UNE INTRODUCTION AUX PROBABILITÉS À PARTIR D'UNE "ERREUR HISTORIQUE".

Bernard PARZYSZ
Michèle FABREGAS-BECHLER

Cette approche a été expérimentée courant décembre 1997 dans la classe de Première ES de Michèle Fabregas-Bechler, au Lycée Robert Schuman de Metz[1]. Pour commencer, le professeur a distribué à chaque élève un document (voir encadré page 9) consistant en un extrait de l'entrée "Croix ou pile" de la Grande Encyclopédie, article dû à Jean Le Rond d'Alembert.

<u>Phase 1</u> Les élèves sont répartis en 7 groupes de quatre. Après une rapide présentation de l'Encyclopédie et de Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), la consigne suivante est donnée *: «Lire individuellement le texte distribué , afin de répondre aux questions suivantes :*

- De quel jeu s'agit-il ?
- Avec quoi joue-t-on ?
- Comment gagne-t-on à ce jeu ?"

<u>Phase 2</u> Après la lecture individuelle du document, le professeur donne la consigne suivante: *"Dans chaque groupe, mettez en commun vos réponses".*

Dans les différents groupes, les discussions commencent alors. L'écoute de ces discussions permet de s'apercevoir que les opinions *a priori* des élèves sur les "chances d'obtenir au moins une "face" en deux lancers successifs d'une pièce" sont de trois types: une chance sur deux, deux chances sur trois et trois chances sur quatre.

<u>Phase 3</u> Le professeur demande ensuite aux élèves : *"Quelles sont les différentes thèses en présence ? Quelle est celle qui vous semble correcte ?"*. Il est à noter que, dans la plupart des groupes, les pièces sortent rapidement des poches et qu'on procède à des simulations: la dévolution de la tâche s'opère donc bien comme prévu. Les positions s'homogénéisent ainsi au sein de chaque groupe.

- *Thèse 1* (deux groupes) : une chance sur deux
- *Thèse 2* (trois groupes) : deux chances sur trois

- *Thèse 3* (deux groupes) : trois chances sur quatre.

Phase 4 La consigne suivante est donnée: *"Dans chaque groupe, mettez en commun une argumentation pour justifier votre point de vue, dans le but de convaincre une personne qui ne le partage pas. Vous pouvez envisager plusieurs moyens: des arguments, des schémas, des tableaux..."*

En fait, contrairement à ce qui était plus ou moins attendu, les élèves n'ont recours, ni à des schémas, ni à des tableaux, et seule l'argumentation verbale apparaît.

Phase 5 Mise en commun. Chaque groupe délègue un représentant pour indiquer et justifier la thèse commune au groupe. La thèse 3 (trois chances sur quatre) s'effondre alors devant l'argument "massue" mis en avant par les tenants de la thèse 2: si on fait "face" au premier lancer, on s'arrête[2]. Notons que ce même argument fait aussi vaciller (mais non disparaître) la thèse 1.

A l'issue de cette phase, il ne reste donc plus que deux thèses - contradictoires - en présence: une chance sur deux, et deux chances sur trois (très majoritaire), avec les arguments suivants:

- *thèse 1 :* (une chance sur deux) : la pièce a deux faces, et à chaque lancer on a donc une chance sur deux de faire "face".

- *thèse 2 :* (deux chances sur trois) : l'argumentation développée n'est autre que celle du texte de d'Alembert. On a deux chances sur trois, car il y a trois possibilités :

- soit on fait "face" au premier lancer, et dans ce cas on gagne;

- soit on fait "pile" au premier lancer, et dans ce cas: on gagne si on fait "face" au second lancer, et on perd si on fait "pile".

Le problème est alors posé : *Comment peut-on faire pour savoir qui a raison ?* L'idée de la simulation (ré)apparaît rapidement; elle s'appuie intuitivement sur l'idée que "sur un grand nombre de parties, les variations se compensent".

