dans ce même bulletin page 2 «La loi du plus fort démentie par les maths !». N.D.L.R.

<sup>1</sup> Voir une de ces cartes postales en dessin de couverture. N.D.L.R.

# SIMULATION D'UN EXERCICE DE PROBABILITÉS (SUITE)

Jacques VERDIER  
Lycée Varoquaux  
54-TOMBLAINE

Dans le bulletin national n°418 d'octobre 1998, page 569, Bruno LOVAT et Daniel VAGOST " traitaient " par la simulation une situation proposée par Edith KOSMANEK dans le bulletin n°412 sous le titre "Un exercice émoustillant de calcul des probabilités".

Nous rappelons le problème : deux espions doivent se rencontrer discrètement ; ils se rendent en un lieu donné le premier lundi de chaque mois entre 17 et 18 heures ; le premier arrivé attend un certain temps  $t$ , à l'issue duquel il repart, même sans avoir rencontré l'autre. Le problème consiste à calculer le temps  $t$  de sorte que les deux agents se rencontrent au moins une fois par trimestre avec une probabilité de 0,95. Les hypothèses sont : l'instant d'arrivée de chaque agent est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme, les deux variables  $X$  et  $Y$  ainsi définies étant supposées indépendantes.

La solution proposée par Edith KOSMANEK consistait en l'étude analytique de la variable  $D = |X - Y|$ , durée qui sépare les deux arrivées. La solution proposée par Bruno LOVAT et Daniel VAGOST consistait en une simulation de la situation à l'aide du logiciel DERIVE. Les temps étaient calculés à la minute près, donc  $t$  prenait des valeurs entières entre 0 et 60. Le programme ci-dessous reprend l'analyse faite par Bruno et Daniel, mais est écrit dans le langage de la TI-89 (ou de la TI-92).

```

espions(k)
Prgm
© k = nombre de trimestres
simulés
Local k

© préparation de la matrice
des fréquences des réussites
newMat(2,60)→fr
For t,1,60
t→fr[1,t]
EndFor

© simulations pour chacune des
valeurs de t
For t,1,60
DelVar reuss

© construction de la matrice
des rencontres
DelVar mr
newMat(k,3)→mr
For j,1,3
For i,1,k
rand(61)-1→y
rand(61)-1→x
when(t≥abs(x-y),1,0)→mr[i,j]
EndFor
EndFor
© fin de construction de la
matrice des rencontres

© construction de la matrice
des fréquences des réussites
max(mri)→reuss
sum(reussi)[1,1]/k→fr[2,t]
round(fr[2,t],2)→fr[2,t]
EndFor © For t,1,60

```

Commentaires :

Le programme s'appelle **espions** et est appelé par l'instruction **espions(k)**, où **k** est le nombre de trimestre sur lesquels on fait la simulation, valeur choisie par l'utilisateur.

Le résultat sera un tableau (matrice **fr**) à 2 lignes et 60 colonnes, tel celui donné page 572 de l'article cité.

Pour chacune des valeurs de **t**, de 1 à 60, on va d'abord construire la matrice **mr** des rencontres, à 3 colonnes et **k** lignes (une ligne par trimestre, et une colonne par mois), avec 1 si la rencontre mensuelle a eu lieu, et 0 si elle n'a pas eu lieu.

On construit ensuite la matrice **reuss** des réussites trimestrielles, qui (pour chacun des **k** trimestres) vaut 1 s'il y a au moins un 1 dans la ligne correspondante de **mr**, 0 sinon.

Puis on somme les éléments de **reuss** pour obtenir le nombre de trimestres satisfaisant au problème. Ce nombre, rapporté à **k**, donnera la fréquence, que l'on reportera dans la 2<sup>ème</sup> ligne du tableau **fr** (dans la colonne correspondant à la valeur de **t** courante).

N.B.1. L'instruction **rand(n)** rendant un entier aléatoire entre 1 et **n** inclus, on a dû prendre **rand(61)-1** pour obtenir un entier entre 0 et 60 inclus.

N.B.2. Les instruction **max** et **sum** de la TI89 ne permettant que la recherche de maxima ou de totaux par colonne, il a été nécessaire de transposer les matrices quand c'était nécessaire (instruction <sup>†</sup>).

Exemple de simulation avec **k = 50** ; matrice **fr** obtenue :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.18	0.2	0.18	0.48	0.5	0.62	0.44	0.58	0.64	0.7	0.7	0.76	0.76	0.78	0.84
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.88	0.8	0.86	0.86	0.96	0.86	0.9	0.9	0.96	0.98	0.92	0.98	0.98	0.96	0.98

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
1.	0.98	0.98	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.

