

Remue-méninges

47-48 apr. J.-C.



Une composition de Christelle un jour de confinement.

[Yao: Miroir.](#)

[William Sheller: Les miroirs dans la boue.](#)

Des défis, des énigmes, des problèmes pour exercer votre observation, votre déduction, voire vos habilités en mathématiques en ce **J**our de **C**onfinement, d'où le titre.

Pour tous les niveaux et j'espère pour tous les goûts.

Thème: Symétrie.

Dés notre enfance nous avons l'habitude de voir des images et d'entendre des sons qui suivent un certain rythme, un certain ordre.

Souvent nous laissons défiler ces images et ces sons sans y prêter une attention particulière tant elles font partie du quotidien.

Le travail du mathématicien est, entre autres, d'étudier les régularités observées.

La symétrie axiale, créatrice d'une uniformité, est l'une de ces transformations étudiées.

C'est la seule en primaire, tout au moins actuellement.

Dés la maternelle, le modèle que l'on utilise généralement est celui de la feuille que l'on plie suivant un axe.

En maternelle on fait une tache, on plie et une nouvelle tache apparaît de l'autre côté du pli.

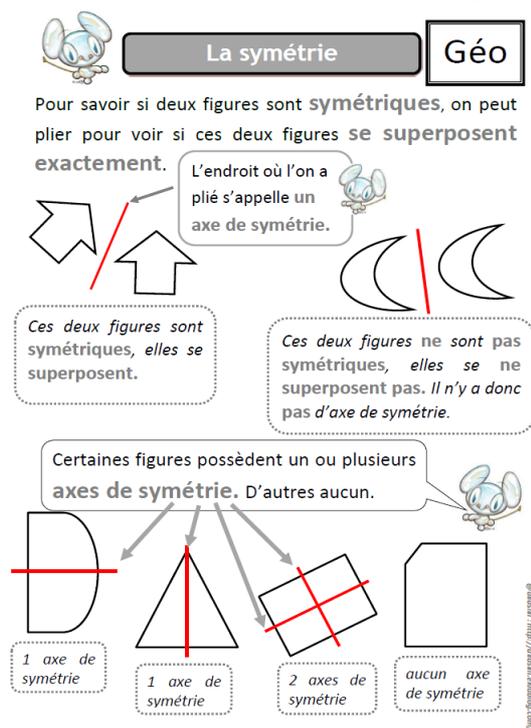


**Des peintures
monstrusement amusantes**

On colorie d'une façon symétrique.



Une leçon sur la détermination d'un axe de symétrie en CE1.



On constate sur ces exemples, mais c'est vrai dans la généralité, que la symétrie en France est liée au pliage.

Est-ce le « bon » modèle ?

Nous sommes beaucoup à penser que non. Nos amis belges ont argumenté [dans ce document](#). J'ose ajouter des éléments.

Lorsque je translate, je mémorise la figure et je porte mon regard plus loin pour la retrouver ou pour la tracer.

Lorsque j'effectue une rotation, je mémorise la figure, j'imagine des cercles et je la tourne.

Il est beaucoup plus difficile, en tout cas pour moi c'est impossible, de plier mentalement suivant l'axe et d'imaginer la superposition.

Si on veut une vérification effective, réaliste, il est préférable que l'outil utilisé puisse l'être également mentalement et cela dans toutes les situations.

Je vérifie mentalement qu'il y a symétrie en portant mon regard d'un côté de l'axe et j'observe si j'ai bien, par rapport à l'axe, les mêmes éléments à la bonne distance. Je ne suis pas en train de plier la feuille.

Ainsi je rejoins nos amis belges qui proposent comme outil de prendre un papier calque, de reproduire la figure et d'observer la superposition en retournant la feuille. Certes il y a des précautions à prendre lorsqu'on positionne les tracés des axes mais au moins on peut toujours le faire. Ce qui n'est pas le cas en pliant. Enfin on ne peut pas toujours déchirer la feuille et si le papier est trop épais on ne voit pas la superposition.

