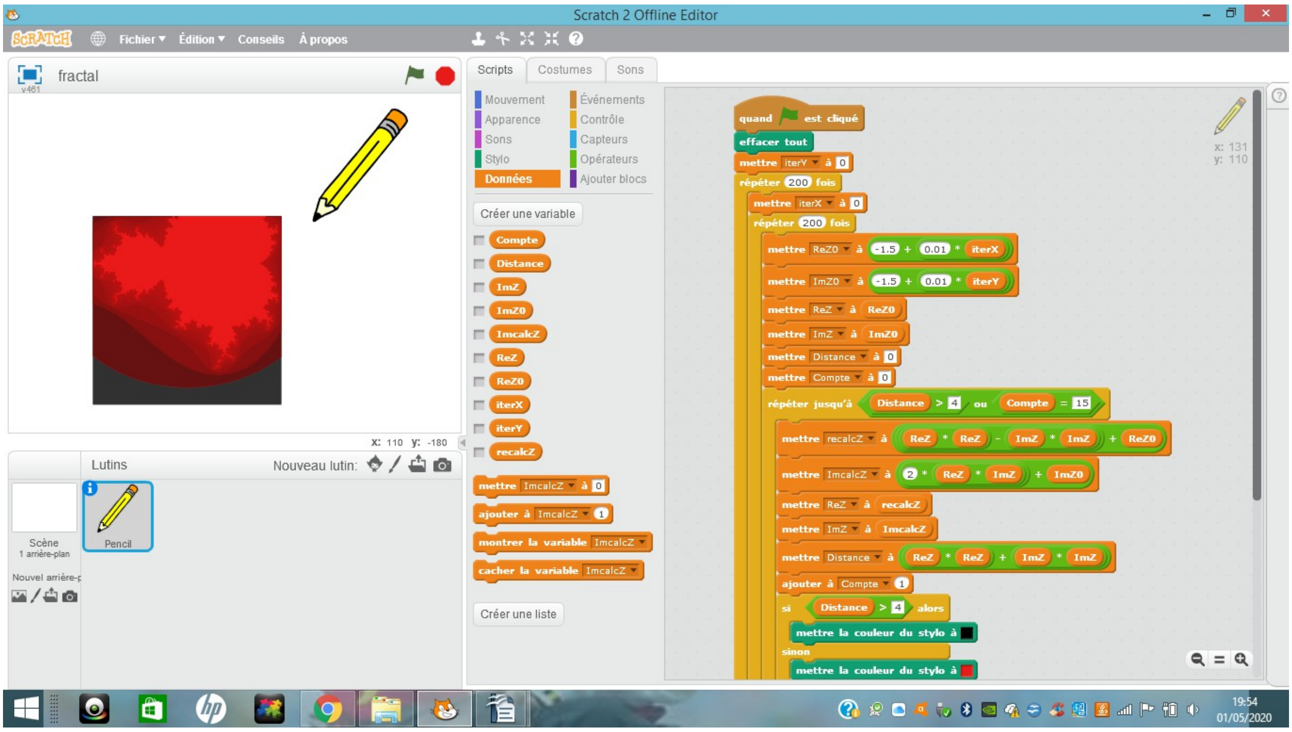
Remue-méninges
46 apr. J.-C.

Une composition de Christelle un jour de confinement.
Il est revenu le temps du muguet Francis Lemarque.
Nougaro: Paris mai.
Le grand mystère des mathématiques: ARTE

Des défis, des énigmes, des problèmes pour exercer votre observation, votre déduction, voire vos habilités en mathématiques en ce Jour de Confinement, d'où le titre.
Pour tous les niveaux et j'espère pour tous les goûts.

Retour fractal.

On peut programmer avec Scratch des fractals.
Le site de Villemin Gérard donne un programme qui permet d'un obtenir.
Le voici. J'ai simplement changé le nom des variables.
Il faut attendre de nombreuses minutes, tout au moins avec mon ordinateur, pour obtenir la courbe.

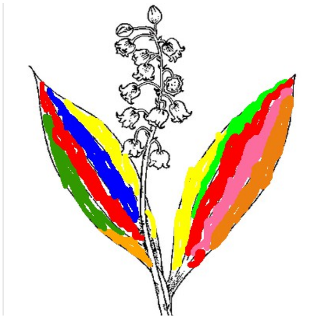


Thème : Des défis.

Le temps du muguet est revenu, le temps des défis également.
Comme échauffement François vous offre du coloriage.

Défi 1. Le brin de François.

A vos pinceaux. Je me suis appliqué. Sans souris et ne souriez pas !

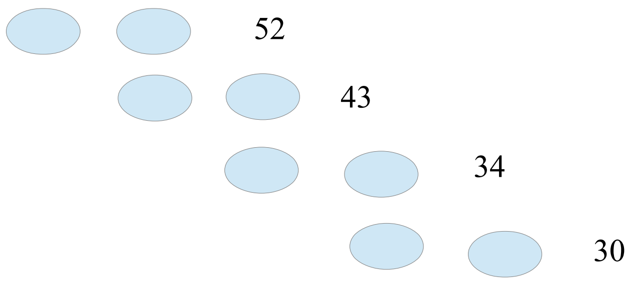


Défi 2. 2 ième rallye mathématiques romand. CE2.