46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.

\*\*\*\*\*

★

★

★

★ **LES GOUTERS DE L'APM** ★

★ Renouant avec la tradition de l'an passé, la Régionale va bientôt organiser ★

★ deux nouveaux "gouters". ★

★ Le premier aura lieu le mercredi 3 février à ÉPINAL, sur le thème ★

★ "MATHÉ-MATIQUES ET INTERNET". ★

★ Le second aura lieu à l'ENSAM de METZ, où l'on montrera l'utilisation ★

★ des mathématiques dans la conception de certains outils industriels. ★

★ Un invitation sera envoyée dans tous les établissements des villes ★

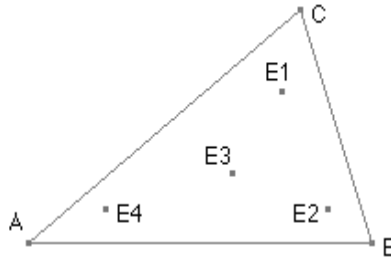
★

\*\*\*\*\*

## Problème du trimestre n° 56

Proposé par Claude PAGANO, de La Seyne Sur Mer

Quatre étudiants "planchent" dans une salle triangulaire. Où doivent-ils se placer pour qu'ils soient le plus loin possible les uns des autres ? C'est à dire que la distance séparant les deux qui sont le plus proches soit la plus grande possible ?  
Et si on voulait y mettre cinq étudiants ?  
Et cinq étudiants dans une salle quadrangulaire (quelconque) ?



Envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à

## Solution du problème du trimestre n° 55

Par combien de zéros se termine 1998! (lire : factorielle 1998) ?  
et 1999! ? et 2000! ?

Nous avons reçu  $3! + 1$  solutions pour ce problème, dont les auteurs sont Richard BECZKOWSKI (71 Châlon-sur-Saône), Jérôme CARDOT (29 Brest), Roger CARDOT (54 Villers-lès-Nancy), Pol LE GALL (57 Courcelles-Chaussy), Claude PAGANO (83 La Seyne-sur-Mer), Eric SIGWARD (57 Sarreguemines) et Jacques VERDIER (54 Tomblaine).

Commençons par remarquer:

- que le nombre de zéros à la droite de l'écriture décimale d'un entier  $N$  est l'exposant de la plus grande puissance de 10 qui divise  $N$
- qu'un entier  $N$  est multiple de  $10^n$  si, et seulement si,  $N$  est multiple de  $2^n$  et de  $5^n$
- que  $N!$  est divisible par tout entier inférieur ou égal à  $N$ .

Il résulte de ces remarques que, si dans la suite des entiers inférieurs ou égaux à  $N!$  on rencontre un terme de la forme  $k \cdot 5^n$ , on a déjà rencontré précédemment le terme  $k \cdot 2^n$  qui lui est inférieur (car  $2^n < 5^n$ ). Par conséquent c'est l'exposant de 5 dans la décomposition de  $N!$  en facteurs premiers qui détermine la puissance de 10 qui divise  $N!$ . Autrement dit, si  $i$  est le plus grand entier tel que  $5^i$  divise  $N!$ , le

nombre de zéros cherché est égal à  $i$ .

**Première solution** (J. Cardot, R. Cardot, P. Le Gall).

On remarque que, pour tout entier inférieur ou égal à  $N$ :

- chaque multiple de 5 produit un zéro
- chaque multiple de  $5^2 (= 25)$  produit un zéro supplémentaire
- chaque multiple de  $5^3 (= 125)$  produit un zéro supplémentaire
- chaque multiple de  $5^4 (= 625)$  produit un zéro supplémentaire.

Par conséquent, comme  $1998 = 399.5 + 3$ , il y a, parmi les entiers inférieurs ou égaux à 1998, 399 multiples de 5, fournissant au total 399 zéros.

De même,  $1998 = 79.25 + 23$ , donc il y a 79 multiples de 25, fournissant 79 zéros supplémentaires.

De même,  $1998 = 15.125 + 123$ , donc il y a 15 multiples de 125, fournissant un zéro supplémentaire.

Enfin,  $1998 = 3.625 + 123$ , donc il y a 3 multiples de 625, qui fournissent un zéro supplémentaire.

Donc le nombre de zéros cherché est  $i = 399 + 79 + 15 + 3 = 496$ .

Par conséquent, l'écriture décimale de  $1998!$  se termine à droite par 496 zéros.

