Sommaire

LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N°CPPAP : 2 814 D 73 S. N°ISSN : 0760-9825. Dépô t légal : Septembre 2002.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences). BP 239. 54506-VANDOEUVRE

Ce numéro a été tiré à 450 exemplaires.

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 5,80 €.

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

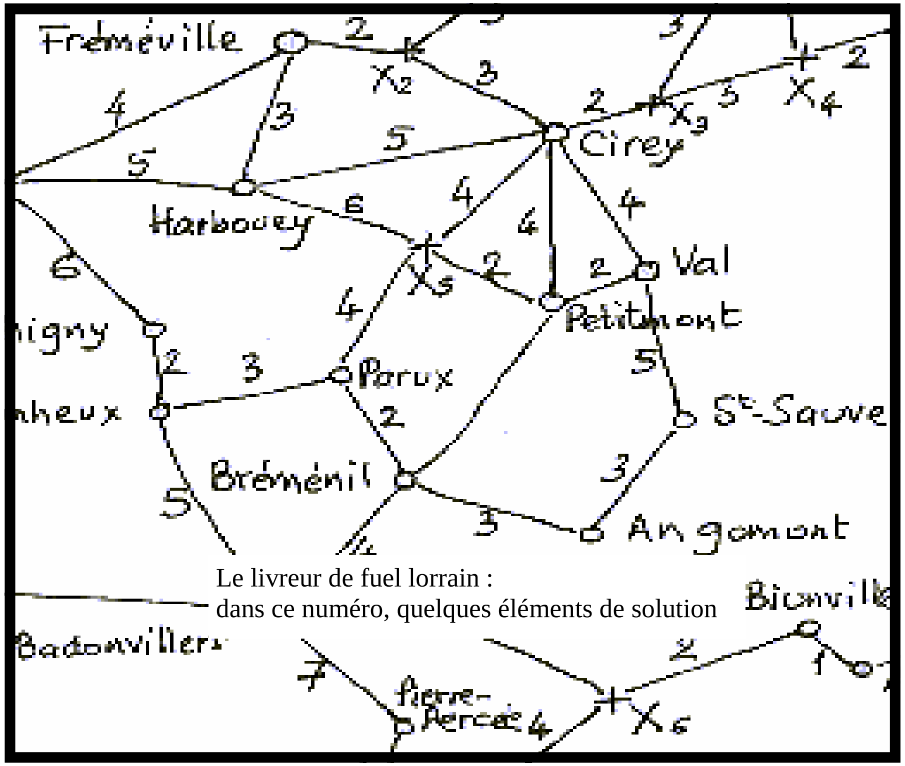
Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"

LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°71	SEPT. 2002	Abonnement 4 n^{os} par an : 5,80 €



Le livreur de fuel lorrain :
dans ce numéro, quelques éléments de solution

Consultez notre site :
http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep

L'absent

C'était aux premiers jours de juillet, les enseignants cheminaient du pas de ceux qu'on ne dérange pas. Le téléphone, l'ordinateur stoppèrent soudainement cette promenade vers les vacances. Un ami à nous les profs de maths, un ami à tous s'était arrêté définitivement.

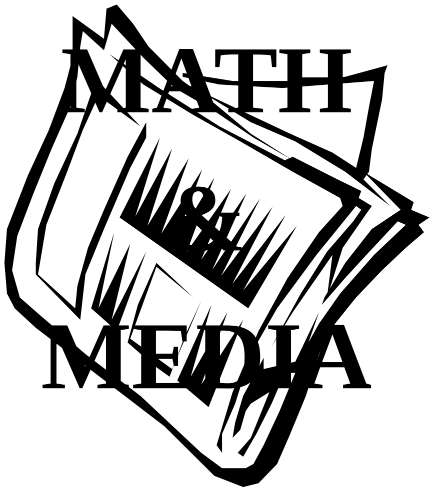
Il faisait beau ce jour là, autour de cette église devenue rapidement trop petite.
Un soleil comme rarement dans la région, des nuages absents ou étrangers, peut-être pour nous rendre moins triste tout simplement !
Le premier comité de rentrée résonnera de souvenirs, on se rappellera de ceux, nombreux, qui ont participé à l'organisation des journées de Gérardmer.
Je le revois bien, ce Vosgien, nous parler du site avec son grand lac qui fait au ciel miroir, des montagnes parfois vertes parfois noires comme des cathédrales. Ses paroles simples pleines de bonhomie avaient presque cette odeur de myrtilles.
Aujourd'hui sur le bord bleu du temps il nous restera le sourire tranquille de celui pour qui le militantisme au sein de l'APMEP se fondait dans une fraternité paisible, une forme certaine de la sagesse dirait le philosophe, l'humble courage de faire progresser des idées diront ses collègues.

Il s'appelait Pierre Doridant.

"OBJETS MATHÉMATIQUES" : EN LIGNE

La version papier de la brochure n°1 "OBJETS MATHÉMATIQUES" (1996), qui accompagne l'exposition, est épuisée : elle ne sera pas rééditée.
Mais elle est disponible en ligne, et téléchargeable, sur nore site, à la rubrique "Le coin jeux": http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/jeux/jeux.htm

La nouvelle brochure "D'AUTRES OBJETS MATHÉMATIQUES" (2001) est toujours en vente (6 € + port).



Pour la deuxième fois consécutive, la rubrique " MATH & MÉDIAS " est désespérément vide…
On y trouvait des exemples intéressants et/ou amusants du traitement que les journaux, revues, chaînes de télévision réservent aux mathématiques.
Elle était alimentée par les lecteurs (perspicaces) du Petit Vert : qu'ils continuent à nous adresser leurs trouvailles (coupures de journaux ou de revues, accompagnées d'un commentaire) à l'adresse suivante : Jacques Verdier ; 46 rue de la Grande Haie, 54510 TOMBLAINE

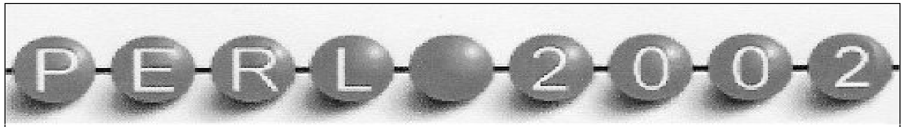
Un grand merci d'avance.

Problème du timestre n°71

proposé par la S.B.P.M.E.F.

Quel est l'ensemble des réels strictement positifs dont les parties entières de la racine carrée positive et de la racine cubique sont égales ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à
Pol LE GALL, 2 place du Chaussy, 57530 COURCELLES.



L'Exposcience initialement prévue du 14 au 17 mars dernier à Custines aura finalement lieu du 10 au 13 octobre à NANCY, dans les locaux du Conseil Général (rue du Sergent Blandan).
La manifestation sera ouverte au public le jeudi du 14 h à 18 h, le vendredi et le samedi du 9 h à 18 h et le dimanche du 14 h à 17 h.
Pour tout renseignement complémentaire : PERL, 27 rue de la République, 54000-NANCY, tél. 03 83 41 39 89, fax 03 83 90 21 63,

(Suite de la page 25)

“ On peut se donner la longueur l du pli PQ. L’enveloppe de [PQ] est une astroïde. Le projeté H de A sur [PQ] décrit la podaire de A pour cette astroïde. L’intersection de cette podaire avec la médiatrice (KH) de [AB] conduit à une solution. PQ a un minimum lorsque cette podaire est tangente à (KH).
On ne peut parler ici de géométrie pure.. ”

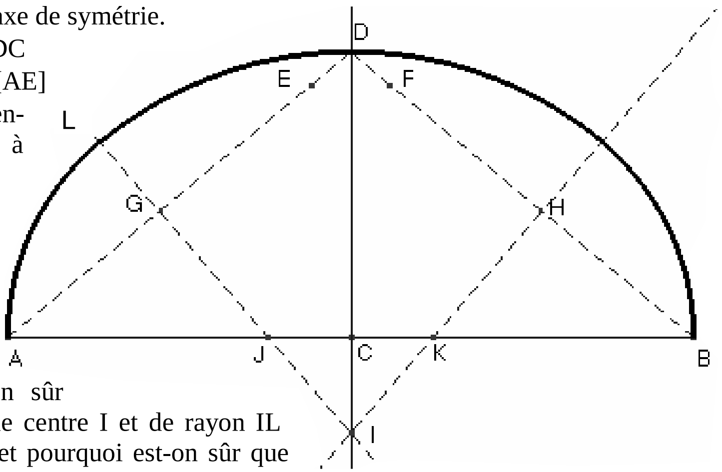
André Viricel propose deux extensions à l’exercice : chercher le point Q pour que l’aire du triangle APQ soit minimale et chercher le point Q pour que le volume de l’espace balayé au cours du mouvement du triangle autour de PQ soit minimal.
Il propose également quelques énoncés de géométrie qui nourriront avantageusement la rubrique des problèmes du trimestre lors de prochains numéros du Petit Vert.

