D'autres groupes plus en avance ont conclu quelques remarques très intéressantes comme par exemple – je cite - " avec l'algorithme des différences, quand les deux nombres sont très éloignés (2 et 114) ou très proches (56 et 59), l'algorithme est très long " et ils ont réussi à justifier leur réponse à partir de leurs exemples. D'autres groupes ont réussi à justifier le fait que l'algorithme d'Euclide " s'arrête " contrairement à celui des différences.

III) Conclusion :

La partie d'arithmétique du programme de 3ème est tout à fait propice à l'utilisation du tableur et c'est pour réfléchir sur les méthodes d'obtention du pgcd, que j'ai utilisé cet outil. La programmation des différents fichiers n'a pas été simple. En effet, je souhaitais qu'elle couvre tous les cas possibles ce qui est un gain de temps incontestable par rapport à une activité papier.

L'enthousiasme, l'entrain, la réflexion des élèves m'ont agréablement surpris ; peut-être qu'une rapide prise en main du tableur avec la classe la moins motivée aurait permis aux élèves de concentrer leur réflexion sur le contenu du travail et non sur les manipulations du tableur.

C'est avec une grande conviction sur l'intérêt de l'utilisation du tableur que je reconduirai cette activité avec d'autres classes et j'invite tous les collègues qui le souhaitent à se procurer les fichiers et le support élèves sur :

http://wwww.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/activites/PGCD_Lambotte/fiche_eleve.doc (fichier Word correspondant à l'annexe 1)
http://wwww.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/activites/PGCD_Lambotte/feuille_de_calcul.xls (fichier Excel correspondant à l'annexe 2)
http://wwww.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/activites/PGCD_Lambotte.zip (les deux fichiers, comprimés)

(voir fiches élève en annexe à partir de la page 23)

Annexe 1

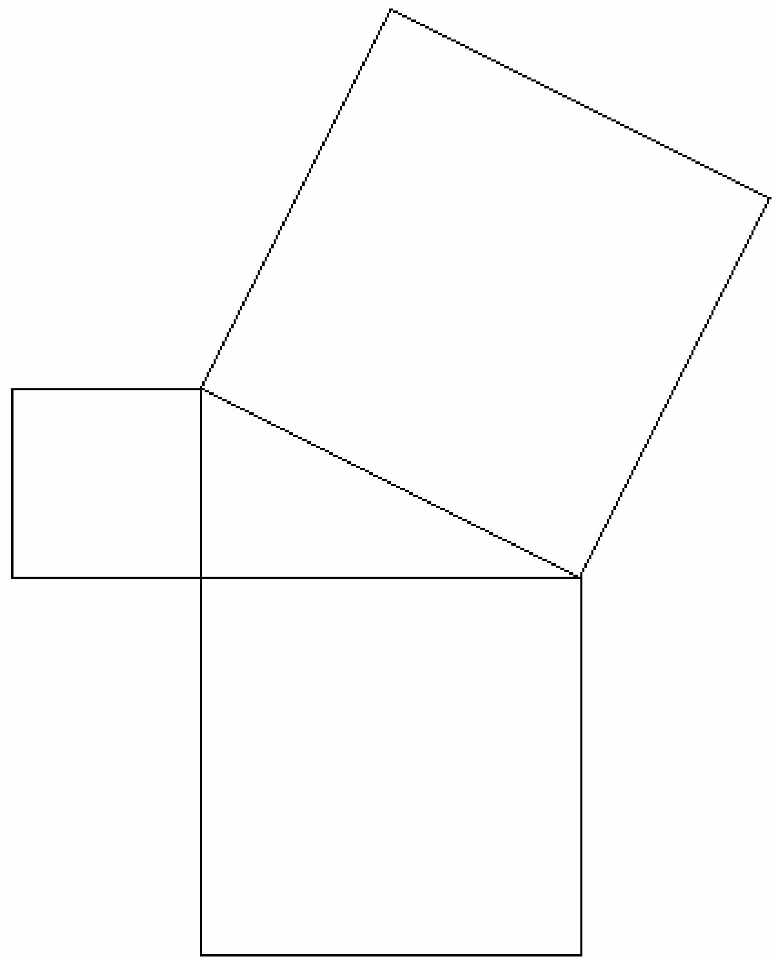
Recherche du plus grand diviseur commun avec un tableur