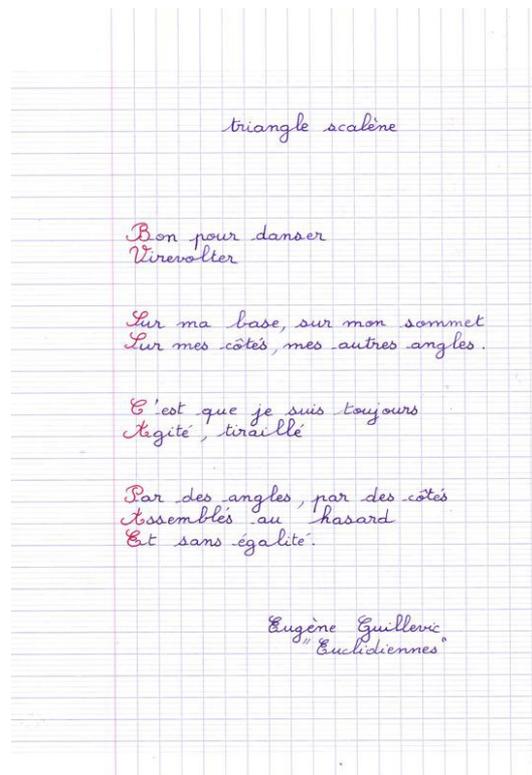
Comment rendre compte de la symétrie ?

Les mathématiciens voient le nombre dans tous les objets. Cependant c'est une tournure d'esprit qui demande souvent des connaissances.

Par contre, la symétrie est vue de suite et cette régularité rassure. On doit même souvent faire des efforts pour ne pas créer systématiquement des figures symétriques.

Tracez à main levée un triangle et observez.

Il y a des fortes chances qu'il soit dessiné avec un côté parallèle au bord de la feuille et qu'en plus il soit ...isocèle, ou pas loin. Dans tous les cas il sera rarement un vrai triangle scalène.



C'est normal puisque la symétrie est partout.

Les premières observations du bébé sont symétriques : Les visages des proches.

Enfin, soyons plus précis ! Les observations sont sensiblement symétriques.



Original

Left Symmetry

Right Symmetry

L'original est coupé et on « recolle » deux côtés « left » et à droite deux côtés « right ».

Premier constat : Le visage n'est pas symétrique.

Vous préférez quel visage ?

Pour moi c'est le droit.

Cela est dû au fait que les visages sont mieux perçus dans l'hémisphère gauche. La moitié droite du visage qui dans la vision frontale arrive dans l'hémisphère gauche de l'observateur a un poids plus

grand par rapport à celle de gauche dans l'identification faciale.

Des symétries.





Mais la musique utilise également la symétrie : [Moreno Andreatta:La symétrie en musique. De Bach à Paolo Conte en passant par les Beatles.](#)

La littérature, la poésie l'explorent tout autant :

[Symétrie et inversion: Auguste Brizeux.](#)
[Baudelaire, Poète symétrique.](#)

Pour finir un document conséquent [du Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques à télécharger à droite \(voir page 77\).](#)

Il y a une abondance des possibles.

Voilà des défis :

Des symétries et autres transformations.

Défi 1.

ABCD est un parallélogramme de centre O. On note A' et C' les points tels que (BD) soit la médiatrice de [AA'] et de [CC'].

Montrer que $AC=A'C'$.

Montrer que O est le milieu de [AC], [BD] et [A'C'].

Quelle est la nature du quadrilatère AA'CC'?

Défi 2.

ABCD est un parallélogramme de centre O. I le milieu de [AB], J le milieu de [CD]. Les droites (ID) et (BJ) coupent (AC) respectivement en M et N.

Démontrer que N est le symétrique de M par rapport à o. En déduire la nature du quadrilatère NIMJ.

Démontrer que $AM=MN=NC$.

Défi 3.

ABCD est un parallélogramme. Δ_1 et Δ_2 sont deux droites parallèles passant respectivement par A et C. Δ_1 et Δ_2 coupent (BD) respectivement en M et N.

Quelle est la nature du quadrilatère ANCM?

Existe-t-il une position de Δ_1 et Δ_2 telle que ANCM soit un rectangle?

Défi 4.

Tracer 3 carrés, nommés ABCD, AEFG, AHIJ, ayant donc le point A en commun et tels que les points B, E et H soient alignés.

Que pouvez-vous dire des points D, G et J? Démontrez le.