Pol

Avis de recherche, proposé par François DROUIN

La figure ci-contre illustre la méthode utilisée en architecture pour le tracé des ouvertures en “ **anse de panier** ”, connaissant la hauteur et la largeur de l’arche.

- longueurs AB et DC données.
- (DC) est un axe de symétrie.
- DE = AC – DC
- G milieu de [AE]
- (GI) perpendiculaire à (AD)
- arc AL centré en J et arc LD centré en I.



Pourquoi est-on sûr que le cercle de centre I et de rayon IL passe par D ? et pourquoi est-on sûr que les deux arcs de cercle se “ raccordent correctement ” (c’est à dire : tangente commune en L) ?

Merci d’envoyer votre réponse à l’intéressé : François Drouin, 2 allée des cerisiers, 55300-CHAUVONCOURT ; Francois.Drouin@ac-nancy-metz.fr

édito

Pour notre association, l’année scolaire précédente s’est achevée par un séminaire de réflexion. Les vacances nous ont, certes, permis de prendre un peu de repos, mais aussi de mûrir certains projets afin de pouvoir mettre en œuvre, le mieux possible, les idées nées lors de ce week-end ([1]).

Comme nous vous l’avions annoncé en juin, nous souhaitons placer notre année sous le thème des “ mathématiques citoyennes ” car les buts de nos cours (recherche de compréhension d’un problème, recherche d’une solution, esprit critique, argumentation…) dépassent la simple activité mathématique et participent pleinement à la construction de chaque individu. Il nous semble que cette dimension des mathématiques, dont chacun d’entre nous est, sans doute, persuadé, mérite mieux que d’être un simple implicite…

C’est cette conviction, née de discussions à bâtons rompus entre quelques profs au cœur des Vosges, que nous souhaitions vous faire partager tout au long de cette année. Nous avons eu, à la rentrée, l’excellente surprise de découvrir un document initié par nos I.P.R. et distribué dans les lycées et collèges de l’académie, reprendre avec force ce thème. Nous vous encourageons à prendre connaissance de ce document, à le lire, à - pourquoi pas -l’expérimenter, voire même à le critiquer… car chacun d’entre nous peut prendre la parole à travers notre Petit Vert.

Certains penseront certainement qu’affirmer que les mathématiques aident à la formation de chaque citoyen est une évidence ; il est bon, parfois, de seriner de telles évidences.

Excellente année scolaire à toutes et à tous.

Pierre-Alain Muller

(1) Voir page 22 (N.D.L.R.)

LE PUZZLE Q.I. BLOCK

Richard CHERY
Collège La Plante Gribé
54530 PAGNY SUR MOSELLE

Je souhaite ici présenter quelques activités complémentaires à celles proposées dans la brochure " JEUX 5 " de l'APMEP, activités que j'ai proposées aux élèves de mon collège dans deux cadres différents :

- Club " Jeux mathématiques " (année scolaire 2000 – 2001) avec des élèves de sixième et cinquième.
- R.A.N. : remise à niveau mathématique (année scolaire 2001 – 2002) avec des élèves de sixième.

On peut consulter, à propos du puzzle Q.I. BLOCK, le site de la Régionale (rubrique " Le coin Jeux "), où ce travail est rapidement décrit, ainsi qu'une autre piste d'exploitation des pièces (construction des pièces avec des cubes unité). Voir présentation du Q.I. BLOCK en **annexe 1**, ci-après.

Les activités que je propose reprennent quelques idées déjà exploitées autour des Pentaminos (on pourra lire à cet effet la récente brochure " D'autres objets mathématiques " de l'APMEP Lorraine), les idées étant toutefois adaptées à la nature des pièces de ce puzzle.

Bien sûr, le travail en R.A.N. était beaucoup plus cadré que celui du club ; en club les élèves, tous volontaires, réagissent avec décontraction, ils se sentent libres d'échanger sur le contenu des activités (ou même parfois sur bien d'autres sujets non scolaires…). Mais cela fait partie d'un contrat implicite entre eux et moi.

Partie I : la mise en route

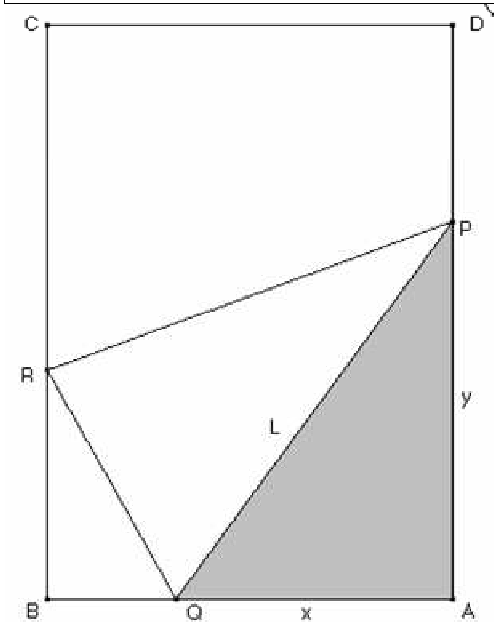
Je montre sur un transparent le puzzle (tel qu'il apparaît à l'annexe 1) et je le fournis aux élèves sur du bristol (on peut aussi le faire tracer). Après découpage, les élèves essaient de refaire le carré de départ… pas si simple, même pour ceux qui se souviennent bien du puzzle complet vu au départ.
Je ne dis rien de tout cela, les élèves cherchent librement, patiemment pour presque tous. Certains s'énervent déjà : " j'aime pas les puzzles ".

Partie II : consolidation des notions d'aire et de périmètre (uniquement en

Solution du problème du timestre n°70

proposé par Jacques VERDIER

Une feuille de papier de largeur 21 cm est pliée de façon que le point A se retrouve sur le côté BC, en R. On appelle x la longueur QA, y la longueur PA et L la longueur PQ. Le but est de déterminer x pour que L soit minimum.



Solutions de André Viricel, Catherine Ranson et Bernard Chrétien.

André et Bernard utilisent des solutions trigonométriques (exploitant l'égalité des angles APQ et BAR) et Catherine une solution analytique dans un repère orthogonal induit par la figure.
Tous trois aboutissent au même résultat : L est minimum si x vaut les trois quarts de AB.

Résumé de la solution trigonométrique :
Si on pose α la mesure de l'angle APQ et I le milieu de [AR],
Dans ABR, on a AR=AB/cosα donc AI=AB/2cosα
Dans AIQ, on a x=AI/cosα, d'où x = AB/2cos²α
Dans PAQ, L=x/sinα, donc L = AB/2sinαcos²α.
Cette expression est minimale lorsque sin²α=1/3. (calcul de dérivée)
Donc L est minimale lorsque x = AB/2(1-1/3) = 3AB/4.

Aucune solution de " géométrie pure " donc !
André Viricel écrit :

(Suite page 26)

Notre "Problème du trimestre" est en page 27

(Suite de la page 23)

d'apprendre les formules car les sujets les rappellent de plus en plus rarement

<u>Exercice 2 :</u> Cet exercice pose la question du niveau d'exigence que l'on attend des élèves sur la subtilité entre théorème direct et réciproque (Le corrigé initial évoquait la réciproque de Thalès, il a été rectifié en théorème de Thalès… alors qu'en réalité nous avons affaire à la contraposée de Thalès.). Il ne nous semble pas nécessaire de se montrer trop exigeant sur cette subtilité.