Fête de la Science à Metz : l'APMEP y était

Les 14, 15 et 16 octobre, plus de 2000 élèves de CM1 - CM2 sont venus au campus Bridoux visiter le "Jardin des enfants". Plus de 200 d'entre eux ont fréquenté le stand "Enjeu maths, Maths en jeux" animé par les étudiants PLC1, les professeurs stagiaires PLC2 et leurs enseignants de mathématiques du site messin de l'IUFM. Ont été présentés l'exposition "Objets mathématiques" de notre régionale et quelques stands supplémentaires tenant compte du jeune public touché. Le samedi après-midi, le "Jardin des enfants" était ouvert au public. Ce fut pour les animateurs l'occasion de parler de l'APMEP, du site Internet de la régionale Lorraine et de son coin" jeux".

UN TRIANGLE RECTANGLE ENTOURÉ PAR TROIS CARRÉS, EN CLASSE DE SIXIÈME

François DROUIN
Collège Les Avrils



(Suite page 12)

55300 SAINT MIHIEL

1- Faire dessiner des triangles rectangles entourés par des carrés (voir l'exemple ci-dessus). Sur papier non quadrillé, l'exercice nécessite une bonne dextérité lors de l'usage de l'équerre, surtout si les triangles n'ont pas de côté parallèle au bord de la feuille .

2- Après avoir fait mesurer et calculer ce qui est nécessaire, faire compléter un tableau semblable à celui ci-dessous . Le calcul de l'aire d'un carré sera au préalablement revu et sera l'occasion de rencontrer le produit de deux "nombres à virgule", nouveauté du programme de sixième.

Aire en cm^2 du carré construit sur l'hypoténuse				

2) Travail des élèves :

- mise en route :

Ce travail a été proposé à deux classes. La première composée d'élèves actifs, volontaires avec un bon état d'esprit, s'est mise rapidement au travail en tâtonnant pour retrouver les procédures de manipulation d'un tableur. Il est tout de même à noter que certains très bons élèves ont été décontenancés par le type d'activité et ont mis un certain temps à s'y retrouver et à trouver les solutions
Avec l'autre classe beaucoup moins intéressée, moins active et moins volontaire, les élèves désemparés par l'utilisation d'un tableur et par l'obligation de donner du sens à leur travail ont voulu être guidés. Les questions fusaient et on entendait des remarques du type *: " je n'y comprends rien, qu'est-ce que c'est que ce truc ?, qu'est-ce qu'il faut faire ?, " on va prendre la calculatrice pour faire les opérations "*. Il a donc fallu intervenir auprès de chaque groupe pour reformuler la consigne et préciser aux élèves qu'ils ne seraient pas plus guidés. Ils se sont ensuite mis en situation de recherche.

- contenus des travaux :

