LE PUZZLE Q.I. BLOCK

Richard CHERY
Collège La Plante Gribé
54530 PAGNY SUR MOSELLE

Je souhaite ici présenter quelques activités complémentaires à celles proposées dans la brochure " JEUX 5 " de l'APMEP, activités que j'ai proposées aux élèves de mon collège dans deux cadres différents :

- Club " Jeux mathématiques " (année scolaire 2000 – 2001) avec des élèves de sixième et cinquième.
- R.A.N. : remise à niveau mathématique (année scolaire 2001 – 2002) avec des élèves de sixième.

On peut consulter, à propos du puzzle Q.I. BLOCK, le site de la Régionale (rubrique " Le coin Jeux "), où ce travail est rapidement décrit, ainsi qu'une autre piste d'exploitation des pièces (construction des pièces avec des cubes unité). Voir présentation du Q.I. BLOCK en **annexe 1**, ci-après.

Les activités que je propose reprennent quelques idées déjà exploitées autour des Pentaminos (on pourra lire à cet effet la récente brochure " D'autres objets mathématiques " de l'APMEP Lorraine), les idées étant toutefois adaptées à la nature des pièces de ce puzzle.

Bien sûr, le travail en R.A.N. était beaucoup plus cadré que celui du club ; en club les élèves, tous volontaires, réagissent avec décontraction, ils se sentent libres d'échanger sur le contenu des activités (ou même parfois sur bien d'autres sujets non scolaires…). Mais cela fait partie d'un contrat implicite entre eux et moi.

Partie I : la mise en route

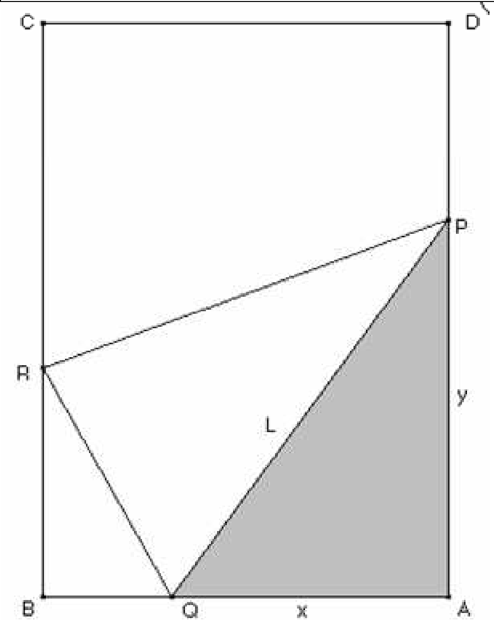
Je montre sur un transparent le puzzle (tel qu'il apparaît à l'annexe 1) et je le fournis aux élèves sur du bristol (on peut aussi le faire tracer). Après découpage, les élèves essaient de refaire le carré de départ… pas si simple, même pour ceux qui se souviennent bien du puzzle complet vu au départ.
Je ne dis rien de tout cela, les élèves cherchent librement, patiemment pour presque tous. Certains s'énervent déjà : " j'aime pas les puzzles ".

Partie II : consolidation des notions d'aire et de périmètre (uniquement en

Solution du problème du timestre n°70

proposé par Jacques VERDIER

Une feuille de papier de largeur 21 cm est pliée de façon que le point A se retrouve sur le côté BC, en R. On appelle x la longueur QA, y la longueur PA et L la longueur PQ. Le but est de déterminer x pour que L soit minimum.



Solutions de André Viricel, Catherine Ranson et Bernard Chrétien.

André et Bernard utilisent des solutions trigonométriques (exploitant l'égalité des angles APQ et BAR) et Catherine une solution analytique dans un repère orthogonal induit par la figure.
Tous trois aboutissent au même résultat : L est minimum si x vaut les trois quarts de AB.