Phase 6 Expérimentation. L'expérience à mener est décrite comme suit par le professeur: *"L'expérience consiste à lancer deux fois une pièce de monnaie, et on s'intéresse à l'événement : "obtenir au moins une "face" sur les deux coups". La règle du jeu est donc la suivante :*

- lancer la pièce une première fois; si on obtient "face" la partie est finie, on a gagné et on marque un point

- sinon, lancer la pièce une deuxième fois: si on obtient "face" on a gagné la partie et on marque un point; sinon, on a perdu.

(Suite page 10)

(Extrait de l'article "Croix ou pile" de la Grande Encyclopédie (écrit par d'Alembert)

Ce jeu, qui est très connu et qui n'a pas besoin de définition, nous fournira les réflexions suivantes :

On demande combien il y a à parier qu'on amènera croix en jouant deux coups consécutifs. La réponse qu'on trouvera dans tous les auteurs, et suivant les principes ordinaires, est celle-ci. Il y a quatre combinaisons :

Premier coup	Second coup
Croix	*Croix*
Pile	*Croix*
Croix	*Pile*
Pile	*Pile*

De ces quatre combinaisons, une seule fait perdre et trois font gagner; il y a donc 3 contre 1 à parier en faveur du joueur qui jette la pièce. S'il pariait en trois coups, on trouverait huit combinaisons, dont une seule fait perdre et sept font gagner; ainsi, il y aurait 7 contre 1 à parier.

Cependant cela est-il bien exact? Car, pour ne prendre ici que le cas de deux coups, ne faut-il pas réduire à une les deux combinaisons qui donnent croix au premier coup? Car, dès qu'une fois croix est venu, le jeu est fini, et le second coup est compté pour rien. Ainsi, il n'y a proprement que trois combinaisons de possibles :

Croix, *premier coup*
Pile, croix, *premier et second coup*
Pile, pile, *premier et second coup.*

Donc il n'y a que 2 contre 1 à parier. De même, dans le cas de trois coups, on trouvera :

Croix
Pile, croix
Pile, pile, croix
Pile, pile, pile.

Donc il n'y a que 3 contre 1 à parier.

Ceci est digne, ce me semble, de l'attention des calculateurs, et irait à réformer bien des règles unanimement reçues sur les jeux de hasard.

(Suite de la page 8)

Consigne : dans chaque groupe, chacun réalisera 20 parties et comptabilisera le nombre de parties gagnées.

Le professeur procède alors à la distribution, dans chaque groupe:

a) d'une pièce de 20 centimes et d'un gobelet en plastique, destinés à fixer le protocole expérimental

b) d'un tableau de relevés à remplir.

Phase 7 Mise en commun. L'expérimentation a fourni les résultats suivants :

groupe	1	2	3	4	5	6	7
nombre de parties gagnées	65	69	53	53	64	58	62
nombre de parties jouées	80	80	80	80	80	80	80
fréquence	0,81	0,86	0,66	0,66	0,80	0,72	0,77

Les résultats obtenus ci-dessus semblent disqualifier la thèse 1, mais ils sont parfois assez éloignés de la valeur 2/3 correspondant à la thèse 2. D'où l'idée, suggérée par le professeur, de cumuler les résultats des différents groupes pour disposer d'un plus grand nombre d'essais. On obtient alors :

groupes	1	1 + 2	1 à 3	1 à 4	1 à 5	1 à 6	1 à 7
nombre de parties gagnées	65	134	187	240	304	362	424
nombre de parties jouées	80	160	240	320	400	480	560
fréquence	0,81	0,84	0,80	0,75	0,76	0,75	0,77

Phase 8 Question posée à la classe: *"Quelles conclusions peut-on tirer de cette simulation ?"*

Certes, ces nouveaux résultats confortent le discrédit jeté sur la thèse 1 ...mais ils semblent aussi éliminer la thèse 2, et seule l'éphémère thèse 3 semble pouvoir désormais convenir.

Phase 9 Le professeur indique maintenant à la classe qu'il est également possible d'effectuer une simulation à la calculatrice, et donne les explications suivantes:

"Sur vos calculatrices existe une touche appelée "RND", ou "RAND", ou "RAN#"...
Appuyez sur cette touche. Qu'observez-vous ?" (le nombre affiché est compris entre 0 et 1).