La recherche du pgcd à l'aide de la liste des diviseurs des deux entiers n'a posé aucun problème. Ceci s'explique par le fait que ce type de travail avait déjà été fait en classe avec des nombres " simples ".
Pour l'algorithme des différences, certains groupes ont utilisé leur calculatrice pour remarquer ensuite que les différences étaient notées à l'écran de l'ordinateur. Pour environ la moitié d'entre eux, il n'a pas été évident de trouver le pgcd à partir de l'algorithme. Ceci s'explique évidemment par le fait qu'on est obligé de donner du sens à l'affichage et à la suite d'égalité pgcd (25 ; 14) = pgcd(14 ; 11) = pgcd (11 ; 3) = etc….. Par contre dès que le premier pgcd a été trouvé l'exercice se termina très facilement. Tout le monde a vu qu'à la fin les résultats se répétaient et chaque groupe a su trouver l'endroit où on pouvait interrompre l'exécution.
Le travail sur l'algorithme d'Euclide n'a pas posé de problème. Lorsque les élèves en sont arrivés au paragraphe de comparaison des différentes méthodes, beaucoup de remarques s'élevèrent de tous côtés. Tout d'abord, bon nombre d'élèves se sont demandés s'il fallait utiliser les mêmes nombres pour comparer les différentes méthodes. Très vite convaincus de cette nécessité, les élèves se sont interrogés sur la signification de l'expression " efficacité des méthodes ". Après quelques précisions et quelques essais, l'ensemble de la classe s'accorda à dire que l'algorithme des différences était souvent long mais la technique plutôt simple. La méthode de recherche de diviseurs parut sympathique quand les nombres étaient " petits ". Les critères de divisibilité ont été alors d'une grande aide. Quand les diviseurs n'étaient pas simples (par exemple pour 259), l'exécution de cette méthode n'était pas rapide car les essais successifs allongeaient le temps de recherche.
L'algorithme d'Euclide a fait l'unanimité en terme de rapidité mais la technique opératoire laissa perplexe plusieurs groupes qui se sont demandés comment effectuer la division euclidienne.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Calcul du P.G.C.D de deux nombres entiers								
3									
4									
5		a	b	quotient de la division euclidienne			reste de la division euclidienne		
6		875	93		9			38	
7		93	38		2			17	
8		38	17		2			4	
9		17	4		4			1	
10		4	1		4			0	

Exercice 5 : c'est un petit exercice pour montrer comment on programme un tableur. Il faut réaliser un tableau présentant le pgcd de deux nombres choisis à l'aide de la fonction **=pgcd(cellule1;cellule2)**. Les élèves vérifient leur programme à l'aide des nombres utilisés dans les exercices précédents.

5) Déroulement de la séance :

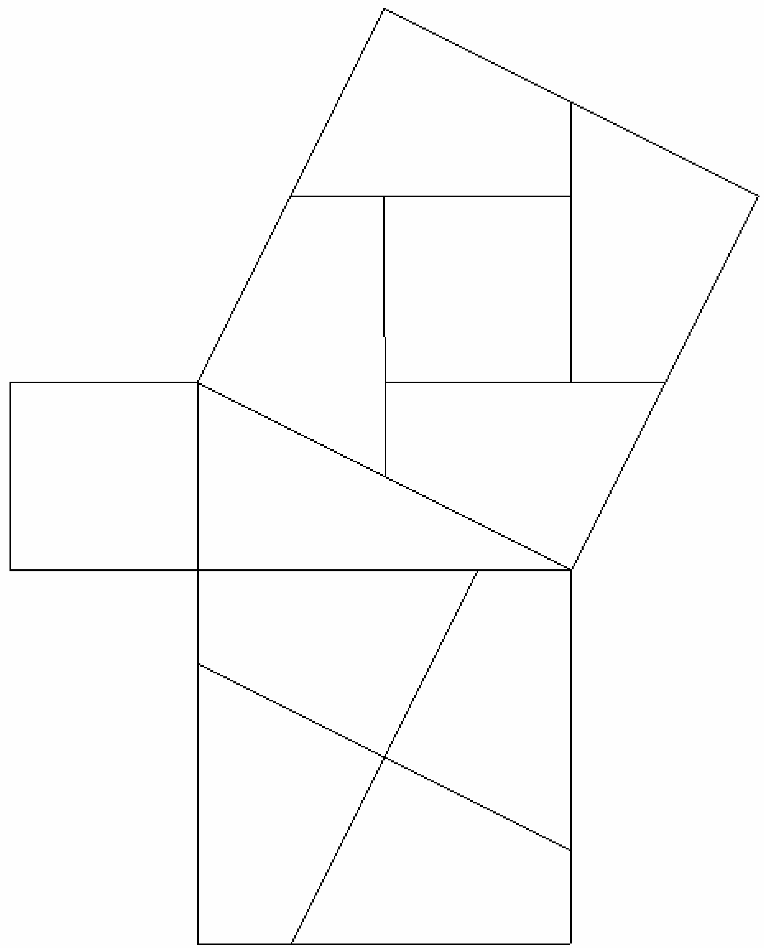
La séance commence par la présentation orale des objectifs de la séance puis de la distribution des consignes de travail. Les élèves s'installent et se mettent au travail.
Aucune prise en main du tableur n'est faite.
A la fin de la première heure, presque tous les groupes ont terminé le 3ème exercice. Quelques-uns ont commencé le n°4.
La deuxième heure commence par la correction rapide d'un exercice du livre puis une synthèse orale de la séance précédente. Les élèves terminent le travail. Une synthèse collective est faite. On recense les différentes méthodes d'obtention du pgcd de deux entiers naturels en précisant les techniques opératoires utilisées, les avantages et inconvénients de chacune d'elle, puis les élèves notent le cours.