Résumé de la solution trigonométrique :
Si on pose α la mesure de l'angle APQ et I le milieu de [AR],
Dans ABR, on a $AR=AB/\cos\alpha$ donc $AI=AB/2\cos\alpha$
Dans AIQ, on a $x=AI/\cos\alpha$, d'où $x = AB/2\cos^2\alpha$
Dans PAQ, $L=x/\sin\alpha$, donc $L = AB/2\sin\alpha\cos^2\alpha$.
Cette expression est minimale lorsque $\sin^2\alpha=1/3$. (calcul de dérivée)
Donc L est minimale lorsque $x = AB/2(1-1/3) = 3AB/4$.

Aucune solution de " géométrie pure " donc !
André Viricel écrit :

(Suite page 26)

Notre "Problème du trimestre" est en page 27

(Suite de la page 23)

d'apprendre les formules car les sujets les rappellent de plus en plus rarement

Exercice 2 : Cet exercice pose la question du niveau d'exigence que l'on attend des élèves sur la subtilité entre théorème direct et réciproque (Le corrigé initial évoquait la réciproque de Thalès, il a été rectifié en théorème de Thalès… alors qu'en réalité nous avons affaire à la contraposée de Thalès.). Il ne nous semble pas nécessaire de se montrer trop exigeant sur cette subtilité.

Par contre, l'exercice est intéressant car il permet de rencontrer un cas de non-parallélisme où un arrondi des fractions au dixième pouvait laisser penser à un parallélisme

Exercice 3 : Partie très certainement la plus difficile de l'épreuve.
La construction du point P au travers de la relation ***BP*** = ***BC*** + ***OD*** (vecteurs) ne figure pas explicitement dans les exigibles du programme. De plus, les démonstrations demandées à la $3^{ème}$ partie de cet exercice ne sont pas élémentaires et sont difficiles à rédiger. Il n'est donc guère étonnant de n'avoir eu que peu de réponses et encore moins de bonnes réponses à cette partie. Pour rendre la question 3c) plus abordable, on aurait pu la formuler sous la forme : " Démontrer que C est le milieu de [PM].

Problème :

Le problème est somme toute classique et guère difficile. On peut simplement noter :

- La représentation graphique du problème concret est un ensemble de points alignés et non une droite. On aurait pu éviter cette confusion en parlant de litres de vin et non de bouteilles.
- L'expression " traits de rappel " n'est pas familière aux élèves et a pu poser problème à certains.
- De même l'expression " prix de revient " semble maladroite, il s'agit plutôt du prix payé par l'acheteur.
- Enfin, la vérification par le calcul demandée n'implique absolument pas une résolution de système. On peut tout simplement calculer f(12) et g(12) et constater que l'on obtient 90 dans les deux cas. Ainsi deux calculs ont été faits ce qui répond à l'exigence demandée. Or, cette démarche a été pénalisée dans certains centres de correction.

R.A.N.)

Je demande aux élèves de déterminer le périmètre et l'aire de chaque pièce (l'unité de longueur étant le côté d'un carré, l'unité d'aire l'aire d'un petit carré).
Ce travail est quelque peu studieux, mais ces deux notions sont fondamentales en classe de sixième ; les élèves dont j'avais la charge en R.A.N. avaient, et ont toujours d'ailleurs, des difficultés en mathématiques. Je me devais donc de les faire retravailler sur ces notions, et ce support pédagogique me paraît tout à fait adapté à ce type de travail.
Par contre, les élèves du club, souvent plus à l'aise dans la matière, auraient, je pense, mal accepté ce travail trop répétitif pour eux. Je les en ai donc dispensés, d'autant que la suite leur a permis de réinvestir ces notions…