Par contre, l'exercice est intéressant car il permet de rencontrer un cas de non-parallélisme où un arrondi des fractions au dixième pouvait laisser penser à un parallélisme

Exercice 3 : Partie très certainement la plus difficile de l'épreuve.
La construction du point P au travers de la relation ***BP*** = ***BC*** + ***OD*** (vecteurs) ne figure pas explicitement dans les exigibles du programme. De plus, les démonstrations demandées à la 3$^{\text{ème}}$ partie de cet exercice ne sont pas élémentaires et sont difficiles à rédiger. Il n'est donc guère étonnant de n'avoir eu que peu de réponses et encore moins de bonnes réponses à cette partie. Pour rendre la question 3c) plus abordable, on aurait pu la formuler sous la forme : “ Démontrer que C est le milieu de [PM].

Problème :

Le problème est somme toute classique et guère difficile. On peut simplement noter :

- La représentation graphique du problème concret est un ensemble de points alignés et non une droite. On aurait pu éviter cette confusion en parlant de litres de vin et non de bouteilles.
- L'expression “ traits de rappel ” n'est pas familière aux élèves et a pu poser problème à certains.
- De même l'expression “ prix de revient ” semble maladroite, il s'agit plutôt du prix payé par l'acheteur.
- Enfin, la vérification par le calcul demandée n'implique absolument pas une résolution de système. On peut tout simplement calculer f(12) et g(12) et constater que l'on obtient 90 dans les deux cas. Ainsi deux calculs ont été faits ce qui répond à l'exigence demandée. Or, cette démarche a été pénalisée dans certains centres de correction.

R.A.N.)

Je demande aux élèves de déterminer le périmètre et l'aire de chaque pièce (l'unité de longueur étant le côté d'un carré, l'unité d'aire l'aire d'un petit carré).
Ce travail est quelque peu studieux, mais ces deux notions sont fondamentales en classe de sixième ; les élèves dont j'avais la charge en R.A.N. avaient, et ont toujours d'ailleurs, des difficultés en mathématiques. Je me devais donc de les faire retravailler sur ces notions, et ce support pédagogique me paraît tout à fait adapté à ce type de travail.
Par contre, les élèves du club, souvent plus à l'aise dans la matière, auraient, je pense, mal accepté ce travail trop répétitif pour eux. Je les en ai donc dispensés, d'autant que la suite leur a permis de réinvestir ces notions…

Partie III : recherche de petits rectangles

Comme il est relativement difficile de refaire le carré, même en l'ayant vu au départ de l'activité, et très difficile si on ne l'a pas vu initialement, j'ai demandé aux élèves de former des rectangles avec quelques pièces du puzzle.
L'idée est la suivante : si un jeu, un puzzle, est trop difficile pour les élèves, on essaie d'en extraire un morceau pour qu'il soit d'abord accessible par tous, et que l'on puisse ensuite augmenter la difficulté.
Je précise donc la consigne : “ Prendre un nombre croissant de pièces pour former des rectangles. ”
Les élèves cherchent en autonomie, trouvent vite un premier rectangle (formé d'une seule pièce), puis des rectangles avec deux, trois pièces ou plus. Ils sont tous, même le plus faible des sixièmes en R.A.N., en situation de travail mathématique (qui n'est pas que du jeu…). Tous ont trouvé en une demi-heure environ au moins 3 ou 4 rectangles.
Je fais en fin de séance circuler un tableau pour collecter les solutions trouvées par les élèves (voir **annexe 2**, sans les deux dernières colonnes du tableau).
Au début de la séance suivante, je redonne aux élèves ce même tableau (avec les deux dernières colonnes : aire du rectangle – périmètre du rectangle), dans lequel j'ai ordonné toutes les solutions que m'ont données les élèves précédemment (par ordre croissant du nombre de pièces).
Les élèves retrouvent alors leurs solutions (et sont par là même contents de la prise en compte de leur précédente recherche). Ils calculent alors l'aire et le périmètre de chaque rectangle. Ce travail n'est à faire en club que selon l'envie des élèves, disons que seuls quelques exemples suffisent.
Ensuite, je montre aux élèves que l'on peut juxtaposer de “ petits ” rectangles pour en former de plus grands.

Deux exemples :

- un rectangle 2 pièces (n° 2 et 8) de dimensions 3×4 et un rectangle 3 pièces (n° 3, 4, 6) de dimensions 4×4 se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions 4×7 (premier exemple trouvé en R.A.N.)
- un rectangle 2 pièces (n° 8 et 9) de dimensions 2×5 et un rectangle 3 pièces (n° 2, 4, 7) de dimensions 4×5 se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions 5×6 (deuxième exemple trouvé en club)

Je demande donc aux élèves de rechercher, à partir des solutions trouvées à la première séance, d'autres rectangles plus grands, obtenus par juxtaposition.

Quelques remarques :
- Il me semble particulièrement important de baser ce travail sur les solutions trouvées par les élèves lors de la première séance. Ils apprécient fortement la considération que je leur donne en notant leurs solutions pour tout le groupe, c'est un moyen fort de les valoriser et quelques élèves en difficulté en ont bien besoin. Cela apporte aussi une dynamique de groupe (“ j'ai classé les solutions trouvées par tout le groupe pour continuer notre travail… ”).
- Il existe de très nombreux assemblages possibles de pièces pour former des rectangles, d'où l'intérêt d'un tel travail avec les élèves. Mes listes ne sont sûrement pas exhaustives, disons simplement que mes élèves du club ont trouvé 20 rectangles différents la première séance, mes élèves en R.A.N. en ont trouvé 25 (et la liste s'est encore allongée par la suite). Il ne me semble pas pertinent de donner ici ces solutions, à chacun (élève, enseignant ou autre) de se lancer dans la manipulation des pièces.
- Comme je l'ai déjà dit, même les plus faibles d'entre eux trouvent des rectangles, peuvent noter leurs solutions… En Remise à Niveau, il peut être important de remettre les élèves en situation de réussite, qu'ils puissent parfois, même si ce n'est que ponctuellement, retrouver un peu de confiance en eux.

Partie IV : recherche de rectangles formés avec 9 pièces (annexe 3)

Les élèves ont vite réalisé, avec le travail précédent, qu'il est bien plus difficile de former des rectangles avec un “ grand ” nombre de pièces qu'avec peu de pièces.
Je leur propose de chercher des rectangles avec 9 pièces, mais de façon “ réfléchie ” : on peut prévoir, avant toute manipulation, que certains assemblages seront impossibles. Il ne sera donc utile de ne rechercher que ceux que l'on pense possibles.
L'existence d'un rectangle n'est pas démontrée avec cette fiche, c'est seulement la non–existence de certains que l'on démontre. Cela n'enlève donc rien à la manipulation…

ANALYSE DU SUJET DU BREVET 2002
(Académie de Nancy-Metz)

Suite à la réunion du mardi 2 juillet au Collège La Carrière de Saint-Avold, voici la synthèse des remarques et réflexions que nous a inspiré le sujet du brevet 2002.

Le sujet :

Cette année, le sujet du brevet était globalement plus abordable pour tous les élèves et l'on peut noter une plus grande assiduité lors de la composition (la grande majorité des élèves est restée composer au moins une heure et demie alors, qu'habituellement on assiste à des départs nombreux dès la fin de la première heure). De même ceux d'entre nous ayant corrigé l'épreuve ont noté de meilleurs résultats globaux que les années précédentes.
Il en résulte la possibilité de pointer les réelles difficultés de nos élèves qui ne sont pas noyés par un sujet alambiqué.

Activités numériques :

Exercice 1 : Pas de commentaire particulier, hormis la réelle difficulté qu'ont nos élèves à manipuler la notation scientifique.

Exercice 2 : Classique.