"Le nombre affiché est choisi "au hasard" par la machine. Voici la règle

que vous allez utiliser pour simuler le lancer d'une pièce:

- un nombre affiché supérieur à 0,5 correspondra à "face"

- un nombre affiché inférieur à 0,5 correspondra à "pile".

Avec la même règle du jeu que pour l'expérience "réelle", chacun va réaliser 50 parties et remplir le tableau que je vais distribuer."

Phase 10 Mise en commun. Les tableaux ci-dessous récapitulent les résultats obtenus :

Tableau cumulatif (par analogie avec ce qui a été fait auparavant) :

groupe	1	2	3	4	5	6	7
nombre de parties gagnées	149	162	73	162	157	143	172
nombre de parties jouées	200	200	100	200	200	200	200
fréquence	0,74	0,81	0,73	0,81	0,78	0,71	0,86

Les élèves s'aperçoivent alors de deux choses :

1° Les résultats obtenus à la calculatrice sont voisins de ceux obtenus par l'expérimentation réelle

groupes	1	1+2	1 à 3	1 à 4	1 à 5	1 à 6	1 à 7
nombre de parties gagnées	149	311	384	546	703	846	1018
nombre de parties jouées	200	400	500	700	900	1100	1300
fréquence	0,74	078	0,77	0,78	0,78	0,77	0,78

2° sur un grand nombre de parties, la fréquence semble plus proche de 0,75 que de 0,67.

Mais cela ne permet pas encore de conclure que (contrairement aux croyances initiales) la thèse 3 est effectivement la bonne. Il reste maintenant -et ce fut l'objectif du cours suivant- à élaborer un *modèle théorique* de cette expérience aléatoire qui:

1° ne soit pas en contradiction avec les résultats de l'expérimentation et de la simulation

2° emporte l'adhésion de tous.

Au vu des résultats observés, la conclusion que l'on peut tirer de cette -trop courte- séquence est que ce type d'activités ne se suffit pas à lui-même, et ne suffit pas à faire naître l'idée de modélisation. Nous pensons que l'enseignant doit les accompagner d'un discours de type "méta" (cf. Aline Robert), destiné en particulier à expliciter ce qu'est une modélisation, c'est-à-dire à montrer aux élèves que:

1° l'expérimentation réelle, pas plus que la simulation à la calculatrice ou à l'ordinateur, ne permet d'élucider complètement le problème (Y a-t-il une limite pour la fréquence ? Que faut-il entendre ici par "limite" ? etc.);

2° le but premier des probabilités est construire une théorie susceptible de justifier le type de faits expérimentaux qui ont été observés (i.e. les phénomènes aléatoires);

3° une telle théorie ne sera intéressante que si elle est capable, en plus, de prédire certains résultats (par ex. au jeu de dés), qui pourront être contrôlés *a posteriori* par des expérimentations ou des simulations, dans un balancement dialectique entre expérience et théorie.

En fait, étant donné le peu de temps dont nous avons disposé (2 heures), il ne nous a pas été possible d'expliciter autant que l'aurions souhaité le lien entre ces deux aspects, ce qui aurait permis aux élèves de donner plus de sens à la notion de probabilité. C'est pourquoi nous lançons un appel aux lecteurs du Petit Vert: si des collègues avaient l'envie d'utiliser cette approche dans leur classe (en développant l'articulation expérience / théorie mieux que nous n'avons pu le faire), nous serions très heureux qu'ils nous fassent part de leurs résultats. D'autre part, ce type d'activité peut s'appliquer à l'introduction d'autres notions (par exemple, le nombre dérivé en utilisant la calculatrice graphique). Là aussi, nous aimerions qu'ils nous fassent part de leur expérience.

Notes :

[1]. Ce travail a été réalisé dans le cadre du groupe de travail “Problématiques Lycée” de l’APMEP, co-animé par Régis GRAS et Michèle PÉCAL.

[2]. On peut donc penser qu’elle était liée à l’expérience aléatoire consistant à lancer la pièce deux fois, **quel que soit le résultat du prelier lancer**.