Partie III : recherche de petits rectangles

Comme il est relativement difficile de refaire le carré, même en l'ayant vu au départ de l'activité, et très difficile si on ne l'a pas vu initialement, j'ai demandé aux élèves de former des rectangles avec quelques pièces du puzzle.
L'idée est la suivante : si un jeu, un puzzle, est trop difficile pour les élèves, on essaie d'en extraire un morceau pour qu'il soit d'abord accessible par tous, et que l'on puisse ensuite augmenter la difficulté.
Je précise donc la consigne : " Prendre un nombre croissant de pièces pour former des rectangles. "
Les élèves cherchent en autonomie, trouvent vite un premier rectangle (formé d'une seule pièce), puis des rectangles avec deux, trois pièces ou plus. Ils sont tous, même le plus faible des sixièmes en R.A.N., en situation de travail mathématique (qui n'est pas que du jeu…). Tous ont trouvé en une demi-heure environ au moins 3 ou 4 rectangles.
Je fais en fin de séance circuler un tableau pour collecter les solutions trouvées par les élèves (voir **annexe 2**, sans les deux dernières colonnes du tableau).
Au début de la séance suivante, je redonne aux élèves ce même tableau (avec les deux dernières colonnes : aire du rectangle – périmètre du rectangle), dans lequel j'ai ordonné toutes les solutions que m'ont données les élèves précédemment (par ordre croissant du nombre de pièces).
Les élèves retrouvent alors leurs solutions (et sont par là même contents de la prise en compte de leur précédente recherche). Ils calculent alors l'aire et le périmètre de chaque rectangle. Ce travail n'est à faire en club que selon l'envie des élèves, disons que seuls quelques exemples suffisent.
Ensuite, je montre aux élèves que l'on peut juxtaposer de " petits " rectangles pour en former de plus grands.

Deux exemples :

- un rectangle 2 pièces (n° 2 et 8) de dimensions 3×4 et un rectangle 3 pièces (n° 3, 4, 6) de dimensions 4×4 se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions 4×7 (premier exemple trouvé en R.A.N.)
- un rectangle 2 pièces (n° 8 et 9) de dimensions 2×5 et un rectangle 3 pièces (n° 2, 4, 7) de dimensions 4×5 se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions 5×6 (deuxième exemple trouvé en club)

Je demande donc aux élèves de rechercher, à partir des solutions trouvées à la première séance, d'autres rectangles plus grands, obtenus par juxtaposition.

Quelques remarques :

- Il me semble particulièrement important de baser ce travail sur les solutions trouvées par les élèves lors de la première séance. Ils apprécient fortement la considération que je leur donne en notant leurs solutions pour tout le groupe, c'est un moyen fort de les valoriser et quelques élèves en difficulté en ont bien besoin. Cela apporte aussi une dynamique de groupe (“ j'ai classé les solutions trouvées par tout le groupe pour continuer notre travail… ”).
- Il existe de très nombreux assemblages possibles de pièces pour former des rectangles, d'où l'intérêt d'un tel travail avec les élèves. Mes listes ne sont sûrement pas exhaustives, disons simplement que mes élèves du club ont trouvé 20 rectangles différents la première séance, mes élèves en R.A.N. en ont trouvé 25 (et la liste s'est encore allongée par la suite). Il ne me semble pas pertinent de donner ici ces solutions, à chacun (élève, enseignant ou autre) de se lancer dans la manipulation des pièces.
- Comme je l'ai déjà dit, même les plus faibles d'entre eux trouvent des rectangles, peuvent noter leurs solutions… En Remise à Niveau, il peut être important de remettre les élèves en situation de réussite, qu'ils puissent parfois, même si ce n'est que ponctuellement, retrouver un peu de confiance en eux.

Partie IV : recherche de rectangles formés avec 9 pièces (annexe 3)

Les élèves ont vite réalisé, avec le travail précédent, qu'il est bien plus difficile de former des rectangles avec un “ grand ” nombre de pièces qu'avec peu de pièces.
Je leur propose de chercher des rectangles avec 9 pièces, mais de façon “ réfléchie ” : on peut prévoir, avant toute manipulation, que certains assemblages seront impossibles. Il ne sera donc utile de ne rechercher que ceux que l'on pense possibles.
L'existence d'un rectangle n'est pas démontrée avec cette fiche, c'est seulement la non–existence de certains que l'on démontre. Cela n'enlève donc rien à la manipulation…

ANALYSE DU SUJET DU BREVET 2002

(Académie de Nancy-Metz)

Suite à la réunion du mardi 2 juillet au Collège La Carrière de Saint-Avold, voici la synthèse des remarques et réflexions que nous a inspiré le sujet du brevet 2002.