Exercice 3 : Exercice sans surprise, mais on notera que si la connaissance du PGCD n'est pas exigée par les textes, elle est exigée au brevet (le PGCD apparaît chaque année dans différentes académies…). On pouvait contourner le problème en utilisant 54 et 30 et en demandant les diviseurs et les diviseurs communs. Sur ce point, on peut, encore une fois, regretter le flou du programme qui suggère le PGCD sans l'exiger.

Exercice 4 : Exercice simple et bien payé.
Cependant, on note un échec assez important à la première question (méconnaissance du mot effectif…) alors que ces mêmes élèves ont su calculer la moyenne correctement.

Activités géométriques :

Exercice 1 : Deux remarques :
- On aurait pu tracer la pyramide ABCDG sur la figure du sujet.
- On insistera auprès de nos élèves sur la nécessité

(Suite page 24)

Séminaire de réflexion de la Régionale

(Xonrupt-Longemer, 1er et 2 juin 2002)

Comme évoqué dans le précédent numéro du Petit Vert, notre séminaire des 1er et 2 juin dernier nous a permis, outre le fait de passer un agréable moment de convivialité entre membres, de prendre un temps de réflexion sur le devenir de notre association.

Nous avons donc dégagé deux grands axes de travail pour les deux prochaines années :

- **Les maths citoyennes**
- **La démarche : Chercher, Trouver, Comprendre.**

Dans cette optique, est née l'idée d'organiser notre journée régionale du 19 mars autour d'un thème : Les maths citoyennes. La conférence et le plus grand nombre des ateliers seraient en rapport avec ce thème.

D'autre part, nous avons insisté sur l'importance d'organiser des événements délocalisés sous la forme de goûters et/ou de groupes de discussion-soutien, un des buts de notre association étant de favoriser, le plus possible, les échanges entre collègues.

Quelques idées de débat ou de goûter :

- Foire aux textes mathématiques.
- Foire aux logiciels libres (idée : on montre et on installe…)
- Points de programme :
  - Statistiques inférentielle au lycée.
  - Symétrie en collège
  - Thèmes en 1ère L
  - Maths citoyennes, maths du consommateur (Pourquoi ne pas envisager une collaboration avec l'APHG…)

Cependant, ces goûters ne peuvent qu'exister par la volonté d'adhérents qui souhaitent nous accueillir dans leur établissement et inviter leurs collègues des établissements environnants, les personnes disponibles pour ces animations étant prêtes à se déplacer dans toute l'académie.

Certaines idées diverses ont vues le jour et seront concrétisées au fur et mesure (certaines le sont déjà…). En vrac, nous avons décidé de :

- Créer une rubrique “ Astuces info ” pour le Petit Vert.
- Proposer autre chose que le Petit Vert en téléchargement sur le site. (expo, base de données activités, défi …)
- Orienter la commission collège sur le thème “ Mathématiques et citoyenneté ” en amorçant une réflexion par mail.
- Favoriser et encourager la transmission d'infos entre le supérieur et le lycée.

On remarquera :

- La présence du nombre premier 59, d'où l'impossibilité de faire un rectangle de 9 pièces en ayant enlevé la pièce 3 ou la pièce 4 (c'est peut-être une occasion de définir ces nombres avec les élèves).
- L'impossibilité de former un rectangle ayant enlevé la pièce 6 ou la pièce 9, car $58 = 1 \times 58$ (cas évoqué ci-dessus) et $58 = 2 \times 29$, mais les pièces restantes ne peuvent se ranger dans une boîte de largeur 2.
- Il existe (au moins) deux solutions d'aire 57, $57 = 3 \times 19$ (pièce 7 ou pièce 10 enlevée), une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 2 rectangles (pièce 7 enlevée) et une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 3 rectangles (pièce 10 enlevée).
- Plusieurs solutions ont été trouvées avec la pièce 8 enlevée (60 se décompose de plusieurs manières…), par exemple 3 rectangles différents de largeur 5 et longueur 12 (d'autres encore…).
- Il existe de même plusieurs rectangles de dimensions différentes avec les pièces 1 ou 2 ou 5 enlevées (“ ou ” deux fois exclusif).

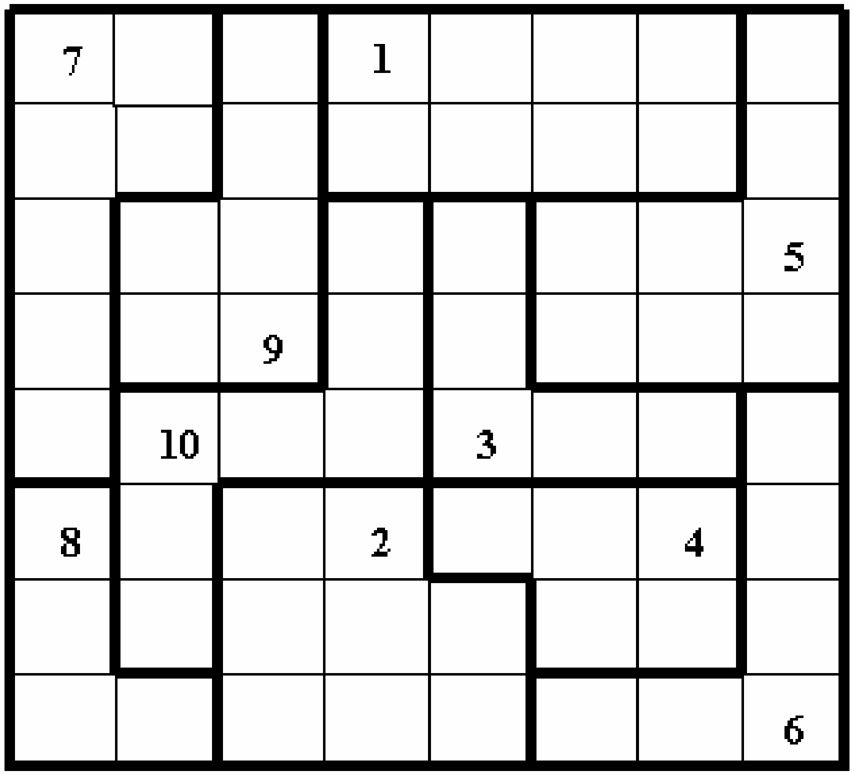
Je reprendrai simplement en conclusion quelques propos déjà évoqués plus haut :

- Ce travail m'a attiré par le fait que manipulation et réflexion sont complémentaires ; si on démontre qu'on ne peut pas former tel rectangle avec 9 pièces (ou pour un autre nombre de pièces) avec la somme des aires des pièces choisies, on ne démontre pas pour autant qu'un rectangle peut-être “ faisable ” existe réellement sans l'avoir fait.
- Il a aussi particulièrement intéressé les élèves par son aspect ludique, mais je ne cacherai pas que parfois la recherche de la décomposition d'un nombre comme produit de facteurs fut longue… Les élèves ont bien du mal à accepter le travail “ intellectuel ” après la manipulation des pièces.
- Ils ressentent aussi tout l'intérêt de n'avoir pas besoin de chercher un rectangle donné de 9 pièces pour ceux dont on peut démontrer la non – existence. Certes ils n'y auraient pas pensé seuls…

Ce puzzle est édité sous le nom de "I-Q-BLOCK" par l'éditeur (anglais ?) "HERCULES". Lors d'un échange scolaire en Allemagne, il a été donné en cadeau publicitaire à un élève meusien, et celui-ci l'a offert à son professeur de

(Suite page 8)

Annexe 1



mathématiques amateur de casse-tête. Les membres du groupe "JEUX" de l'A.P.M.E.P. s'y sont intéressé et ont écrit dans la brochure "JEUX 5" des activités l'utilisant en cours de mathématiques. Depuis d'autres pistes de recherche sont apparues :

Le créateur du jeu annonce plus de 60 façons différentes pour obtenir un carré 8× 8 avec les 10 pièces. Au collège "La Plante Gribe" de Pagny sur Moselle, les membres du club mathématique ont recherché les rectangles qui pouvaient être réalisés en utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces.