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes.
Dans la première assiette et la deuxième assiette, ensemble, il y a 52 croquettes.
Dans la deuxième et dans la troisième, ensemble, il y a 43 croquettes.
Dans la troisième et quatrième, ensemble, il y a 34 croquettes.
Dans la quatrième et dans la cinquième, ensemble, il y a 30 croquettes.
Combien de croquettes y -a-t-il dans chaque assiette ?

Solution :

Si je donnais ce problème à des étudiants, de suite, il tentait de le résoudre en nommant des inconnues et en posant des équations.
Après avoir dit que l'on pouvait le faire sans et qu'il était possible de le proposer à une classe de CE2 je pouvais mesurer l'indice de confiance que j'inspirais en les observant.
La représentation aide au raisonnement.



Cette représentation permet de concevoir que si on somme la totalité des nombres (159) on a ajouté l'assiette 1 et deux assiettes 2, deux assiettes 3, deux assiettes 4 et une assiette 5.
Une des difficulté pour des enfants de cet âge est de retenir la totalité des données. Comme il y a en tout 100 croquettes cela signifie que les assiettes 2, 3, 4 font l'ajout de 100 à 159. c'est à dire 59 croquettes. La représentation laisse voir que 2 et 3 font 43 croquettes. On peut alors trouver que dans l'assiette 4 on a 16 croquettes. On obtient alors en cascade les autres.

Défi d'hier.La Recherche Hors-Série de 2008.
A votre âge, ajoutez le nombre de semaines de l'année. Doublez le résultat. Ajoutez le nombre de lunes de la terre puis à nouveau votre âge. Multipliez par 0,333...
Retranchez le nombre de jours du mois d'avril. Maintenant, retranchez votre âge du résultat. Qu'obtenez vous invariablement ?

Défi des puissances. Les Olympiades Académiques de Mathématiques 2002. Brochure APMEP n°146.
Comparer les entiers 5^{2002} et $3^{2002}+4^{2002}$.
Solution :
Un indice : $5^{2002}=(3^2+4^2)^{1001}$.

Défi des bacs. Jeux Mathématiques et Logiques. Volume 7. Hatier.
Deux bacs partent en même temps des deux rives opposés de l'Hudson, l'un allant de jersey-City à New-York, l'autre de New-York à Jersey-City. L'un étant plus rapide, ils se croisent à 720 m de la rive la plus proche.
Une fois arrivés à leur destination, chaque bateau reste 10 minutes à quai, puis ils repartent et se croisent à nouveau à 400 m de la rive la plus proche.
Quelle est la largeur exacte du fleuve ?
Réponse :
Faites un schéma.
Les 10 minutes ne jouent aucun rôle dans l'affaire.
Avec le schéma vous allez voir que les deux bacs lorsqu'ils se rencontrent pour la deuxième fois ont parcouru ensemble 3 fois la largeur du fleuve. Cela signifie que le temps mis pour le faire est trois fois plus long qu'au premier parcours. Or au premier parcours le moins rapide a parcouru 720 m donc au total A a parcouru 3x720=2160 m.
Sur le schéma observer le parcours de A. La largeur du fleuve est de 2160-400=1760 m.

Défi des 9. 100 jeux mathématiques du Monde. Elisabeth Busser et Gilles Cohen. Jeux Tests et Maths.
Existe-t-il des multiples de 7 dont l'écriture décimale est formée exclusivement de chiffres 9 ?
En particulier, le nombre formé de 1997 fois le chiffre 9 est-il divisible par 7 ?

Et 1998 fois le chiffre 9 ?

Solution :

On teste : 999999=142857x7. C'est le plus petit.

999999 999999$=999999\,x\,10^6+999999=142857\,x\,7\,x\,10^6$ +142857x7=142857 142857x7.

On peut continuer autant de fois que l'on veut cet alignement de 999999.

0r 1998=333x6.

Le nombre formé par 333 groupements de 9 est divisible par 7.

Mais cela n'est pas bon pour le nombre formé de 1997 chiffres 9.

Défi du 13. Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée. Co-édition de l'IREM et de l'APMEP.

Si je calcule 13^1 , le chiffre des unités est 3. Si je calcule 13^2, le chiffre des unités est 9.

Quel est le chiffre des unités de 13^3 , 13^4 , 13^5 ?

Quel est le chiffre des unités de 13^{2000} ?

J'ajoute ...et pour 13^{2020} ?

Solution :

Il est donné pour une quatrième.

Les essais, la régularité et l'observation.

Le niveau d'exigence pour la démonstration varie suivant les classes.

La suite 3-9-7-1-3-9 …

pour 1-2-3-4

Donc 2000 qui est divisible par 4 donne comme chiffre des unités 1.

De même pour 2020.

Défi de l'ellipse.Pour un enseignement problématisé des Mathématiques au lycée. Tome 2 ? APMEP Brochure 154.

A l'intérieur d'un parterre ayant la forme d'une ellipse, on veut tracer un rectangle dont les côtés seraient parallèles aux axes de l'ellipse et dont l'aire serait maximale.

Solution :

On prend pour équation de l'ellipse : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

On note « s » l'abscisse du sommet du rectangle situé dans le premier quadrant.

L'aire du rectangle est : A(s)=4s sqrt($\frac{b^2}{a^2}$ (a²-s²)).

On dérive le tout (on peut s'affranchir des constantes) et le maximum est obtenu pour $s=a/\sqrt{(2)}$.