Le sujet :

Cette année, le sujet du brevet était globalement plus abordable pour tous les élèves et l'on peut noter une plus grande assiduité lors de la composition (la grande majorité des élèves est restée composer au moins une heure et demie alors, qu'habituellement on assiste à des départs nombreux dès la fin de la première heure). De même ceux d'entre nous ayant corrigé l'épreuve ont noté de meilleurs résultats globaux que les années précédentes.
Il en résulte la possibilité de pointer les réelles difficultés de nos élèves qui ne sont pas noyés par un sujet alambiqué.

Activités numériques :

Exercice 1 : Pas de commentaire particulier, hormis la réelle difficulté qu'ont nos élèves à manipuler la notation scientifique.

Exercice 2 : Classique.

Exercice 3 : Exercice sans surprise, mais on notera que si la connaissance du PGCD n'est pas exigée par les textes, elle est exigée au brevet (le PGCD apparaît chaque année dans différentes académies…). On pouvait contourner le problème en utilisant 54 et 30 et en demandant les diviseurs et les diviseurs communs. Sur ce point, on peut, encore une fois, regretter le flou du programme qui suggère le PGCD sans l'exiger.

Exercice 4 : Exercice simple et bien payé.
Cependant, on note un échec assez important à la première question (méconnaissance du mot effectif…) alors que ces mêmes élèves ont su calculer la moyenne correctement.

Activités géométriques :

Exercice 1 : Deux remarques :

- On aurait pu tracer la pyramide ABCDG sur la figure du sujet.
- On insistera auprès de nos élèves sur la nécessité

(Suite page 24)

Séminaire de réflexion de la Régionale

(Xonrupt-Longemer, 1er et 2 juin 2002)

Comme évoqué dans le précédent numéro du Petit Vert, notre séminaire des 1er et 2 juin dernier nous a permis, outre le fait de passer un agréable moment de convivialité entre membres, de prendre un temps de réflexion sur le devenir de notre association.

Nous avons donc dégagé deux grands axes de travail pour les deux prochaines années :

- **Les maths citoyennes**
- **La démarche : Chercher, Trouver, Comprendre.**

Dans cette optique, est née l'idée d'organiser notre journée régionale du 19 mars autour d'un thème : Les maths citoyennes. La conférence et le plus grand nombre des ateliers seraient en rapport avec ce thème.

D'autre part, nous avons insisté sur l'importance d'organiser des événements délocalisés sous la forme de goûters et/ou de groupes de discussion-soutien, un des buts de notre association étant de favoriser, le plus possible, les échanges entre collègues.

Quelques idées de débat ou de goûter :

- Foire aux textes mathématiques.
- Foire aux logiciels libres (idée : on montre et on installe…)
- Points de programme :
  - Statistiques inférentielle au lycée.
  - Symétrie en collège
  - Thèmes en 1ère L
  - Maths citoyennes, maths du consommateur (Pourquoi ne pas envisager une collaboration avec l'APHG…)

Cependant, ces goûters ne peuvent qu'exister par la volonté d'adhérents qui souhaitent nous accueillir dans leur établissement et inviter leurs collègues des établissements environnants, les personnes disponibles pour ces animations étant prêtes à se déplacer dans toute l'académie.

Certaines idées diverses ont vues le jour et seront concrétisées au fur et mesure (certaines le sont déjà…). En vrac, nous avons décidé de :

- Créer une rubrique " Astuces info " pour le Petit Vert.
- Proposer autre chose que le Petit Vert en téléchargement sur le site. (expo, base de données activités, défi …)
- Orienter la commission collège sur le thème " Mathématiques et citoyenneté " en amorçant une réflexion par mail.
- Favoriser et encourager la transmission d'infos entre le supérieur et le lycée.

