

Remue-méninges

8 apr. J.-C.

Des défis, des énigmes, des problèmes pour exercer votre observation, votre déduction, voire vos habilités en mathématiques en ce **J**our de **C**onfinement, d'où le titre.

Pour tous les niveaux et j'espère pour tous les goûts.

Cycle 1.

Une activité que l'on peut décliner.

On prend un sac, une boîte dont on perce en étoile le couvercle de façon que l'enfant puisse saisir à l'intérieur un objet sans le voir.



Puis vous déposez dans la boîte des objets.

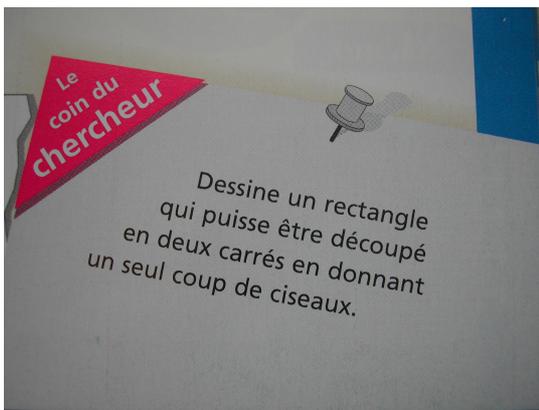
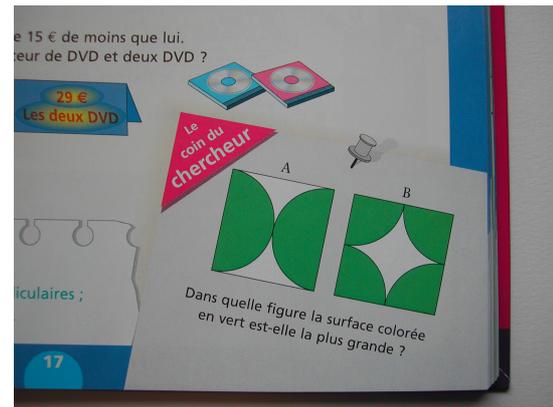
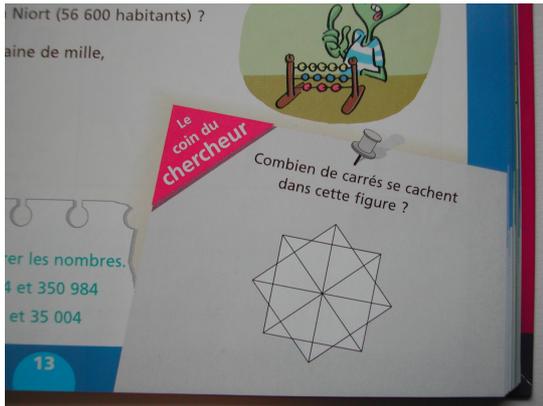
L'activité consistera à nommer l'objet et donc à le retrouver simplement au toucher. L'enfant va convoquer une image mentale de l'objet et il devra réinvestir les éléments caractéristiques de cette image mentale pour trouver l'objet. Vous pouvez également le montrer si vous l'avez en double. L'acquisition du vocabulaire est un objectif possible. Si c'est le cas on ne montre pas l'objet il suffit de le nommer.

Pour les mathématiques vous pouvez aussi bien mettre des volumes (cube, pavé, cylindre, sphère ...) que des chiffres découpés ou des cartes avec des petits feutres ronds que l'on peut sentir avec le toucher qui matérialisent la carte à points voire la constellation du dé.

Les cartes à points

0		DIX		10
1		DIX		11
2		DIX		12
3		DIX		13
4		DIX		14
5		DIX		15
6		DIX		16
7		DIX		17
8		DIX		18
9		DIX		19
10		DIX	DIX	20

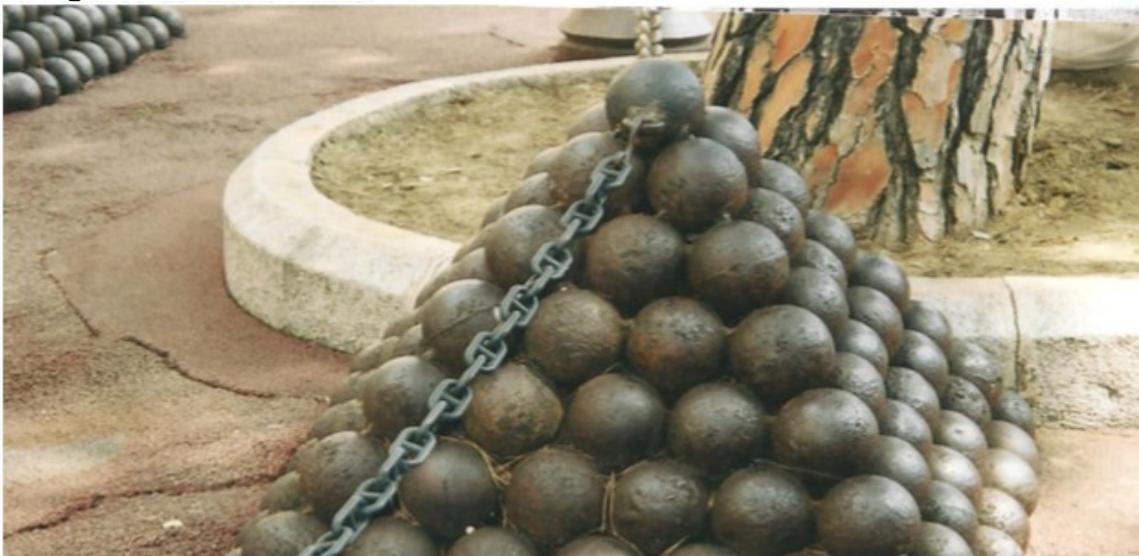
Cycle 2/3.