Au collège "Les Avrils" de Saint-Mihiel, les membres du club mathématique ont donné de l'épaisseur aux pièces. Les pièces ne correspondent plus à un total de 64 carrés unitaires mais à un total de 64 cubes. Cependant les pièces 7 ou 10 empêchent la réalisation d'un cube 4×4×4. En utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces est-il possible de réaliser des parallélépipèdes ? Les élèves de Pagny sur Moselle ont commencé la recherche pour les parallélépipèdes de hauteur 1, les pièces 2, 3, 5, 6 et 8 permettent la réalisation d'un parallélépipède 3×3×5.

CONCOURS MATHÉMATIQUE 2003

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) de Lorraine propose, pour l'année scolaire 2002/2003, un concours intitulé “ Concours mathématique 2003 ”.

Ce concours, doté de prix pour un montant total d'environ 400 €, est ouvert à tous les établissements scolaires de l'académie de Nancy-Metz. Le thème choisi cette année est :

REPRÉSENTATIONS DE L'ESPACE
(perspective(s), cartographie, perspectives ‘impossibles’, ...)

Pour y participer, il faudra fournir une contribution sur ce thème. Aucune piste n'est interdite quant au fond, mais le jury privilégiera les contributions collectives qui auront été prétexte à une réelle activité mathématique. La forme pourra prendre divers aspects : plaquette, exposition, production artistique, création de pages internet…
Le cadre de cette réalisation pourra être : travail en classe, travaux croisés ou itinéraires de découverte, travaux personnels encadrés, activité d'un club mathématique, etc.

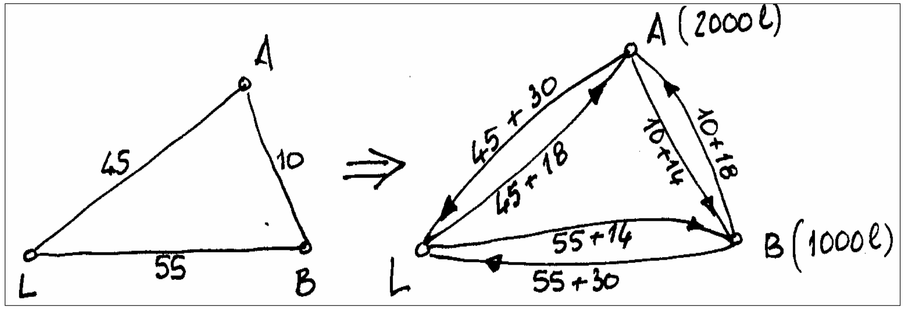
Les productions devront être adressées au plus tard le **15 mai 2003** à l'adresse suivante :

Concours A.P.M.E.P.
IREM – Faculté des Sciences
B.P. 239
54506 VANDOEUVRE CEDEX

Les professeurs qui souhaitent participer à ce concours sont priés de se faire connaître le plus tôt possible par courrier, téléphone ou mail auprès du président de l'APMEP-Lorraine :

Pierre-Alain MULLER
10 rue des Roses
57200 – SARREGUEMINES
Tél : 03.87.28.75.51
pierre-alain.muller@fnac.net

arête (non orientée) est remplacée par deux arcs (orientés). Aux arcs arrivant chez un client, on ajoute au temps de parcours le temps de livraison ; au arcs arrivant à l'entrepôt (Lunéville), on ajoute le temps de remplissage du camion (figure 6).
Arrivé à ce stade, si le camion avait la capacité de livrer tous les clients en une seule



tournée, le problème serait de trouver un circuit hamiltonien minimal ; il existe des logiciels pour cela.
Mais si le camion doit faire plusieurs tournées (c'est la cas ici !), le problème théorique se complique énormément… Nous donnerons quelques indications dans notre prochain

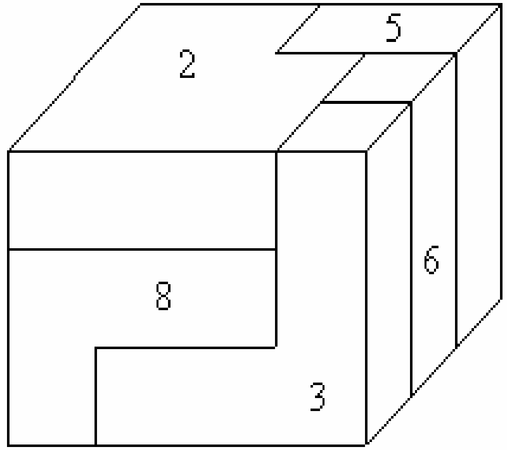
JOURNÉE REGIONALE LORRAINE DES MATHÉMATIQUES

APPEL A ATELIERS

La Journée Régionale 2003 aura lieu le mercredi 19 mars à Nancy. Le thème en sera " MATHÉMATIQUES DU CITOYEN, MATHÉMATIQUES CITOYENNES ".

Pour l'organisation de cette Journée, nous faisons appel à votre collaboration : nous sommes persuadés que certains aspects des activités que vous organisez pour vos élèves peuvent tout à fait intéresser vos collègues. Nous vous proposons de les leur présenter lors de cette journée, au cours d'une plage " d'ateliers " (durée 1 h 30) qui aura lieu l'après-midi.
Merci de bien vouloir envoyer, **avant le 15 novembre 2001**, vos propositions simultanément à jacquesverdier@free.fr **et** à pierre-alain.muller@fnac.net (ou par courrier : P-A Muller, 10 rue des Roses, 57200 SARREGUEMINES), en précisant le titre de votre intervention, suivi d'un bref descriptif (trois ou quatre lignes) et du matériel qui vous sera nécessaire.

Un grand merci par avance.



Le puzzle QI Block est sur le site de la régionale rubrique "le coin

Existe-t-il d'autres solutions ?

Annexe 2 :

Annexe 3 : solutions possibles de rectangles avec 9 pièces
Aire totale des 10 pièces : 64 unités d'aire (réponse à faire compléter par les élèves)

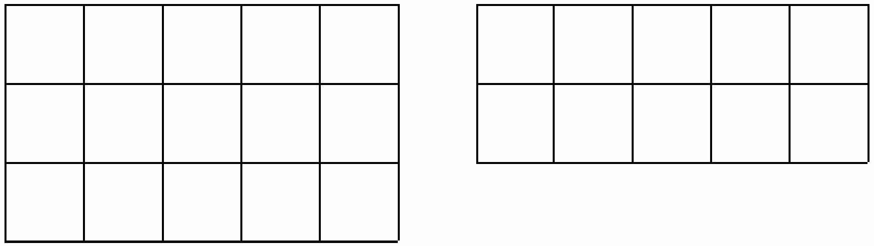
Nombre de	Numéro des	Dimensions du	Aire du	Périmètre du
1	1	2×4	8	12
2	2 - 8	3×4	12	14
…				

Numéro de la pièce	Aire restante	Dimension(s) du(des) rectangle(s) que
1	56	2×28 4×14 7×8
2	56	…
3	59	1×59
4	…	…
5		
6	58	1×58 ; 2×29
7	57	1×57 ; 3×19
8	60	2×30 ; 3×20 ; 4×15 ; 5×12 ; 6×10
9	…	
10		

■

DEUX RECTANGLES ACCOLÉS ET DES POLYGONES

François DROUIN
Collège Les Avrils
55300 SAINT MIHIEL



Accole ces deux rectangles pour former des polygones. Ils devront être accolés par un nombre entier de côtés de carreaux.