On remarquera :

- La présence du nombre premier 59, d'où l'impossibilité de faire un rectangle de 9 pièces en ayant enlevé la pièce 3 ou la pièce 4 (c'est peut-être une occasion de définir ces nombres avec les élèves).
- L'impossibilité de former un rectangle ayant enlevé la pièce 6 ou la pièce 9, car $58 = 1 \times 58$ (cas évoqué ci-dessus) et $58 = 2 \times 29$, mais les pièces restantes ne peuvent se ranger dans une boîte de largeur 2.
- Il existe (au moins) deux solutions d'aire 57, $57 = 3 \times 19$ (pièce 7 ou pièce 10 enlevée), une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 2 rectangles (pièce 7 enlevée) et une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 3 rectangles (pièce 10 enlevée).
- Plusieurs solutions ont été trouvées avec la pièce 8 enlevée (60 se décompose de plusieurs manières…), par exemple 3 rectangles différents de largeur 5 et longueur 12 (d'autres encore…).
- Il existe de même plusieurs rectangles de dimensions différentes avec les pièces 1 ou 2 ou 5 enlevées (" ou " deux fois exclusif).

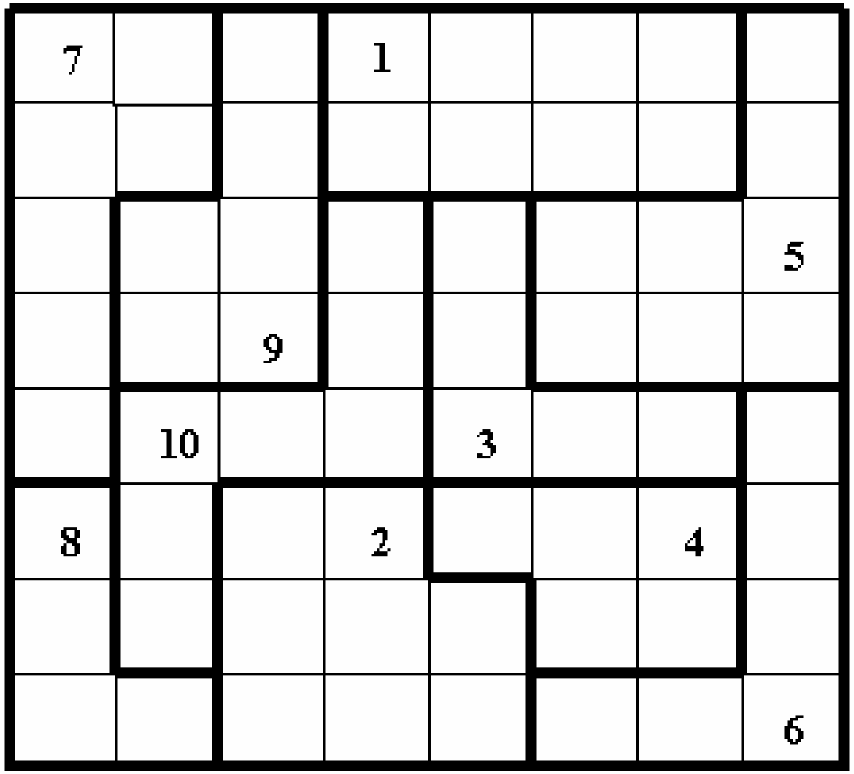
Je reprendrai simplement en conclusion quelques propos déjà évoqués plus haut :