On trouve le même résultat pour l'écriture décimale de  $1999!$ , et, pour celle de  $2000!$ ,  $i = 400 + 80 + 16 + 3 = 499$  zéros à droite.

**Deuxième solution** (J. Cardot). On aura sans doute remarqué le lien entre ce qui précède et l'écriture d'un nombre entier en base cinq.

En effet, 1998 s'écrit  $\overline{30443}$  en base cinq. On en déduit qu'il y a  $\overline{3044}$  (soit 399) multiples de 5 parmi les nombres inférieurs ou égaux à 1998. De même, il y a  $\overline{304}$  (soit 79) multiples de 2,  $\overline{30}$  (soit 15) multiples de 125, et enfin  $\overline{3}$  (soit 3) multiples de 625 parmi ces nombres. Donc, au total,  $399 + 79 + 15 + 3$  zéros à droite dans l'écriture décimale de  $1998!$ .

De même, 1999 s'écrit  $\overline{30444}$  en base cinq, d'où un nombre de zéros égal à  $\overline{3044} + \overline{304} + \overline{30} + \overline{3} = \overline{3441}$  (soit 496).

Enfin, 2000 s'écrit  $\overline{31000}$  en base cinq, d'où un nombre de zéros égal à  $\overline{3100} + \overline{310} + \overline{31} + \overline{3} = \overline{3444}$  (soit 499).

**Troisième solution** (R. Beczkowski, C. Pagano, E. Sigward). Le plus grand multiple de 5 contenu dans  $N$  est évidemment  $5.E(N/5)$ , où  $E$  désigne la fonction

partie entière. Par conséquent  $N!$  est divisible par  $5^{n_1} \cdot \prod_{k=1}^{n_1} k = 5^{n_1} \cdot n_1!$ , où  $n_1 = E(N/5)$ .

Le nombre  $n_1!$  est lui-même (en général) un multiple de 5. En recommençant comme ci-dessus avec  $n_1$  au lieu de  $N$ , on trouve que  $n_1!$  est divisible par

$$5^{n_2} \cdot \prod_{k=1}^{n_2} k = 5^{n_2} \cdot n_2!, \text{ où } n_2 = E(n_1/5).$$

Considérons maintenant la suite  $(n_p)$  définie par  $n_0 = N$  et  $n_{p+1} = E(n_p/5)$ . Elle est strictement décroissante et, comme elle ne prend que des valeurs entières, elle est finie. Soit  $n_r$  le dernier terme non nul de cette suite. D'après ce qui précède,  $N!$  est divisible par  $5^i$ , où  $i = \sum_{k=1}^r n_k$  et, par construction, il s'agit là de la plus grande puissance de 5 (donc aussi de 10) qui divise  $N!$ .

Si nous déterminons la suite  $(n_p)$  pour  $N = 1998$ , nous obtenons

$n_0$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$
1998	399	79	15	3	0

On en déduit  $i = 399 + 79 + 15 + 3 = 496$ . Par conséquent, l'écriture décimale de  $1998!$  se termine à droite par 496 zéros.

N.B.: Pour  $N = 1999$ , on obtient la même suite à partir de  $n_1$ , donc le même résultat.

Pour  $N = 2000$ , on obtient:

$n_0$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$
2000	400	80	16	3	0

D'où  $i = 400 + 80 + 16 + 3 = 499$  (les 3 zéros supplémentaires sont, bien évidemment, ceux de 2000).

**Quatrième solution** (R. Cardot, P. Le Gall, J. Verdier). On fait calculer et afficher  $1998!$  par un logiciel, puis on compte les zéros demandés. Voir ci-après l'écriture décimale de  $1998!$  par Maple (PLG).

JV précise le programme qu'il a utilisé sur TI 89, appelé zerofact et exécuté par l'instruction zerofact(n):

```

zerofact(n)
Prgm
n→q : 0→k
While q≥5
  int(q/5)→q
  k+1→k
EndWhile
Σ(int(n/5^j),j,1,k)→z
ClrIO
Disp "Il y a",z,"zéros dans
factorielle",n
EndPrgm

```

Si on appelle le programme en tapant par exemple zerofact(1998), on obtient instantanément la réponse suivante à l'écran :

FS	Pr	3	MB	2	00	00
Il y a						
496						
zéros dans factorielle						
1998						
PRGMS	DEG	AUTO	FUNC	2/39		



**Remarque:** E. Sigward fait remarquer que, en notant  $v_p(n)$  la p-valeur de l'entier naturel  $n$  (c'est-à-dire le nombre de multiples de  $p$  inférieurs ou égaux à  $n$ ), on a  $v_p(n!) = \sum_{k \geq 1} E(n/p^k)$ , et que l'on obtient donc le nombre cherché en prenant  $p=5$ .