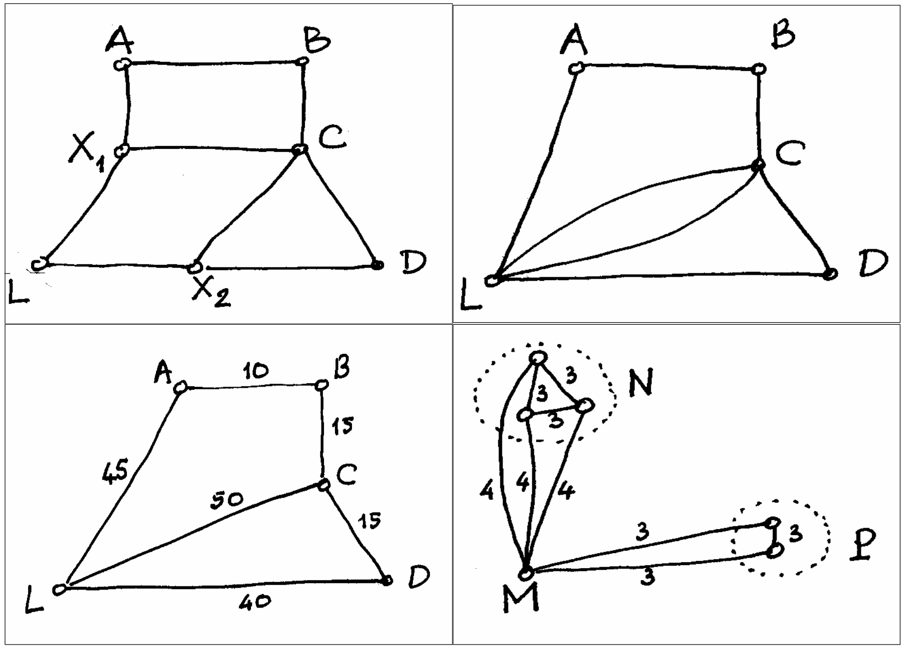
Dessine au moins cinq polygones différents.
Sous chaque polygone, indique en vert son aire et en rouge son périmètre. L'unité d'aire sera l'aire d'un carreau, l'unité de longueur sera la longueur d'un côté de carreau

Questions "supplémentaires" proposées par la suite :

a Quelle est la valeur maximale possible pour le périmètre du polygone obtenu ?
b Quelle est la valeur minimale possible pour le périmètre du polygone obtenu ?
c Pouvons nous trouver des polygones ayant pour périmètre les valeurs entières comprises entre les valeurs minimale et maximale envisagées aux questions précédentes ?

Quelques remarques :

a Les élèves remarquent aisément que les polygones dessinés ont même aire, cependant le fait d'indiquer l'unité à utiliser induit le comptage des carreaux et peu d'élèves, hélas, pensent au fait que

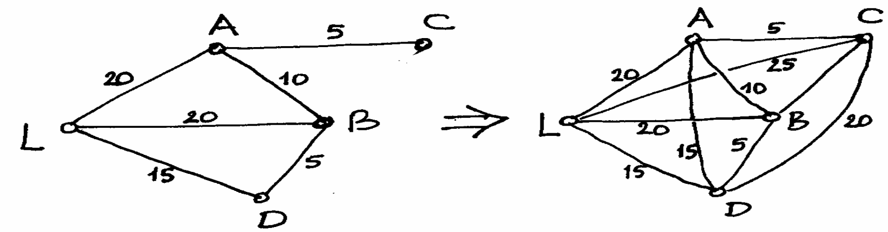


la figure 2 : il y a deux arêtes entre L et C, l'une correspondant à l'itinéraire L X_1 C, l'autre à L X_2 C. Ensuite on pondère les arêtes avec les temps de parcours, et s'il y a plusieurs itinéraires possibles entre deux points, on ne garde que le plus court en temps (figure 3).

S'il y a plusieurs clients dans la même ville, il faut créer un sommet du graphe pour chacun d'entre eux, et les arêtes qui les relient deux à deux (en leur donnant le “ poids ” de 3 minutes), et chacun de ces clients doit être relié aux villes contiguës (voir figure 4 sur l'exemple de Nonhigny-Montreux-Parux).

En toute généralité, le camion peut se trouver à sec chez n'importe quel client : il faut donc ajouter une arête liant chaque client à l'entrepôt de Lunéville.

En principe, il faudrait également compléter ce graphe déjà imposant par tous les itinéraires d'un client à un autre : cela alourdit énormément le problème, mais si on ne le fait pas, on n'est par sûr de trouver un cycle hamiltonien (figure 5).
Il faut alors modéliser les temps de livraison. On peut pour cela orienter le graphe : chaque



LE LIVREUR DE FUEL LORRAIN : ÉLÉMENTS DE SOLUTION

Pour avoir l'énoncé de ce problème, se reporter à notre numéro de juin, ou alors à notre site http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep (rubrique Le Petit Vert).

Nous avons reçus une première solution, empirique, de Pol LE GALL (IUFM Metz), qui débute par les remarques préliminaires suivantes :

> *La tournée du livreur prévoit la livraison de 103 kl de fuel. Le camion a une capacité de 21 500 l. Il faudra donc au moins effectuer 5 voyages.*
> *L'énoncé présente une imprécision : que signifie " aux environs de 17h " ? Quelle est la tolérance ? Un aller retour en journée pour recharger le camion prend entre 94 et 110 minutes. (…)*
> *Compte tenu de tout cela, je propose une solution en cinq jours, un voyage par jour. (Ce qui règle le problème de la fin de journée).*

La solution de Pol correspond à 27 h 44' de travail total (pauses repas comprises), réparties sur 5 " courtes " journées : le livreur termine en effet ses journées respectivement à 15 h 25, 14 h 49, 14 h 44, 14 h 41 et 14 h 35.

L'énoncé était cependant ambigu : " **Établir la tournée de livraison pour ce chauffeur, de façon à ce qu'il travaille le moins de temps possible** ".
On pourrait comprendre cette phrase autrement : établir la tournée de façon que le chauffeur ait terminé sa semaine le plus tôt possible (auquel cas son camion serait disponible pour une nouvelle tournée). Les journées étant prévues pour 8 h 30 de travail (pause repas comprise), on doit pouvoir " tourner " en quatre journées ; en effet, aux 27 h ¾ comptées par Pol, il faut ajouter (au maximum) quatre retours à Lunéville pour recharger en cours de journée (soit environ 6 h), et ôter une pose repas (30 min).

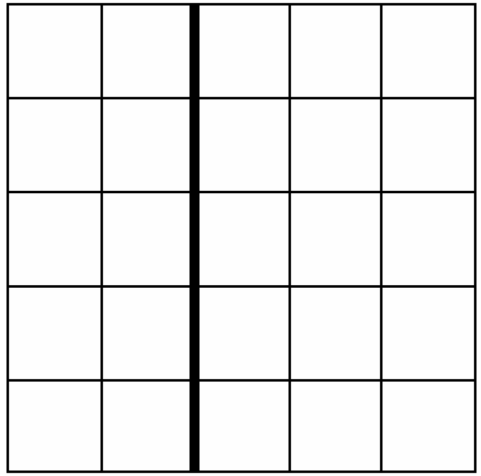
Qui peut améliorer soit la solution de Pol (temps total de travail minimal), soit la solution que nous proposons (dernier retour le plus tôt possible dans la semaine) ? A vos calculettes…

Éléments pour mettre en œuvre une solution automatisée

Chritophe LENTÉ (auteur de la conférence sur les applications pratiques de la théorie des graphes, le 18 mars dernier) nous a écrit quelques mots au sujet de ce problème.
" Il s'agit d'un problème difficile, qui occupe en ce moment beaucoup de thésards et d'universitaires. (…) J'ai peur que pour votre problème, la recherche de la solution optimale soit longue ! "

La première chose à faire est de créer un graphe où les arêtes représentent des itinéraires et pas forcément des morceaux de route, afin de faire disparaître les croisements qui ne correspondent pas à des livraisons.
Par exemple, si on a un réseau tel que celui de la figure 1, on lui fait correspondre celui de

les polygones sont formés des deux mêmes rectangles.