- Ce travail m'a attiré par le fait que manipulation et réflexion sont complémentaires ; si on démontre qu'on ne peut pas former tel rectangle avec 9 pièces (ou pour un autre nombre de pièces) avec la somme des aires des pièces choisies, on ne démontre pas pour autant qu'un rectangle peut-être " faisable " existe réellement sans l'avoir fait.
- Il a aussi particulièrement intéressé les élèves par son aspect ludique, mais je ne cacherai pas que parfois la recherche de la décomposition d'un nombre comme produit de facteurs fut longue… Les élèves ont bien du mal à accepter le travail " intellectuel " après la manipulation des pièces.
- Ils ressentent aussi tout l'intérêt de n'avoir pas besoin de chercher un rectangle donné de 9 pièces pour ceux dont on peut démontrer la non – existence. Certes ils n'y auraient pas pensé seuls…

Ce puzzle est édité sous le nom de "I-Q-BLOCK" par l'éditeur (anglais ?) "HERCULES". Lors d'un échange scolaire en Allemagne, il a été donné en cadeau publicitaire à un élève meusien, et celui-ci l'a offert à son professeur de

(Suite page 8)

Annexe 1



mathématiques amateur de casse-tête. Les membres du groupe "JEUX" de l'A.P.M.E.P. s'y sont intéressé et ont écrit dans la brochure "JEUX 5" des activités l'utilisant en cours de mathématiques. Depuis d'autres pistes de recherche sont apparues :

Le créateur du jeu annonce plus de 60 façons différentes pour obtenir un carré 8× 8 avec les 10 pièces. Au collège "La Plante Gribe" de Pagny sur Moselle, les membres du club mathématique ont recherché les rectangles qui pouvaient être réalisés en utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces.

Au collège "Les Avrils" de Saint-Mihiel, les membres du club mathématique ont donné de l'épaisseur aux pièces. Les pièces ne correspondent plus à un total de 64 carrés unitaires mais à un total de 64 cubes. Cependant les pièces 7 ou 10 empêchent la réalisation d'un cube 4×4×4. En utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces est-il possible de réaliser des parallélépipèdes ? Les élèves de Pagny sur Moselle ont commencé la recherche pour les parallélépipèdes de hauteur 1, les pièces 2, 3, 5, 6 et 8 permettent la réalisation d'un parallélépipède 3×3×5.

CONCOURS MATHÉMATIQUE 2003

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) de Lorraine propose, pour l'année scolaire 2002/2003, un concours intitulé “ Concours mathématique 2003 ”.

Ce concours, doté de prix pour un montant total d'environ 400 €, est ouvert à tous les établissements scolaires de l'académie de Nancy-Metz. Le thème choisi cette année est :

REPRÉSENTATIONS DE L'ESPACE
(perspective(s), cartographie, perspectives ‘impossibles', ...)

Pour y participer, il faudra fournir une contribution sur ce thème. Aucune piste n'est interdite quant au fond, mais le jury privilégiera les contributions collectives qui auront été prétexte à une réelle activité mathématique. La forme pourra prendre divers aspects : plaquette, exposition, production artistique, création de pages internet…

Le cadre de cette réalisation pourra être : travail en classe, travaux croisés ou itinéraires de découverte, travaux personnels encadrés, activité d'un club mathématique, etc.

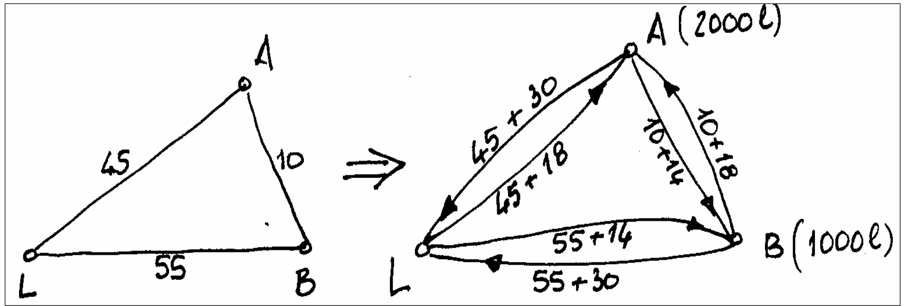
Les productions devront être adressées au plus tard le **15 mai 2003** à l'adresse suivante :