En outre, le nombre de multiples de  $v_p(n!)$  fournit également la décomposition en facteurs premiers de  $N!$ , car  $N! = \prod_{p \in P} p^{v_p(N!)}$ , où  $P$  est l'ensemble des nombres premiers.

Il propose en application les deux exercices :

a) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , et soient  $r$  entiers naturels  $p_1, p_2, \dots, p_r$  tels que  $p_1 + \dots + p_r = n$ .

Montrer que  $\frac{n!}{p_1! \dots p_r!}$  est un entier.

b) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Montrer que  $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$  est un entier pair.

1998:

```

8294835148700933569723345124001211501453519780154528502555511615072631510\
5192616868441051297141885749259688667864578141802352970839243070568130\
72374345657051934481879980975639098862574254789358777489880071134503\
92790805620880723218713315251436507775826254255314857314578705046005\
325028912871967249944913850854919248041988228090448044180995427021675\
1265907964517289659325727206420714754645927886441252714582207750210244\
61868193240035893280106429217538799781479459825583171966606028789409783\
8629478876455126225539058336373317531265529423317032827292531508137093913\
802599132579941852349205839073582383827014170328272925315626614514658\
9482473085040060739199048460473409491236744307131884277581949997129790\
12883096951011620737722037974315599036426106128569272114796977606538963\
10001175907917833102297679339077709458541241480426953372417652340533762\
81894911994667674572831290576287677837621352067443411791464014287897846\
698031289711186085812057511643372159863827705192063905025241815670260\
6921197128403235747001267744678737009723268297408138685602570986731480\
75819283148110470415843262388081324841379204847001187957184135794850794\
671568888344455723563065497766147939468868657013801170965463372815602\
4440665574292610442123442664990367169146784504397157323700551091066280\
414332611349471951604147394404199310995113554191951324488055908720382\
93075049061893426698220036923131378054900447243397981219129631315676494\
7273796366272267632925589434456259155155124288534179894994575500390226\
26065538727899438917009806824879169171534306789596820042063343251459\
0735678541706354687495338153889369341788074035380288616650142693128357\
3623158588165749826238893334766221809432401748870687364170612604838988\
654765937008194728935292020513312766108676039076622709894327142824591714\
786862170739418874266830553131155032478776400144405136417217184834687\
861578278814752871639078436758570021210319523794102493700254680434135448\
231693807274141567506964068034211917611618250080317016820050303506619\
7399921072494263563082572419128622497590765213185271799812630702636\
306280573413201382448986414107424009780447573117102288602176232030460\
23783092642642643895378559162460179252493766549299337860810064705739\
785163714975232871615949564351366999973717842044821625699822020842804\
072594851311656975077482894056759625478427478875027032413559486715368\
3798369659531354203512556552626757896167655573041962766390239331570007\
2129079793163296665483112468691979185114623195737579591213073037028818\
69268038938747417682785673496144260411084850172738191213974169689992\
44658374046861887642624857689439118074739562915713520323648969700445478\
79608759676241872825711946824162514386739024702450593702084843082199190\
631677551554138674713502710983016850778671923102105844531103267753021\
8948226932543227878931755583925327022370651246416640988185566171084778\
5348596132788651292088562768856926459164373296819118250071206899410948\

```

Suite page suivante

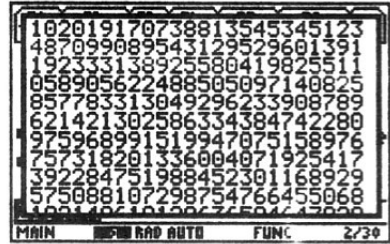
**Remarque de la rédaction :**

On peut ainsi montrer qu'il y a 249 zéros dans 1 000 !, 249 998 zéros dans 1 000 000 !  
et 249 999 998 zéros dans 1 000 000 000 !

Curieux, non ?

Remarque à propos de la TI-89 : elle peut calculer , en valeur exacte avec tous les chiffres, jusqu'à 299!

Mais le résultat n'est pas facile à lire ;  
voici de début de ce nombre de 613 chiffres terminé par 72 zéros :



\*\*\*\*\*  
\* N'OUBLIEZ PAS \*

\* **ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE LORRAINE** \*

\* Mercredi 17 mars 1999 à 17 h au CRDP de Nancy (voir page 6) \*

\* Cette annonce tient lieu de convocation \*

Nous avons trouvé, sur le site suivant, un exemple de mémoire professionnel soutenu par deux stagiaires IUFM de Besançon. Pour le consulter, il suffit de se brancher...