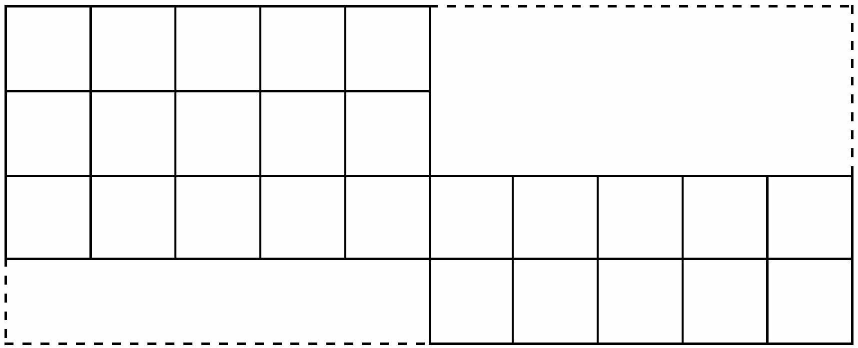


b Lorsqu'en préalable le périmètre et l'aire de chacun des rectangles de départ sont rappelés, certains élèves pensent que le périmètre de la figure ci-dessus (configuration étant facilement acceptée comme ayant un périmètre minimal) est égal à la somme des périmètres des deux rectangles qui la constituent. Il est facile de faire constater que la figure représente un carré, et que le périmètre de ce carré n'est pas égal à la somme des périmètres des rectangles de départ.
Cette erreur (additivité des périmètres) peut-être utilisée pour faire émerger le fait qu'il est possible de trouver le périmètrte de chaque polygône en soustrayant deux fois la longueur de la partie commune de la somme des deux périmètres.
Le périmètre est maximal lorsqu'on "cache" le minimum de côtés de carreaux et le périmètre est minimal lorqu'on "cache" le maximum de côtés de carreaux. Ceci permet de justifier ou d'infirmer les maximum et minimum envisagés par les élèves .

c Les élèves constatent vite qu'il semble difficile d'obtenir des périmètres impairs. Est-il réellement impossible d'obtenir des périmètres impairs pour de tels polygônes?

Quelques pistes explorées par les élèves :
La somme des périmètres des deux rectangles est 30. Selon le nombre de côtés de carreaux cachés, il faut ôter 2, 4, 6 ou 8 unités de
b En faisant "entourer " le polygône par un rectangle, les élèves

longueur. Les périmètres possibles sont alors 22, 24, 2 ou 28.



constatent que ce rectangle a même périmètre que le polygône dessiné. Il n'est pas très difficile de prouver que le périmètre du rectangle est nécessairement un nombre pair (2 fois la largeur + 2 fois la longueur, c'est à dire la somme de deux nombres pairs, ou deux fois la somme de la longueur et de la largeur, c'est ici une possible introduction à des écritures littérales). Le résultat conjecturé peut ainsi être justifié.

c Il est aussi possible de leur faire saisir qu'en faisant le tour du polygône, il y aura autant de trajets → que de trajets ← et autant de trajets ↑ que de trajets ↓ (puisqu'on revient au point de départ…) . Le nombre de trajets horizontaux est pair, le nombre de trajets verticaux est pair et il y a ici aussi une bonne occasion d'utiliser le fait que la somme de deux nombres pairs est paire (c'est une évidence pour les élèves).

d Pour trouver le périmètre des polygônes proposés, le comptage des unités de longueur n'est pas si aisé qu'on pourrait le penser: les élèves ne savent plus de quel sommêt ils sont partis, des résultats sont proposés avec une erreur d'une unité… La méthode d'"entourage" du polygône par un rectangle est la bienvenue, et il est remarquable que les élèves la réutilisent sans difficulté en cours d'année.

particulière ?

Question 4 : Comment les mathématiciens “ professionnels ” définissent-ils la "symétrie" ?

Conclusion :
L’étude des transformations au collège paraît faire admettre des tas de choses en s’appuyant sur des images mentales incorrectes ou non stabilisées, et sans doute la plupart du temps insuffisamment éclaircies en classe…

Ce texte peut être le départ d’un débat à enrichir encore.
Vos remarques à propos de cet écrit de la commission "collège" sont à faire parvenir à Martine.Dechoux@ac-nancy-metz.fr

Bibliographie :
Nos “anciens” lecteurs pourront également se reporter à une étude didactique sur la symétrie orthogonale, publiée dans Le Petit Vert n° 25 de mars 1991, pages 4 à 7. Ce numéro est malheureusement épuisé.

Sur la toile…

Les nouveautés de septembre des pages Maths du site académique. Adresses données par Christophe PRÉVOT, animateur du site académique de mathématiques (Christophe.Prevot@ac-nancy-metz.fr)

Site sur l'évaluation par compétences :
http://vincent.obaton.free.fr (appelé aussi http://www.evaluer.net)

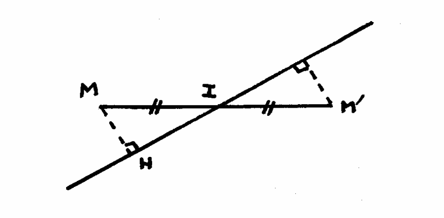
Trois sites sur les illusions d’optique :
http://ajl.montreal.qc.ca/jeux/illusion/illusion.html, http://perso.wanadoo.fr/5sens/œil, et http://membres.lycos.fr/pow0/Illusion.htm

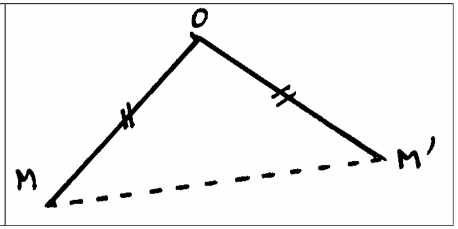
Logiciels en ligne ou à télécharger :
Traceur de fonctions, de formules, calculatrices et convertisseurs : http://michel.gravier.free.fr
Logiciel du jeu "Le Compte est bon" à télécharger : http://persoweb.francenet.fr/~fouquetp
Logiciel Clic pour la création d'exercices et exemples d'exercices : http://www.erasme.org/clic

SUR VOTRE AGENDA : Prochaine réunion du Comité de la régionale, le mercredi 27 novembre à 15 h au lycée Varoquaux de Tomblaine.

M’ est le symétrique de M par rapport à la droite (d) ou par rapport au point O ou par rapport au plan (P) si la longueur MM’ est égale à deux fois la distance du point M au point O, à la droite (d) ou au plan (P). (et qu’il sont situés de part et d’autre de…)

(*figure 5*) M’ n’est pas le symétrique de M par rapport à la droite (d) en faisant intervenir la distance d’un point à une droite ($4^{\text{ème}}$) et l’inégalité triangulaire ($5^{\text{ème}}$) : IM > MH
(*figure 6*) M’ n’est pas le symétrique de M par rapport à O (inégalité triangulaire) :





MM’ < 2 OM

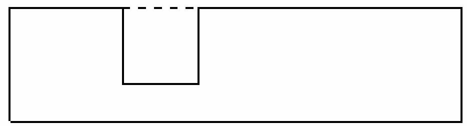
L’idée est d’essayer d’être cohérent dans le discours que nous tenons aux élèves. Est-il plus intéressant de faire appel à des notions dynamiques “ ça tourne ” ou à des conditions d’égalité des distances ? Les méthodes avec les longueurs (reflets) nécessitent de justifier qu’il s’agit d’isométries alors que les visions dynamiques évitent cette angoisse (la figure tourne, elle n’est pas déformée).

<u>Question 1</u> : Les images mentales ne sont-elles pas génératrices des difficultés en ce qui concerne la symétrie axiale ? L’axe “ oblique ” a parfaitement sa place en mathématiques mais peu dans le réel et entre parfois en conflit avec toutes les images mentales des élèves. Est-il judicieux de faire appel à ces images mentales en introduction du chapitre ? Si nous tenons compte du fait que l’objectif est la construction géométrique du symétrique d’un point qui permet ensuite la construction de la figure symétrique d'une figure <u>**point par point**</u>, ne serait-il pas plus judicieux de commencer le chapitre par la définition et la construction du symétrique <u>**d’un point**</u> et de montrer **ensuite** que l’on retrouve ceci dans les cas particuliers de la vie courante ?
Si la symétrie est une transformation purement mathématique, et si le symétrique d’un point se construit à l’équerre et à la règle, que l’axe soit oblique ou non, cela devrait poser moins de problèmes pour les élèves. C’est peut-être notre appel trop fort à l’intuition qui les perturbe puisqu’ils cherchent ensuite toujours à s’y raccrocher et surtout à “ deviner ” la position finale pour éviter la construction point par point.