II) Analyse de la séance :

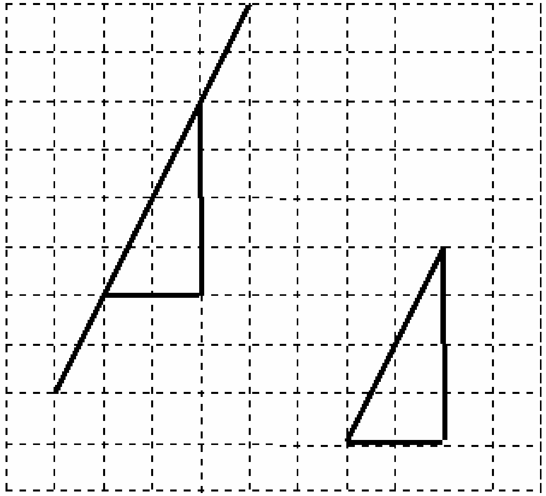
1) Intérêt de l'utilisation d'un tableur :

Le tableur permet de travailler rapidement et sur un très grand nombre de cas. C'est donc un outil tout à fait adapté à la comparaison de l'efficacité des différentes méthodes. Sans lui, ce travail serait très fastidieux.
Il permet aux élèves de ne pas être retardés par une erreur de calcul ou une difficulté dans les techniques opératoires.
Il permet de réguler les différents rythmes de travail. En effet on peut demander aux groupes les plus avancés d'affiner leurs conclusions sur l'efficacité des méthodes en leur donnant quelques pistes. Il est donc important que les fichiers des exercices 1 à 4 aient été préparés par le professeur afin que le programme fonctionne avec n'importe quels nombres entiers naturels. La programmation des algorithmes (annexe 2) doit permettre de tester tous les cas. Par exemple, pour la recherche des diviseurs, il faut penser au cas ou le nombre est un carré parfait. Pour l'algorithme des différences il faut prévoir que l'algorithme peut avoir beaucoup de lignes (si a = 154 et b = 3 par exemple).

3- Poser la question : connaissant les aires des deux dernières lignes, comment puis-je retrouver les aires de la première