Cycle 3.

Un groupe de recherche de l'IREM de Lorraine travaille sur la résolution de problèmes par l'image. Le dispositif complet n'est pas à mettre en place dans un confinement. Par contre les images peuvent être utilisées, tout au moins elles vont être détournées pour que vous puissiez vous en servir.

Voici une première. C'est une photographie que j'avais prise lors d'une visite à Monaco. Une maladresse de manipulation lors de la présentation de cette image u groupe a fait qu'une partie de l'image n'est pas visible. Cette erreur fait partie maintenant de la construction du problème. Voici l'image.



Les élèves sont invités à construire le problème.

Je vous délivre la question principale.

Combien y-a-t-il de boulets ?

On imagine qu'il y a des boulets à l'intérieur et on veut le nombre de boulets au total.

L'équipe a expérimenté dans des écoles de cycle 3 cette image. A chaque expérimentation des élèves ont trouvé une solution. La rôle de l'enseignant est que le groupe en entier s'approprie la démarche.

Un article complet sera bientôt écrit et disponible sur le site de : [APMEP Lorraine](#)

Voici une démarche possible (elle n'est pas la seule).

Il y a 8 étages. En observant on peut voir que chaque étage est constitué d'un carré de 1-2-3-...8 boulets à chaque côté. Le 7ème étage et 8ème se déduisent de l'observation.

Il y a donc : $1+2 \times 2+3 \times 3+...+7 \times 7+8 \times 8=204$ boulets.

Ce problème de cycle 3 peut se transformer en un problème pour une classe de terminale scientifique en demandant :

Trouver une formule qui permet de calculer

$$1^2+2^2+3^2+...+n^2$$

Voici le résultat :
$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Il peut se démontrer par récurrence mais comme toujours en mathématiques d'autres pistes sont possibles.

Voici une proposition voisine d'un exercice d'un livre de cycle 3.

B• *Les oiseaux mathématiciens* volent en formation triangulaire.

Sur la figure, on voit que 55 est un « nombre triangulaire » :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.$$

Hier, dans le ciel, j'ai vu entre 30 et 50 oiseaux en formation triangulaire ; ils se sont alors séparés en 2 groupes, qui se sont remis chacun à voler en triangle.

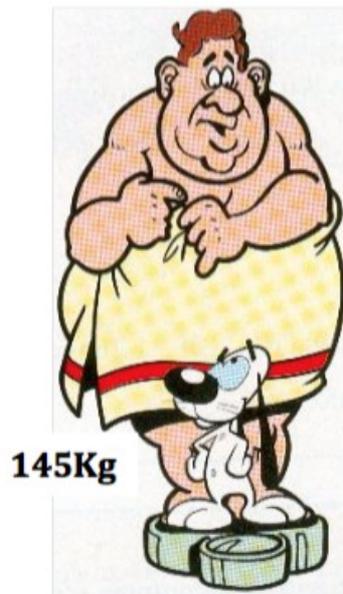
Quelle était la composition des 2 groupes ?

La réponse est : Un groupe de 15 et un groupe de 21.

On obtient le résultat en cherchant tous les nombres triangulaires puis avec la condition « entre 30 et 50 » on teste les nombres.

Souvent on nous dit que « c'est pas mathématiques » car une représentation des mathématiques est qu'il faut « une formule ». Il en existe (voir au dessus) mais la démarche scientifique passe souvent pas le fait de dénombrer tous les résultats et de tester.

C'est le cas ici.



Trouvez le poids de chacun .

Résultat : 127 le costaud, 24 l'enfant et 18 le chien.

Une méthode . On fait la somme de tous les poids. On trouve 338. Cela représente : 2 costauds, 2 chiens et 2 enfants . Donc un chien, un enfant et un costaud font 169. Ensuite en reprenant le premier dessin on en déduit le poids de l'enfant avec le deuxième dessin le poids du chien et le dernier le poids du costaud.

Défi Lycée.

Déterminer le chiffre des unités de 13^{2020} .

Solution :

On est sur un type de défi qui demande en fait tout d'abord d'expérimenter et de constater une régularité. Régularité qui demanderait une démonstration générale (avec des n) mais que nous allons ici oublier

13^1 se termine par:3

13^2 se termine par : 9

13^3 se termine par : 7

13^4 se termine par : 1

13^5 se termine par : 3

puis le suivant pas 9 puis le suivant par 7 ...

Vous avez compris qu'il y a une régularité de 4 en 4.

Puisque : $2020=4 \times 505$

Donc le chiffre des unités sera 1.