**<http://ecole.le-village.com/ced/sommaire.htm>**

Titre du mémoire :

**RÉSOLUTION ALGÈBRE DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS EN CLASSE DE TROISIÈME.**

Sommaire de ce mémoire :

INTRODUCTION

I. APPROCHE ÉPISTÉMOLOGIQUE ET DIDACTIQUE

1. Evolution historique de la notion de système

2. Point de vue didactique : nos choix

II. ANALYSE DE LA SÉQUENCE

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES



Pour contacter les auteurs par e-mail :  
frenchy@ipoint.fr ou ced0@yahoo.com

## EVAPM-TERMINALES

L'A.P.M.E.P. lance cette année une vaste opération d'évaluation des programmes de terminales (toutes séries).

Pour ce faire, elle va envoyer (si ce n'est déjà fait) des courriers dans tous les lycées de France : une lettre au Proviseur, une lettre aux Professeurs de mathématiques, et un questionnaire pour les Professeurs.

C'est le Proviseur qui aura la charge de « dispatcher » ces lettres aux enseignants de terminale.

**Nous vous demandons de bien vérifier, dans votre établissement, si ces courriers sont arrivés à destination.**

**Et, bien entendu, nous ne pouvons que vous inciter (très fortement) à participer à cette opération d'évaluation.**

Voici quelques extraits de la lettre destinée aux professeurs :

(...) une évaluation du niveau TERMINALE se déroulera à la fin de l'année scolaire 1998-99. Les objectifs sont à l'évidence tout à fait différents de ceux du baccalauréat, et on peut envisager de confronter ultérieurement les informations données par ces deux types d'évaluation. L'équipe de préparation de cette opération la conçoit de façon à permettre de l'intégrer dans la préparation de l'examen auquel se préparent les élèves.

(...) Toutes les séries de TERMINALE sont concernées par cette évaluation. Une épreuve de formation générale en mathématiques (à plusieurs modalités) sera commune à l'ensemble des sections, tandis qu'une seconde épreuve (toujours suivant plusieurs modalités) sera spécifique aux diverses séries.

La contrepartie de l'indépendance de l'association qui organise cette opération est qu'aucun financement de l'institution n'est sollicité. Une participation financière est donc demandée, destinée à couvrir les frais d'impression, de mise à disposition et de traitement des résultats ; elle est fixée à 100 F par classe (...)

Modalités pratiques de l'évaluation :

- Il est souhaitable que, dans chaque lycée, un professeur accepte de coordonner l'opération, mais les inscriptions isolées restent possibles. (...)
- L'ensemble des documents parviendra dans les établissements début mai 1999. (...) Les documents seront accompagnés d'un logiciel PC permettant la saisie et le traitement local et immédiat des résultats, mais l'utilisation de ce logiciel sera facultative.
- Il est souhaitable que les inscriptions nous parviennent avant le 28 janvier (après cette date contacter par téléphone Michèle Pécal au 04 93 42 53 43 ou, mieux, par email [pecal@unice.fr](mailto:pecal@unice.fr)).
- Pour chaque classe, le temps investi par le professeur ne devrait pas excéder le temps de correction de deux devoirs normaux ; les résultats à ces épreuves pouvant, éventuellement, être pris en compte pour l'évaluation des élèves et entrer dans les révisions pour le baccalauréat.

# Sommaire

EDITORIAL (Michel Bonn)	3
VIE DE L'ASSOCIATION	
Exposition "objets mathématiques"	5
Journée régionale du 17 mars 1999	6
Regards mathématiques	7
Ateliers pour Gérardmer	13
EVAPM terminales	27
ÉTUDES MATHÉMATIQUES	
Les carroïdes (Pol le Gall)	8
Simulation d'un exercice de probabilités	20
MATHS ET MÉDIAS	
N <sup>OS</sup> 11 à 17	14
RUBRIQUE PROBLÈME	
Énoncé du problème n°56	22
Solutions du problème précédent	22
LA LETTRE DE CLAIRE	17
La loi du plus fort démentie par les maths	2

## LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP : 2 814 D 73 S. N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : décembre 1998.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences ), BP 239. 54506-VANDEOEUVRE

Ce numéro a été tiré à 475 exemplaires.

**ABONNEMENT (4 numéros par an) : 38 F/5.80 euros.**

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P.  
à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"