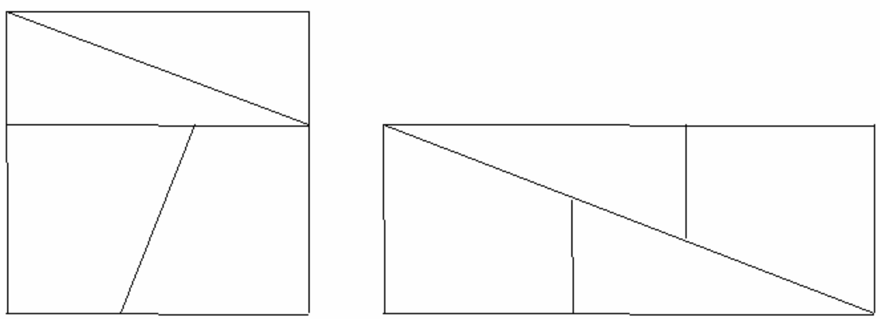
ligne ? Pour faciliter la réponse à cette question, le travail avec un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm peut être envisagé. Il donnera l'occasion de parler des architectes de l'Antiquité



(programme d'histoire-géographie en sixième) et de la corde à 13 nœuds.

4- La relation entre les aires étant trouvée, il pourra être possible de la visualiser par un " puzzle " tel celui ci-dessous. La découpe du " moyen carré " en quatre morceaux se fait en traçant à partir de son centre des parallèles au cotés du " grand carré " (le tracé de telles parallèles fait partie des compétences exigibles en classe de sixième). Le remplissage du " grand carré " par les 5 pièces se fait aisément.

Le découpage et la solution peuvent être envisagés sur papier non quadrillé ou sur papier quadrillé. Dans ce dernier cas, il est intéressant de proposer pour côté du " moyen carré " un nombre pair de côtés de carreaux : le centre du carré est alors à un nœud du quadrillage et permet la rencontre du tracé de parallèles sans les



outils de dessin habituels mais en utilisant le quadrillage. La " pente " de la droite est visualisée par l'hypoténuse d'un triangle

	A	B	C	D	E	F	G	
1	Recherche des diviseurs de :		**54**		Recherche des diviseurs de :		**25**	
2								
3								
4		1		54		1		25
5		2		27				
6		3		18				
7								
8						5		
9		6		9				
10								

Exercice 1 : à l'aide de la feuille de calcul intitulée recherche des diviseurs, trouver le pgcd de 156 et de 78 puis celui de 96 et 102 puis celui de 165 et 182 (*voir copie d'écran ci-dessus*)

Les élèves ne peuvent modifier que les cellules C1 et G1 et la liste des diviseurs s'affiche en colonne.

Exercice 2 :

A l'aide de la feuille de calcul intitulée **algorithme des différences** et de la propriété : " si a et b sont deux entiers positifs avec a>b alors pgcd(a ; b) = pgcd (b ; a-b) ", trouver le pgcd de 636 et 371 puis celui de 877 et 531.

Les élèves doivent ensuite préciser à quel endroit il est possible d'arrêter l'algorithme pour lire directement la valeur du pgcd.

Les élèves peuvent uniquement modifier les valeurs de *a* et de *b*.

Les résultats obtenus au fur et à mesure de l'exécution de l'algorithme s'affichent alors et j'ai choisi de ne pas l'interrompre puisque je veux que les élèves donnent du sens à leur recherche de pgcd.

	A	B	C	D	E
1					
2	**Calcul du P.G.C.D de deux nombres entiers**				
3					
4					
5		**a**	**b**	**a-b**	
6		25	14	11	
7		14	11	3	
8		11	3	8	
9		8	3	5	
10		5	3	2	
11		3	2	1	
12		2	1	1	
13		1	1	0	
14		1	0	1	
15		1	0	1	
16		1	0	1	
17		1	0	1	

Exercice 3 : à l'aide de la feuille de calcul intitulée algorithme d'Euclide et de la propriété :

" **si a et b sont deux entiers positifs non nuls avec a > b alors pgcd(a ; b) = pgcd (b ; r) où r est le reste de la division euclidienne de a par b** ", trouver le pgcd de 875 et 93 puis celui de 878 et 542. (voir copie d'écran en haut de la page 20)

Exercice 4 : On demande d'effectuer des tests pour comparer les 3 méthodes et de rédiger une conclusion sur l'efficacité de ces méthodes.