Concours A.P.M.E.P.
IREM – Faculté des Sciences
B.P. 239
54506 VANDOEUVRE CEDEX

Les professeurs qui souhaitent participer à ce concours sont priés de se faire connaître le plus tôt possible par courrier, téléphone ou mail auprès du président de l'APMEP-Lorraine :

Pierre-Alain MULLER
10 rue des Roses
57200 – SARREGUEMINES
Tél : 03.87.28.75.51
pierre-alain.muller@fnac.net

arête (non orientée) est remplacée par deux arcs (orientés). Aux arcs arrivant chez un client, on ajoute au temps de parcours le temps de livraison ; au arcs arrivant à l'entrepôt (Lunéville), on ajoute le temps de remplissage du camion (figure 6).
Arrivé à ce stade, si le camion avait la capacité de livrer tous les clients en une seule



tournée, le problème serait de trouver un circuit hamiltonien minimal ; il existe des logiciels pour cela.
Mais si le camion doit faire plusieurs tournées (c'est la cas ici !), le problème théorique se complique énormément… Nous donnerons quelques indications dans notre prochain

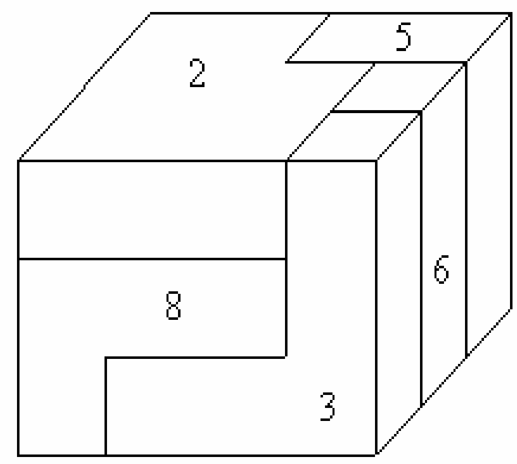
JOURNÉE REGIONALE LORRAINE DES MATHÉMATIQUES

APPEL A ATELIERS

La Journée Régionale 2003 aura lieu le mercredi 19 mars à Nancy. Le thème en sera “ MATHÉMATIQUES DU CITOYEN, MATHÉMATIQUES CITOYENNES ”.

Pour l'organisation de cette Journée, nous faisons appel à votre collaboration : nous sommes persuadés que certains aspects des activités que vous organisez pour vos élèves peuvent tout à fait intéresser vos collègues. Nous vous proposons de les leur présenter lors de cette journée, au cours d'une plage “ d'ateliers ” (durée 1 h 30) qui aura lieu l'après-midi.
Merci de bien vouloir envoyer, **avant le 15 novembre 2001**, vos propositions simultanément à jacquesverdier@free.fr **et** à pierre-alain.muller@fnac.net (ou par courrier : P-A Muller, 10 rue des Roses, 57200 SARREGUEMINES), en précisant le titre de votre intervention, suivi d'un bref descriptif (trois ou quatre lignes) et du matériel qui vous sera nécessaire.

Un grand merci par avance.



Le puzzle QI Block est sur le site de la régionale rubrique “le coin

Existe-t-il d'autres solutions ?

Annexe 2 :

Annexe 3 : solutions possibles de rectangles avec 9 pièces
Aire totale des 10 pièces : 64 unités d'aire (réponse à faire compléter par les élèves)

Nombre de	Numéro des	Dimensions du	Aire du	Périmètre du
1	1	2×4	8	12
2	2 - 8	3×4	12	14
…				

Numéro de la pièce	Aire restante	Dimension(s) du(des) rectangle(s) que
1	56	2×28 4×14 7×8
2	56	…
3	59	1×59
4	…	…
5		
6	58	1×58 ; 2×29
7	57	1×57 ; 3×19
8	60	2×30 ; 3×20 ; 4×15 ; 5×12 ; 6×10
9	…	
10		