<u>Question 2 :</u> La symétrie axiale (confondue très souvent avec la symétrie par rapport à un plan) doit-elle continuée à être étudiée dans les "petites classes" de l’école primaire ? N’est-elle pas plus délicate à manier que la symétrie centrale ? Sur ce dernier point les membres de la commission sont partagés.

<u>Question 3 :</u> Doit-on étudier la symétrie centrale alors que ce n’est qu’une rotation

Il faut cependant bien prendre garde à leur présenter des polygônes ayant un "creux" tel celui dessiné ci-dessous:
Il y a besoin d'adapter la méthode…



Il faut d'autant plus être prudent qu'une autre image mentale du périmètre sera activée en cours d'année lorsqu'il faudra faire découvrir une valeur approchée de π en faisant rouler des disques ou en les entourant par une ficelle : si nous faisons "rouler" les deux polygônes dessinés précédemment, après un tour complet, nous n'obtiendrons pas leur périmètre.
En fin d'activité, il pourra être intéressant de faire émerger un certain nombre de méthodes permettant le calcul du périmètre d'un polygône: la somme des longueurs des segments formant la ligne brisée fermée, la longueur du rectangle qui l'entoure (avec toutes les précautions nécesssaires, en particulier le fait que les côtés du polygône suivent les directions du quadrillage), la longueur parcourue par un sommêt lorsque le polygône fait un tour complet, la somme des périmètres des "sous figures" de laquelle on retire deux fois la longueur de la partie commune, une formule…

Il reste ensuite à proposer aux élèves de nombreuses figures géométriques et qu'ils envisagent quelle méthode est possible.

Dans l'excellente revue belge "Math-Jeune Junior" n°101J d'Avril 2002 pages 64 à 67 (La mathématique au quotidien - Mono…, duo…, polyminos), Claude Villers évoque les périmètres de ces polygones formés de n carrés élèmentaires. La méthode indiquée utilise le nombre de carreaux et de segments "unités" intérieurs et peut être également proposée à nos élèves.

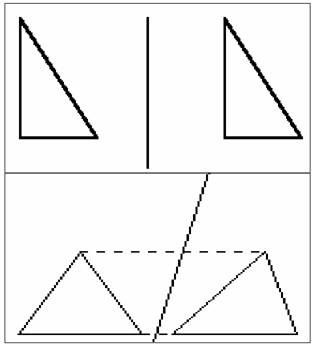
INTERROGATIONS NAÏVES MAIS SÉRIEUSES SUR LA SYMÉTRIE

Texte rédigé par la Commission
'Collège' de l'APMEP Lorraine

Le chapitre " Symétrie orthogonale " en 6ème est plus difficile à faire passer qu'il n'y paraît.

Problèmes liés à l'intuition :
Les élèves arrivant en 6ème n'ont généralement que cette approche intuitive de la symétrie. Elle est très forte (cf. l'activité " décagone à remplir par des losanges " de la valise " objets à manipuler " ; lorsqu'il s'agit de remplir le décagone sans consignes particulières, les solutions symétriques apparaissent). Mais en questionnant un peu nous constatons que pour une quasi majorité elle se limite à un axe vertical (visage, architecture, mobilier, …). Mais le reflet dans un lac ne leur vient jamais spontanément à l'esprit.

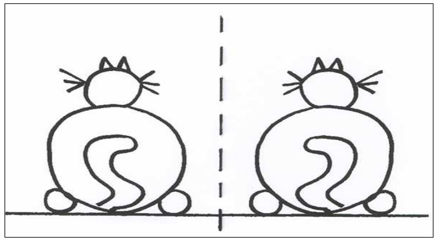
Deux erreurs classiques : *figures 1 et 2*



Sont-elles liées à cette image mentale de la symétrie ?
Pour de nombreux élèves, symétrique signifie : " c'est pareil des deux côtés " d'où sans doute la première erreur classique. De plus, au cours de liaisons CM2-6ème en Meuse il a été constaté que des enseignants de l'élémentaire n'utilisaient jamais de papier non quadrillé pour ce chapitre. D'où peut-être la deuxième erreur.

Problèmes liés au vocabulaire :

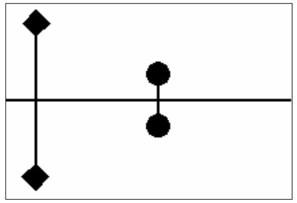
A) Demi-tour autour de l'axe de symétrie
Objection d'une élève : si le chat (*figure 3*) tourne autour de la droite on ne doit plus voir sa queue…
Cette vision est sous-jacente lorsqu'on utilise pliages et calques



Remarque 1 : Cette image mentale sera à nouveau mise en défaut plus tard lors de la découverte de la symétrie par rapport à un plan. Elle est donc à manier avec beaucoup de prudence. Cependant, il est clair que l'activité de la tache d'encre et de sa symétrique obtenue par pliage permet une très bonne introduction au chapitre et à la construction du symétrique d'un point.

Remarque 2 : l'image du demi-tour autour de l'axe nous est aussi utile en 5ème pour marquer la différence avec la symétrie centrale : demi-tour autour d'un point.

B) Reflet
Certains manuels (ex Géométrie 6ème IREM Lorraine Didier) approchent ainsi la notion. L'activité est toujours réussie par les élèves mais fait encore fortement appel au réel (reflet dans l'eau d'un lac) et se transfère mal pour un axe oblique. Nous pouvons proposer alors de poser un crayon sur l'axe, tourner le cahier pour que l'axe soit horizontal et demander si ce qui est tracé peut être considéré comme un reflet.



Remarque 3 : Nous parlons de symétrie sans dire ce que c'est d'où une confusion rapide des élèves entre les mots " symétrie " et " symétrique " et beaucoup construisent " la symétrie d'une figure ".

Remarque 4 : Nous constatons que la recherche des axes de symétrie d'une figure est beaucoup plus aisée, que les axes soient obliques ou non. En réfléchissant bien, nous faisons chercher ces axes dans des logos abstraits ou des figures géométriques (on ne les trouve que là…)

Remarque 5 : Calques et reflets font intervenir deux choses différentes : les programmes de 6ème ne font pas de différence entre symétrie axiale et symétrie orthogonale. Or la symétrie axiale est la symétrie par rapport à une droite dans un espace à deux dimensions, d'où le calque : il devrait y avoir retournement (si je vois le visage, je dois voir les cheveux après transformation).

L'appellation "symétrie orthogonale" (les reflets…) contient le concept d'orthogonalité qui intervient dans les tracés. Quelle transformation doit-on étudier en 6ème ? Laquelle est étudiée en cycle 3 ? Il est absurde de faire croire que symétrie axiale et symétrie orthogonale sont la même chose puisque les élèves perçoivent la différence. En 6ème, il nous semble préférable de privilégier les constructions avec instruments, donc l'approche " reflet " (l'IREM de Lorraine avait raison…).

Autre image mentale incorrecte des élèves : la symétrie vue en 6ème n'est pas la symétrie par rapport à un plan, remarquée face à un miroir. Cette symétrie est vécue corporellement dès la maternelle, n'est-elle pas un obstacle à la compréhension de la symétrie abordée en classe de 6ème ?

Et le lien avec la symétrie centrale ?

Il faut en faire un et expliquer pourquoi le même mot (symétrie…) est utilisé. Si nous tournons autour d'une droite en 6ème, nous tournons autour d'un point en 5ème (mais plus tard nous ne pourrons pas tourner autour d'un plan).
Si nous parlons de reflet, il nous faut aussi évoquer les distances par rapport au centre de symétrie. Cela est cohérent avec la symétrie par rapport à un plan ou la symétrie axiale dans l'espace.

Reflet ? demi-tour ? Peut-on trouver une définition " fédératrice " ?

Proposition pour la définition "du symétrique" d'un point (François Drouin) :